

УДК 539.3

© 2006 г. А.А. ЕВТУШЕНКО, Е.Г. ИВАНЬК, К. РОЖНЯКОВСКИЙ

ВЛИЯНИЕ ВРЕМЕННОЙ СТРУКТУРЫ ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ И ТЕРМОНАПРЯЖЕНИЙ В МАССИВНОМ УПРУГОМ ТЕЛЕ

Удельная мощность электромагнитного излучения лазера изменяется с течением времени его действия [1]. Функция, описывающая это изменение, носит название эволюции мощности лазерного луча или его временной структуры. Интенсивность излучения может быть постоянной (непрерывная генерация) либо переменной во времени (импульсный режим работы лазера). Большинство современных газовых лазеров, в частности, лазеры типа CO_2 и He-Ne, работают как в непрерывном режиме, так и в импульсном. Лазеры на твердом активном веществе (рубиновый, неодимовый на стекле, Nd:YAG) чаще всего работают в импульсном режиме, хотя Nd:YAG может генерировать энергию и непрерывно.

Интенсивность лазерного излучения обычно представляют в виде произведения двух функций, одна из которых описывает пространственное распределение интенсивности излучения, а другая характеризует его временную структуру [2, 3]. Влияние пространственного распределения удельной мощности лазерного излучения на температуру и термонапряженное состояние облучаемых тел достаточно полно изучено [4–6]. Температурные поля и инициированные ими термонапряжения для различной эволюции излучения исследовались, в основном, для одномерных (по пространственной координате) моделей [7, 8]. Это объясняется тем, что изменение во времени интенсивности излучения очень сложно и, вообще говоря, аналитическому описанию не поддается. Обычно такой импульс состоит из ряда хаотически возникающих вспышек, каждая продолжительностью несколько микросекунд. Амплитуда, максимальная энергия и промежутки времени между отдельными вспышками различны и, кроме того, изменяются в течение времени существования импульса. Типичная продолжительность лазерного импульса составляет от 0.1 до 1 мс. При проведении численных расчетов полагают, что либо он не имеет упорядоченной внутренней структуры (например, прямоугольной или треугольной формы), когда во внимание принимается только огибающая импульсов, либо обладает внутренней структурой, состоящей из ряда вспышек одинаковой продолжительности.

Аналитическое решение соответствующей краевой задачи теплопроводности для полупространства, нагреваемого в круговой области на граничной поверхности тепловым потоком с интенсивностью, изменяющейся во времени по произвольному закону, отсутствует. В публикуемой работе предлагается приближенная методика решения этой задачи.

1. Постановка краевой задачи теплопроводности. При действии лазеров с продолжительностью импульса порядка единиц миллисекунд и удельной мощностью излучения, не превышающей 10^8 – 10^9 Вт/м², задачу нагревания массивного тела можно рассматри-

вать как осесимметричную краевую задачу линейной теплопроводности для полупространства [1]:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial T}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 T}{\partial \zeta^2} = \frac{\partial T}{\partial \tau}, \quad \rho \geq 0, \quad \zeta > 0, \quad \tau > 0 \quad (1.1)$$

$$T = 0, \quad \rho \geq 0, \quad \zeta \geq 0, \quad \tau = 0 \quad (1.2)$$

$$\partial T / \partial \zeta = -\Lambda q(\rho) I(\tau), \quad \rho \geq 0, \quad \zeta = 0, \quad \tau > 0 \quad (1.3)$$

$$T, \partial T / \partial \rho, \partial T / \partial \zeta \rightarrow 0, \quad \rho^2 + \zeta^2 \rightarrow \infty, \quad \tau > 0 \quad (1.4)$$

$$\rho = \frac{r}{a}, \quad \zeta = \frac{z}{a}, \quad \tau = \frac{kt}{a^2}, \quad \Lambda = A \frac{aq_0}{K} \quad (1.5)$$

где T – температура; t – время; (r, z) – радиальная и аксиальная составляющие цилиндрической системы координат с началом в центре пятна нагревания и осью z , направленной по нормали внутрь полупространства; K, k – коэффициенты тепло- и температуропроводности соответственно; A – коэффициент поглощения; q_0 – удельная мощность излучения в центре пятна нагревания.

Примем нормальное (гауссово) пространственное распределение интенсивности лазерного излучения

$$q(\rho) = \exp(-\rho^2), \quad \rho \geq 0 \quad (1.6)$$

наиболее часто встречающееся в приложениях. Тогда параметр a в обозначениях (1.5) – это радиус круга на поверхности полупространства, в котором содержится около 63% всей излучаемой мощности (1.6) [4].

Изменение интенсивности излучения со временем может быть описано при помощи функции [4]

$$I(\tau) = \lambda (\tau / \tau_r)^\alpha \exp[-\beta(\tau^\gamma - \tau_r^\gamma)], \quad \tau \geq 0 \quad (1.7)$$

$$\tau_r = \frac{kt_r}{a^2}, \quad t_r = \left(\frac{\alpha}{\beta\gamma}\right)^{1/\gamma} \quad (1.8)$$

Для $\alpha = 0.4, \beta = 7, \gamma = 3$ из формулы (1.8) определяем безразмерное время роста импульса $\tau_r = 0.27$, а нормирующий множитель λ в формуле (1.7) находим из условия

$$\int_0^\infty I(\tau) d\tau = 1$$

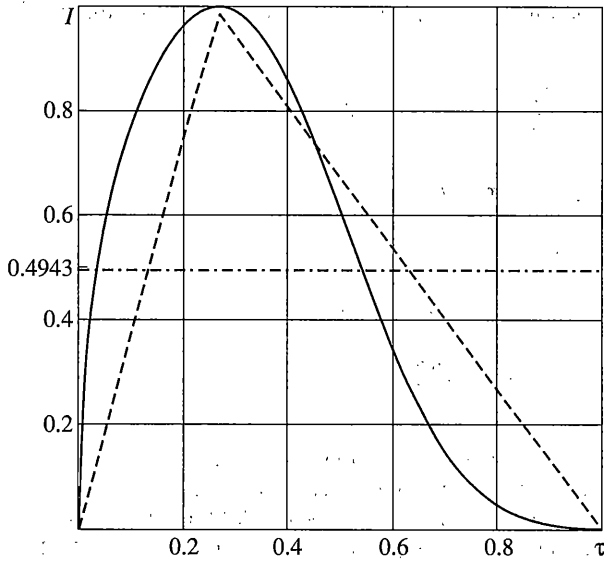
В результате получаем $\lambda = 0.4953$. График функции $I(\tau)$ (1.7), (1.8) показан сплошной кривой на фиг. 1. Штриховой линией на фиг. 1 показан треугольный импульс

$$I(\tau) = \begin{cases} 2\tau/\tau_r, & 0 \leq \tau \leq \tau_r \\ 2(\tau_s - \tau)/(\tau_s - \tau_r), & \tau_r \leq \tau \leq \tau_s \end{cases} \quad (1.9)$$

а штрихпунктирной – прямоугольный

$$I(\tau) = H(\tau_s - \tau), \quad \tau \geq 0 \quad (1.10)$$

где $\tau_s = kt_s/a^2 = 1, t_s$ – продолжительность импульса.



Фиг. 1

Поскольку получить точное аналитическое решение краевой задачи теплопроводности (1.1)–(1.4) для распределений интенсивности теплового потока (1.6) и (1.7) не представляется возможным, построим приближенное ее решение путем аппроксимации функции $I(\tau)$ (1.7) кусочно-линейными (1.9) либо кусочно-постоянными (1.10) функциями.

2. Постоянная структура импульса. При расчетах тепловых режимов тел, облучаемых лазерами, работающими в миллисекундном режиме излучения, наиболее часто используют импульсы прямоугольной формы (1.10) или их предельный ($\tau_s \rightarrow \infty$) случай

$$I(\tau) = H(\tau), \quad \tau \geq 0 \quad (2.1)$$

Решение осесимметричной краевой задачи теплопроводности (1.1)–(1.4) с нормальным пространственным (1.6) и постоянным во времени (2.1) распределениями удельной мощности излучения, полученное в результате применения интегральных преобразований Ханкеля по радиальной координате ρ и Лапласа по времени τ , имеет вид [9]:

$$T^{(0)}(\rho, \zeta, \tau) = \Lambda T^{(0)*}(\rho, \zeta, \tau), \quad \rho \geq 0, \quad \zeta \geq 0, \quad \tau \geq 0 \quad (2.2)$$

$$T^{(0)*}(\rho, \zeta, \tau) = \int_0^{\infty} \varphi(\xi) \Phi_0(\xi, \zeta, \tau) J_0(\xi \rho) d\xi, \quad \Phi_0(\xi, \zeta, \tau) = h^-(\xi, \zeta, \tau) \quad (2.3)$$

$$\varphi(\xi) = \int_0^{\infty} \rho q(\varepsilon) J_0(\xi \rho) d\rho = 0.5 \exp(-0.25 \xi^2), \quad \xi \geq 0, \quad \operatorname{erfc}(\cdot) = 1 - \operatorname{erf}(\cdot) \quad (2.4)$$

$$h^{\pm}(\xi, \zeta, \tau) = \frac{1}{2} \left[\exp(-\xi \zeta) \operatorname{erfc} \left(\frac{\zeta}{2\sqrt{\tau}} - \xi \sqrt{\tau} \right) \pm \exp(\xi \zeta) \operatorname{erfc} \left(\frac{\zeta}{2\sqrt{\tau}} + \xi \sqrt{\tau} \right) \right] \quad (2.5)$$

где $\operatorname{erf}(\cdot)$ – функция ошибок, $J_m(\cdot)$ – функция Бесселя первого рода порядка m .

Решение (2.2)–(2.5) можно проинтегрировать для некоторых частных значений координат и времени. Так, эволюцию температуры на поверхности тела в центре пятна нагретия описывает формула

$$T^{(0)*}(0, 0, \tau) = \pi^{-1/2} \operatorname{arctg}(2\sqrt{\tau}) \quad (2.6)$$

При достижении температурным полем стационарного состояния ($\tau \rightarrow \infty$) из соотношений (2.2)–(2.5) находим, что изменение температуры на поверхности облучаемого тела вдоль радиальной координаты происходит по закону

$$T^{(0)*}(\rho, 0, \infty) = 0.5\sqrt{\pi} \exp(-0.5\rho^2) I_0(0.5\rho^2) \quad (2.7)$$

а по глубине вдоль аксиальной оси –

$$T^{(0)*}(0, \zeta, \infty) = 0.5\sqrt{\pi} \exp(\zeta^2) \operatorname{erfc}(\zeta), \quad (2.8)$$

где $I_0(\cdot)$ – модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка. Из формул (2.6)–(2.8) следует, что максимальная безразмерная стационарная температура на поверхности тела равна [9] $T^{(0)*}(0, 0, \infty) = 0.5\sqrt{\pi} \approx 0.8862$.

Квазистатические термонапряжения, соответствующие нестационарному температурному полю (2.2)–(2.5), находим методом термоупругого потенциала и функции Лява в виде [10]:

$$\sigma_{ij}^{(0)}(\rho, \zeta, \tau) = C\sigma_{ij}^{(0)*}(\rho, \zeta, \tau), \quad \rho \geq 0, \quad \zeta \geq 0, \quad \tau > 0 \quad (2.9)$$

$$\sigma_{ij}^{(0)*}(\rho, \zeta, \tau) = \int_0^\infty \varphi(s) S_{ij}^{(0)}(\xi, \rho, \zeta, \tau) ds - \delta_{ij} T^{(0)*}(\rho, \zeta, \tau) \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} S_{rr}^{(0)}(\xi, \rho, \zeta, \tau) &= \Phi_1(\xi, \zeta, \tau) [\xi J_1(\xi\rho)/\rho - \xi^2 J_0(\xi\rho)] - \\ &- \xi^2 e^{-\xi\zeta} \{ [(1 - \xi\zeta)\Phi_1(\xi, 0, \tau) + (2 - \xi\zeta)\Phi_2(\xi, 0, \tau)] J_0(\xi\rho) + \\ &+ [(2\nu - 1 + \xi\zeta)\Phi_1(\xi, 0, \tau) + (2\nu - 2 + \xi\zeta)\Phi_2(\xi, 0, \tau)] J_1(\xi\rho)/(\xi\rho) \} \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} S_{\theta\theta}^{(0)}(\xi, \rho, \zeta, \tau) &= -\Phi_1(\xi, \zeta, \tau) \xi J_1(\xi\rho)/\rho - \xi^2 e^{-\xi\zeta} \{ 2\nu [\Phi_1(\xi, 0, \tau) + \Phi_2(\xi, 0, \tau)] J_0(\xi\rho) - \\ &- [(2\nu - 1 + \xi\zeta)\Phi_1(\xi, 0, \tau) + (2\nu - 2 + \xi\zeta)\Phi_2(\xi, 0, \tau)] J_1(\xi\rho)/(\xi\rho) \} \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$S_{zz}^{(0)}(\xi, \rho, \zeta, \tau) = \{ \Phi_1(\xi, \zeta, \tau) - e^{-\xi\zeta} [(1 + \xi\zeta)\Phi_1(\xi, 0, \tau) + \xi\zeta\Phi_2(\xi, 0, \tau)] \} \xi^2 J_0(\xi\rho) \quad (2.13)$$

$$S_{rz}^{(0)}(\xi, \rho, \zeta, \tau) = \{ -\Phi_2(\xi, \zeta, \tau) - e^{-\xi\zeta} [\xi\zeta\Phi_1(\xi, 0, \tau) + (1 - \xi\zeta)\Phi_2(\xi, 0, \tau)] \} \xi^2 J_1(\xi\rho) \quad (2.14)$$

$$\Phi_1(\xi, \zeta, \tau) = \left(\tau - \frac{1}{2\xi^2} \right) h^-(\xi, \zeta, \tau) - \frac{\zeta}{2\xi} h^+(\xi, \zeta, \tau) + \frac{1}{\xi\sqrt{\pi}} \exp\left[-\left(\xi^2\tau + \frac{\zeta^2}{4\tau} \right) \right] \quad (2.15)$$

$$\Phi_2(\xi, \zeta, \tau) = 0.5\xi^{-1}\zeta h^-(\xi, \zeta, \tau) - \tau h^+(\xi, \zeta, \tau), \quad C = 2\Lambda\mu\alpha_t(1 + \nu)\Lambda/(1 - \nu) \quad (2.16)$$

где $T^{(0)*}$ – безразмерная температура (2.2)–(2.5), μ – модуль сдвига, ν – коэффициент Пуассона, α_t – коэффициент линейного термического расширения. Коэффициенты δ_{ij} в правой части соотношения (2.10) равны $\delta_{rr} = \delta_{\theta\theta} = 1$, $\delta_{zz} = \delta_{rz} = 0$. На поверхности пространства из соотношений (2.9)–(2.16) получаем $\sigma_{zz}^{(0)}(\rho, 0, \tau) = \sigma_{rz}^{(0)}(\rho, 0, \tau) = 0$.

Тогда решение для прямоугольного (1.10) импульса продолжительности τ_s имеет вид

$$T(\rho, \zeta, \tau) = T^{(0)}(\rho, \zeta, \tau)H(\tau) - T^{(0)}(\rho, \zeta, \tau - \tau_s)H(\tau - \tau_s), \quad \tau \geq 0 \quad (2.17)$$

$$\sigma_{ij}(\rho, \zeta, \tau) = \sigma_{ij}^{(0)}(\rho, \zeta, \tau)H(\tau) - \sigma_{ij}^{(0)}(\rho, \zeta, \tau - \tau_s)H(\tau - \tau_s), \quad \tau \geq 0 \quad (2.18)$$

где температуру $T^{(0)}$ определяем по формулам (2.2)–(2.5), а термонапряжения $\sigma_{ij}^{(0)}$ – (2.9)–(2.16).

3. Линейная эволюция интенсивности излучения. Решение краевой задачи теплопроводности (1.1)–(1.4), (1.6) и (1.9) можно представить с помощью некоторой комбинации решений для равномерного (во времени) распределения интенсивности излучения (2.1) и линейного распределения

$$I(\tau) = \tau H(\tau), \quad \tau > 0 \quad (3.1)$$

Нестационарное температурное поле в полупространстве, нагреваемом на поверхности тепловым потоком с интенсивностью, распределенной по нормальному закону (1.6) и линейно изменяющимся со временем (3.1), имеет вид

$$T^{(1)}(\rho, \zeta, \tau) = \Lambda T^{(1)*}(\rho, \zeta, \tau), \quad \rho \geq 0, \quad \zeta \geq 0, \quad \tau \geq 0 \quad (3.2)$$

$$T^{(1)*}(\rho, \zeta, \tau) = \int_0^{\infty} \varphi(\xi) \Phi_1(\xi, \zeta, \tau) J_0(\xi \rho) d\xi \quad (3.3)$$

где функции $\varphi(\xi)$ и $\Phi_1(\xi, \zeta, \tau)$ определяем по формулам (2.4) и (2.15) соответственно.

Квазистатические термонапряжения, инициируемые в упругом теле температурным полем (3.2), (3.3), равны

$$\sigma_{ij}^{(1)}(\rho, \zeta, \tau) = C \sigma_{ij}^{(1)*}(\rho, \zeta, \tau), \quad \rho \geq 0, \quad \zeta \geq 0, \quad \tau > 0 \quad (3.4)$$

$$\sigma_{ij}^{(1)*}(\rho, \zeta, \tau) = \int_0^{\infty} \varphi(s) S_{ij}^{(1)}(\xi, \rho, \zeta, \tau) ds - \delta_{ij} T^{(1)*}(\rho, \zeta, \tau) \quad (3.5)$$

где функции $S_{ij}^{(1)}(\xi, \rho, \zeta, \tau)$ под знаком интеграла в правой части соотношения (3.5) определяем по формулам (2.11)–(2.14) с учетом формальной замены в них функции $\Phi_1(\xi, \zeta, \tau)$ (2.15) на функцию

$$\begin{aligned} \Phi_3(\xi, \zeta, \tau) &= \frac{\zeta}{2\xi} \left(\tau - \frac{3}{4\xi^2} \right) h^+(\xi, \zeta, \tau) - \left(\frac{\tau^2}{2} - \frac{\tau}{2\xi^2} + \frac{\zeta}{8\xi^2} + \frac{3}{8\xi^4} \right) \times \\ &\times h^-(\xi, \zeta, \tau) - \left(\frac{\tau}{2} - \frac{3}{4\xi^2} \right) \frac{1}{\xi} \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \exp \left[- \left(\xi^2 \tau + \frac{\zeta^2}{4\tau} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.6)$$

а функции $\Phi_2(\xi, \zeta, \tau)$ (2.16) – на функцию

$$\Phi_4(\xi, \zeta, \tau) = \left(\frac{\tau^2}{2} + \frac{\zeta^2}{8\xi^2} \right) h^+(\xi, \zeta, \tau) + \frac{\zeta}{2\xi} \left(\frac{1}{4\xi^2} - \tau \right) h^-(\xi, \zeta, \tau) - \frac{\zeta}{4\xi^2} \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \exp \left[- \left(\xi^2 \tau + \frac{\zeta^2}{4\tau} \right) \right] \quad (3.7)$$

Нестационарную температуру и соответствующие ей квазистатические термонапряжения для треугольного импульса (1.9) находим с помощью суперпозиции решений для

равномерного (2.2)–(2.5), (2.9)–(2.16) и линейного (3.2)–(3.7) распределений интенсивности излучения

$$T(\rho; \zeta, \tau) = \frac{2}{\tau_r} [T^{(1)}(\rho, \zeta, \tau)H(\tau) - T^{(1)}(\rho, \zeta, \tau - \tau_r)H(\tau - \tau_r)] - \frac{2}{(\tau_s - \tau_r)} [T^{(1)}(\rho, \zeta, \tau - \tau_r)H(\tau - \tau_r) - T^{(1)}(\rho, \zeta, \tau - \tau_s)H(\tau - \tau_s)] \quad (3.8)$$

$$\sigma_{ij}(\rho, \zeta, \tau) = \frac{2}{\tau_r} [\sigma_{ij}^{(1)}(\rho, \zeta, \tau)H(\tau) - \sigma_{ij}^{(1)}(\rho, \zeta, \tau - \tau_r)H(\tau - \tau_r)] - \frac{2}{(\tau_s - \tau_r)} [\sigma_{ij}^{(1)}(\rho, \zeta, \tau - \tau_r)H(\tau - \tau_r) - \sigma_{ij}^{(1)}(\rho, \zeta, \tau - \tau_s)H(\tau - \tau_s)] \quad (3.9)$$

4. Произвольное распределение интенсивности излучения. На основании полученных решений для прямоугольной (2.17), (2.18) и треугольной (3.8), (3.9) форм распределения удельной мощности излучения построим приближенное решение для произвольной и, в частности, вида (1.7), (1.8), формы импульса. При этом воспользуемся аппроксимирующими свойствами конечных финитных функций [11]. Остановимся на двух видах таких приближений.

4.1. Кусочно-постоянная аппроксимация. Введем на безразмерном интервале $[0, \tau]$ равномерную (не обязательно) сетку $\tau_k = k\delta\tau$ ($k = 0, 1, \dots, n$), $\delta\tau = \tau/n$. Поставим каждому узлу этой сетки в соответствие кусочно-постоянную единичную функцию

$$\Phi_k(\tau) = \begin{cases} 1, & \tau \in [\tau_{k-1}, \tau_k] \\ 0, & \tau \notin [\tau_{k-1}, \tau_k] \end{cases} \quad (k = 1, 2, \dots, n) \quad (4.1)$$

Функцию $I(\tau)$, описывающую изменение с течением времени интенсивности импульса излучения, аппроксимируем с помощью набора функций (4.1):

$$I(\tau) \approx \sum_{k=1}^n I(\bar{\tau}_k)\Phi_k(\tau), \quad \bar{\tau}_k = 0.5(\tau_{k-1} + \tau_k), \quad \tau > 0 \quad (4.2)$$

Тогда решение нестационарной граничной задачи теплопроводности (1.1)–(1.4), (1.6) с произвольной гладкой функцией $I(\tau)$ (4.2) запишем в виде

$$T(\rho, \zeta, \tau) = \Lambda T^*(\rho, \zeta, \tau), \quad \rho \geq 0, \quad \zeta \geq 0, \quad \tau \geq 0 \quad (4.3)$$

$$T^*(\rho, \zeta, \tau) = \sum_{k=1}^n I(\bar{\tau}_k)T_k^{(0)*}(\rho, \zeta, \tau) \quad (4.4)$$

$$T_k^{(0)*}(\rho, \zeta, \tau) = T^{(0)*}(\rho, \zeta, \tau - \tau_{k-1})H(\tau - \tau_{k-1}) - T^{(0)*}(\rho, \zeta, \tau - \tau_k)H(\tau - \tau_k) \quad (4.5)$$

где безразмерная температура $T^{(0)*}$ определяется по формулам (1.3)–(1.5). Подобным образом находим термонапряжения, инициируемые в полупространстве температурным полем (4.3)–(4.5):

$$\sigma_{ij}(\rho, \zeta, \tau) = C\sigma_{ij}^*(\rho, \zeta, \tau), \quad \rho \geq 0, \quad \zeta \geq 0, \quad \tau \geq 0 \quad (4.6)$$

$$\sigma_{ij}^*(\rho, \zeta, \tau) = \sum_{k=1}^n I(\bar{\tau}_k)\sigma_{ij,k}^{(0)*}(\rho, \zeta, \tau) \quad (4.7)$$

$$\sigma_{ij,k}^{(0)*}(\rho, \zeta, \tau) = \sigma_{ij}^{(0)*}(\rho, \zeta, \tau - \tau_{k-1})H(\tau - \tau_{k-1}) - \sigma_{ij}^{(0)*}(\rho, \zeta, \tau - \tau_k)H(\tau - \tau_k) \quad (4.8)$$

где безразмерные компоненты напряжений $\sigma_{ij}^{(0)*}$ вычисляем из соотношений (2.10)–(2.16). Абсолютная погрешность аппроксимации (4.2) составляет $O(\delta\tau)$ [11].

4.2. *Кусочно-линейная аппроксимация.* В этом случае каждому узлу сетки разбиения интервала $[0, \tau]$ соответствует кусочно-линейная функция

$$\varphi_0(\tau) = \begin{cases} (\tau_1 - \tau)/\delta\tau, & \tau \in [\tau_0, \tau_1] \\ 0, & \tau \notin [\tau_0, \tau_1] \end{cases}, \quad \varphi_n(\tau) = \begin{cases} (\tau - \tau_{n-1})/\delta\tau, & \tau \in [\tau_{n-1}, \tau_n] \\ 0, & \tau \notin [\tau_{n-1}, \tau_n] \end{cases}$$

Тогда функцию $I(\tau)$ приблизим суммой

$$I(\tau) \approx \sum_{k=0}^n I(\tau_k)\varphi_k(\tau), \quad \tau > 0 \quad (4.9)$$

Решение краевой задачи теплопроводности (1.1)–(1.6) с временной формой импульса (4.9), при учете алгоритма построения решения в случае треугольного импульса (3.8), представим в виде (4.3), где

$$T^*(\rho, \zeta, \tau) = \frac{1}{\delta\tau} \sum_{k=0}^n I(\tau_k)T_k^{(1)*}(\rho, \zeta, \tau) \quad (4.10)$$

$$T_0^{(1)*}(\rho, \zeta, \tau) = [\tau_1 T^{(0)*}(\rho, \zeta, \tau - \tau_0) - T^{(1)*}(\rho, \zeta, \tau - \tau_0)]H(\tau - \tau_0) + T^{(1)*}(\rho, \zeta, \tau - \tau_1)H(\tau - \tau_1) \quad (4.11)$$

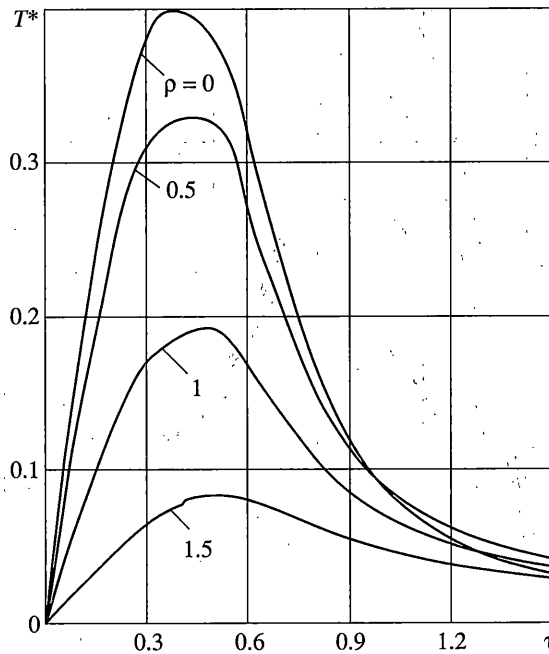
$$T_k^{(1)*}(\rho, \zeta, \tau) = T^{(1)*}(\rho, \zeta, \tau - \tau_{k-1})H(\tau - \tau_{k-1}) - 2T^{(1)*}(\rho, \zeta, \tau - \tau_k)H(\tau - \tau_k) + T^{(1)*}(\rho, \zeta, \tau - \tau_{k+1})H(\tau - \tau_{k+1}) \quad (k = 1, 2, \dots, n-1) \quad (4.12)$$

$$T_n^{(1)*}(\rho, \zeta, \tau) = T^{(1)*}(\rho, \zeta, \tau - \tau_{n-1})H(\tau - \tau_{n-1}) - [T^{(1)*}(\rho, \zeta, \tau - \tau_n) + (\tau_n - \tau_{n-1})T^{(0)*}(\rho, \zeta, \tau - \tau_n)]H(\tau - \tau_n) \quad (4.13)$$

Тогда температурные напряжения в полупространстве, инициализированные температурным полем (4.3), (4.10)–(4.13), находим по формуле (4.6), где

$$\sigma_{ij}^*(\rho, \zeta, \tau) = \frac{1}{\delta\tau} \sum_{k=0}^n I(\tau_k)\sigma_{ij,k}^{(1)*}(\rho, \zeta, \tau) \quad (4.14)$$

$$\sigma_{ij,0}^{(1)*}(\rho, \zeta, \tau) = [\tau_1 \sigma_{ij}^{(0)*}(\rho, \zeta, \tau - \tau_0) - \sigma_{ij}^{(1)*}(\rho, \zeta, \tau - \tau_0)]H(\tau - \tau_0) + \sigma_{ij}^{(1)*}(\rho, \zeta, \tau - \tau_1)H(\tau - \tau_1) \quad (4.15)$$



Фиг. 2

$$\sigma_{ij,k}^{(1)*}(\rho, \zeta, \tau) = \sigma_{ij}^{(1)*}(\rho, \zeta, \tau - \tau_{k-1})H(\tau - \tau_{k-1}) - 2\sigma_{ij}^{(1)*}(\rho, \zeta, \tau - \tau_k)H(\tau - \tau_k) + \sigma_{ij}^{(1)*}(\rho, \zeta, \tau - \tau_{k+1})H(\tau - \tau_{k+1}) \quad (k = 1, 2, \dots, n-1) \quad (4.16)$$

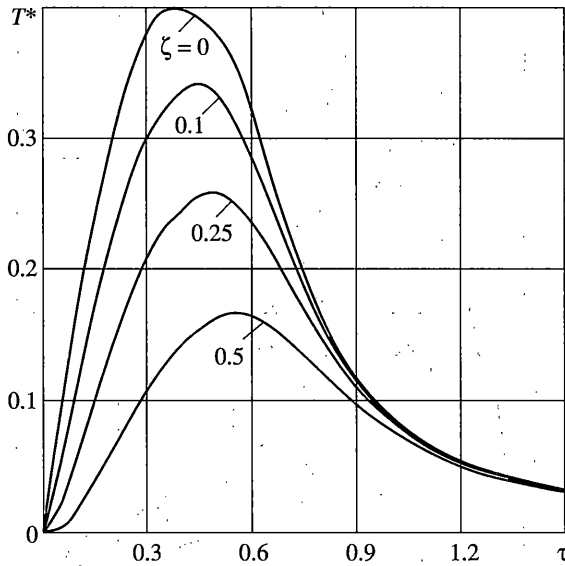
$$\sigma_{ij,n}^{(1)*}(\rho, \zeta, \tau) = \sigma_{ij}^{(1)*}(\rho, \zeta, \tau - \tau_{n-1})H(\tau - \tau_{n-1}) - [\sigma_{ij}^{(1)*}(\rho, \zeta, \tau - \tau_n) + (\tau_n - \tau_{n-1})\sigma_{ij}^{(0)*}(\rho, \zeta, \tau - \tau_n)]H(\tau - \tau_n) \quad (4.17)$$

Здесь $\sigma_{ij}^{(0)*}$ и $\sigma_{ij}^{(1)*}$ – безразмерные компоненты напряжений, определяемые из соотношений (2.10)–(2.16) и (3.5)–(3.7) соответственно.

Абсолютная погрешность приближения (4.9) функции $I(\tau)$ с помощью кусочно-линейных функций составляет $O(\delta\tau^2)$ [11].

5. Численный анализ и выводы. Расчеты температурного поля и термонапряжений выполнены для импульса лазера с удельной мощностью, изменяющейся во времени в соответствии с функцией $I(\tau)$ (1.7), (1.8) (сплошная кривая на фиг. 1). Коэффициент Пуассона полагали равным $\nu = 0.3$, а количество слагаемых в суммах (4.2) или (4.9) выбиралось из условия достижения заданной точности вычислений. При этом расчетная схема с использованием кусочно-линейной аппроксимации (4.9) оказалась более эффективной, чем кусочно-постоянное приближение (4.2).

Эволюция безразмерной температуры $T^* = T/\Lambda$ в фиксированных точках на поверхности $\zeta = 0$ полупространства показана на фиг. 2, а в заданных точках на аксиальной оси $\rho = 0$ – на фиг. 3. Видно, что характер изменения температуры со временем подобен из-

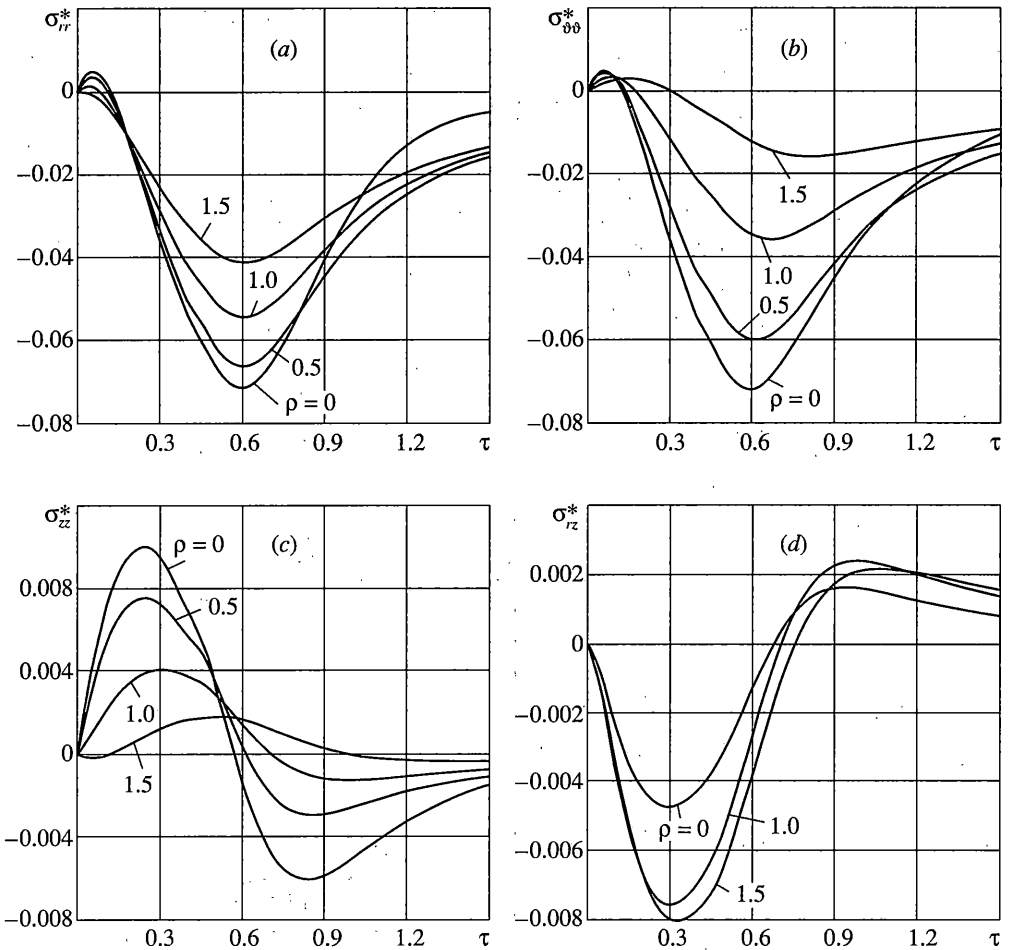


Фиг. 3

менению интенсивности лазерного излучения. В центре пятна нагревания ($\rho = 0, \zeta = 0$) температура достигает максимального значения в момент времени $\tau_r = 0.27$, когда интенсивность излучения наибольшая. После этого начинается охлаждение тела, связанное с уменьшением удельной мощности теплового источника. С удалением от центра пятна нагревания время τ_{\max} достижения температурного максимума увеличивается: для значений $\rho = 0.5, 1, 1.15$, показанных на фиг. 2, $\tau_{\max} = 0.4, 0.48, 0.51$ соответственно. С увеличением расстояния от поверхности тела время достижения температурой максимального значения также увеличивается: для представленных на фиг. 3 безразмерных глубин $\zeta = 0.1, 0.25, 0.5$ найдено, что $\tau_{\max} = 0.1, 0.25, 0.5$ соответственно. После выключения лазера ($\tau \geq 1$) температура на аксиальной оси выравнивается.

Изменение во времени безразмерных компонент $\sigma_{ij}^* = \sigma_{ij}/C$ тензора напряжений показано на фиг. 4. Эволюции радиальных σ_{rr}^* и кольцевых $\sigma_{\theta\theta}^*$ напряжений в избранных четырех точках на расстоянии $\zeta = 0.5$ от поверхности тела очень похожи (фиг. 4, a, b). С момента включения лазера до времени роста $\tau_r = 0.27$ эти напряжения положительны (растягивающие), после чего становятся отрицательными (сжимающими), резко увеличиваясь по абсолютной величине. Максимальное их значение достигается на оси симметрии $\rho = 0$ в момент времени $\approx 2\tau_r$.

В начальные моменты времени действия излучения безразмерное нормальное напряжение σ_{zz}^* (фиг. 4, c) растягивающее, а ближе к моменту выключения лазера – сжимающее. Причем период времени, на протяжении которого $\sigma_{zz}^* > 0$, увеличивается с удалением от аксиальной оси. Наличие растягивающих и сжимающих напряжений под поверхностью облучаемого тела можно объяснить термическим расширением материала вследствие нагревания (в период увеличения интенсивности излучения $0 < \tau \leq 0.27$) и последующего сжатия (при охлаждении $\tau > 0.27$).

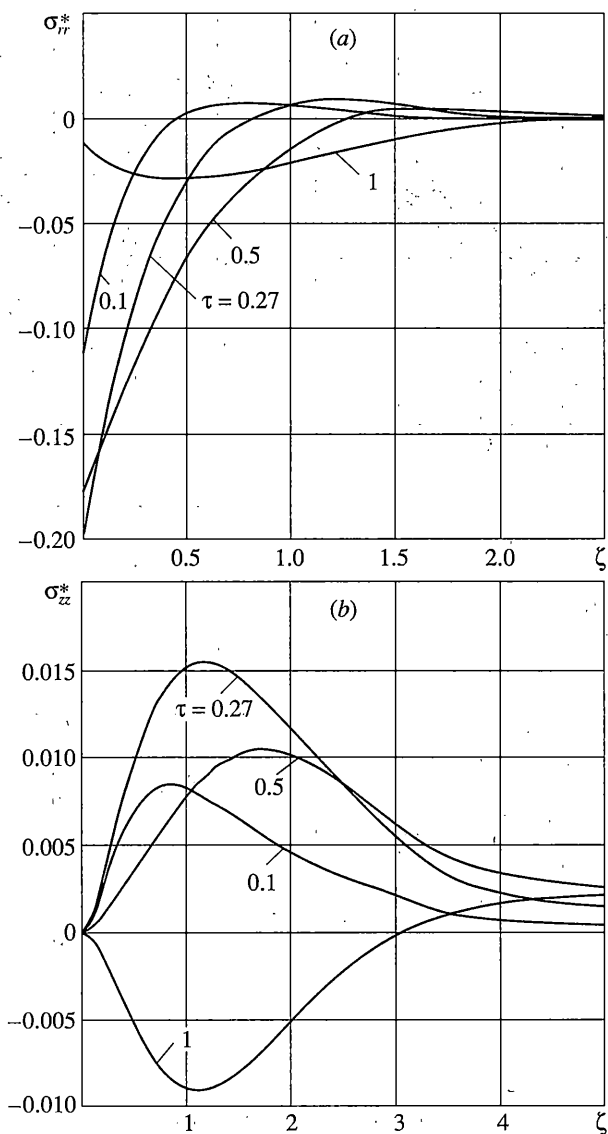


Фиг. 4

Безразмерное касательное напряжение σ_{rz}^* отрицательно на протяжении почти всего времени действия лазера и становится положительным после его выключения (фиг. 4, d). Здесь следует отметить, что абсолютное значение касательного напряжения увеличивается с удалением от оси симметрии $\rho = 0$ (на самой оси оно нулевое).

Все компоненты напряжений практически исчезают при $\tau > 5$.

Распределение безразмерных радиальных σ_{rr}^* и нормальных σ_{zz}^* напряжений вдоль аксиальной оси в различные моменты времени показано на фиг. 5. Максимальное значение сжимающих радиальных напряжений σ_{rr}^* достигается на облучаемой поверхности в момент наибольшей интенсивности излучения $\tau = 0.27$ (фиг. 5, a). На расстоянии от рабочей поверхности, превышающем два радиуса пятна нагрева, радиальные напряжения становятся пренебрежимо малыми. Нормальные напряжения σ_{zz}^* , нулевые на поверхности тела, увеличиваются с удалением от нее, достигая на определенной глуби-



Фиг. 5

не максимального значения (фиг. 5, b). Они являются растягивающими во время действия лазера и сжимающими после его выключения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рыкалин Н.Н., Углов А.А., Кокора А.Н. Лазерная обработка материалов. М.: Машиностроение, 1975. 296 с.
2. Duley W.W. CO₂ Lasers: Effects and applications. New York: Acad. Press, 1976. 427 p.
3. Рэди Дж. Действие мощного лазерного излучения. М.: Мир, 1974. 468 с.
4. Hector L.G., Hetnarski R.B. Thermal stresses due to a laser pulse: elastic solution // Trans. ASME. J. Appl. Mech. 1996. V. 63. № 1. P. 38–46.

5. Рыкалин Н.Н., Углов А.А., Зуев И.В., Кокора А.Н. Лазерная и электронно-лучевая обработка материалов: Справочник. М.: Машиностроение, 1985. 495 с.
6. Matysiak S.J., Yevtushenko A.A., Ivanyk E.G. Temperature field in a microperiodic two-layered composite caused by a circular laser heat source // *heat and Mass Transfer*. 1998. V. 34. № 2–3. P. 127–133.
7. Welch A.J., Van Gemert M.J.C. Optical-Thermal Response of Laser Irradiated Tissue. N.Y.: Plenum Press, 1995. 925 p.
8. Roźniakowski K. Application of Laser Radiation for Examination and Modification of Building Materials Properties. Warsaw: BIGRAF, 2001. 198 p.
9. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 487 с.
10. Евтушенко А.А., Иваник Е.Г., Матысяк С.И. Об одной модели лазерного термораскалывания // *Изв. РАН. МТТ*. 2001. № 2. С. 132–138.
11. Марчук Г.И., Агошков В.И. Введение в проекционно-сеточные методы. М.: Наука, 1981. 416 с.

Львов

Поступила в редакцию
4.08.2003