

## **ОБ ИССЛЕДОВАНИИ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ И ХАРАКТЕРИСТИК ШАГОВОГО ПЬЕЗОПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ**

Рассмотрены характеристики составного пьезофиксатора и центрально-составного пьезопреобразователя шагового пьезопреобразователя. Определено влияние геометрических и физических параметров составного пьезопреобразователя и внешней нагрузки на его статические и динамические характеристики. Получены передаточные функции составного пьезопреобразователя как электромеханической системы с распределенными или сосредоточенными параметрами. Получены статические и динамические характеристики шагового пьезопреобразователя.

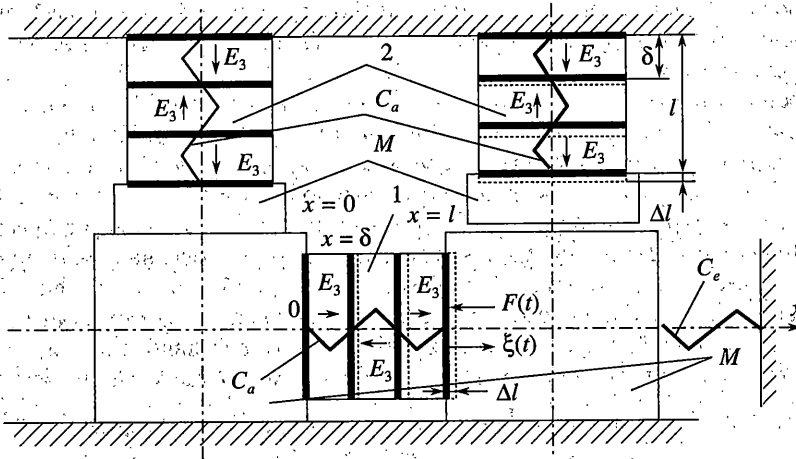
**1. Введение. Постановка задачи.** Использование пьезопреобразователя наноперемещений перспективно для прецизионного совмещения, компенсации температурных и гравитационных деформаций, для коррекции волнового фронта при атмосферной турбулентности [1, 2]. Пьезопреобразователь (пьезодвигатель наноперемещений, пьезоактюатор) работает на основе обратного пьезоэффекта, в котором эффект перемещения достигается за счет деформации пьезопреобразователя в диапазоне от единиц нанометров до единиц микрометров с погрешностью до десятых долей нанометра при приложении внешнего электрического напряжения. Увеличение диапазона перемещения пьезопривода до десятков микрометров достигается за счет использования составного пьезопреобразователя.

Дальнейшее расширение диапазона перемещения до миллиметров с погрешностью позиционирования порядка десятых долей нанометра достигается при применении шагового пьезопреобразователя.

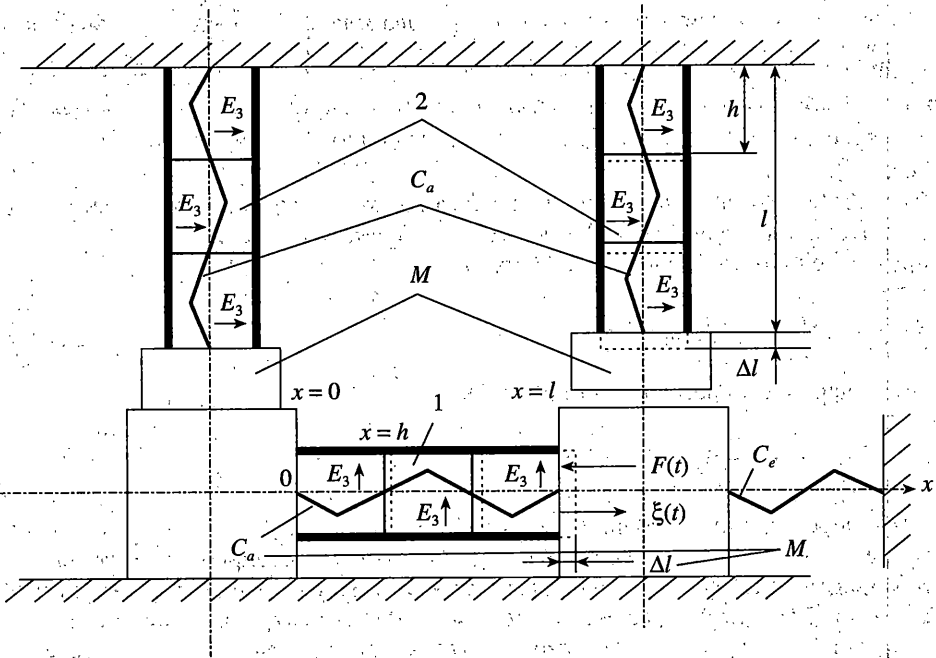
Шаговые пьезопреобразователи находят широкое применение в точном машиностроении, энергетике, микроэлектронике, нанотехнологии и нанобиологии для прецизионного перемещения объектов управления с шагом от нанометров до десятков микрометров в диапазоне от нанометров до миллиметров [1]. Проблема расчета деформации исполнительного составного пьезопреобразователя и определения статических и динамических характеристик шагового пьезопреобразователя как электромеханической системы с сосредоточенными или распределенными параметрами [3–6] в зависимости от параметров пьезопреобразователя и нагрузки является актуальной для механики таких систем.

Пьезопреобразователь является электроупругим твердым телом – исполнительным устройством прецизионной электромеханической системы управления, поэтому для расчета его характеристик необходимо использовать методы и терминологию механики, электродинамики и теории автоматического управления.

**2. Статические характеристики центрального составного пьезопреобразователя и составного пьезофиксатора.** Кинематические схемы для двух вариантов шагового пьезопреобразователя при продольном пьезоэффекте, когда направление деформации совпадает с направлением напряженности электрического поля, приведены на фиг. 1 и при поперечном пьезоэффекте, когда направление деформации перпендикулярно направлению напряженности электрического поля, соответственно на фиг. 2.



Фиг. 1



Фиг. 2

Центральный пьезопреобразователь 1 шагового пьезопреобразователя при циклическом подключении напряжения противоположной полярности расширяется и сжимается при поочередном удержании за счет трения скольжения пьезофиксаторами 2 торцов центрального пьезопреобразователя 1 соответственно рабочей циклограмме. Реверс шагового пьезопреобразователя осуществляется изменением на противоположную полярность напряжения, подаваемого на центральный пьезопреобразователь.

При зафиксированном одним торцом центральном пьезопреобразователе 1, его деформация зависит от электрического напряжения, механической нагрузки, геометрических и физических параметров.

Для прецизионного позиционирования используются режимы работы шагового пьезопреобразователя с единичными и многократными шагами. При единичном шаге осуществляется перемещение объекта управления, находящегося под механической нагрузкой, причем при  $t \rightarrow \infty$  в единичном шаге получаем статические режимы позиционирования центрального пьезопреобразователя и удержания пьезофиксатора.

Пьезофиксаторы 2 располагаются перпендикулярно к оси направляющих и центрального пьезопреобразователя 1 шагового пьезопреобразователя (фиг. 1, 2), причем диапазон перемещения пьезофиксатора 2 превышает зазор между пьезофиксатором 2 и направляющей. Характеристики центрального составного пьезопреобразователя и составного пьезофиксатора [7, 8] получаем соответственно из уравнения обратного продольного пьезоэффекта  $S_3 = d_{33}E_3 + s_{33}^E T_3$  или из уравнения обратного поперечного пьезоэффекта  $S_1 = d_{31}E_3 + s_{11}^E T_1$ , где  $S_3, S_1$  – относительные деформации составного пьезопреобразователя по осям 3 и 1;  $d_{33}, d_{31}$  – пьезомодули при продольном и поперечном пьезоэффекте;  $E_3 = U/\delta$  – напряженность электрического поля по оси 3;  $U$  – напряжение на составном пьезопреобразователе;  $\delta, h$  – толщина и высота пьезопластины в составном пьезопреобразователе;  $s_{33}^E, s_{11}^E$  – упругие податливости по осям 3 и 1 при измерениях с замкнутыми электродами или  $E = const$ ;  $T_3 = F/S_0, T_1$  – механические напряжения по осям 3 и 1;  $S_0$  – поперечное сечение пьезопреобразователя,  $F$  – сила.

Следовательно, получаем уравнение статической характеристики составного пьезофиксатора и центрального составного пьезопреобразователя при продольном пьезоэффекте (фиг. 1):

$$\Delta l = d_{33}nU + s_{33}^E F l / S_0, \quad l = n\delta$$

при поперечном пьезоэффекте (фиг. 2):

$$\Delta l = d_{31}(l/\delta)U + s_{11}^E F l / S_0, \quad l = nh$$

где  $\Delta l$  – перемещение составного пьезопреобразователя,  $l$  – длина составного пьезопреобразователя,  $n$  – число пьезопластин в составном пьезопреобразователе.

**3. Передаточные функции пьезофиксатора и центрального составного пьезопреобразователя.** Рассмотрим различные режимы работы центрального составного пьезопреобразователя и составного пьезофиксатора шагового пьезопреобразователя.

При расчете пьезопреобразователей используется волновое уравнение [2, 8], описывающее распространение волны в длинной линии с затуханием без искажений

$$[1/(c^E)^2] \partial^2 \xi(x, t) / \partial t^2 + (2\alpha/c^E) \partial \xi(x, t) / \partial t + \alpha^2 \xi(x, t) = \partial^2 \xi(x, t) / \partial x^2$$

где  $\xi(x, t)$  – смещение сечения пьезопреобразователя;  $x$  – координата,  $t$  – время;  $c^E$  – скорость звука при  $E = const$ ;  $\alpha$  – коэффициент затухания волны, учитывающий затухание колебаний из-за рассеивания энергии на тепловые потери при распространении волны в пьезопреобразователе.

Для пьезопреобразователя с закрепленным торцом при продольном пьезоэффекте для  $x = 0$  имеем  $\xi(x, t) = 0$  и при инерционной нагрузке на пьезопреобразователь для  $x = l$  получаем уравнение сил, действующих на торце пьезопреобразователя, в виде:

$$T_3 S_0 = -M \partial^2 \xi(x, t) / \partial t^2$$

где  $M$  – перемещаемая масса нагрузки.

Введем преобразованием Лапласа

$$\Xi(x, p) = L\{\xi(x, t)\} = \int_0^{\infty} \xi(x, t) e^{-pt} dt$$

где  $p$  – параметр преобразования Лапласа.

Соответственно при  $x = l$  преобразование Лапласа выражения перемещения торца пьезопреобразователя (фиг. 1, 2) имеем вид

$$\Xi(p) = L\{\xi, t\} = \int_0^{\infty} \xi(t) e^{-pt} dt$$

В результате преобразования волнового уравнения получим линейное обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка с параметром  $p$  в виде

$$\frac{d^2 \Xi(x, p)}{dx^2} - \left[ \frac{1}{(c^E)^2} p^2 + \frac{2\alpha}{c^E} p + \alpha^2 \right] \Xi(x, p) = 0$$

Следовательно из уравнения обратного пьезоэффекта с учетом действующих сил на торце пьезопреобразователя получаем

$$\left. \frac{d\Xi(x, p)}{dx} \right|_{x=l} = d_{33} E_3(p) - \frac{s_{33}^E M p^2 \Xi(p)}{S_0}$$

где  $\Xi(p)$ ,  $\Xi(x, p)$  – преобразования Лапласа перемещения торца пьезопреобразователя и перемещения сечения пьезопреобразователя при нулевых начальных условиях. Учитывая, что один торец пьезопреобразователя жестко закреплен при  $x = 0$  получаем выражения

$$\Xi(x, p) = \frac{\Xi(p) \operatorname{sh}(x\gamma)}{\operatorname{sh}(l\gamma)}, \quad \left. \frac{d\Xi(x, p)}{dx} \right|_{x=l} = \frac{\Xi(p)\gamma}{\operatorname{th}(l\gamma)}, \quad \gamma = \frac{p}{c^E} + \alpha$$

Следовательно получаем выражение для составного пьезопреобразователя, закрепленного одним торцом, при продольном пьезоэффекте и инерционной нагрузке

$$\frac{\Xi(p)\gamma}{\operatorname{th}(l\gamma)} + \frac{\Xi(p) s_{33}^E M p^2}{S_0} = d_{33} E_3(p)$$

Из этого выражения определяем передаточную функцию составного пьезопреобразователя в виде

$$W_{21}(p) = \frac{\Xi(p)}{E_3(p)} = \frac{d_{33}}{s_{33}^E M p^2 / S_0 + \gamma / \operatorname{th}(l\gamma)}$$

С учетом  $m(c^E)^2/l = S_0/s_{33}^E$  получаем передаточные функции [2, 8] в виде

$$W_{21}(p) = \frac{\Xi(p)}{E_3(p)} = \frac{d_{33}l \operatorname{th}(l\gamma)}{Ml^2 \operatorname{th}(l\gamma)p^2/(m(c^E)^2) + l\gamma}$$

$$W_{23}(p) = \frac{\Xi(p)}{F(p)} = \frac{l^2 \operatorname{th}(l\gamma)/(m(c^E)^2)}{Ml^2 \operatorname{th}(l\gamma)p^2/(m(c^E)^2) + l\gamma}$$

где  $E_3(p)$ ,  $F(p)$  – соответственно преобразования Лапласа напряженности электрического поля в составном пьезопреобразователе и силы при нулевых начальных условиях,  $m$  – масса составного пьезопреобразователя.

Если за входную величину принять изображение Лапласа напряжения источника питания  $U_0(p)$ , то

$$W(p) = \frac{\Xi(p)}{U_0(p)} = \frac{nd_{33} \operatorname{th}(l\gamma)}{(T_a p + 1)[Ml^2 \operatorname{th}(l\gamma)p^2/(m(c^E)^2) + l\gamma]}, \quad T_a = RnC_0$$

где  $T_a$ ,  $R$ ,  $C_0$  – соответственно постоянная времени аperiodического звена, сопротивление согласующих цепей и емкость пьезопластины в составном пьезопреобразователе.

При поперечном пьезоэффекте, если одна из граней пьезопреобразователя жестко закреплена при  $x = 0$ , то получаем передаточную функцию

$$W_{21}(p) = \frac{\Xi(p)}{E_3(p)} = \frac{d_{31}l \operatorname{th}(l\gamma)}{Ml^2 \operatorname{th}(l\gamma)p^2/(m(c^E)^2) + l\gamma}$$

Если за входную величину принять изображение Лапласа напряжения источника питания  $U_0(p)$ , то

$$W(p) = \frac{\Xi(p)}{U_0(p)} = \frac{nhd_{31} \operatorname{th}(l\gamma)/\delta}{(T_a p + 1)[Ml^2 \operatorname{th}(l\gamma)p^2/(m(c^E)^2) + l\gamma]}$$

Рассмотрим работу пьезопреобразователя для жестко закрепленной одной грани пьезопреобразователя при  $M/m \gg 1$ . Представим  $W_{21}(p)$  и  $W_{23}(p)$  в удобном для преобразования виде

$$W_{21}(p) = \frac{\Xi(p)}{E_3(p)} = \frac{d_{33}l}{Ml^2 p^2/(m(c^E)^2) + l\gamma \operatorname{cth}(l\gamma)}$$

$$W_{23}(p) = \frac{\Xi(p)}{F(p)} = \frac{l^2/(m(c^E)^2)}{Ml^2 p^2/(m(c^E)^2) + l\gamma \operatorname{cth}(l\gamma)}$$

Используя аппроксимацию гиперболического котангенса двумя членами степенного ряда, получаем в диапазоне частот  $0 < \omega < 0.01c^E/l$  следующие выражения:

$$W_{23}(p) = \frac{\Xi(p)}{E_3(p)} = \frac{d_{33}l}{T_i^2 p^2 + 2T_i \xi_i p + 1}$$

$$W_{23}(p) = \frac{\Xi(p)}{F(p)} = \frac{s_{33}^E l / S_0}{T_i^2 p^2 + 2T_i \xi_i p + 1}$$

$$W(p) = \frac{\Xi(p)}{U_0(p)} = \frac{nd_{33}}{(T_a p + 1)(T_t^2 p^2 + 2T_t \xi_t p + 1)}$$

$$T_t = l\sqrt{M/m/c^E}, \quad \xi_t = \alpha l\sqrt{m/M/3}$$

где  $T_t, \xi_t$  – соответственно постоянная времени и коэффициент затухания колебательного звена для составного пьезопреобразователя при продольном пьезоэффекте.

Следовательно получаем передаточные функции составного пьезопреобразователя, закрепленного одной гранью, при  $M/m \gg 1$  и поперечном пьезоэффекте в виде

$$W_{21}(p) = \frac{\Xi(p)}{E_3(p)} = \frac{nd_{31}h}{T_t^2 p^2 + 2T_t \xi_t p + 1}$$

$$W_{23}(p) = \frac{\Xi(p)}{F(p)} = \frac{s_{11}^E / S_0}{T_t^2 p^2 + 2T_t \xi_t p + 1}$$

$$W(p) = \frac{\Xi(p)}{U_0(p)} = \frac{nhd_{31}/\delta}{(T_a p + 1)(T_t^2 p^2 + 2T_t \xi_t p + 1)}$$

$$T_t = nh\sqrt{M/m/c^E}, \quad \xi_t = \alpha nh\sqrt{m/M/3}$$

где  $T_t, \xi_t$  – соответственно постоянная времени и коэффициент затухания колебательного звена составного пьезопреобразователя при поперечном пьезоэффекте.

Аналогично при закрепленном торце пьезопреобразователя при продольном пьезоэффекте и упругоинерционной нагрузке при  $x = l$  имеем уравнение сил, действующих на торце пьезопреобразователя, в виде

$$T_3 S_0 = -M \partial^2 \xi(x, t) / \partial t^2 - (C_a + C_e) \xi(x, t)$$

где  $M$  – перемещаемая масса;  $C_a, C_e, C_c$  – жесткости армирующего элемента, упругой нагрузки и составного пьезопреобразователя.

Аналогично из уравнения обратного пьезоэффекта с учетом действующих сил на торце пьезопреобразователя получаем

$$\left. \frac{d\Xi(x, p)}{dx} \right|_{x=l} = d_{33} E_3(p) - \frac{s_{33}^E M p^2 \Xi(p)}{S_0} - \frac{s_{33}^E (C_a + C_e) \Xi(p)}{S_0}$$

Следовательно получаем выражение для пьезопреобразователя, закрепленного одним торцом, при продольном пьезоэффекте и упругоинерционной нагрузке

$$\frac{\Xi(p)\gamma}{\text{th}(l\gamma)} + \frac{\Xi(p)s_{33}^E M p^2}{S_0} + \frac{\Xi(p)s_{33}^E (C_a + C_e)}{S_0} = d_{33} E_3(p)$$

Из этого выражения определяем передаточную функцию составного пьезопреобразователя в виде:

$$W_{21}(p) = \frac{\Xi(p)}{E_3(p)} = \frac{d_{33}}{s_{33}^E M p^2 / S_0 + \gamma / \text{th}(l\gamma) + s_{33}^E (C_a + C_e) / S_0}$$

Обозначим  $C_c = S_0/(s_{33}^E l)$  – жесткость составного пьезопреобразователя при продольном пьезоэффекте, тогда передаточные функции пьезопреобразователя, закрепленного одним торцом, при продольном пьезоэффекте и упругоинерционной нагрузке принимают вид:

$$W_{21}(p) = \frac{\Xi(p)}{E_3(p)} = \frac{d_{33}l}{Mp^2/C_c + l\gamma \operatorname{cth}(l\gamma) + (C_a + C_e)/C_c}$$

$$W_1(p) = \frac{\Xi(p)}{U(p)} = \frac{d_{33}n}{Mp^2/C_c + l\gamma \operatorname{cth}(l\gamma) + (C_a + C_e)/C_c}$$

где  $\Xi(p)$  – преобразование Лапласа перемещения торца составного пьезопреобразователя по оси 3 и  $U(p)$  – преобразование Лапласа напряжения на обкладках составного пьезопреобразователя при нулевых начальных условиях.

Следовательно получаем выражение для статического перемещения  $\xi(l, \infty)$  армированного составного пьезопреобразователя в установившемся режиме при подаче напряжения  $U(t) = U_m 1(t)$  при упругоинерционной нагрузке, где  $U_m$  – максимальная величина (амплитуда) напряжения

$$\xi(l, \infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} \xi(l, t) = \lim_{p \rightarrow 0} p W_1(p) U_m / p$$

Откуда следует

$$\xi(l, \infty) = \lim_{\substack{p \rightarrow 0 \\ \alpha \rightarrow 0}} d_{33}n U_m / \{l(p/c^E + \alpha) / \operatorname{th}[l(p/c^E + \alpha)] + (C_a + C_e)/C_c\}$$

в окончательном виде получим

$$\xi(l, \infty) = d_{33}n U_m / [1 + (C_a + C_e)/C_c]$$

Соответственно передаточная функция  $W_1(p)$  составного пьезопреобразователя на рабочих частотах при упругоинерционной нагрузке в диапазоне рабочих частот  $0 < \omega < 0.01c^F/l$  записывается в виде:

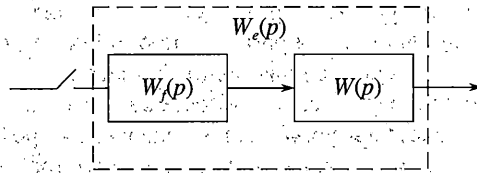
$$W_1(p) = \Xi(p)/U(p) = \{d_{33}n/[1 + (C_a + C_e)/C_c]\} / (T_t^2 p^2 + 2T_t \xi_t p + 1)$$

$$T_t = \sqrt{M/(C_a + C_e + C_c)}, \quad \xi_t = \alpha l^2 C_c / [3c^E \sqrt{M(C_a + C_e + C_c)}]$$

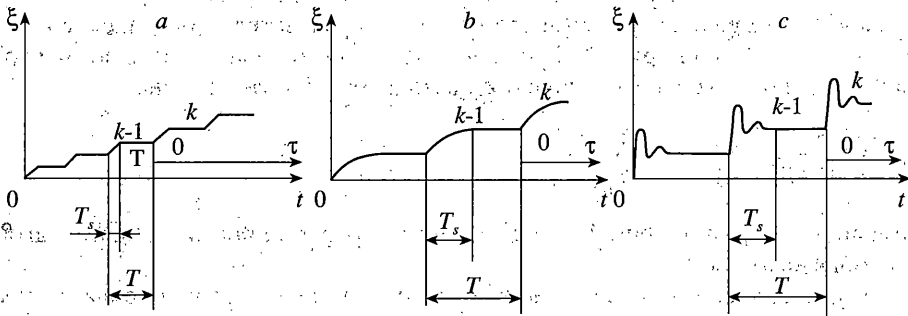
где  $T_t$ ,  $\xi_t$  – соответственно постоянная времени и коэффициент затухания колебательного звена при продольном пьезоэффекте и упругоинерционной нагрузке.

**4. Динамические характеристики шагового пьезопреобразователя.** Рассмотрим различные режимы работы шагового пьезопреобразователя. В течение периода тактирующих импульсов  $T$  торец центрального электромеханического пьезопреобразователя перемещается в рабочее время шага  $T_s = \gamma_s T$ , где  $\gamma_s$  – скважность, а во время паузы длительностью  $T(1 - \gamma_s)$  удерживается пьезоэлектрическим фиксатором, причем текущее рабочее время равно  $\epsilon T$ , причем  $0 \leq \gamma_s \leq 1$  и  $0 \leq \epsilon \leq 1$ .

Для расчета динамических характеристик применяем структурную схему импульсной электромеханической системы [9] шагового пьезопреобразователя (фиг. 3) с передаточными функциями фиксирующего элемента  $W_f(p)$  и центрального составного



Фиг. 3



Фиг. 4

пьеzoпреобразователя  $W(p)$  и эквивалентной передаточной функцией шагового пьеzo-преобразователя  $W_e(p)$ , имеющих следующий вид:

$$W_f(p) = (1 - e^{-p\gamma_s T})/p$$

$$W_e(p) = W_f(p)W(p) = [(1 - e^{-p\gamma_s T})/p]W(p)$$

Следовательно модифицированное Z-преобразование эквивалентной передаточной функции шагового пьеzoпреобразователя записывается в виде

$$W_e(z, \varepsilon) = Z_\varepsilon\{[(1 - e^{-p\gamma_s T})/p]W(p)\} = Z_\varepsilon\{W(p)/p\} - Z_\varepsilon\{e^{-p\gamma_s T} W(p)/p\}$$

Из этого выражения в зависимости от условий работы центрального составного пьеzoпреобразователя, определяемых электрической схемой включения центрального пьеzoпреобразователя и внешней механической нагрузкой, получаем расчетные временные диаграммы перемещения шагового пьеzoпреобразователя (фиг. 4), учитывающие электрическую и механическую нагрузку центрального составного пьеzoпреобразователя.

При работе центрального составного пьеzoпреобразователя в режиме интегратора, когда центральный пьеzoпреобразователь включен как элемент отрицательной обратной связи интегратора, и постоянная времени интегратора  $T_i \gg T_t \gg T_a$ , где  $T_a = RnC_0$  – постоянная времени аperiodического звена, передаточная функция центрального составного пьеzoпреобразователя в этой системе управления имеет вид

$$W(p) = \Xi(p)/U_0(p) = k_c/(T_i p)$$

$$k_c = \begin{cases} nd_{33}/[1 + (C_a + C_e)/C_c] & \text{— при продольном пьеzoэффekte} \\ (nhd_{31}/\delta)/[1 + (C_a + C_e)/C_c] & \text{— при поперечном пьеzoэффekte} \end{cases}$$

где  $k_c$  – коэффициент передачи составного пьеzoпреобразователя.



Получаем временную диаграмму перемещения шагового пьезопреобразователя (фиг. 4, а) с линейно увеличивающимся рабочим перемещением центрального составного пьезопреобразователя в течение длительности шага  $T_s$ .

Если с учетом емкости центрального пьезопреобразователя и сопротивления согласующей цепи импульсной системы управления постоянная времени апериодического звена  $T_a \gg T_r$ , то передаточная функция центрального составного пьезопреобразователя в режиме апериодического звена будет  $W(p) = \Xi(p)/U_0(p) = k_c/(T_a p + 1)$ . Следовательно получаем временную диаграмму перемещения шагового преобразователя (фиг. 4, б) с получением максимального шага при условии  $T_s = \gamma_s T \geq 3T_a$ .

При работе центрального составного пьезопреобразователя при малом сопротивлении согласующей цепи при  $T_i \gg T_a$  и  $M \gg m$  в режиме колебательного звена передаточная функция центрального составного пьезопреобразователя равна

$$W(p) = \frac{\Xi(p)}{U_0(p)} = \frac{k_c}{T_i^2 p^2 + 2T_i \xi_i p + 1}$$

На временной диаграмме (фиг. 4, с) наблюдается перерегулирование в шаге шагового пьезопреобразователя.

Найдем предельные аналитические выражения для перемещения торца центрального составного пьезопреобразователя как электромеханической системы с сосредоточенными параметрами [5] в  $k$ -м шаге центрального пьезопреобразователя с учетом длительности шага  $T_s = \gamma_s T$  времени  $\tau$  от начала последнего шага при  $0 \leq \tau \leq T_s$  и жестком удержании пьезоэлектрическим фиксатором торца центрального составного пьезопреобразователя.

Соответственно для центрального составного пьезопреобразователя с максимальным шагом  $\beta_m$  пьезопреобразователя в режиме интегратора [10] при  $T_s \gg T_i \gg T_r \gg T_a$ , коэффициенте наклона  $k_m$  перемещение шагового пьезопреобразователя в  $k$ -м шаге будет иметь вид

$$\xi(\tau) = \beta_m(k-1) + k_m \tau = \beta_m(k-1 + \tau/T_s)$$

$$\beta_m = \begin{cases} nd_{33} U_m / [1 + (C_a + C_e)/C_c] & \text{— при продольном пьезоэффекте} \\ (nhd_{31} U_m / \delta) / [1 + (C_a + C_e)/C_c] & \text{— при поперечном пьезоэффекте} \end{cases}$$

где  $\beta_m$  — максимальный шаг для шагового пьезопреобразователя.

Для центрального пьезопреобразователя в режиме апериодического звена [10] при  $T_s \gg T_a \gg T_r$  перемещение шагового пьезопреобразователя будет

$$\xi(\tau) = \beta_m \{ k - 1 + (1 - e^{-\tau/T_a}) \}$$

Для центрального составного пьезопреобразователя в режиме колебательного звена [10] ( $T_s \gg T_i \gg T_a$  и  $M \gg m$ ) при рассмотрении электромеханической системы с сосредоточенными параметрами перемещение шагового пьезопреобразователя имеет вид:

$$\xi(\tau) = \beta_m \left\{ k - 1 + [1 - (e^{-\xi_i \tau / T_i} / \sqrt{1 - \xi_i^2}) \sin(\omega_i \tau + \varphi_i)] \right\}$$

$$\omega_i = \sqrt{1 - \xi_i^2} / T_i, \quad \varphi_i = \arctg(\sqrt{1 - \xi_i^2} / \xi_i)$$

Для расчета динамики центрального составного пьезопреобразователя как электромеханической системы с распределенными параметрами переход от передаточной функции к переходной характеристике осуществляется с использованием метода Меллиша [11]. Моделирование динамических характеристик шагового пьезопреобразователя выполняется с использованием математических пакетов Maple, Matlab, Mathcad, Mathematica.

**5. Заключение.** Полученные передаточные функции позволяют учитывать свойства составных пьезопреобразователей при продольном и поперечном пьезоэффекте и расчете электромеханической деформации, статических и динамических характеристик шагового пьезопреобразователя с учетом физических параметров пьезопреобразователей, внешней нагрузки и электрического сопротивления согласующих цепей.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Афонин С.М.* Пьезопреобразователи для приводов микроперемещений // Приборы и системы управления. 1998. № 2. С. 41–42.
2. *Афонин С.М.* Параметрическая структурная схема пьезопреобразователя // Изв. РАН. МТГ. 2002. № 6. С. 101–107.
3. *Тарг С.М.* Краткий курс теоретической механики. М.: Наука, 1970. 478 с.
4. *Феодосьев В.И.* Сопротивление материалов. М.: Изд-во МГТУ, 2003. 592 с.
5. *Ленк А.* Электромеханические системы. Системы с сосредоточенными параметрами. М.: Мир, 1978. 285 с.
6. *Ленк А.* Электромеханические системы. Системы с распределенными параметрами. М.: Энергоиздат, 1982. 472 с.
7. *Афонин С.М.* Деформирование, разрушение и механические характеристики составного пьезопреобразователя // Изв. РАН. МТГ. 2003. № 6. С. 97–101.
8. Физическая акустика. Т. 1. Ч. А. Методы и приборы ультразвуковых исследований / Под ред. У. Мэзона. М.: Мир, 1966. 592 с.
9. *Бесекерский В.А., Попов Е.П.* Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1975. 768 с.
10. *Диткин В.А., Прудников А.П.* Справочник по операционному исчислению. М.: Высш. шк., 1965. 466 с.
11. *Голоскоков Д.П.* Уравнения математической физики. Решение задач в системе Maple. СПб.: Питер, 2004. 539 с.

Москва

Поступила в редакцию  
1.06.2004