

УДК 539.3

© 2007 г. Р.В. ГОЛЬДШТЕЙН, Н.М. ОСИПЕНКО

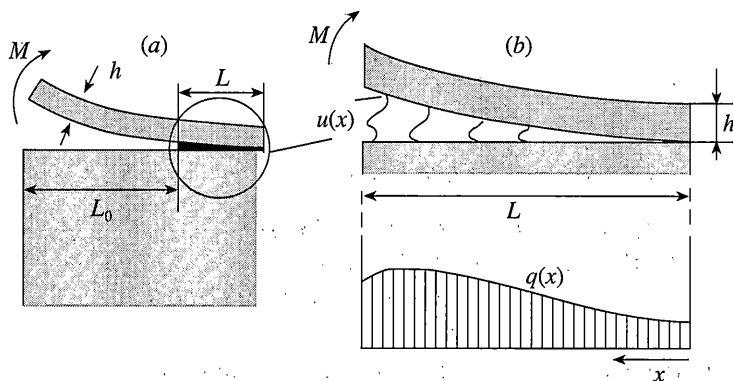
**МОДЕЛИРОВАНИЕ ОТСЛОЕНИЙ ПОКРЫТИЙ
ПРИ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ
В БАЛОЧНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ**

Балочное приближение развито применительно к решению ряда задач механики разрушения об образовании отслоений тонких упругих покрытий с учетом связей, действующих на границе соединения, и влияния нестационарных температурных воздействий.

Концевая область отслоения моделируется упругой балкой, нагруженной внешним изгибающим моментом и силовыми факторами со стороны связей с основанием. В ней также действуют термоупругие напряжения от внезапного изменения температуры поверхности, либо адгезионного слоя. Получены оценки изменения эффективной трещиностойкости адгезионного соединения для различных режимов приложения влияющих факторов, в том числе при вариации свойств материалов под действием температуры и по толщине покрытия, эффектов потери устойчивости и кинетики процессов локального разрушения в концевой области. Полученные результаты могут быть использованы при выборе параметров адгезионного соединения, обеспечивающих его заданную эффективную адгезионную трещиностойкость.

1. Введение. Покрытия являются типичным элементом конструкции деталей, работающих в сложных термомеханических условиях. Характерным видом дефектов в таких деталях можно считать нарушение адгезионной прочности – отслоение покрытия под действием некоторой системы нагрузок. Будем интересоваться случаем, когда толщина покрытия h много меньше других характерных размеров отслоения L_i ($i = 0, \dots, k$; число k характерных размеров отслоения определяется сложностью его геометрии), что обеспечивает возможность применения балочного приближения, точность которого тем выше, чем больше отношение длины балки к ее толщине. Балочные модели в теории трещин привлекают внимание возможностью приближенного решения сложных задач механики разрушения для ограниченных тел простыми математическими средствами. Упомянем в связи с этим работы [1, 2], а также обзор [3]. Анализ локальных условий предельного равновесия гладкого контура отслоений проведем, рассматривая модельную задачу об отслоении консольной балки единичной ширины, вырезанной по нормали к контуру, в пределах которого кривизной фронта отслоения можно пренебречь. Освобождая боковые грани балки от напряжений, сведем задачу к плоской задаче относительно плоскости, ориентированной по нормали к контуру отслоения.

Отрыв балки от основания в области закрепления аналогичен развитию трещины нормального отрыва или сдвига по границе слоя. Здесь, как и ранее [4], будем интересоваться вариантом схемы разрушения, в которой в состоянии предельного равновесия размер области действия сил сцепления – размер концевой области эффективной трещины – значительно больше толщины покрытия. Этот вариант отражает один из распространенных сценариев разрушения при использовании тонких покрытий. Вме-



Фиг. 1

сте с тем он позволяет распространить балочное приближение на концевую область отслоения. Будем при этом интересоваться влиянием дополнительных воздействий термодинамической природы на эффективную сопротивляемость отслоению.

Для демонстрации подхода рассмотрим задачу об отщеплении балки постоянной толщины ($h = \text{const}$) на краю полуплоскости под действием момента M , приложенного к ее торцу (фиг. 1, а). Согласно предыдущему по длине балки можно выделить два участка. Один длины L_0 составляет основной размер отслоения, свободный от сил сцепления с основанием, и второй L , представляющий эффективную концевую область, занятую силами сцепления; при этом $L_0 \gg L \gg h$. Размер отслоения много больше размера концевой области отслоения, который, в свою очередь много больше толщины покрытия.

Определение напряженно-деформированного состояния первого участка назовем, как обычно, внешней задачей, то же относительно второго – внутренней задачей. Очевидным условием замыкания задачи в целом является сшивание напряжений на их общей границе. В балочном приближении оно соответствует равенству моментов и сил при подходе к границе справа и слева.

В рассматриваемом примере остается единственным условие равенства изгибающего момента при подходе к границе внешней и внутренней задачи. Перейдем к внутренней задаче об отслоении покрытия. В ней отрезок балки (фиг. 1, в), нагружен силами сцепления ($q(x)$), распределенными по длине, и внешним моментом M_0 . Длина балки (размер концевой области отслоения) в предельно-равновесном состоянии определяется условиями локального разрушения на границе склейки. Следуя методу податливости [5], определим эффективные характеристики отслоения, рассматриваемого как трещина на границе склейки. Из элементарной теории упругого изгиба балки запишем потенциальную энергию изгиба

$$U = \int_0^L \frac{M^2(x) dx}{2EJ} \quad (1.1)$$

где $J = Bh^3/12$ – момент инерции прямоугольного сечения балки, B – ширина балки, h – толщина балки, E – модуль Юнга материала балки.

Дифференцируя (1.1) по приращению площади расслоения, получим аналог удельной работы разрушения

$$G = dU/dA, \quad dA = BdL \quad (1.2)$$

Заметим, что в ситуации плоской задачи (при $B = 1$), если функция $M(x)$ не содержит в явном виде длину балки L , эта процедура тождественна дифференцированию (1.1) по верхнему пределу и, таким образом,

$$G = M^2(h)/(2EJ) \quad (1.3)$$

Соответственно, коэффициент интенсивности напряжений для этого случая будет

$$K_1 = \sqrt{2GE} = \frac{M(L)}{\sqrt{J}} = \frac{2\sqrt{3}M(L)}{h^{3/2}} \quad (1.4)$$

Соотношения (1.3), (1.4) оказываются удобными для ряда задач механики разрушения для продольных трещин в балках [1, 6].

Вообще говоря, в (1.2) необходимо учитывать энергию деформирования основания, однако в практических ситуациях, когда модули упругости подложки и покрытия близки (либо подложка более жесткая), ее роль мала [4]. По оценкам в [1] в первом случае она пропорциональна отношению h/L . Строго говоря, ограничиваясь уравнением (1.2), рассматривается модельная задача о симметричном разрыве двух одинаковых балок с одинаковыми свойствами и нагрузкой.

2. Эффективная трещиностойкость. Рассмотрим в рамках этого представления вариант сил сцепления, имеющих постоянную величину по длине концевой области q (модель типа Дагдейла). Условием разрушения в этом случае будет достижение на границе концевой области предельного раскрытия δ .

Найдем, пользуясь этим условием, размер нагруженной балки (размер концевой области отслоения) L в предельно-равновесном состоянии, когда оно поддерживается внешней нагрузкой в виде момента M_0 , приложенного к торцу модельной балки.

Уравнение упругой линии балки для данного примера запишется в виде

$$EJu^{IV} = q = \text{const} \quad (2.1)$$

Граничные условия имеют вид

$$u(0) = u'(0) = 0; \quad u''(L) = M_0/(EJ); \quad u'''(L) = 0$$

Отсюда получим

$$EJu = \frac{q}{24}x^2(6L^2 - 4Lx + x^2) - \frac{M_0}{2}x^2 \quad (2.2)$$

Примем условие предельного раскрытия в виде

$$u(L) = \delta \quad (2.3)$$

Следовательно, для состояния предельного равновесия можно записать

$$EJ\delta = M_0L^2/2 - qL^4/8 \quad (2.4)$$

Несущая способность конструкции в данном случае определяется минимальным моментом, необходимым для достижения предельного состояния. Из (2.4) получим

$$M_0 = \frac{2}{L^2} \left(EJ\delta + \frac{qL^4}{8} \right), \quad J = \frac{Bh^3}{12} \quad (2.5)$$

Примем, что термоупругие возмущения выбраны таким образом, что они влияют только на постоянный изгибающий момент, который, таким образом, складывается

из части, отражающей несущую способность M_1 , и возмущения M_2 , не зависящего от параметра L .

Учитывая это обстоятельство, запишем (2.5) в виде

$$M_1 = \frac{2}{L^2} \left(\frac{EBh^3 \delta}{12} + \frac{qL^4}{8} \right) + M_2 \quad (2.6)$$

Найдем далее минимальный момент, при котором выполняется условие (2.3):

$$\frac{dM_1}{dL} = 0; \quad L^* = \sqrt{\frac{EBh^3 \delta}{3q}} \quad (2.7)$$

Отсюда

$$M_1 = \sqrt{qEBh^3 \delta/6} + M_2 \quad (2.8)$$

Используя (1.2), получим из (2.8)

$$G = \frac{6}{Eh^3} (\sqrt{qEBh^3 \delta/6} + M_2)^2 \quad (2.9)$$

Если возмущение отсутствует ($M_2 = 0$), из (2.7) следует обычное для модели Дагдейла соотношение

$$G = q\delta/B = \sigma^* \delta \quad (2.10)$$

Из (1.4) и (2.10) найдем оценку эффективной трещиностойкости соединения

$$K_1^{ef} = \sqrt{\frac{6}{h^3} (\sqrt{qEBh^3 \delta/6} + M_2)} \quad (2.11)$$

3. Влияние термоудара. Внесем термоупругое возмущение. Пусть для примера, это будет термоудар по внешней поверхности покрытия – мгновенное изменение температуры поверхности на ΔT . Для рассматриваемой задачи со свободной поверхностью покрытия изменение локального объема материала при термоударе приводят только к появлению продольных напряжений σ_x . Их величина в соответствии с квазистатическим решением задачи нестационарной термоупругости [7] следующая

$$\sigma_x = -\frac{E\alpha\Delta T}{1-\mu} \left(\operatorname{erfc} \frac{y}{2\sqrt{at}} \right) \quad (3.1)$$

где α – коэффициент температурного расширения, μ – коэффициент Пуассона, y – координата по нормали к поверхности покрытия, a – коэффициент температуропроводности, t – время.

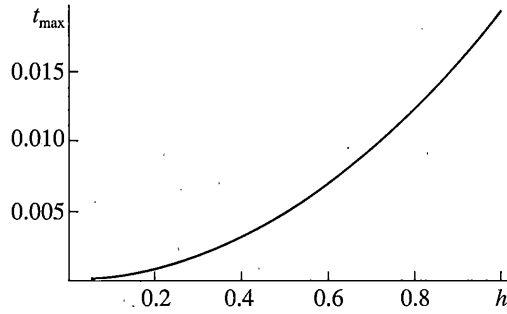
Примем для простоты, что теплофизические и деформационные параметры покрытия и подложки одинаковы, а в области отслоения не нарушена теплопроводность среды.

При указанных предположениях в консольной балке термоудар приводит к появлению только дополнительного изгибающего момента M_2 равного

$$M_2 = -\int_0^h \sigma_x \left(\frac{h}{2} - y \right) dy \quad (3.2)$$

Из (3.1), (3.2) получим

$$M_2 = \frac{\alpha E \Delta T}{1-\mu} \left(\frac{\sqrt{ath}}{\sqrt{\pi}} - a \operatorname{erf} \left(\frac{h}{2\sqrt{at}} \right) \right) \quad (3.3)$$



Фиг. 2

Объединяя (2.11) и (3.3), запишем окончательно

$$K_1^{\text{ef}} = \sqrt{\frac{6}{h^3} \left(\sqrt{\frac{qEh^3\delta B_0}{6}} + \frac{\alpha E \Delta T}{1-\mu} \left(\frac{\sqrt{ath}}{\sqrt{\pi}} - \text{aterf}\left(\frac{h}{2\sqrt{at}}\right) \right) \right)} \quad (3.4)$$

Полученное соотношение показывает, что термоудар с повышением температуры поверхности покрытия на некоторое время повышает эффективную трещиностойкость покрытия, что может быть использовано как технологический прием предотвращения нарушения адгезии при экстремальных нагрузках, и наоборот – охлаждение способствует отслоению.

Формула (3.4) справедлива при малых значениях времени экспозиции, когда тепловое возмущение не дошло до границы раздела, где, вообще говоря, могут значительно изменяться условия теплообмена и напряженное состояние среды. Для оценки предельного времени экспозиции, в пределах которого справедлива формула (3.4), воспользуемся решением уравнения теплопроводности для термоудара по поверхности полупространства [8].

$$\Delta T/T_0 = \text{erfc}\left(\frac{y}{2\sqrt{at}}\right) \quad (3.5)$$

Заменяем в нем функцию (3.5) $\text{erfc}(z) \sim 1 - z$ и положим $1 - z = 0$. Тогда положение фронта прогрева приблизительно определится как

$$y \sim 2\sqrt{at} \quad (3.6)$$

Соответственно, если принять $y = h$, время прогрева будет

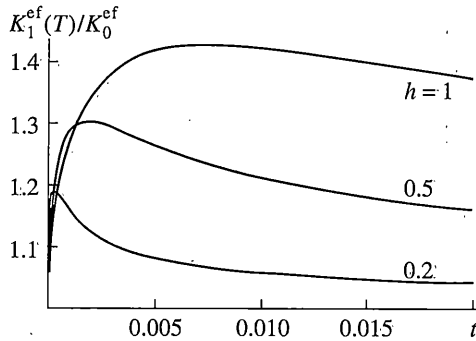
$$t_{\text{max}} \sim \frac{1}{a} \left(\frac{h}{2}\right)^2 \quad (3.7)$$

На фиг. 2 показан пример оценки $t_{\text{max}} [\text{с}] = f(h[\text{мм}])$ для стали ($a \approx 1.3 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$).

Разделив (3.4) на (2.11) (при $M_2 = 0$), получим относительное повышение эффективной трещиностойкости соединения покрытия и подложки при термоударе по поверхности покрытия. Эта величина показана на фиг. 3 для примера покрытия различной толщины $h[\text{мм}]$, имеющего свойства стали ($a = 1.3 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$; $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$, $\mu = 0.3$, $\alpha \sim 12 \cdot 10^{-6} \text{ 1/град}$; $\delta \sim 10^{-5} \text{ м}$; $q \sim 10^8 \text{ Па}$; $\Delta T \sim 400^\circ\text{C}$) в функции времени $t [\text{с}]$.

$$\frac{K_1^{\text{ef}}(T)}{K_0^{\text{ef}}} = 1 + \frac{\alpha \Delta T}{(1-\nu) \sqrt{qh\delta}} \left(\frac{\sqrt{at}}{\sqrt{\pi}} - \frac{at}{h} \text{erf}\left(\frac{h}{2\sqrt{at}}\right) \right) \quad (3.8)$$

где K_0^{ef} – эффективная трещиностойкость по (2.11) при $M_2 = 0$.



Фиг. 3

Можно видеть, что максимальное изменение K_1^{ef} относится к начальному моменту, а затем происходит относительно медленное уменьшение эффекта, причем чем тоньше покрытие, тем быстрее достигается максимум влияния термоудара и тем более выражен пик эффекта.

Если поверхность покрытия резко охлаждается, в (3.3) меняется знак изгибающего момента. Эффективная трещиностойкость уменьшается под влиянием термоудара. В ситуации, когда термоудар испытывает клеевой слой между покрытием и основой (например, при высокочастотном нагреве клея, содержащего токопроводящие элементы, если склеиваемые тела имеют свойства изоляторов), эффект зеркально меняется – нагрев уменьшает эффективную трещиностойкость, а охлаждение увеличивает. При этом для оценки могут быть использованы полученные соотношения (3.3)–(3.8) с точностью до знака момента, вызванного термоупругими напряжениями. В задачах механики разрушения массивных тел, когда на поверхностях трещины задано термическое воздействие, коэффициент интенсивности напряжений изменяется по-иному. В частности, при симметричном термонагружении трещин в плоской задаче теории упругости [6] повышение температуры поверхности трещин приводит к их смыканию или повышению эффективной трещиностойкости, и наоборот, понижение температуры увеличивает раскрытие и способствует продвижению разрыва. Полученный выше результат для задач отслоения покрытия не противоречит этим данным, так как эффекты влияния термонагружения вызваны различными силовыми факторами. В случае температурного воздействия только на поверхности трещины в массивных телах окружающий материал изменяет свой объем, чем провоцирует появление термоупругих напряжений, компенсирующих объемные деформации как в поперечном по отношению к плоскости трещины, так и в продольном направлениях. Поскольку в линейной механике разрушения последние не влияют на коэффициент интенсивности напряжений, его величина определяется только нормальной составляющей термоупругих напряжений, что и демонстрируется в решениях задач [6].

Если однородному термическому воздействию подвергается плоская граница или тонкий слой в неограниченном теле, то согласно решению задач термоупругости [7, 8] при отсутствии ограничений смещений по нормали к нагружаемой поверхности (слою) напряжения в этом направлении отсутствуют ($\sigma_2 \equiv 0$). Таким образом, для трещины, размещенной в срединной плоскости упомянутого слоя, $K_1 \equiv 0$. Для ограниченного тела, имеющего дополнительные связи, ситуация меняется, так как появляется взаимосвязь между продольными трещинами (вдоль трещины) напряжениями и смещениями, в том числе в области связей. В рассмотренном варианте в роли дополнительных связей выступали связи в концевой области отслоения, размер которой зави-

сел от смещений изгибаемой балки отслоения. Изгиб балки, как было показано, определяется продольными термоупругими напряжениями.

Упомянем вариант нагружения, в котором термические нагрузки (или эквивалентные им диффузионные силы) прикладываются только в области отслоения, включая его концевую часть. В таком случае действуют оба фактора, причем влияние поперечных напряжений сказывается только в вершине концевой области отслоения, где, строго говоря, нужно рассматривать существенно трехмерную вторую внутреннюю задачу, в которой заданы смещения от действия изгибающего момента и поперечные напряжения термоупругой задачи. В рамках балочного приближения при $h \ll L$ оценку влияния ограниченности области приложения температурного воздействия размерами отслоения можно получить, сравнивая смещение, вызванное изгибом балки в концевой области отслоения, и нормальное смещение границы полуплоскости под действием термоудара. При этом предполагается, что расстояние от внешней границы отслоения до точки x^* , где эти смещения одинаковы, порядка размера сомкнутой под действием повышения температуры части отслоения. Рассматривается случай, когда термоудар испытывает клеевой слой в границах отслоения

$$u(x^*)_{\text{bend}} \approx u(x^*)_{\text{norm}} \tag{3.9}$$

где $u(x^*)_{\text{bend}}$ – смещение при изгибе отслоения, $u(x^*)_{\text{norm}}$ – нормальное смещение.

Величину $u(x^*)_{\text{bend}}$ найдем из (2.2), полагая $x \ll L$:

$$u(x^*)_{\text{bend}} \approx \frac{12}{Eh^3}(x^*)^2 \left(\frac{qL^2}{4} - \frac{M}{2} \right) \tag{3.10}$$

Оценку $u(x^*)_{\text{norm}}$ проведем, используя распределение температуры при термоударе для малых времен в виде (3.5):

$$u(x^*)_{\text{norm}} \approx \int_0^h T_0 \alpha E \operatorname{erfc} \left(\frac{y}{2\sqrt{at}} \right) dy \tag{3.11}$$

$$u(x^*)_{\text{norm}} \approx \frac{2\sqrt{at}}{\sqrt{\pi}} (1 - e^{-h^2/(4at)}) + h \operatorname{erfc} \left(\frac{h}{2\sqrt{at}} \right) \tag{3.12}$$

Если $h^2/(4at) \ll 1$, то $u(x^*)_{\text{norm}} \approx 2\sqrt{at/\pi}$.

Из (3.9), (3.10), (3.12) получим размер x^*

$$x^* \approx \sqrt{\frac{2Eh^3 T_0 \alpha \sqrt{at}}{3(1-\mu)\sqrt{\pi}(qL^2 - 2M)}} \tag{3.13}$$

В предельно равновесном состоянии величина удельной работы разрушения G для преодоления эффекта смыкания берегов отслоения при прогреве должна увеличиться на величину, пропорциональную относительному увеличению размера концевой области на x^* , т.е.

$$G \sim G_0 \left(1 + \frac{x^*}{L} \right) \sim G_0 \left(1 + \frac{h}{L} \sqrt{\frac{2}{3(1-\mu)\sqrt{\pi}} \frac{ET_0 \alpha \sqrt{at} h}{qL^2 - 2M}} \right) \tag{3.14}$$

или без учета изгибающего момента в знаменателе

$$G \sim G_0 \left(1 + \left(\frac{h}{L} \right)^{3/2} \sqrt{\frac{2}{3(1-\mu)\sqrt{\pi}} \frac{ET_0 \alpha \sqrt{at}}{qL}} \right) \tag{3.15}$$

Из (3.15) можно заключить, что при типичных параметрах системы для конструкционных материалов из-за ограниченности области влияния термоудара при отслоении тонкого покрытия добавка к трещиностойкости соединения мала и пропорциональна отношению $(n/L)^{3/2}$.

4. Вариации свойств под действием температуры. Изменение температуры в области адгезионного соединения влияет и на вариации свойств материалов, что также может быть рассмотрено в рамках балочного приближения. Остановимся в качестве иллюстративного примера на ситуации, в которой по-прежнему элемент концевой зоны покрытия, находящегося в предельно-равновесном состоянии, нагружен внешним моментом M_0 и адгезионными связями. Интенсивность последних $q(x)$ будем считать пропорциональной локальным смещениям.

Таким образом, в концевой области отслоения эффективный клеевой слой может быть представлен как линейно упругая среда вплоть до разрушения. Размер концевой области поэтому определяется условием достижения максимальных напряжений в точке обрыва связей, где наблюдается максимальное смещение, соответствующее предельной вытяжке материала

$$q(x) = u(x)E^* \tag{4.1}$$

где E^* – эффективная жесткость промежуточного слоя.

Уравнение изгиба эффективной балки покрытия запишем в виде

$$u(x)E^* = EJ u^{IV} \tag{4.2}$$

при условиях $u(0) = u'(0) = 0$; $u'''(L) = 0$; $u''(L) = M/(EJ)$.

Как и ранее, будем иметь в виду симметричную схему нагружения – расщепление двух одинаковых балок толщиной h . Решение уравнения (4.2) запишется в виде

$$u(x) = c_1 e^{ax} + c_2 e^{-ax} + c_3 \sin ax + c_4 \cos ax; \quad a = \sqrt[4]{\frac{E^*}{EJ}} = \sqrt[4]{\frac{12E^*}{Eh^3B}}$$

$$c_1 = \frac{M}{4} \sqrt{\frac{12}{E^*Eh^3B}} \frac{\operatorname{ch}(aL) + \cos(aL) - \operatorname{sh}(aL) + \sin(aL)}{(1 + \operatorname{ch}(aL)\cos(aL))}$$

$$c_2 = \frac{M}{4} \sqrt{\frac{12}{E^*Eh^3B}} \frac{\operatorname{ch}(aL) + \cos(aL) + \operatorname{sh}(aL) - \sin(aL)}{(1 + \operatorname{ch}(aL)\cos(aL))} \tag{4.3}$$

$$c_3 = \frac{M}{2} \sqrt{\frac{12}{E^*Eh^3B}} \frac{\operatorname{sh}(aL) - \sin(aL)}{(1 + \operatorname{ch}(aL)\cos(aL))}$$

$$c_4 = -\frac{M}{2} \sqrt{\frac{12}{E^*Eh^3B}} \frac{\operatorname{ch}(aL) - \sin(aL)}{(1 + \operatorname{ch}(aL)\cos(aL))}$$

Отсюда

$$u(x) = \frac{M}{2} \sqrt{\frac{12}{E^*Eh^3B}} [(\operatorname{ch}(aL) + \cos(aL))(\operatorname{ch}(ax) - \cos(ax)) - (\operatorname{sh}(aL) - \sin(aL))(\operatorname{sh}(ax) - \sin(ax))] \tag{4.4}$$

Максимальное смещение в точке $x = L$ будет

$$u(L) = M_0 \sqrt{\frac{12}{E^*Eh^3B}} \frac{\operatorname{sh}(aL) \sin(aL)}{(1 + \operatorname{ch}(aL)\cos(aL))} \tag{4.5}$$

Запишем также распределение изгибающего момента по длине балки в концевой области покрытия

$$M(x) = \frac{M_0}{2(1 + \operatorname{ch}(aL) \cos(aL))} [(\operatorname{ch}(aL) + \cos(aL))(\operatorname{ch}(ax) + \cos(ax)) - (\operatorname{sh}(aL) - \sin(aL))(\operatorname{sh}(ax) + \sin(ax))] \quad (4.6)$$

Поскольку в (4.6) входит в явной форме длина балки L , найдем удельную энергию разрушения обычным методом податливости.

Из (4.6) энергия изгиба балки имеет вид

$$U = \int_0^L \frac{(M(x))^2}{2EJ} dx = \frac{3M_0^2}{2EBh^3 a(1 + \cos(aL) \operatorname{ch}(aL))^2} [4aL + 2aL \cos(2aL) + \cos(2aL)(2aL - 3 \sin(aL)) + 7 \sin(2aL) + 2 \operatorname{ch}(aL)(4aL \cos(aL) + 3 \sin(aL) + \sin(3aL)) + \sin(4aL) + 6(\cos(aL) + \cos(3aL)) \operatorname{sh}(aL) + 6 \cos^2(aL) \operatorname{sh}(aL)] \quad (4.7)$$

Величину G найдем, дифференцируя (4.7) по площади приращения отслоения

$$G = \frac{dU}{BdL} = \frac{3M_0^2}{8EB^2 h^3 (1 + \cos(aL) \operatorname{ch}(aL))^3} [15 + 28 \cos(2aL) + 9 \cos(4aL) + (46 \cos(aL) + 19 \cos(3aL) + \cos(5aL)) \operatorname{ch}(3aL) - 2(19 + 28 \cos(2aL) + \cos(4aL)) \sin(aL) \operatorname{sh}(aL) + 4aL \sin(2aL) \operatorname{sh}(aL) (\sin(aL) + \operatorname{sh}(aL)) + 4 \sin(aL) (aL \sin(aL) + aL \operatorname{sh}(aL)) - 11 \cos(aL) - \cos(3aL) \operatorname{sh}(aL)] \quad (4.8)$$

Ввиду громоздкости получающихся соотношений, остановимся далее на варианте, в котором $aL \ll 1$. Тогда для выяснения структуры формул можно использовать разложения функций по малому аргументу. Запишем в этом приближении интересные параметры.

Из (35) максимальное смещение в точке $x = L$ следующее

$$u(L) \approx 6M_0 L^2 / (EBh^3) \quad (4.9)$$

Из (4.9) сразу следует оценка размера концевой зоны отслоения L при условии $u(L) \rightarrow \delta$:

$$L \approx \sqrt{\frac{\delta E h^3 B}{6M_0}} \quad (4.10)$$

Удельная энергия развития отслоения из (4.8) для принятого приближения будет

$$G \approx \frac{6M_0^2}{EB^2 h^3} (4 - 6(aL)^2) \quad (4.11)$$

или, учитывая (4.10):

$$G \approx \frac{24M_0^2}{EB^2 h^3} \left(1 - \frac{\delta}{M_0} \sqrt{3E^* E h^3 B} \right) \quad (4.12)$$

причем функция (4.12) немонотонна.

Минимум $G(M)$ отвечает изгибающему моменту

$$M_0 = \frac{\delta}{2} \sqrt{3E^* E h^3 B} \quad (4.13)$$

С учетом этого обстоятельства (4.12) принимает вид

$$G_{\min} \approx 18\delta^2 E^* / B \quad (4.14)$$

Соответственно, коэффициент интенсивности напряжений принимает вид

$$K_1^{\text{ef}} \approx 3\delta \sqrt{2EE^* / B} \quad (4.15)$$

Рассмотрим влияние кинетики нарушения связей на эффективные свойства соединения при вариации температуры. Заметим при этом, что в приведенной модельной задаче влияние температурного фактора на напряженное состояние во внутренней задаче концевой области отслоения аналогично рассмотренному в предыдущем разделе и может быть учтено дополнительно включением в изгибающий момент составляющей термоупругого изгиба, как это сделано выше.

Для оценки влияния кинетических процессов на свойства соединения воспользуемся моделью накопления повреждений, в которой скорость разрыва связей трактуется как скорость реакции первого порядка, и существует обратная пропорциональность между долговечностью и скоростью разрыва связей [9].

Согласно этой модели, в частности, разрывное напряжение есть функция температуры T и длительности экспозиции под нагрузкой τ . При постоянном напряжении взаимосвязь между параметрами описывается известным уравнением [9]

$$\sigma_b \approx \frac{1}{\gamma} [U_0 - kT \ln(\tau/\tau_0)] \quad (4.16)$$

где γ – структурно чувствительный коэффициент, U_0 – энергия активации процесса разрыва связей, k – постоянная Больцмана, τ_0 – характерное значение долговечности при нулевых условиях ($\tau_0 \sim 10^{-13}$ с).

Если считать, что при постоянной скорости движения разрыва интегральное время экспозиции постоянно, эффективная прочность материала при разрыве зависит при прочих равных условиях только от температуры и может быть оценена по формуле (4.16). Заметим, что при этом скорость движения разрыва должна быть достаточно большой, чтобы изменение температуры по длине концевой области за время продвижения разрыва на эту длину можно было считать пренебрежимо малым.

Сравним при этих условиях прочность соединения при некоторой начальной температуре T_0 и после изменения этой температуры на ΔT :

$$\frac{\sigma_{b1}}{\sigma_{b0}} = 1 - \frac{k\Delta T \ln(\tau/\tau_0)}{U_0 - kT_0 \ln(\tau/\tau_0)} \quad (4.17)$$

Поскольку при неизменных деформационных свойствах

$$\delta_1/\delta_0 \approx \sigma_{b1}/\sigma_{b0} \quad (4.18)$$

из (4.17) и (4.18) следует

$$K_1^{\text{ef}} \approx K_0^{\text{ef}} \left(1 - \frac{k\Delta T \ln(\tau/\tau_0)}{U_0 - kT_0 \ln(\tau/\tau_0)} \right) \quad (4.19)$$

где K_0^{ef} – эффективная трещиностойкость в начальном состоянии.

Изменение эффективной трещиностойкости пропорционально перепаду температур начального и возмущенного состояния, причем повышение температуры снижает трещиностойкость.

Выделим два характерных режима влияния. Если повышение температуры (термудар) происходит по линии склейки, изменение свойств происходит практически синхронно с изменением термоупругого напряженного состояния. При этом оба фактора действуют в сторону ослабления эффективной прочности.

Если же нагрев происходит с поверхности покрытия, повышение температуры на границе склейки (см. формулу (3.5) при $y = h$) запаздывает по отношению к термоупругому изгибу. В результате в этом режиме трещиностойкость в начальный период воздействия повышается за счет влияния термоупругих напряжений, а затем снижается, в том числе из-за ослабления прочности связей. При резком охлаждении последовательность изменения трещиностойкости обратная.

5. Эффект потери устойчивости покрытия. Приведенный выше пример концевой зоны с квазиупругим клеевым слоем позволяет продемонстрировать в плоской задаче еще один механизм влияния нестационарного температурного поля на эффективные характеристики адгезионного соединения. Физическая природа эффекта очень проста: при быстром нагреве покрытия в нем возникает продольное сжатие, которое, в частности, может привести к потере устойчивости этого слоя, а также к его разрушению и локальному отделению от подложки в удаленных от основного отслоения участках. Два последних варианта сценария разрушения, ожидаемые при наиболее интенсивных воздействиях, ограничивают область применения рассматриваемой модели. Здесь остановимся на влиянии потери устойчивости на локальное напряженное состояние и условия предельного равновесия в концевой области магистрального отслоения без нарушения целостности покрытия.

Будем моделировать устойчивость покрытия, связанного с клеевым слоем, устойчивостью упругой балки на винклеровом основании, считая для тонкого покрытия справедливым предположение, что продольная сила, приводящая к потере устойчивости, есть сумма продольных сил, создаваемых термоупругими напряжениями по толщине покрытия. Периодический изгиб балки при запредельном деформировании изменяет поперечные нормальные нагрузки на клеевой слой, что, в свою очередь, изменяет условия предельного равновесия в концевой области отслоения. Периодический характер изменения напряжений в тонком изгибаемом пластическом слое между двумя массивными телами под действием температурных напряжений отмечен в [10].

Получим в соответствии с обозначенной качественной моделью основные соотношения для балки единичной толщины в случае, когда время прогрева мало ($t \leq t_{\max}$), т.е. фронт прогрева не переходит границу раздела.

Средние температурные напряжения по толщине покрытия $\bar{\sigma}_x$ по (3.1) запишутся в виде

$$\bar{\sigma}_x = -\frac{\alpha E \Delta T}{(1-\mu)h} \int_0^h \operatorname{erfc}\left(\frac{y}{2\sqrt{at}}\right) dy = -\frac{\alpha E \Delta T}{(1-\mu)} \left(\operatorname{erfc}\left(\frac{h}{2\sqrt{at}}\right) + \frac{2\sqrt{at}}{\sqrt{\pi h}} \left(1 - \exp\left(-\frac{h^3}{4at}\right)\right) \right) \quad (5.1)$$

Критические напряжения потери устойчивости в балке на упругом (Винклеровском) основании определяются известным соотношением

$$\sigma_{cr} = -\sqrt{kEh/3} \quad (5.2)$$

где k – коэффициент упругого основания. Длина полуволны потери устойчивости равна

$$H = \frac{\pi}{2} \sqrt[4]{\frac{Eh^3}{3k}} \quad (5.3)$$

Если сжимающие напряжения $\bar{\sigma}_x$ превышают $\bar{\sigma}_{cr}$, происходит запредельное деформирование покрытия, возрастает амплитуда изгиба. Оценим этот эффект. Перейдем для удобства к средним деформациям. Разница температурных деформаций и критических деформаций потери устойчивости будет

$$\Delta \varepsilon = \frac{\alpha \Delta T}{(1 - \mu)} \left(\operatorname{erfc} \left(\frac{h}{2\sqrt{at}} \right) + \frac{2\sqrt{at}}{\sqrt{\pi}h} \left(1 - \exp \left(-\frac{h^2}{4at} \right) \right) \right) - \sqrt{\frac{kh}{3E}} \quad (5.4)$$

Будем считать, что эта разница затрачивается на изменение амплитуды волны потери устойчивости, предполагая таким образом продольные нагрузки мало отличающимися от критических. Используя обычную запись формы изгиба при потере устойчивости,

$$y = A \sin \frac{\pi x}{2H} \quad (5.5)$$

где A – амплитуда изгиба, найдем среднюю продольную деформацию, необходимую для замены первоначально прямолинейной формы балки покрытия на синусоидальную

$$\Delta \varepsilon = \frac{l^* - l_0^*}{l_0^*}, \quad l^* = 2 \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 + \left(\frac{\pi A}{H} \cos \frac{\pi x}{2H} \right)^2} dx = 2 \frac{E[-(\pi A/H)^2]}{\pi/H} \quad (5.6)$$

где l^* – длина дуги полуволны потери устойчивости; $l_0^* = H$ – протяженность полуволны потери устойчивости; $E[-(\pi A/H)^2]$ – полный эллиптический интеграл.

Приравняв величину $\Delta \varepsilon$ в (5.4) и (5.6), можно получить оценку амплитуды изгиба A . Для ситуации $\pi A/H > 1$ имеем $E[-(\pi A/H)^2] \rightarrow \pi A/H$. В этом случае получим из (5.4), (5.6):

$$A \approx \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{Eh^3}{3k}} \left(1 - \sqrt{\frac{kh}{3E}} + \frac{\alpha \Delta T}{(1 - \mu)} \left(\operatorname{erfc} \left(\frac{h}{2\sqrt{at}} \right) + \frac{2\sqrt{at}}{\sqrt{\pi}h} \left(1 - \exp \left(-\frac{h^2}{4at} \right) \right) \right) \right) \quad (5.7)$$

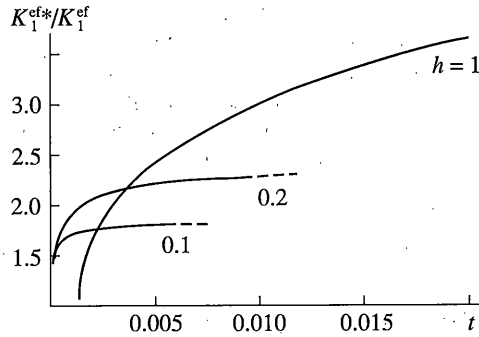
Практически интересен вариант другой асимптотики, когда амплитуда изгиба мала: $A/H \ll 1$. Тогда $E[-(\pi A/H)^2] \sim \pi/2 + m(\pi A/H)^2$, $m \approx 0.39$. В этом приближении из (5.4), (5.6) найдем

$$\frac{A}{H} = \left(\frac{1}{2m\pi} \left(\frac{\alpha \Delta T}{(1 - \mu)} \left(\operatorname{erfc} \left(\frac{h}{2\sqrt{at}} \right) + \frac{2\sqrt{at}}{\sqrt{\pi}h} \left(1 - \exp \left(-\frac{h^2}{4at} \right) \right) \right) - \sqrt{\frac{kh}{3E}} \right) \right)^{1/2} \quad (5.8)$$

Поперечные напряжения на границе с клеевым слоем, вызванные изгибом покрытия, при потере устойчивости (5.5) и (5.7) периодически меняют знак в соответствии с фазой волны:

$$\Delta \sigma_y = k y(x) = -kA \sin(\pi x/(2H) + \psi) \quad (5.9)$$

Вернемся к задаче о концевой области магистрального отслоения. Если начало координат поместить в точке разрыва упругих связей на внутреннем контуре концевой области, то в (5.9) $\psi \approx -\pi/2$. Иными словами, поскольку область разрыва связей является свободным краем в задаче об устойчивости под действием внезапного повышения температуры поверхности покрытия, свободный край покрытия прижат к подложке. В его окрестностях поперечные напряжения отрицательны. Отметим, однако, что из-за краевого эффекта (влияния касательных напряжений) это утверждение справедли-



Фиг. 4

во на расстояниях не ближе, чем порядка толщины покрытия от внутреннего контура концевой области.

В рассматриваемой задаче присутствуют два характерных линейных размера – размер концевой зоны L и длина волны потери устойчивости $2H$. Очевидно, что в зависимости от свойств материалов, толщины покрытия и режима нагружения возможны различные варианты соотношения этих размеров. Если, например $2H < L$, на фронте магистрального отслоения из-за дополнительного сжатия (на впадине волны потери устойчивости) разрушение тормозится, в то же время присутствие в пределах концевой зоны области растяжения (на гребне волны потери устойчивости) делает возможным опережающее отслоение покрытия. Наибольшее повышение эффективной трещиностойкости отслоения будет в случае $2H > L$, когда вся концевая зона попадает в область дополнительного сжатия. Оценку эффекта можно получить, полагая, что эффективная предельная вытяжка клеевого слоя на внутреннем контуре концевой зоны увеличивается на величину максимального прогиба покрытия при потере устойчивости. Учитывая (5.5) и (5.9), запишем

$$\delta^{ef} \approx \delta + \Delta\delta, \quad \Delta\delta \approx A \tag{5.10}$$

где величина A определяется соотношениями (5.7), (5.8), в которых $k \approx E^*/a$, a – эффективная толщина упругого клеевого слоя. Соответственно, из (4.15) и (5.10) найдем для балки единичной ширины

$$K_1^{ef*} \approx 3(\delta + A)\sqrt{2EE^*} \tag{5.11}$$

Пример оценки относительного изменения трещиностойкости для стального покрытия на податливом клеевом слое, рассчитанный по формулам (5.8), (5.11) для покрытий различной толщины h [мм], приведен на фиг. 4. Можно видеть, что потеря устойчивости дает значимый эффект, но для его реализации необходимо экстремальное температурное воздействие.

6. Градиентное покрытие. В заключение коротко остановимся на влиянии вариации свойств покрытия по его толщине. В качестве примера рассмотрим градиентную модель покрытия, в которой его модуль упругости меняется по толщине покрытия по линейному закону

$$E = E_0(1 - ky/h) \tag{6.1}$$

где E_0 – модуль упругости внешнего слоя, y – координата по толщине слоя, отсчитываемая от внешней поверхности, $k < 1$ – коэффициент.

Учтем изменение модуля упругости, заменяя в модельной задаче об изгибе балки (пп. 1 и 2) балку прямоугольного сечения на эквивалентную балку трапецевидного сечения с постоянным по толщине модулем упругости и одинаковым сопротивлением изгибу. Сечение трапецевидной эквивалентной балки высоты h представим состоящим из прямоугольника единичной ширины и двух одинаковых прямоугольных треугольников той же высоты, ширина основания которых с учетом (6.1) выбирается из соотношения

$$b = \frac{k}{2(1-k)} \quad (6.2)$$

Момент инерции сечения эквивалентной балки относительно главной оси, параллельной основанию запишется в виде

$$J = \frac{h^3(k^2 - 6k + 6)}{36(k^2 - 3k + 2)} \quad (6.3)$$

При отсутствии градиента жесткости покрытия ($k = 0$) выражение (6.3) преобразуется в обычную форму записи момента инерции для прямоугольного сечения единичной ширины.

Повторяя вычисления пп. 1 и 2, получим аналогично (2.9) удельную энергию развития отслоения

$$G = \frac{1}{2J}(\sqrt{2qJ\delta} + M_2)^2 \quad (6.4)$$

где величина J определяется из (6.3). Из (6.4) очевидно следует, что при отсутствии термоупругих напряжений, как и в случае $E = \text{const}$, выполняется обычное соотношение модели Дагдейла (2.10). Отметим также, что в рамках рассматриваемого приближения в этом варианте нагружения эффективная трещиностойкость не зависит от направления градиента жесткости покрытия, так как в критерии разрушения (2.3) принимается во внимание только смещение нейтральной оси сечения.

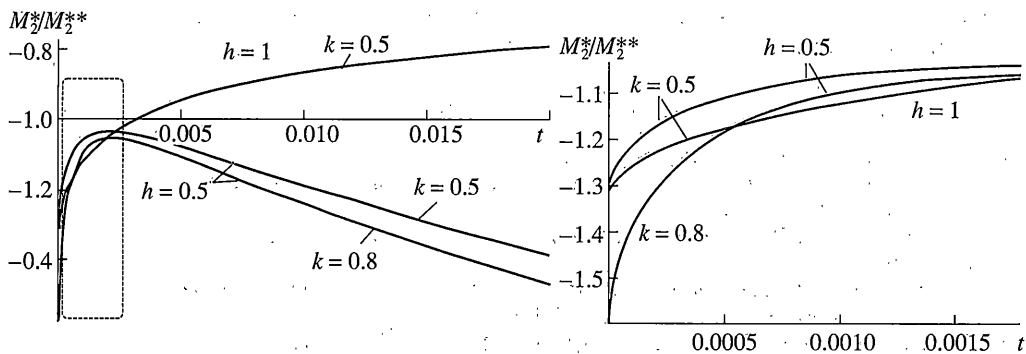
Ситуация меняется при появлении термоупругого возмущения. Пусть по-прежнему это будет термоудар по внешней поверхности покрытия. Для рассматриваемой задачи со свободной поверхностью покрытия, как и в п. 2, изменение локального объема материала при термоударе приводит только к появлению продольных напряжений σ_x . В соответствии с квазистатическим решением задачи нестационарной термоупругости [7] их величина изменится по сравнению с (3.1) пропорционально градиенту модуля упругости

$$\sigma_x = -E_0 \frac{\alpha \Delta T}{1 - \mu} \left(\left(1 - k \frac{y}{h} \right) \operatorname{erfc} \frac{y}{2\sqrt{at}} \right) \quad (6.5)$$

Примем, как и ранее, что теплофизические и деформационные параметры покрытия и подложки одинаковы, а в области отслоения не нарушена теплопроводность среды.

При указанных предположениях термоудар по внешней поверхности приводит к появлению дополнительного изгибающего момента (3.2). В данном случае с учетом (6.5) получим

$$M_2^* = \frac{E_0}{12\sqrt{\pi}(1-\mu)} \left(e^{-h^2/(4at)} \left(2k \frac{\sqrt{at}}{h} (16at + h^2) \right) + \left(-12h\sqrt{at} - 32k \frac{(at)^{3/2}}{h} - \sqrt{\pi}kh^2 + (kh^2 + 6at(2+k))\sqrt{\pi} \operatorname{erf} \left(\frac{h}{2\sqrt{at}} \right) \right) \right) \quad (6.6)$$



Фиг. 5

Подставляя (6.6) в (2.11) и учитывая (6.3), легко найти эффективное значение трещиностойкости соединения, находящегося под влиянием температурного воздействия.

Пусть теперь градиент модуля упругости имеет другой знак, т.е. наружные слои покрытия имеют меньшую жесткость, чем слои на границе с подложкой (вариант, часто встречающийся у покрытий, нанесенных на очень твердые поверхности). Для удобства сравнения предположим, что максимальное и минимальное значения модуля упругости сохраняются, так же как и направление термоудара. Тогда (6.1) и (6.5) преобразуются к виду

$$E = E_0(1 - k + ky/h) \tag{6.7}$$

$$\sigma_x = -E_0 \frac{\alpha \Delta T}{1 - \mu} \left((1 - k + ky/h) \operatorname{erfc} \left(\frac{y}{2\sqrt{at}} \right) \right) \tag{6.8}$$

Момент M_2^{**} , создаваемый термоударом, будет

$$M_2^{**} = \frac{E_0 \alpha \Delta T}{6\sqrt{\pi}(1 - \mu)} \left(e^{-h^2/(4at)} \left(2k \frac{\sqrt{at}}{h} (8at - h^2) \right) + \left(-3h\sqrt{at}(-2 + k) - 16k \frac{(at)^{3/2}}{h} + \sqrt{\pi}kh^2 - (kh^2 + 3at(2 - 3k))\sqrt{\pi} \operatorname{erf} \left(\frac{h}{2\sqrt{at}} \right) \right) \right) \tag{6.9}$$

Поскольку при прочих равных условиях именно вариации момента M_2 определяют изменение характеристик трещиностойкости в соотношениях (2.9), (2.11), отношение величин моментов, полученных по формулам (6.6) и (6.9) для рассматриваемых вариантов градиента свойств, наглядно показывает различие их влияния. Пример расчета отношения моментов для покрытия, теплофизические свойства которого соответствуют стали, а градиенты упругих свойств имеют противоположную направленность, показан на фиг. 5 (обозначения те же, что и на предыдущих фигурах). Можно видеть, что в процессе прогрева это отношение значительно меняется, оставаясь отрицательной величиной. Уменьшение модуля упругости при движении от поверхности к границе раздела при внезапном нагреве создает момент, повышающий эффективное сопротивление распространению отслоения. Градиент упругих свойств противоположного знака уменьшает это сопротивление, причем в пределах времени прогрева покрытия наибольший эффект достигается в начале прогрева (фрагмент рисунка для малых времен прогрева показан справа на фиг. 5), он увеличивается при увеличении градиента модуля упругости (параметра k).

Полученные результаты могут иметь технологические приложения. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 05-01-00191 и 05-08-18207).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Слепян Л.И. Механика трещин. Л.: Судостроение, 1990. 296 с.
2. Ентов В.М., Салганик Р.Л. О балочном приближении в теории трещин // Изв. АН СССР. Механика. 1965. № 5. С. 95–102.
3. Парцевский В.В. Расслоения в полимерных композициях. Обзор // Изв. РАН. МТТ. 2003. № 5. С. 62–94.
4. Гольдштейн Р.В., Осипенко Н.М. Балочное приближение в задачах отслоения тонких покрытий // Изв. РАН. МТТ. 2003. № 5. С. 154–163.
5. Хеллан К. Введение в механику разрушения. М.: Мир, 1998. 364 с.
6. Черепанов Г.П. Механика хрупкого разрушения. М.: Наука, 1974. 640 с.
7. Паркус Г. Неустановившиеся температурные напряжения. М.: Физматгиз, 1963. 252 с.
8. Новацкий В. Вопросы термоупругости. М.: Изд-во АН СССР, 1962. 614 с.
9. Регель В.Р., Слуцкер А.И., Томашевский Э.Е. Кинетическая природа прочности твердых тел. М.: Наука, 1974. 560 с.
10. Cherepanov G.P. On the theory of thermal stresses in a thin bonding layer // J. Appl. Phys. 1995. V. 78. № 11. P. 6826–6832.

Москва

Поступила в редакцию
8.01.2007