МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 6 • 2006

УДК 539.3

© 2006 г. А.А. ГРУЗДКОВ, Н.Ф. МОРОЗОВ, Ю.В. ПЕТРОВ

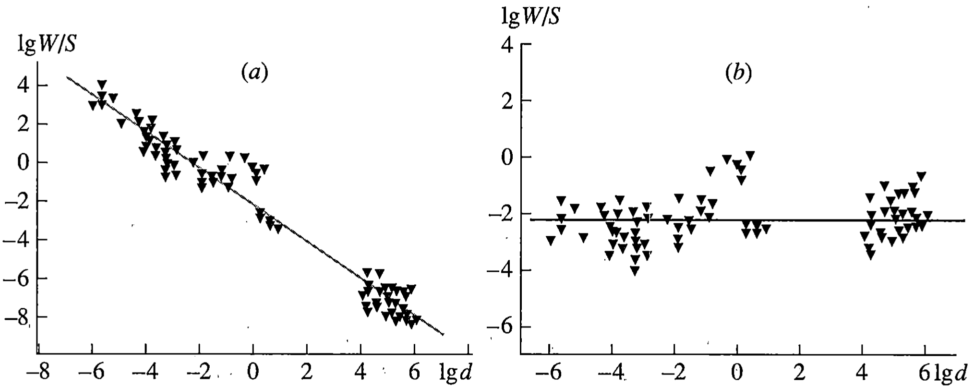
ПРИНЦИП РАВНОЙ МОЩНОСТИ ПРИ МНОГОУРОВНЕВОМ ДИНАМИЧЕСКОМ РАЗРУШЕНИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Динамическое разрушение сплошных сред – это неравновесный процесс, происходящий на различных структурно масштабных уровнях как в пространстве, так и во времени. Эксперименты по динамическому разрушению твердых тел демонстрируют целый ряд эффектов, принципиально противоречащих классическим моделям прочности и трещиностойкости [1–3]. В соответствующих классических критериях предполагается, что в процессе динамического разрыва материала энергия и импульс, идущие на образование новых поверхностей и областей разрушения, расходуются непрерывным образом. В [1] показано, что введение физической дискретности (наряду с пространственно-геометрической, обсуждавшейся в [4–6]), т.е. дискретного потребления энергии и импульса, необходимых для поддержания процесса динамического разрыва, позволяет разрешить ряд противоречий классической теории. Сходные идеи несколько позднее также были высказаны в [7]. Такой подход, соответствующий, по сути дела, учету дискретности пространственно-временной метрики процесса динамического разрыва сплошных сред [8], позволяет построить обобщение линейной механики разрушения на динамические задачи [9, 10]. Принципиальным отличием этого подхода от других является явное введение понятия инкубационного периода (характерного времени релаксации процесса "предразрушения" [9]), представляющего собой масштабный параметр на временной шкале, а также соответствующего предельного условия (критерия) разрыва сплошной среды на данном масштабном уровне, учитывающего как пространственно-временную структуру, так и физическую (энергетическую) дискретность процесса разрушения.

В данной работе показано, что динамическое разрушение материалов на различных структурно-масштабных уровнях может быть охарактеризовано постоянством "средней мощности", представляющей собой отношение характерной энергии, затрачиваемой на разрушение структурного элемента на данном масштабном уровне, к соответствующему инкубационному периоду, определяемому "квантом разрушения". Предложен общий принцип равной мощности разрушения подсистем, который также может быть использован при моделировании различных переходных процессов в механике и физике.

1. Статическое нагружение. Рассмотрим медленное одноосное растяжение образца из упругого хрупкого материала. При достаточно медленном изменении нагрузки (когда кинетической энергией можно пренебречь) в образце устанавливается однородное напряженное состояние. Многочисленные экспериментальные данные для разных материалов в этом случае хорошо описываются силовым критерием разрушения:

$$\sigma \le \sigma_C \tag{1}$$



Разрушение наступает в момент достижения напряжением σ критического значения σ_C – предела прочности. Для линейно-упругого материала предельная удельная (на единицу объема) упругая энергия выражается зависимостью

$$W_{SP} = \sigma_C^2/(2E) \tag{2}$$

где E – модель Юнга. Критическое значение удельной энергии является характеристикой прочности материала. Представляется очевидным, что разрушение требует затрат энергии, поскольку совершается работа по разрыву элементарных связей, и представляется естественным использовать в качестве определяющей характеристики величину совершаемой работы (т.е. затрачиваемой на разрушение энергии). В случае перегруженного материала отношение энергии к объему разрушенного образца обнаруживает очень сильный масштабный эффект. На фигуре (*a*) представлены данные об удельной (на единицу объема) затрате энергии при разрушении горных пород в зависимости от характерного размера фрагментов [11]. Приведенные данные хорошо описываются зависимостью

$$\lg(W/V) + \lg d = \mathrm{const}$$

Учитывая, что объем пропорционален кубу линейного размера, получаем, что затраченная энергия W пропорциональна d^2, т.е. определятся площадью образующейся поверхности. Это хорошо видно на фигуре (*b*), где на основе тех же данных приведена зависимость энергии, отнесенной к единичной площади, от линейного размера.

Таким образом, если разрушение происходит в результате образования новых поверхностей, отношение накопленной упругой энергии к площади образующейся поверхности достигает критического значения. Заметим, что соответствующий постулат лежит в основе теории Гриффитса, согласно которой рост трещины будет происходить при выполнении условия превращения накопленной в результате деформирования внутренней энергии в энергию образующихся новых поверхностей:

$$dG/dS = 2\gamma \tag{3}$$

где γ – константа Гриффитса – удельная (на единицу площади) энергия образования новой поверхности. Все приведенные критерии хорошо зарекомендовали себя при анализе экспериментальных данных в случае достаточно медленного нагружения. Кажущееся противоречие между критериями (2) и (3) объясняется следующим образом. С одной стороны, разрушение не является локальным процессом (необходимая для разрушения энергия не сосредоточена в точке), а с другой стороны в процессе участвует не вся энергия, накопленная в образце, а только та ее часть, которая сосредоточена в некоторой области, примыкающей к зоне разрушения. Пусть S – площадь образующейся при разрушении поверхности, тогда энергия, затрачиваемая на разрушение, исходя из (2) и (3) может быть представлена следующим образом:

$$G_0 = \gamma S = W_{SP}S\delta = \sigma_C^2 S\delta/(2E) \tag{4}$$

где δ – характерный линейный размер области, вовлеченной в процесс разрушения. Из (4) получаем $\gamma = W_{SP}\delta$. В случае трещины, нагружаемой по моде 1, критическая поверхностная энергия разрушения выражается через критический коэффициент интенсивности напряжений по формуле $\gamma = (2/\pi)K_{IC}^2/(2E)$. Тогда характерный размер разрушения может быть выражен через известные характеристики материала:

$$\delta = \frac{2}{\pi}\left(\frac{K_{IC}}{\sigma_C}\right)^2$$

Величина δ может характеризовать характерный размер фрагмента при квазистатическом разрушении. Заметим, что из соотношения (4) вытекает некорректность испытаний на разрушение (на данном масштабном уровне) образцов с размерами много меньшими критического, поскольку в них не может быть накоплено достаточно энергии. Отметим, что схожие выводы приводятся в работах других авторов (см., например, [12, 13]).

2. Динамическое нагружение. Многочисленные экспериментальные данные указывают, что в случае нагружения малой длительности критерий (1) становится неприменимым, поскольку с уменьшением длительности нагрузки критическое разрушающее напряжение существенно возрастает и зависит от истории нагружения. Нет оснований считать, что останутся неизменными и другие характеристики статического разрушения – δ и γ.

Рассмотрим случай, когда упругая энергия в образце существенно больше локальной кинетической энергии, т.е. кинетической энергии, связанной со смещением точек образца относительно друг друга. Заметим, что локальная кинетическая энергия оказывается доминирующей или для образцов больших размеров, или для очень высоких скоростей деформации. Рассмотрим случай, когда с "точки зрения" материала нагружение является быстрым, а с "точки зрения" образца (конструкции) – медленным (статическим) [14]. Разрушение материала в этом случае определяется не только силовым, но и временным фактором, характерным временем инкубационных процессов в структуре материала τ. В качестве критерия разрушения мы будем использовать критерий инкубационного времени [1–3, 8–10].

Предположим, что к образцу внезапно приложена нагрузка в виде постоянного растягивающего напряжения $\sigma(t) = PH(t)$, превышающего статический предел прочности, здесь $H(t)$ – функция Хевисайда. Разрушение произойдет не мгновенно, а через некоторое время t_*, которое определяется из критерия инкубационного времени, т.е. равенства импульса, приложенного в течение инкубационного периода τ, минимальному разрушающему импульсу:

$$\int_{t_*-\tau}^{t_*} \sigma(t)dt = \sigma_C\tau \tag{5}$$

Из соотношения (5) имеем $t_* = \sigma_C\tau/P$. Удельная упругая энергия в зоне разрушения определяется соотношением $\tilde{W}_{SP} = P^2/(2E)$, откуда получаем

$$\tilde{W}_{SP} = \sigma_C^2\tau^2/2Et_*^2 \tag{6}$$

Для определения энергии, уходящей на разрушение, необходимо знать характерный размер δ_*. Учитывая, что скорость передачи упругой энергии конечна и совпадает со скоростью упругой волны c, положим $\delta_* = ct_*$ [13, 15]. При $P = \sigma_c$ время до разрушения t_* совпадает с инкубационным временем τ. Обозначим характерный размер разрушения в этом случае $\delta_0 = c\tau$. Очевидно, что

$$\frac{\delta_*}{\delta_0} = \frac{t_*}{\tau}, \quad \delta_* = \frac{\delta_0 t_*}{\tau} \tag{7}$$

С учетом (7) выражение для удельной упругой энергии перепишем в виде

$$\tilde{W}_{SP} = \frac{\sigma_C^2}{2E}\left(\frac{\delta_0}{\delta_*}\right)^2 = W_{SP}\left(\frac{\delta_0}{\delta_*}\right)^2 \tag{8}$$

Чтобы найти величину энергии, затрачиваемой на разрушение, умножим удельную энергию на характерный объем области разрушения, который, очевидно, пропорционален δ_*^3: $G = \tilde{W}_{SP}\delta_*^3 = W_{SP}\delta_0^2\,\delta_*$. Окончательно, с учетом (7) получим $G = W_{SP}\delta_0^3\, t_*/\tau$. Поделив обе части последнего соотношения на время до разрушения, получим выражение для мощности, т.е. скорости высвобождения упругой энергии:

$$\frac{G}{t_*} = \frac{W_{SP}\delta_0^3}{\tau} = \frac{G_0}{\tau} \tag{9}$$

Из соотношения (9) вытекает, что в условиях динамического нагружения непосредственно на разрушение расходуется меньше энергии, чем в квазистатическом случае. Однако, переходя к удельной на единицу площади энергии, имеем $G/t_* = \tilde{\gamma}\delta_*^2/t_* = G_0/\tau = \gamma\delta_0^2/\tau$, что с учетом (7) дает

$$\tilde{\gamma} = \tau\gamma/t_*$$

Полученное соотношение показывает, что с уменьшением длительности приложения нагрузки происходит существенное возрастание удельной поверхностной энергии разрушения. Заметим, что этот результат имеет экспериментальное подтверждение. В работе [15] приводятся результаты оценки константы Гриффитса в опытах по инициированию роста трещины в образцах из полиметилметакрилата (ПММА) и сферопластика импульсами давления с длительностями микросекундного диапазона. Для обоих материалов было обнаружено существенное (на порядок) увеличение этой величины.

3. Принцип равных мощностей. Таким образом, отношение энергии, затрачиваемой на разрушение, к времени до разрушения, т.е. средняя мощность, остается постоянным для любой величины приложенного напряжения, превышающей пороговый уровень в статике. Пусть $\gamma = W_{SP}\delta$ – энергия образования новой поверхности для нагрузки равной по величине статическому пределу прочности на данном масштабном уровне. Предположим, что материал характеризуется предельным значением плотности энергии деформации W_{SP} одинаковым для всех масштабных уровней. Данное предположение, тем не менее, не противоречит возможности изменения прочности и деформационных характеристик материала при переходе с одного масштабного уровня на другой.

Допустим, что разрушением материала мы считаем появление в нем дефекта с характерным размером δ_1. Этому процессу соответствует инкубационное время $\tau_1 = \delta_1/c$. Легко видеть, что удельная мощность в этом случае остается такой же, как и при выборе в качестве характерного масштаба разрушения величины δ_0. Действительно, учитывая $\delta_1/\tau_1 = \delta_0/\tau = c$, из (9) получаем

$$\frac{G_0}{\tau} = \frac{W_{SP}\delta_0^3}{\tau} = \frac{W_{SP}\delta_1^3\tau^2}{\tau_1^3} = \frac{G_1}{\tau_1}\left(\frac{\tau}{\tau_1}\right)^2 = \frac{G_1}{\tau_1}\left(\frac{\delta_0}{\delta_1}\right)^2$$

Вводя характерную площадь поверхности разрушения равенством $S_k = \delta_k^2$, имеем равенство удельных мощностей $G_0/(\tau S_0) = G_1/(\tau_1 S_1)$, или

$$\gamma_0/\tau = \gamma_1/\tau_1 \tag{10}$$

Окончательно получаем, что разрушение на разных масштабных уровнях (или подсистем, соответствующих данной точке сплошной среды) может быть охарактеризовано принципом равных мощностей:

$$\frac{Q_1}{\tau_1} = \frac{Q_2}{\tau_2} = \ldots = \frac{Q_i}{\tau_i} = \ldots = \text{const} \tag{11}$$

где Q_i – характерная энергия "активации" процесса разрушения, а τ_i – инкубационное время на i-м масштабном уровне. Проведенные рассуждения показывают, что, в случае разрушения путем образования трещин, в качестве Q_i может рассматриваться удельная поверхностная энергия разрушения на данном i-м масштабном уровне. Ранее в [16] был предложен частный вариант соотношения (11) в виде

$$Q/\tau = kT/\tau_0 \tag{12}$$

где $k = 1.3807 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана, T – температура, $\tau_0 \approx 10^{-13}$ с – период валентных колебаний атомов в твердом теле (период "элементарной флуктуации"). Как известно, kT – это энергия колебательной степени свободы в равновесном состоянии. Такое количество энергии необходимо затратить, чтобы разрушить элементарную связь – связь между двумя атомами. Величина Q интерпретировалась как элементарная порция энергии, необходимая для разрушения структурной ячейки на данном масштабном уровне. На основе соотношения (12) и критерия инкубационного времени (5) в [16] было дано объяснение температурной зависимости откольной прочности и аномальным температурам плавления при отколе [17], а также проведены соответствующие расчеты, показавшие хорошее согласие с экспериментом.

Предлагаемый принцип равных мощностей может служить как инструментом моделирования динамических процессов разрушения и фазовых переходов на различных структурно-масштабных уровнях, так и эффективным средством анализа переходных (неравновесных) процессов в механике и физике сплошных сред.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (03-01-39010, 05-01-01068, 03-01-00721) и программы Президиума РАН "Исследование вещества в экстремальных условиях".

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Петров Ю.В.* О "квантовой" природе динамического разрушения хрупких сред // Докл. АН. 1991. Т. 321. № 1. С. 66–68.
2. *Морозов Н.Ф., Петров Ю.В.* Динамическая вязкость разрушения в задачах инициирования роста трещин // Изв. РАН. МТТ. 1990. № 6. С. 108–111.
3. *Морозов Н.Ф., Петров Ю.В.* О концепции структурного времени в теории динамического разрушения хрупких материалов // Докл. АН. 1992. Т. 324. № 5. С. 964–967.

4. *Новожилов В.В.* О необходимом и достаточном критерии хрупкой прочности // ПММ. 1969. Т. 33. Вып. 2. С. 212–222.
5. *Садовский М.А., Писаренко В.Ф., Родионов В.Н.* От сейсмологии к геомеханике. О модели геофизической среды // Вестн. АН. 1983. № 1. С. 82–88.
6. *Шемякин Е.И.* // Докл. АН. 1988. Т. 300. № 5. С. 1090–1094.
7. *Хон Ю.А., Панин В.Е.* Сильновозбужденные состояния и зарождение дефектов в зонах концентраторов напряжений // Физика твердого тела. 1996. Т. 38. № 6. С. 1767–1774.
8. *Петров Ю.В.* Квантовая аналогия в механике разрушения твердых тел // Физика твердого тела. 1996. Т. 38. № 11. С. 3385–3393.
9. *Петров Ю.В.* "Квантовая" макромеханика динамического разрушения твердых тел. ИПМаш РАН. Препринт № 139. Санкт-Петербург, 1996. 51 с.
10. *Morozov N., Petrov Y.* Dynamics of Fracture. Berlin–Heidelberg–New York: Springer, 2000.
11. *Бовенко В.Н., Горобец Л.Ж.* Масштабный эффект при быстром разрушении твердых тел // Проблемы прочности. 1987. № 1. Р. 92–94.
12. *Иванов А.Г.* Динамическое разрушение и масштабные эффекты // Прикладная механика и техническая физика. 1994. № 3. С. 116–131.
13. *Огородников В.А., Иванов А.Г.* О временной зависимости энергии разрушения металлов при отколе // Физика горения и взрыва. 2001. Т. 37. № 1. С. 133–136.
14. *Морозов Н.Ф., Петров Ю.В.* "Квантовая" природа и двойственный характер динамики разрушения твердых тел // Докл. АН. 2002. Т. 382. № 2. С. 206–209.
15. *Братов В.А., Груздков А.А., Кривошеев С.И., Петров Ю.В.* Об энергетическом балансе при инициировании роста трещины в условиях импульсного нагружения // Докл. АН. 2004. Т. 396. № 3. С. 345–348.
16. *Петров Ю.В., Ситникова Е.В.* Эффект аномальных температур плавления при ударно-волновом нагружении // Докл. АН. 2005. Т. 400. № 4.
17. *Каннель Г.И., Разоренов С.В.* Аномалии температурных зависимостей объемной и сдвиговой прочности монокристаллов алюминия в субмикросекундном диапазоне // Физика твердого тела. 2001. Т. 43. № 5. С. 839–845.

С.-Петербург

Поступила в редакцию
15.09.2006