МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 4 • 2006

УДК 531.381

© 2006 г. В.Н. КОШЛЯКОВ

К ПРОБЛЕМЕ КАЧЕСТВЕННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ГИРОСКОПИЧЕСКИХ СИСТЕМ НЕКОНСЕРВАТИВНОЙ СТРУКТУРЫ

Развиваются результаты работ [1–4]. В свете определенных обстоятельств, которые могут возникнуть при анализе динамических систем с неконсервативными позиционными структурами, предлагается специальная методика их исследования. Она основывается на сравнении соответствующих матриц. Рассмотрен иллюстрирующий пример.

1. Основные уравнения и постановка задачи. Рассмотрим линейное матричное уравнение вида

$$J\ddot{x} + B\dot{x} + Cx = 0 \tag{1.1}$$

где x – n-мерный вектор; $J = J^T$ (T – символ транспонирования); B, C – заданные матрицы размера $n \times n$; n – четное.

Подстановки [5]:

$$\begin{gathered} B = D + HG, \quad C = \Pi + P \\ D = D^T = 1/2(B + B^T), \quad HG = -HG^T = 1/2(B - B^T) \\ \Pi = \Pi^T = 1/2(C + C^T), \quad P = -P^T = 1/2(C - C^T) \end{gathered} \tag{1.2}$$

в которых $H > 0$ – большой постоянный скалярный параметр, приводят уравнение (1.1) к виду

$$J\ddot{x} + (D + HG)\dot{x} + (\Pi + P)x = 0 \tag{1.3}$$

где матрицы D и Π симметричны, а HG и P – кососимметричны.

Уравнением (1.3) может быть описано возмущенное движение ряда гироскопических систем, находящихся под действием диссипативных, гироскопических, потенциальных и неконсервативных позиционных сил.

Матрицы J и D полагаются положительно определенными, G и P – невырожденными. Диссипативные силы, описываемые матрицей D, далее полагаются малыми. В системах, содержащих гироскопы, под J следует понимать матрицу суммарных моментов инерции относительно соответствующих осей. Положим

$$J = \mathrm{diag}(J_1, \ldots, J_n), \quad D = \mathrm{diag}(b_1, \ldots, b_n) \tag{1.4}$$

Перейдем в уравнении (1.3) к новому вектору ξ, полагая [1–4]:

$$x = L(t)\xi \tag{1.5}$$

где матрица $L(t)$ находится из условия

$$D\dot{L}(t) = -PL(t) \tag{1.6}$$

Обозначим

$$V_1 = D + HG + 2JA, \quad W_1 = HGA + JA^2 + \Pi, \quad A = -D^{-1}P \tag{1.7}$$

Тогда при соблюдении условий коммутативности

$$L(t)J^{-1}V_1 = J^{-1}V_1L(t), \quad L(t)J^{-1}W_1 = J^{-1}W_1L(t) \tag{1.8}$$

уравнение относительно вектора ξ приводится к виду

$$J\ddot{\xi} + V_1\dot{\xi} + W_1\xi = 0 \tag{1.9}$$

В уравнении (1.3), равно как и в уравнении (1.9), постоянство матриц D, G, Π и P не обязательно: их элементы могут быть вещественными, непрерывными и ограниченными функциями t [1]. В частном случае, когда матрицы D и P постоянны, решение уравнения

$$\dot{L}(t) = AL(t) \tag{1.10}$$

вытекающего из условия (1.6), будет

$$L(t) = e^{At}L(0) \tag{1.11}$$

где $L(0)$ соответствует начальному отсчету времени. В случае $L(0) = E$ (E – единичная матрица) преобразование (1.5), как это показано в [3], не изменяет свойств устойчивости, т.к. в этом случае матрица $L(t)$ оказывается матрицей Ляпунова.

Можно заметить, что, перейдя от матриц $L(t)$ и P к матрицам

$$L_1(t) = D^{1/2}L(t)D^{-1/2}, \quad P_1 = -D^{-1/2}PD^{-1/2} \tag{1.12}$$

приходим к уравнению

$$\dot{L}_1(t) = P_1L_1(t), \quad L_1(0) = L(0) = E \tag{1.13}$$

При этом матрица $L_1(t)$, будучи матрицей Ляпунова, оказывается к тому же ортогональной. Действительно, если матрица $L_1(t)$ ортогональна, то должно выполняться условие $L_1^TL_1 = E$. Учитывая, что матрица P_1 в силу выражений (1.12) остается кососимметричной и принимая во внимание уравнение (1.13), имеем

$$\frac{d}{dt}(L_1^TL_1) = \dot{L}_1^TL_1 + L_1^T\dot{L}_1 = -L_1^TP_1L_1 + L_1^TP_1L_1 \equiv 0 \tag{1.14}$$

Таким образом $L_1^TL_1 = C$, где C – постоянная матрица. Учитывая начальное условие в (1.13), имеем $C = E$, что и требуется.

В работе [3] доказана теорема, содержащая необходимые и достаточные условия, при выполнении которых соблюдаются соотношения (1.8), приводящие к уравнению (1.9). Эти условия явным образом выражаются через матрицы уравнения (1.3) и имеют вид:

$$PJ^{-1}D = DJ^{-1}P, \quad PD^{-1}G = GD^{-1}P, \quad PD^{-1}\Pi = \Pi D^{-1}P \tag{1.15}$$

В цитируемой работе также показано, что при выполнении первых двух из условий (1.15) матрица W_1 в уравнении (1.9) оказывается симметрической. Поэтому в случае постоянных матриц J, D, G и P применима соответствующая теорема Кельвина – Четаева, согласно которой при отсутствии сил с полной диссипацией и произвольных гироскопических сил положительная определенность матрицы W_1 приводит к устойчивости (неасимптотической) тривиального решения уравнения (1.9) для указанных условий. В этом случае добавление сил с полной диссипацией и произвольных гироскопических сил соответствует асимптотической устойчивости тривиального решения уравнения (1.3).

Изложенная выше методика, основывающаяся на использовании уравнения (1.9) и условий (1.15), оказывается практически удобной в тех случаях, когда уравнения возмущенного движения рассматриваемой системы, находящейся под действием реальных диссипативных, гироскопических, потенциальных и неконсервативных позиционных сил, изначально описываются уравнением (1.3).

Могут, однако, встретиться случаи, когда исходная форма уравнений возмущенного движения не имеет структуры уравнения (1.3), а описывается уравнением (1.1). Тогда уравнение структуры (1.3) получается уже путем использования в исходной форме подстановок (1.2), которые не имеют отношения к реальным физическим силам, действующим на исследуемую систему. При этом в матрицах полученного указанным путем уравнения могут образоваться составляющие, обусловленные формальным использованием подстановок (1.2). В этом случае условия (1.15), обосновывающие переход к уравнению (1.9), могут налагать не только излишне жесткие ограничения на параметры системы, но и привести к неприемлемым результатам.

Для устранения указанных нежелательных обстоятельств ниже предлагается специальная методика, основывающаяся на дополнительном преобразовании матрицы W_1 во втором из выражений (1.7). Расчеты показывают [2–4], что наиболее существенные ограничения на параметры системы налагает третье из условий (1.15), содержащее матрицу П консервативных структур.

Представим матрицу П в виде суммы $\Pi_1 + \Pi_2$, осуществляя разделение матрицы П так, чтобы элементы матрицы Π_1 были обусловлены только реальными физическими силами, действующими на систему, а элементы матрицы Π_2, если таковая действительно выделяется из П, явились бы результатом формального использования подстановок (1.2).

С учетом изложенного запишем второе из выражений (1.7) в виде

$$W_1 = JA^2 + \Pi_1 + U \tag{1.16}$$

полагая

$$U = HGA + \Pi_2 \tag{1.17}$$

Для оценки степени влияния составляющих матрицы Π_2 на качественное состояние рассматриваемой системы можно провести сравнение матриц HGA и Π_2 путем приведения матрицы (1.17) к каноническому (диагональному) виду, руководствуясь соотношением

$$\operatorname{diag}(\chi_1, \chi_2, \ldots, \chi_n) = T^{-1}UT \tag{1.18}$$

где χ_s $(s = 1, 2, \ldots, n)$ – характеристичные числа матрицы U; T – собственный вектор.

Описанная методика ниже демонстрируется на примере четырехгироскопной вертикали маятникового типа.

2. Четырехгироскопная вертикаль. Достаточные условия устойчивости. Подробное описание рассматриваемого далее устройства, а также его теория, ограниченная рамками прецессионной постановки, приведена в монографии [6].

Уравнения движения четырехгироскопной вертикали с учетом инерционных членов, а также моментов малых сил вязкого трения в опорах платформы и гироскопов [7] для случая вращения основания с постоянной по величине угловой скоростью ω относительно вертикали места в обозначениях [3] имеют вид

$$
\begin{aligned}
&J_1\ddot{x}_1 + b_1\dot{x}_1 + 2H\dot{x}_2 + 2H\omega x_3 + sx_2 + Plx_1 = 0\\
&J_2\ddot{x}_2 + b_2\dot{x}_2 - 2H\dot{x}_1 + 2H\omega x_4 + cx_2 = 0\\
&J_2\ddot{x}_3 + b_2\dot{x}_3 + 2H\dot{x}_4 + 2H\omega x_1 + cx_3 = 0\\
&J_3\ddot{x}_4 + b_3\dot{x}_4 - 2H\dot{x}_3 + 2H\omega x_2 - sx_3 + Plx_4 = 0
\end{aligned}
\tag{2.1}
$$

Эта система может быть получена из однородной части уравнений (3.1) работы [3], если положить там $s_1 = s$, $s_2 = 0$, что соответствует наличию лишь одного канала радиальной коррекции.

Уравнения (2.1) охватываются матричным уравнением (1.1), в котором следует считать

$$
B = \begin{Vmatrix} b_1 & 2H & 0 & 0\\ 2H & b_2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & b_2 & 2H\\ 0 & 0 & -2H & b_3 \end{Vmatrix},\quad
C = \begin{Vmatrix} Pl & s & 2H\omega & 0\\ 0 & c & 0 & 2H\omega\\ 2H\omega & 0 & c & 0\\ 0 & 2H\omega & -s & Pl \end{Vmatrix}
\tag{2.2}
$$

Структура позиционной матрицы C в выражениях (2.2) такова, что для приведения системы (2.1) к виду, соответствующему матричному уравнению (1.3), следует воспользоваться подстановками (1.2). В результате приходим к системе скалярных уравнений, которым соответствуют матрицы

$$
J = \operatorname{diag}(J_1, J_2, J_2, J_3),\quad D = \operatorname{diag}(b_1, b_2, b_2, b_3)
$$

$$
HG = \begin{Vmatrix} 0 & 2H & 0 & 0\\ -2H & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 2H\\ 0 & 0 & -2H & 0 \end{Vmatrix},\quad
\Pi = \begin{Vmatrix} Pl & s/2 & 2H\omega & 0\\ \dfrac{s}{2} & c & 0 & 2H\omega\\ 2H\omega & 0 & c & -s/2\\ 0 & 2H\omega & -s/2 & Pl \end{Vmatrix}
\tag{2.3}
$$

$$
P = \begin{Vmatrix} 0 & s/2 & 0 & 0\\ -s/2 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & s/2\\ 0 & 0 & -s/2 & 0 \end{Vmatrix}
$$

Обращаясь к выражениям (2.3), замечаем, что в матрице П находится элемент $s/2$, содержащий величину s (крутизну характеристики датчиков моментов, создаваемых системой радиальной коррекции). Указанный элемент, не свойственный потенциальной природе матрицы П, образовался в силу формального применения преобразований (1.2).

В п. 1 отмечалось, что в таком случае условия (1.15) могут налагать излишние ограничения на параметры системы. Действительно, использование третьего из названных условий приводит среди прочих ограничений к слишком жесткому ограничению $s = 0$, соответствующему отсутствию радиальной коррекции. Это ограничение можно в значительной степени ослабить, если, руководствуясь выражением (1.17), провести сравнение матриц HGA и Π_2 для данного случая. Полагая $\Pi = \Pi_1 + \Pi_2$, примем

$$\Pi_1 = \begin{Vmatrix} Pl & 0 & 2H\omega & 0 \\ 0 & c & 0 & 2H\omega \\ 2H\omega & 0 & c & 0 \\ 0 & 2H\omega & 0 & Pl \end{Vmatrix}, \quad \Pi_2 = \begin{Vmatrix} 0 & \frac{s}{2} & 0 & 0 \\ \frac{s}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -s/2 \\ 0 & 0 & -s/2 & 0 \end{Vmatrix} \tag{2.4}$$

Матрица Π_1 содержит в качестве своих элементов моменты реальных физических сил консервативной природы, действующих на систему (маятниковый момент, момент сил упругости пружин, момент $2H\omega$ гироскопической реакции, образующийся вследствие вращения системы с угловой скоростью ω), а матрица Π_2 – элемент $s/2$, возникающий, как уже указывалось, вследствие применения подстановок (1.2). Будем далее полагать $Pl > 0$, $c > 0$, $s > 0$. Матрица $U = \|u_{jk}\|_{j,k=1}^{4}$, определяющаяся формулой (1.7), в нашем случае будет

$$U = \begin{Vmatrix} Hb_2^{-1}s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Hb_1^{-1}s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Hb_3^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Hb_2^{-1}s \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} 0 & s/2 & 0 & 0 \\ s/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -s/2 \\ 0 & 0 & -s/2 & 0 \end{Vmatrix} =$$

$$= \begin{Vmatrix} Hb_2^{-1}s & \frac{s}{2} & 0 & 0 \\ \frac{s}{2} & Hb_1^{-1}s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Hb_3^{-1}s & -\frac{s}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{s}{2} & Hb_2^{-1}s \end{Vmatrix} = \mathrm{diag}\left\{ \begin{Vmatrix} Hb_2^{-1}s & \frac{s}{2} \\ \frac{s}{2} & Hb_1^{-1}s \end{Vmatrix}, \begin{Vmatrix} Hb_3^{-1}s & -\frac{s}{2} \\ -\frac{s}{2} & Hb_2^{-1}s \end{Vmatrix} \right\} \tag{2.5}$$

Далее осуществим приведение матрицы (2.5) к каноническому виду, полагая в соответствии с выражением (1.18)

$$\mathrm{diag}(\chi_1, \chi_2, \chi_3, \chi_4) = T^{-1}UT \tag{2.6}$$

где χ_s ($s = 1, \ldots, 4$) – характеристические числа матрицы (2.5); T – собственный вектор. Искомыми в выражении (2.6) являются числа χ_s и компоненты матрицы T.

Характеристические числа определяются двумя алгебраическими уравнениями:

$$\begin{aligned} 4b_1b_2\chi^2 - 4Hs(b_1 + b_2)\chi + s^2(4H^2 - b_1b_2) &= 0 \\ 4b_2b_3\chi^2 - 4Hs(b_2 + b_3)\chi + s^2(4H^2 - b_2b_3) &= 0 \end{aligned} \tag{2.7}$$

вытекающими из выражения (2.5).

Собственный кинетический момент H каждого из четырех гироскопов рассматриваемого устройства всегда велик; что касается коэффициентов диссипации b_s то выше была оговорена их малость. Поэтому в уравнениях (2.7) всегда можно полагать (и притом с большим запасом):

$$4H^2 \gg b_1 b_2, \quad 4H^2 \gg b_2 b_3 \tag{2.8}$$

Если в соответствии со сказанным пренебречь в уравнениях (2.7) величинами b_1b_2 и b_2b_3 в сравнении с величиной $4H^2$, то приходим к уравнениям

$$b_1 b_2 \chi^2 - Hs(b_1 + b_2)\chi + s^2 H^2 = 0, \quad b_2 b_3 \chi^2 - Hs(b_2 + b_3)\chi + s^2 H^2 = 0 \tag{2.9}$$

из которых следуют выражения для корней $\chi_{1,2}$ и $\chi_{3,4}$ первого и второго уравнений (2.9):

$$\chi_1 = Hs/b_2, \quad \chi_2 = Hs/b_1, \quad \chi_3 = Hs/b_3, \quad \chi_4 = Hs/b_2 \tag{2.10}$$

соответствующие диагональным элементам матрицы (2.5).

Переходим к нахождению собственного вектора. Обозначим через $T_{12} = \|t_{jk}\|_1^2$ собственный вектор, соответствующий первому блоку матрицы (2.5) и корням $\chi_{1,2}$. Для нахождения составляющих вектора T_{12} имеем однородные алгебраические уравнения:

$$\begin{aligned} &(u_{11} - \chi_1)t_{11} + u_{12}t_{21} = 0, \quad (u_{11} - \chi_2)t_{12} + u_{12}t_{22} = 0 \\ &u_{21}t_{11} + (u_{22} - \chi_1)t_{21} = 0, \quad u_{21}t_{12} + (u_{22} - \chi_2)t_{22} = 0 \end{aligned} \tag{2.11}$$

определители которых должны быть равными нулю. Обозначив через Δ_1 и Δ_2 указанные определители, получаем условия

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= (u_{11} - \chi_1)(u_{22} - \chi_1) - u_{12}u_{21} = 0 \\ \Delta_2 &= (u_{11} - \chi_2)(u_{22} - \chi_2) - u_{12}u_{21} = 0 \end{aligned} \tag{2.12}$$

которые должны тождественно выполняться. Далее замечаем, что в выражениях (2.12) содержится комбинация $u_{11}u_{22} - u_{12}u_{21}$, которая в силу структуры матрицы (2.5) представляется в виде

$$u_{11}u_{22} - u_{12}u_{21} = \frac{Hs}{b_2}\frac{Hs}{b_1} - \frac{s^2}{4} = \frac{s^2}{4b_1b_2}(4H^2 - b_1b_2) \tag{2.13}$$

Если, с учетом первого из неравенств (2.8), пренебречь величиной b_1b_2 в сравнении с $4H^2$, то условия (2.12) примут вид

$$(u_{11} - \chi_1)(u_{22} - \chi_1) = 0, \quad (u_{11} - \chi_2)(u_{22} - \chi_2) = 0 \tag{2.14}$$

и в силу выражений (1.17), (2.5) и (2.10) всегда выполняются. Уравнения (2.11), таким образом, принимают вид

$$\begin{aligned} &(u_{11} - \chi_1)t_{11} = 0, \quad (u_{11} - \chi_2)t_{12} = 0 \\ &(u_{22} - \chi_1)t_{21} = 0, \quad (u_{22} - \chi_2)t_{22} = 0 \end{aligned} \tag{2.15}$$

В них всегда можно положить $t_{11} = t_{22} = 1$. Поскольку $u_{22} \neq \chi_1$, $u_{11} \neq \chi_2$ при $b_1 \neq b_2$, то в уравнениях (2.15) следует считать $t_{12} = t_{21} = 0$. Следовательно, $T_{12} = E$. Аналогичными рассуждениями устанавливаем, что $T_{34} = \|t_{jk}\|_3^4 = E$. В силу условия (2.6) приходим к канонической форме матрицы U:

$$U = U_k = \mathrm{diag}(\chi_1, \chi_2, \chi_3, \chi_4) \tag{2.16}$$

состоящей только из диагональных элементов матрицы (2.5). А это, в свою очередь, соответствует учету в сумме $\Pi_1 + \Pi_2$ лишь матрицы Π_1, что, согласно изложенному выше, допустимо при пренебрежении величинами $b_1 b_2$ и $b_2 b_3$ в сравнении с $4H^2$.

Переходим к исследованию устойчивости рассматриваемой системы. Параметры системы должны удовлетворять условиям (1.15). Учитывая выражения (2.3), устанавливаем, что первое из условий (1.15) соблюдается, если

$$b_1 J_2 = J_1 b_2, \quad b_2 J_3 = J_2 b_3, \quad b_3 J_1 = b_1 J_3 \tag{2.17}$$

Полученные условия тождественно удовлетворяются, если положить $b_s = \mu J_s$ ($s = 1, 2, 3$), $\mu > 0$, что соответствует использованной ранее [2–4] концепции Зоммерфельда – Гринхилла.

Второе из условий (1.15), как легко проверить, в нашем случае соблюдается. Что касается третьего из условий (1.15), то в силу сказанного в п. 1, полагаем в нем $\Pi = \Pi_1$ в предположении пренебрежимой малости величин $b_1 b_2$ и $b_2 b_3$ в сравнении с $4H^2$. В результате получаем равенства

$$Plb_2 = cb_1, \quad b_1 = b_3 \tag{2.18}$$

что в силу третьего из условий (2.17) приводит к равенству $J_1 = J_3$ [3].

Симметричная матрица W_1 в уравнении (1.9) представляется теперь в виде

$$W_1 = \begin{Vmatrix} c_{11} & 0 & 2H\omega & 0 \\ 0 & c_{22} & 0 & 2H\omega \\ 2H\omega & 0 & c_{22} & 0 \\ 0 & 2H\omega & 0 & c_{11} \end{Vmatrix} \tag{2.19}$$

$$\begin{aligned} c_{11} &= Pl + Hb_2^{-1}s - 1/4 J_1 b_1^{-1} b_2^{-1} s^2 \\ c_{22} &= c + Hb_1^{-1}s - 1/4 J_2 b_1^{-1} b_2^{-1} s^2 \end{aligned} \tag{2.20}$$

Если воспользоваться отмеченной выше концепцией Зоммефельда – Гринхилла и положить $D = \mu J$ в первом из выражений (1.7) применительно к матрице V_1, входящей в уравнение (1.7), то будем иметь

$$V_1 = D + HG + 2JA = D + \Gamma \tag{2.21}$$

$$\Gamma = HG + 2\mu^{-1}P^T \tag{2.22}$$

Таким образом кососимметричность матрицы Γ сохраняется.

При наличии диссипативных и произвольных гироскопических сил, охватываемых в данном случае матрицей (2.21), положительная определенность матрицы (2.19) в силу теоремы Кельвина – Четаева приводит к асимптотической устойчивости тривиального решения уравнения (1.9) для рассматриваемой задачи, а в силу преобразования Ляпунова (1.5) – к асимптотической устойчивости тривиального решения исходной системы (2.1).

Условия положительной определенности матрицы (2.19) могут быть получены с помощью критерия Сильвестра, сводящегося с учетом обозначений (2.20) к неравенствам

$$c_{11}>0,\quad \begin{vmatrix} c_{11} & 0 \\ 0 & c_{22} \end{vmatrix}>0,\quad \begin{vmatrix} c_{11} & 0 & 2H\omega \\ 0 & c_{22} & 0 \\ 2H\omega & 0 & c_{22} \end{vmatrix}>0,\quad \begin{vmatrix} c_{11} & 0 & 2H\omega & 0 \\ 0 & c_{22} & 0 & 2H\omega \\ 2H\omega & 0 & c_{22} & 0 \\ 0 & 2H\omega & 0 & c_{11} \end{vmatrix}>0 \quad (2.23)$$

Из первых двух неравенств (2.23) получаем

$$4Plb_1b_2+4Hsb_1-s^2J_1>0,\quad 4cb_1b_2+4Hsb_2-s^2J_2>0 \quad (2.24)$$

Поскольку в рассматриваемой задаче принято

$$b_1>0,\quad b_2>0,\quad Pl>0,\quad c>0,\quad s>0 \quad (2.25)$$

то из неравенств (2.24) получаем условия

$$4Hb_1>J_1s,\quad 4Hb_2>J_2s \quad (2.26)$$

Если в неравенствах (2.26) положить $b_1=\mu J_1$, $b_2=\mu J_2$ в соответствии с концепцией Зоммерфельда – Гринхилла, то приходим к одному условию

$$4\mu H>s \quad (2.27)$$

согласующемуся с ранее полученным условием (5.4) работы [2], если положить в нем $s_1=s$, $s_2=0$.

Соблюдение условий (2.26) и (2.27) обеспечивает погашение нутационных колебаний. Четвертое из неравенств (2.23) соблюдается, а третье при соблюдении условий (2.25) и (2.26) приводится к виду

$$s^2(4b_1H-J_1s)(4b_2H-J_2s)-64H^2\omega^2b_1^2b_2^2>0 \quad (2.28)$$

допускающему вырождение на достаточное условие устойчивости, ограниченное рамками прецессионной теории. Для этого в условии (2.28) следует сохранить лишь члены, содержащие множителем собственный кинетический момент H рассматриваемой системы. Тогда будем иметь

$$16H^2b_1b_2(s^2-4\omega^2b_1b_2)>0 \quad (2.29)$$

Отсюда следует условие

$$s^2>4\omega^2b_1b_2 \quad (2.30)$$

в котором, коэффициенты диссипации b_1 и b_2 связаны между собой соотношениями (2.17) и (2.18).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кошляков В.Н.* О структурных преобразованиях динамических систем с гироскопическими силами // ПММ. 1997. Т. 61. Вып. 5. С. 774–780.
2. *Кошляков В.Н.* О структурных преобразованиях неконсервативных систем // ПММ. 2000. Т. 64. Вып. 6. С. 933–941.
3. *Кошляков В.Н., Макаров В.Л.* К теории гироскопических систем с неконсервативными силами // ПММ. 2001. Т. 65. Вып. 4. С. 698–704.
4. *Кошляков В.Н.* О переходе к уравнениям прецессионной теории в неконсервативных гироскопических системах // Изв. РАН. 2003. № 4. С. 43–51.
5. *Меркин Д.Р.* Гироскопические системы. М.: Наука, 1974. 344 с.
6. *Ройтенберг Я.Н.* Гироскопы. М.: Наука, 1975. 592 с.
7. *Агафонов С.А.* Об асимптотической устойчивости неконсервативных систем // Изв. АН СССР. МТТ. 1988. № 3. С. 3–8.

Киев

Поступила в редакцию
17.03.2005