

© 2007 г. И.В. ЩЕРБАНЬ

## **ОПТИМАЛЬНАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ УХОДОВ БАЗИСНЫХ НАПРАВЛЕНИЙ ГИРОСКОПИЧЕСКОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА**

Синтезированный метод позволяет осуществлять непрерывную идентификацию скорости уходов гиросtabilизатора в реальном времени коррекции гироскопической навигационной системы на участках управляемого движения КА. Приводятся результаты практического использования метода при идентификации уходов трехстепенного гиросtabilизатора.

Стабильность хранения базисных направлений гироскопической навигационной системой КА гарантируется с заданной точностью лишь в весьма ограниченном интервале времени и характеризуется неконтролируемыми уходами бортового гиросtabilизатора (ГС). Этот недостаток является весьма существенным, имея в виду длительность космических полетов КА, что определяет необходимость периодической коррекции базисных направлений на основе информации бортовых измерителей, работающих с внешними информационными сигналами иной физической природы [1, 2].

На участках свободного полета КА разбалансировка подвесов гироскопов в условиях невесомости не вызывает заметных по величине возмущающих моментов, из-за практически полной разгрузки опор резко снижаются моменты сопротивления, поэтому ухода гироскопов несущественны. Во время же работы двигательной установки гироскопы испытывают действие перегрузок, что обуславливает их неконтролируемые ухода и определяет, соответственно, необходимость выполнения операций коррекции именно в таком режиме полета КА [1].

Современные методы решения задач оптимальной идентификации традиционно используют процедуру расширения вектора состояния модели объекта за счет неизвестных идентифицируемых параметров с последующим оцениванием всего расширенного вектора [2–5]. При подобном подходе существенно увеличивается размерность интегрируемой системы уравнений оценок. Так, в квадратической полиномиальной модели угловой скорости  $\omega$  уходов трехстепенного гиросtabilизатора (ТГС), приведенной в [4], размерность вектора искомого коэффициентов равна 15, а при использовании, например, полиномиальной модели  $\omega$  четвертой степени равна 96. В этих случаях размерности систем дифференциальных уравнений фильтров Калмана равны, соответственно, 189 и 5049. Задачи идентификации относятся к классу обратных задач динамики, являются некорректно поставленными, а трудности, зачастую непреодолимые, практической реализации громоздких фильтров в реальном времени выполнения процедур коррекции общеизвестны [3].

Более того, традиционные алгоритмы построены на основе упрощающего допущения о постоянстве идентифицируемых параметров на интервале наблюдения [3]. Так как коэффициенты модели скорости уходов ГС в общем случае “плывут”, являются медленно меняющимися функциями времени [2], то допущение об их стационарности также недопустимо и снижает потенциальную точность оценивания.

Предлагаемый ниже метод позволяет без использования традиционного приема расширения вектора состояния осуществлять непрерывную идентификацию скорости ух-

дов. ГС в реальном времени коррекции гироскопической навигационной системы на участках управляемого движения КА. Метод основан на использовании концепции обратной задачи теории чувствительности, требует меньших вычислительных затрат в сравнении с методами, основанными на теории оптимального оценивания, и свободен от упрощающего допущения о постоянстве идентифицируемых параметров.

В [4] получена квадратическая модель угловой скорости уходов ТГС в проекциях на оси гироскопической системы координат  $CXYZ$   $\omega = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$ , полностью определяемая идентифицируемым вектором  $(15 \times 1)$  коэффициентов

$$p = [r_x \ r_y \ r_z \ u_x \ u_y \ u_z \ k_{xx} \ k_{xy} \ k_{xz} \ k_{yz} \ k_{yy} \ k_{yz} \ k_{zx} \ k_{zy} \ k_{zz}]^T.$$

при независящих от ускорения и зависящих от ускорения в первой и во второй степенях соответственно ее составляющих:

$$\omega = M_A(t; A)p, \quad A = [a_x \ a_y \ a_z]^T$$

$$M_A = \begin{bmatrix} -a_z & -a_y & a_x & -a_z a_x & a_y a_z & -a_z^2 & 0 & 0 & 0 & a_x^2 & -a_x a_y & a_x a_z \\ a_x & -a_z & -a_y & 0 & 0 & 0 & -a_x a_z & -a_z a_y & -a_z^2 & a_y a_x & a_y^2 & a_y a_z \\ -a_z & -a_y & -a_x & -a_z a_x & a_y a_z & a_z^2 & 0 & 0 & 0 & -a_x^2 & a_x a_y & -a_x a_z \end{bmatrix} \quad (1)$$

где  $A$  – вектор кажущегося ускорения вдоль осей гироскопической системы координат,  $t$  – независимая переменная (время),  $I$  – единичная  $3 \times 3$  матрица.

По условию задачи полагаем составляющие вектора  $p$  медленно меняющимися функциями времени

$$p_i = p_i(t) \quad (i = \overline{1, 15})$$

С учетом (1) и принятых в [4] допущений динамическая модель пространственных уходов ТГС в углах Эйлера–Крылова  $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$  имеет вид

$$\frac{d\alpha}{dt} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_3 & -\sin \alpha_3 & 0 \\ \sin \alpha_3 & \cos \alpha_3 & 0 \\ \sin \alpha_3 \operatorname{tg} \alpha_1 & \cos \alpha_3 \operatorname{tg} \alpha_1 & 1 \end{bmatrix} \omega(t; \alpha) = M(t; \alpha) M_A(t; A) p(t) \quad (2)$$

Кроме того, не нарушая общности последующих рассуждений положим, что за счет работы системы стабилизации на основе измерений неинерциальных блоков навигационной системы КА соответствующие оси связанной с КА СК поддерживаются ортогонально осям орбитальной объектоцентрической вращающейся СК (ОСК) [6] в течение всего временного интервала коррекции. Тогда [6]

$$A(t; \alpha) = M_1(t; \alpha) M_2(i_1, i_2, i_3) A'$$

$$M_1(t; \alpha) = \begin{bmatrix} \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \alpha_3 + \cos \alpha_1 \cos \alpha_3 & \cos \alpha_2 \sin \alpha_3 & \cos \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \alpha_3 - \sin \alpha_1 \cos \alpha_3 \\ \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \alpha_3 - \cos \alpha_1 \sin \alpha_3 & \cos \alpha_2 \cos \alpha_3 & \cos \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \alpha_3 + \sin \alpha_1 \sin \alpha_3 \\ \sin \alpha_1 \cos \alpha_2 & -\sin \alpha_2 & \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

где  $A' = [a_x \ a_y \ a_z]^T$  – известный вектор кажущегося ускорения КА в ОСК;  $g$  – гравитационное ускорение;  $M_2$  – матрица перевода вектора, заданного в орбитальной СК, в вектор в геоцентрической экваториальной инерциальной СК;  $M_1$  – матрица перевода из

инерциальной в гироскопическую СК;  $i_1, i_2, i_3$  – углы, характеризующие пространственное положение орбиты (долгота восходящего угла, наклонение орбиты, аргумент широты перицентра).

Учитывая (2), (3), далее будем использовать следующую динамическую модель уходов ТГС:

$$\dot{\alpha} = M(t; \alpha)M_A(t; \alpha)p(t), \quad \alpha(t_0) = \alpha^0 \quad (4)$$

Для наблюдения пространственных разворотов ТГС будем использовать показания датчиков углов, расположенных по осям карданового подвеса. Тогда модель информационных сигналов наблюдателя  $z$  в рассматриваемом случае имеет вид [3, 4]:

$$z = \alpha(t; p(t)) + \xi_t \quad (5)$$

где  $\xi_t$  – белый гауссовский шум с матожиданием  $\mu_0$  и матрицей интенсивностей  $D_\xi(t)\delta(t - \tau)$ .

Измерения выполняются в текущем времени  $t \in [t_0, t_k]$ , так что имеем вектор фактических измерений  $z''(t) = [\alpha_0''(t) \ \alpha_1''(t) \ \alpha_2''(t)]^T$ .

Окончательно задачу коррекции уходов базисных направлений гироскопической подсистемы сформулируем далее как задачу идентификации по текущим измерениям датчиков углов  $z''(t)$  вектора  $p(t)$  модели (4) в условиях заданного управляемого движения КА, обеспечиваемого неинерциальной частью его навигационной системы.

Поиск оптимальной в смысле максимального правдоподобия текущей оценки вектор-функции  $p(t)$  будем осуществлять из условия минимума следующего локального квадратичного функционала:

$$J = \int_{t_0}^t \{z''(\tau) - \alpha(\tau; p(\tau))\}^T D_\xi^{-1} \{z''(\tau) - \alpha(\tau; p(\tau))\} d\tau \quad (6)$$

Замена верхнего предела интегрирования на текущее время  $t$  для данной формы функционала допустима и не приводит к изменению физического смысла решаемой задачи. Обусловлено это тем, что в силу неотрицательности построенной квадратичной формы обеспечение минимума в любой текущий момент времени  $t \in [t_0, t_k]$  автоматически обеспечивает минимум определенного интеграла на конечном интервале времени [7].

При решении задачи будем использовать калибровочные значения параметров  $p_i^* = \text{const}$ , полученные, например, в результате заводских, приемо-сдаточных испытаний или выполнения предыдущих процедур идентификации. В этом случае значения каждой компоненты вектора  $p(t)$  можно представить следующим образом:  $p_i(t) = p_i^* + \Delta p_i(t)$  ( $i = 1, 2, \dots, 15$ ), где  $\Delta p_i(t)$  – отклонения реальных текущих значений идентифицируемых параметров от их номинальных значений.

При этом физически обоснованным является предположение о малости величин  $\Delta p_i(t)$ , что позволяет представить зависимость вектора состояния  $\alpha$  от вектора параметров  $p$  следующим образом:

$$\alpha(t; p(t)) \approx \alpha(t; p^* + \Delta p(t)) \quad (7)$$

Далее построим аппроксимацию

$$\alpha(t; p^* + \Delta p(t)) = \alpha^*(t; p^*) + M_x(t)\Delta p(t) \quad (8)$$

где матрица чувствительности  $M_x(t)$  является решением следующего матричного  $3 \times 15$  дифференциального уравнения [3]:

$$\frac{dM_x(t; \alpha^*, p^*)}{dt} = \frac{\partial M(t; \alpha^*)}{\partial \alpha} \hat{\oplus} M_A(t; \alpha^*) + M(t; \alpha^*) \frac{\partial M_A(t; \alpha^*)}{\partial \alpha} \hat{\oplus} p^* + M(\alpha^*, t) M_A(\alpha^*, t), \quad \alpha = \alpha^*, \quad p = p^*, \quad M_x(t_0) = 0 \quad (9)$$

где  $\hat{\oplus}$  – введенная в [8] операция произведения блочных матриц.

Базовое решение  $\alpha^*(t; p^*)$  определяется при этом путем интегрирования модели (4) при номинальном векторе параметров  $p^*$ :

$$\alpha^* = M(t; \alpha^*) M_A(t; \alpha^*) p^*, \quad \alpha(t_0) = \alpha^0 \quad (10)$$

Численные исследования показали, что, например, при уровне значений  $\Delta p_i = 0.1 p_i^*$  методические погрешности аппроксимации (7)–(10) углов Эйлера–Крылова на коротких временных интервалах (до 300 с) были незначительными и составляли не более 3% от их реальных значений. Наибольшая из составляющих скорости уходов ТГС пропорциональна ускорению в первой степени и для современных гироскопических систем равна  $\pm 1.5$  град/ч при  $1g$  [2, 9]. Таким образом, за счет неконтролируемых уходов ТГС в течение 300 с максимальные значения углов не превысят 7.5 угл. мин., а погрешности их аппроксимации в абсолютных значениях – 14 угл. сек., что при расчетной точности современных датчиков углов, равной  $\approx 20$  угл. сек. [2, 9], несущественно. Поэтому аппроксимация (7)–(10) для рассматриваемой задачи допустима.

Учитывая (7)–(10), функционал (6) представим следующим образом:

$$J = \int_{t_0}^t (z'' - [\alpha^*(\tau; p^*) + M_x(\tau) \Delta p(\tau)])^T D_\xi^{-1} (z'' - [\alpha^*(\tau; p^*) + M_x(\tau) \Delta p(\tau)]) d\tau = \\ = \int_{t_0}^t (\Delta \alpha(\tau; z'', \alpha^*, p^*) - M_x(\tau) \Delta p(\tau))^T D_\xi^{-1} (\Delta \alpha(\tau; z'', \alpha^*, p^*) - M_x(\tau) \Delta p(\tau)) d\tau \\ \Delta \alpha(t; z'', \alpha^*, p^*) = z''(t) - \alpha^*(t; p^*)$$

Так как сформулированная задача идентификации относится к классу обратных задач динамики и является некорректно поставленной, то в некоторых случаях (например, при неадекватности модели измерительного тракта (5)) может быть нарушено условие идентифицируемости [3]. Поэтому устойчивость решения к помехам в канале наблюдений будем обеспечивать на основе привлечения исходного допущения о близости искомой оценки вектора  $p(t)$  к номинальным значениям  $p^*$ . Тогда вид текущего стабилизирующего функционала, характеризующего отклонения искомых оценок вектора  $p(t)$  от номинальных  $p^*$ , будет следующим:

$$J_c = \int_{t_0}^t \Delta p(\tau)^T M_m \Delta p(\tau) d\tau$$

где  $M_m$  – заданная диагональная  $15 \times 15$  матрица, обеспечивающая согласование размерностей компонент вектора  $p(t)$ .

Так как на текущем интервале идентификации оценка помех в канале наблюдений (5) в пространстве  $L_2[t_0, t]$  [10] известна сверху  $\|\xi(t)\|_{L_2}^2 \leq \sigma_\xi^2$ , где  $\sigma_\xi^2$  – заданное число, то окончательно функционал оптимизации запишем в виде

$$\begin{aligned}
 J &= \int_{t_0}^t (\Delta\alpha - M_x \Delta p)^T D_\xi^{-1} (\Delta\alpha - M_x \Delta p) d\tau + \alpha_c J_c(t) = \\
 &= \int_{t_0}^t \{ (\Delta\alpha - M_x \Delta p)^T D_\xi^{-1} (\Delta\alpha - M_x \Delta p) + \alpha_c \Delta p^T M_m \Delta p \} d\tau
 \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\alpha_c = \alpha_c(\sigma_\xi) > 0$  – параметр регуляризации, выбираемый из интервала  $\alpha_c \in [0, 1]$ .

Как было отмечено, отсутствие операции определенного интегрирования по  $t$  позволяет рассматривать критерий (11) как локальный. При минимизации локального критерия функционал трансформируется в скалярную функцию времени, оптимальность которой обеспечивается в текущий момент времени  $t$  за счет выбора соответствующего вектора  $\Delta p(t)$  [7]. При неотрицательно определенной критериальной функции для обеспечения её минимального значения в каждый момент времени достаточно, чтобы её производная по времени, взятая с обратным знаком, имела максимум. В силу неизбежности положительной определенности подынтегральных функций обобщенного квадратичного функционала (11) названное условие может быть записано в следующем виде:

$$\min_{\Delta p(t)} \{ J(t) \} = \max_{\Delta p(t)} \left\{ -\frac{dJ(t)}{dt} \right\}$$

или, выполнив дифференцирование по  $t$ , в виде

$$\max_{\Delta p(t)} \langle -(\Delta\alpha(t) - M_x(t)\Delta p(t))^T D_\xi^{-1} (\Delta\alpha(t) - M_x(t)\Delta p(t)) - \alpha_c \Delta p^T(t) M_m \Delta p(t) \rangle$$

Из необходимого условия наличия экстремума последнего получаем следующее векторное алгебраическое уравнение для определения текущей вектор-функции  $\Delta p(t)$  по текущим наблюдениям  $z^u(t)$ :

$$M_x(t)^T D_\xi (\Delta\alpha(t) - M_x(t)\Delta p(t)) - \alpha_c M_m \Delta p(t) = 0$$

откуда будем иметь

$$\Delta p(t) = \langle M_x(t)^T D_\xi (t)^{-1} M_x(t) + \alpha_c M_m \rangle^{-1} M_m(t)^T D_\xi(t)^{-1} [z^u(t) - \alpha^*(t); p^*] \quad (12)$$

Размерность интегрируемой при реализации предложенного алгоритма системы дифференциальных уравнений (9), (10) равна 48, что в  $\approx 4$  раза меньше размерности системы дифференциальных уравнений обобщенного фильтра Калмана. При использовании более точной полиномиальной модели  $\omega$  четвертой степени размерности систем равны, соответственно, 291 и 5049 (выигрыш в  $\approx 17$  раз). Кроме того, дифференциальные уравнения (9) и (10) могут интегрироваться заблаговременно, до выполнения процедуры идентификации, а  $M_x(t)$  и  $\alpha^*(t)$  – хранится в бортовых запоминающих устройствах (ЗУ). В этом случае существенно увеличивается требуемый объем ЗУ, но, с другой стороны, решение уравнения (12) легко может быть реализовано бортовыми вычислителями в реальном масштабе времени получения измерений  $z^u(t)$ . Таким образом, рассмотренный метод позволяет осуществлять непрерывную идентификацию скорости уходов бортового гиросtabilизатора в реальном времени коррекции гироскопической навигационной системы на участках управляемого движения КА.

С целью исследования возможностей практического использования разработанного метода был проведен следующий эксперимент. Использовался трехстепенной гиросtabilизатор, установленный на наклонно-поворотном столе. Параллельно с разработанной процедурой идентификации выполнялись штатные калибровки с использованием высокоточной оптической аппаратуры.

Таким образом, при проведении эксперимента вектор кажущегося ускорения  $A'$  задавался в астрономической СК и был равен  $A' = [0 -g 0]^T$  (моделью Земли приняли шар с равномерно распределенной массой), а вместо матрицы  $M_2$  использовалась матрица  $M_3(t; \Omega, \varphi, \lambda)$  перевода из астрономической в инерциальную СК [6], где  $\Omega$  – угловая скорость вращения Земли;  $\varphi, \lambda$  – геодезические координаты ТГС.

Матрица масштабирования  $M_m$  задавалась равной

$$M_m = \begin{vmatrix} I_{3 \times 3} & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 \cdot I_{3 \times 3} & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 \cdot I_{9 \times 9} \end{vmatrix}$$

где  $I_{j \times j}$  – единичные  $j \times j$  ( $j = 3, 9$ ) матрицы.

Проведенные испытания показали, что идентифицируемые компоненты вектора  $p$  изменялись в течение всего интервала работы прибора. Например, вариации  $\Delta u_X(t)$ ,  $\Delta u_Z(t)$  колебались в пределах от 4% до 10% от их номинальных значений  $u_X^*, u_Z^*$ .

Точность идентификации на основе предложенного подхода, в сравнении со штатным методом, оказалась ниже. Так, относительные погрешности оценивания скорости уходов ТГС на основе традиционной методики составляли около 2% от их действительных значений, а при использовании разработанного подхода – порядка 5%. Погрешности идентификации на основе разработанного подхода были обусловлены погрешностями приемо-преобразующего измерительного тракта и принятыми допущениями о модели Земли. Следует отметить, что при качественной, в заводских условиях, технической подготовке реализации сформированного алгоритма эти погрешности, естественно, могут быть значительно снижены, что позволит обеспечить требуемую точность.

Но, в отличие от штатного, синтезированный метод позволил выполнить процедуру идентификации вектор-функции  $\Delta p(t)$  в текущем времени функционирования ТГС. Дискретность решения задачи идентификации при этом задавалась равной 5с. При необходимости этот временной показатель мог быть сокращен, как минимум, в 5 раз.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иванов Н.М., Дмитриевский А.А., Лысенко Л.Н. Баллистика и навигация космических аппаратов. М.: Машиностроение, 1986. 296 с.
2. Степанов О.А., Кошаев Д.А. Исследование методов решения задачи ориентации с использованием спутниковых систем // Гироскопия и навигация. 1999. № 2 (25). С. 30–55.
3. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А. Красовского. М.: Наука, 1987. 711 с.
4. Погорелов В.А., Гусарин С.А. Определение параметров модели собственных уходов гиросtabilизированной платформы на основе информационных критериев // Космич. исследования. 2003. Т. 41. № 5. С. 506–513.
5. Соколов С.В., Шербань И.В. Оптимальное автономное оценивание навигационных параметров спускаемого космического аппарата // Космич. исследования. 1997. Т. 35. № 2. С. 172–177.
6. Аппазов Р.Ф., Сытин О.Г. Методы проектирования траекторий носителей и спутников Земли. М.: Наука, 1987. 440 с.
7. Казаков И.Е. Статистическая теория систем управления в пространстве состояний. М.: Наука, 1975. 432 с.
8. Чернов А.А., Ястребов В.Д. Метод оценки возмущений в алгоритмах решения навигационных задач // Космич. исследования. 1984. Т. 22. № 3. С. 361–368.
9. Помыкаев И.И., Селезнев В.П., Дмитроченко Л.А. Навигационные приборы и системы. М.: Машиностроение, 1983. 455 с.
10. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986. 287 с.