

УДК 539.3

© 2006 г. **Р.В. ГОЛЬДШТЕЙН, В.М. КОЗИНЦЕВ, А.В. ПОДЛЕСНЫХ,  
А.Л. ПОПОВ, Д.А. ЧЕЛЮБЕЕВ**

### **МЕТОД ЭЛЕКТРОННОЙ СПЕКЛ-ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ МЕХАНИКИ УПРУГИХ ТЕЛ**

Представлены теоретическая и экспериментальная методики решения некоторых обратных задач механики упругих тел: диагностики отслоений тонких покрытий, нанесенных на упругое тело-подложку, идентификации механических характеристик материала покрытий и усадочных напряжений в них, определения величины и места приложения локальной нагрузки на подложку. Исследуемые характеристики определяются по малым перемещениям поверхности объекта, наблюдаемым в виде системы интерференционных полос с помощью электронного спекл-интерферометра.

Теоретические решения обратных задач теории упругости, когда, например, по полю перемещений определяются приложенные нагрузки, основаны на математически заданных функциях перемещений в упругих телах. Специфика решения обратных задач в теории упругости состоит в том, что одно и то же напряженно-деформированное состояние может быть вызвано различными видами воздействий на тело. В такого типа задачах, относящихся к классу некорректно поставленных, принципиальными моментами являются точность измерения регистрируемого поля перемещений и получение дополнительной информации, проливающей свет на характер приложенных воздействий. Включение экспериментального звена – лазерно-компьютерной интерферометрии в методику решения обратных задач позволяет обеспечить высокую точность проводимых измерений малых упругих перемещений тела.

Данная работа реализует такой подход на серии обратных задач, связанных с контролем отслоений тонких покрытий и продолжает исследования отслоений тонких покрытий, начатые в [1], обобщая их на случаи многослойного покрытия и двумерной пластинчатой модели подложки. Для диагностики отслоений использованы отличия в характере деформирования отслоенных и неотслоенных участков, проявляющиеся при изгибе подложки. Построена математическая модель таких отличий при изгибе многослойного покрытия на круглой пластине-подложке. Отслоение покрытия моделируется полусферой малого радиуса, а изгибающая нагрузка – внецентренно приложенной нормальной сосредоточенной силой. Параллельно решались задачи определения остаточных усадочных напряжений, возникающих в процессе нанесения покрытия на подложку, и механических характеристик материала покрытия, где частично использовались идеи, заложенные в классической работе Стони [2] и получившие продолжение в [3].

В экспериментальной части для определения малых перемещений подложки и покрытия применен метод электронной спекл-интерферометрии. При наложении спекл-изображений исходного и изогнутого состояний пластины с покрытиями разность перемещений неотслоенных и отслоенных частей покрытий проявляется в виде локальных нарушений регулярной систе-

мы полос результирующей интерферограммы, которая соответствует линиям одинакового прогиба пластины-подложки. Исследована возможность экспериментально-теоретического решения обратной задачи изгиба пластины: определение величины силы и точки ее приложения к пластине по наблюдаемому числу интерференционных полос и их конфигурации. При этом в качестве чувствительного элемента может служить сама нагружаемая пластина. Тем самым выясняется возможность использования данного подхода и в качестве метода бесконтактного определения сил и давлений в различных устройствах и конструкциях, добиваясь при этом подбором геометрических параметров пластины (диаметра и толщины) требуемых пределов по чувствительности к измеряемым величинам.

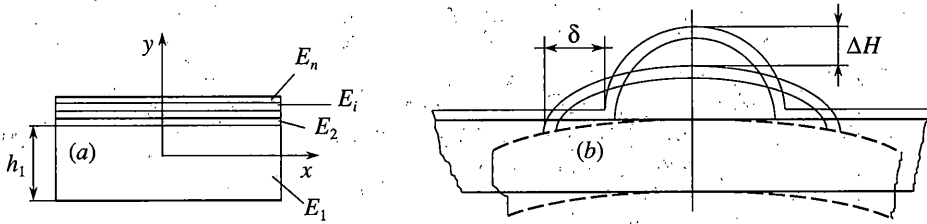
**1. Математическая модель локального отслоения тонких покрытий и его экспериментальная диагностика.** Известные теоретические модели многослойного тела с упругими связями между слоями, которые можно использовать для описания пластины-подложки с покрытиями, представляют достаточно сложную систему дифференциальных уравнений и граничных условий [4]. Более простая модель [1], применимая при малой, по сравнению с пластиной-подложкой, толщине покрытий позволяет пренебречь изгибной жесткостью покрытий. Вследствие этого, принимается, что отдельные слои покрытия работают только на растяжение – сжатие. Тогда изгиб подложки с покрытиями можно описать как изгиб однородного тела с эквивалентным модулем упругости, который определяется по формуле, аналогичной той, которая применяется для определения эквивалентного модуля упругости при совместном растяжении нескольких стержней одинаковой длины

$$E = \left( \frac{E_1 h_1}{2} + \sum_{i=2}^n E_i h_i \right) / \sum_{i=1}^n h_i \quad (1.1)$$

где  $E_i, h_i$  ( $i = 1, n$ ) – модули упругости и толщины отдельных слоев, включая подложку,  $n$  – число слоев (фиг. 1, а). В формуле (1.1) учтено, что изгиб подложки эквивалентен растяжению – сжатию тела половинной толщины.

Использование эквивалентного модуля упругости позволяет учесть различные варианты изменения свойств покрытия от слоя к слою: периодическое, монотонное и др. и сводит задачу изгиба подложки с покрытиями к одному уравнению классической теории изгиба пластин. Могут быть также определены модули Юнга отдельных слоев покрытия. Для этого достаточно, чтобы были известны прогиб подложки хотя бы в одной точке и закон изменения модулей упругости слоев покрытия.

Для обнаружения локального отслоения в наружном или внутреннем слое покрытия используется изгиб подложки сосредоточенной силой, приложенной с непокрытой стороны пластины. При этом неотслоенные участки покрытия перемещаются по одному закону с подложкой, а точки отслоенного участка – несколько иначе. Они смещаются как жесткое целое в направлении нормального перемещения подложки. Величина этого смещения равна прогибу подложки на границе отслоения (считается, что изгиб подложки не приводит к дальнейшему увеличению площади отслоения). Перемещения точек отслоенной части покрытия обусловлены изменением радиуса кривизны купола отслоения при выгибе подложки. Оба эти фактора приводят к изменению расстояния между отслоившейся частью покрытия и подложкой. В результате возникают различия в нормальных перемещениях наружной поверхности покрытия над отслоенными и неотслоенными участками (фиг. 1, б). Отслоение, первоначально имевшее форму полусферы, принимает при этом форму, близкую к полусфероиду. Максимальное изменение высоты  $\Delta H$  наружного слоя покрытия с отслоением между  $k$ -м и  $(k + 1)$ -м слоями по



Фиг. 1

сравнению с прогибом  $W_0$  подложки с неотслоенными покрытиями может быть оценено по формуле [5]

$$\frac{\Delta H}{W_0} = \frac{3}{2} \left( \frac{a_0}{a} \right)^2 \left( 1 + \frac{2}{a_0} \sum_{i=k}^n h_i \right) \quad (1.2)$$

где  $a$  – радиус пластины,  $a_0$  – исходное значение радиуса кривизны купола отслоения, сумма от  $k$  до  $n$  указывает на количество слоев в отслоившейся части покрытия. Если величины  $\Delta H$  и  $W_0$  известны по результатам измерений, то из (1.2) можно найти суммарную толщину отслоения и номер слоя покрытия, над которым произошло отслоение.

В качестве пластины-подложки рассмотрим круглую жестко защемленную упругую пластину, на которую действует внецентренная нормальная сосредоточенная сила. Расчетная схема этой задачи изображена на фиг. 2, а. При нагружении сосредоточенной силой  $P$  функция прогиба пластины описывается формулой [6]:

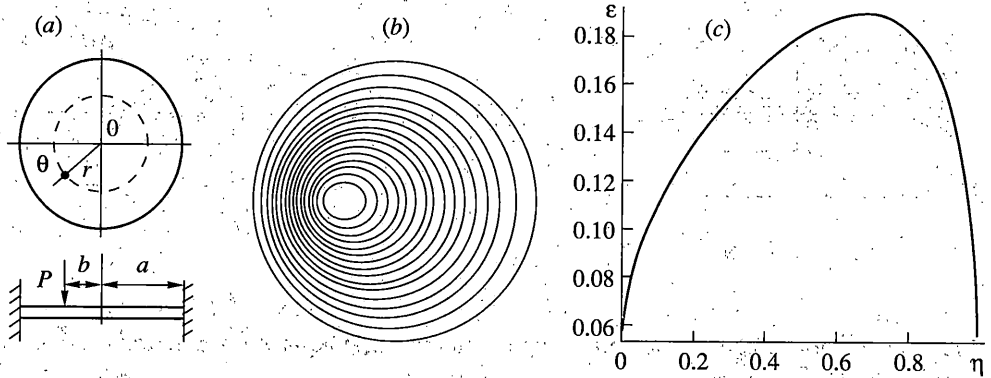
$$w(r, \theta) = \frac{Pa^2}{16\pi D} \left[ (1 - \xi^2)(1 - \eta^2) + (\xi^2 + \eta^2 - 2\xi\eta \cos \theta) \ln \left( \frac{\xi^2 + \eta^2 - 2\xi\eta \cos \theta}{1 + \xi^2 \eta^2 - 2\xi\eta \cos \theta} \right) \right] \quad (1.3)$$

где  $\xi = r/a$ ,  $\eta = b/a$ ;  $r, \theta$  – полярные координаты;  $b$  – расстояние от центра пластины до точки приложения силы;  $D$  – цилиндрическая жесткость пластины.

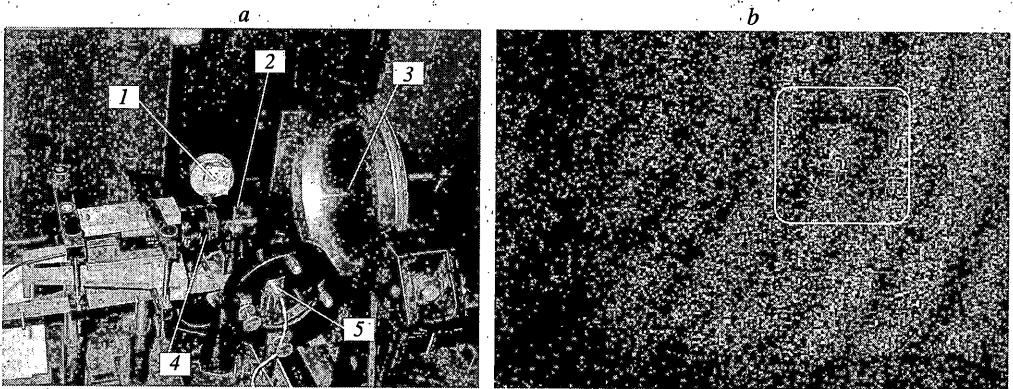
На фиг. 2, б изображено расположение расчетных линий уровня прогиба пластины-подложки, полученное из выражения (1.3) при  $\eta = 0.5$ , из которого видно, что максимум прогиба пластины при внецентренном нагружении не совпадает с точкой приложения силы. Задав это различие положений в виде  $\xi = \eta(1 - \epsilon)$ , получим зависимость  $\epsilon(\eta)$  расстояния между максимумом прогиба и точкой приложения силы при перемещении последней вдоль радиуса пластины от центра к краю (фиг. 2, в).

Экспериментальные исследования отслоений проводились на электронном спекл-интерферометре, обеспечивающем визуализацию уровней прогиба испытываемого образца в виде системы интерференционных полос с перепадом высот 0.32 мкм. В качестве образца-подложки использовалась круглая пластина диаметром 15 см и толщиной 1.3 мм, изображенная на фиг. 3, а. В качестве покрытия на одну из сторон пластины была приклеена алюминиевая фольга толщиной 0.015 мм. Соединение осуществлялось посредством приклеивания. Толщина клеявого слоя составляла 0.01–0.02 мм. В процессе нанесения покрытия искусственно создавались дефекты типа малых отслоений порядка нескольких толщин покрытия (в этих местах убиралась клеевая прослойка). При этом отслоения регистрировались в виде локальных замкнутых полос, нарушающих регулярный кольцевой рисунок, соответствующий линиям одинакового прогиба пластины.

На фиг. 3, а изображена круглая пластина-подложка и оптический блок измерительной системы с обозначением его элементов: 1 – диффузно-рассеивающая пластина, 2 –



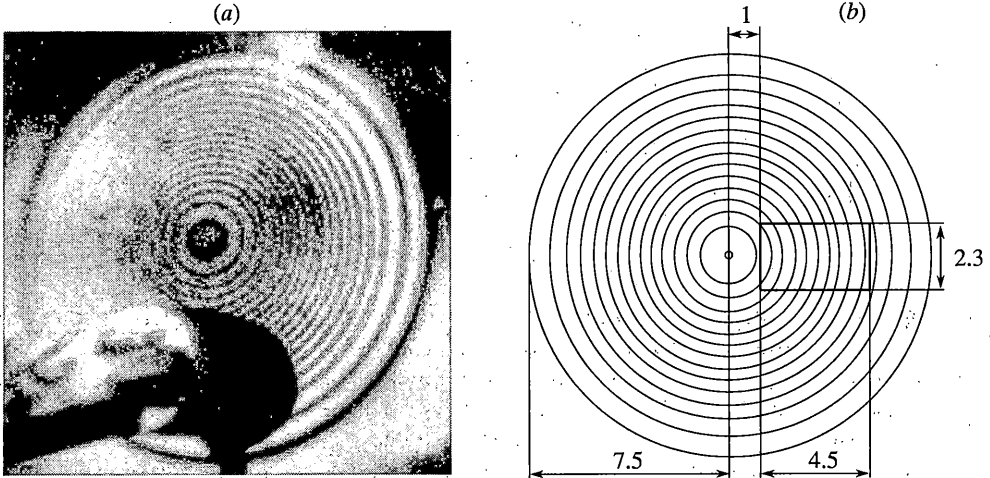
Фиг. 2



Фиг. 3

делительная пластина, 3 – подложка, 4 – видеокамера, 5 – лазер; а на фиг. 3, б – одна из картин интерференционных полос на поверхности покрытия в области, содержащей отслоение, которое проявилось при изгибе подложки центральной приложенной силой (выделено светлым прямоугольником). Величина этого отслоения по нормали составляет не более 0.5 мкм, а диаметр его основания – 12 мм. В эксперименте отмечено, что увеличение нагрузки приводит к возрастанию количества концентрических полос и появлению новых локализованных кольцевых полос как в окрестности первоначально замеченного отслоения, так и в окрестностях менее заметных отслоений, не проявившихся на первой стадии нагружения.

**2. Экспериментальное определение координаты и величины приложенной силы.** Экспериментальная пластина указанных выше размеров была выточена из цельного стального диска диаметром 240 мм и толщиной 22.5 мм. Такой способ изготовления пластины должен был обеспечить однородность граничных условий жесткого защемления по ее контуру. Однородность условий защемления контролировалась путем наблюдения формы колебаний пластины на первой резонансной частоте. Для этого с помощью звукового генератора, усилителя и бесконтактного электромагнитного вибратора возбуждались резонансные колебания пластины, которые регистрировались интерферометром. На фиг. 4, а показана первая мода колебаний пластины на частоте 592 Гц, а на фиг. 4, б представлено расположение выделенного участка поверхности пластины (размеры в см).



Фиг. 4

Видно, что основная форма колебаний практически такая же, как и форма статического прогиба пластины под действием центрально приложенной сосредоточенной силы. Регулярность интерферометрических полос в окрестности границы пластины подтверждает однородность граничных условий при выбранном способе изготовления пластины.

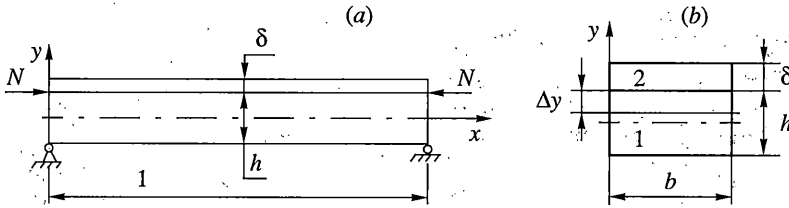
Для определения величины приложенной силы подсчитывалось число интерференционных полос на участке наблюдения. Для подсчёта общего числа изолиний прогиба пластины от этой нагрузки была учтена форма её прогиба под действием сосредоточенной силы (1.3). Используя данную модель и зная число изолиний на наблюдаемом участке пластины, можно найти величину приложенной силы. В данном случае (фиг. 4, б) на выделенном участке пластины насчитывается 9 линий уровня прогиба.

Учитывая известный перепад высот  $\delta$  между соседними изолиниями, можно вывести зависимость величины приложенной силы от числа полос  $m$ , зарегистрированного на участке наблюдения. В частном случае центрального приложения силы из формулы (1.3) следует

$$P(n) = \frac{16\pi\delta D}{(r_2^2 - r_1^2 + 2r_2^2 \ln(r_2/a) - 2r_1^2 \ln(r_1/a))^m} \quad (2.1)$$

где  $r_1$  и  $r_2$  – радиальные границы наблюдаемого участка (фиг. 4, б). Таким образом, упругодеформируемую пластину в сочетании с бесконтактной интерферометрической регистрацией полос изгиба можно использовать в качестве чувствительного элемента в датчиках силы. Аналогично, при нагружении пластины равномерным давлением можно также получить систему интерференционных полос линий уровня прогиба пластины и связать найденный максимальный прогиб с величиной приложенного давления:  $w_{\max} = pa^4/64D$  (15). Чувствительность экспериментальной пластины в качестве датчика давления составляет приблизительно 300 Па при регистрации одной интерференционной полосы и сравнима с чувствительностью тензорезистора на такой же пластине [7].

Таким образом, данная методика позволяет производить измерения величины силы, места ее приложения и давления, используя один и тот же чувствительный элемент, например, упругую тонкую пластину, оболочку или стержень. Причем этот чувствительный элемент может быть частью самой конструкции, например, ее стенки.



Фиг. 5

**3. Теоретическое определение остаточных напряжений в тонком покрытии при неизвестных упругих характеристиках материала покрытия.** Допустим, что на стержневую подложку прямоугольного поперечного сечения длиной  $l$ , шириной  $b$  и толщиной  $h$ , шарнирно опертую по краям  $x = 0, l$ , нанесено покрытие толщиной  $\delta \ll h$  (фиг. 5). После нанесения пленка покрытия дает усадку, что приводит к образованию напряжений в подложке и пленке покрытия. Под действием этих напряжений происходит изгиб подложки.

Рассмотрим сначала подложку и покрытие в свободном, несвязанном состоянии, как два независимых стержня длиной  $l$  и  $l_0$ . Принимая, что  $l > l_0$ , определим удлинение  $\Delta l = l - l_0$ . Так как  $\Delta l = Nl_0/E_2F$ , где  $F$  – площадь поперечного сечения,  $E_2$  – модуль упругости покрытия,  $N$  – сила, которая необходима для растяжения покрытия на величину  $\Delta l$ , то можно считать, что напряжения, возникающие от стеснения подложки усадочной деформации покрытия, создают эквивалентную продольную силу  $N$ , приложенную к краям подложки, как показано на фиг. 5, а. Изгибающий момент от этой силы  $M = Nh/2$ . С другой стороны, продольная сила выражается через напряжение  $\sigma$  в покрытии:  $N = \sigma F$ , где  $F = b\delta$  – площадь его поперечного сечения, а изгибающий момент – через максимальный прогиб шарнирно опертого стержня  $w_{\max}$ , изогнутого краевым моментом  $M = 8EJw_{\max}/l^2$ , где  $E$  – модуль упругости материала подложки,  $J = bh^3/12$  – момент инерции сечения подложки.

Следовательно, измерив максимальный прогиб стержня, получаем возможность определить остаточные напряжения в покрытии по формуле

$$\sigma = \frac{4Eh^2}{3l^2\delta} w_{\max} \quad (3.1)$$

Если покрытие нельзя считать тонким либо его упругие характеристики превосходят аналогичные характеристики подложки, то необходимо учесть дополнительные факторы, влияющие на величину усадочных напряжений.

(1) Поправка за счет сжимающего действия продольной силы [4], приводящая формулу (3.1) к виду

$$\sigma = \frac{4Eh^2}{3l^2\delta} \left[ \frac{w_{\max}}{1 + 16w_{\max}l/(\pi^2 h)} \right] \quad (3.2)$$

(2) Уменьшение длины нейтральной линии подложки под действием продольной силы, после растяжения нейтральной линии до первоначальной длины в слое покрытия будет действовать дополнительное напряжение  $\sigma_1$ , которое в сумме с напряжением (3.2) дает

$$\sigma_{\Sigma} = \sigma + \sigma_1 = \sigma \left( 1 + \frac{\delta E_2}{h E} \right) \quad (3.3)$$

Последняя поправка будет значительна, когда толщина покрытия приближается к толщине подложки, а модули упругости материалов покрытия и подложки близки [2].

(3) Уменьшение длины слоя покрытия в изогнутом состоянии; после разгибания подложки до плоского состояния прибавится дополнительное напряжение, в результате чего суммарное напряжение с учетом сжатия нейтральной линии и изгиба составит

$$\sigma_{\Sigma} = \sigma \left( 1 + 4 \frac{\delta E_2}{h E} \right) \quad (3.4)$$

Откуда видно, что в приближении  $\delta \ll h$  поправка от учета изгиба подложки в три раза превышает поправку от учета сжатия.

При  $\delta \sim h$  и  $E_2 \sim E_1$  необходимо учесть толщину слоя покрытия и сдвиг нейтральной оси (фиг. 5, b). В этом случае

$$\sigma_{\Sigma} = \frac{4E_2 w h^2}{3\delta l^2} \left\{ 1 + \delta_* E_2^* \left( 1 + 3 \left( \frac{1 + \delta_*}{1 + \delta_* E_2^*} \right) \right) \right\}, \quad E_2^* = \frac{E_2}{E}, \quad \delta_* = \frac{\delta}{h} \quad (3.5)$$

Следует заметить, что напряженное состояние в слое покрытия считается одноосным, т.е. усадочные деформации развиваются только по длине подложки. В случае равноосного плоского напряженного состояния в поправочные компоненты (3.5) следует добавить множитель  $1/(1 - \nu_2)$ , где  $\nu_2$  – коэффициент Пуассона материала покрытия [3].

**4. Определение упругих характеристик материала подложки.** В том случае, когда модуль упругости материала подложки неизвестен, его можно определить опытным путем, измеряя прогиб консольной или двухопорной балки под действием заданной нагрузки. Так, например, из формулы для максимального прогиба  $w_{\max} = Pl^3/3EJ$  консольной балки длины  $l$  под действием нагрузки  $P$  находим  $EJ = Pl^3/3w_{\max}$ .

Если в экспериментах наблюдается не вся область от заделки до места приложения нагрузки (фиг. 6, a), то, обозначая расстояния от заделки до границ наблюдаемого участка 1 через  $l_1$  и  $l_2$ , а разность перемещений между ними через  $\Delta$ , из уравнения упругой линии  $w(x) = P(1/2lx^2 + 1/6x^3)/EJ$  получаем

$$EJ = P \frac{3l(l_2^2 - l_1^2) - (l_2^3 - l_1^3)}{6\Delta}$$

**5. Определение упругих характеристик материала покрытия через превышение жесткости покрытого образца над жесткостью чистой подложки.** Уруго-геометрическую характеристику материала покрытия можно определить из опыта, для чего нужно знать изгибную жесткость  $(EJ)_0$  непокрытой подложки либо проделать два эксперимента: с покрытой и с непокрытой подложкой. Экспериментальное отношение жесткости подложки с покрытием  $(EJ)_c$  к жесткости непокрытой подложки выражается через число интерференционных полос, наблюдаемых в обоих случаях:

$$\frac{(EJ)_c}{(EJ)_0} = \frac{m_0}{m_c}, \quad (EJ)_0 = \frac{bE_1 h^3}{12} \quad (5.1)$$

Отсюда для определения модуля упругости материала покрытия достаточно измерения толщины слоя покрытия  $\delta$  и толщины подложки  $h$ .

Жесткость подложки с покрытием может быть определена по формуле [4]:

$$(EJ)_c = \frac{bE_1 h^3}{12} \left[ 4(1 + E_2^* \delta_*^3) - 3 \frac{(E_2^* \delta_*^2 - 1)^2}{1 + E_2^* \delta_*} \right] \quad (5.2)$$

где первое слагаемое в скобках выражает уругогеометрическую характеристику составного сечения, взятую относительно оси, проходящей через плоскость контакта двух

слоев (фиг. 5, b), а последнее – учитывает передвижение оси на расстояние между этой плоскостью и нейтральной осью составного сечения, равное

$$\Delta y = \frac{\int E y dy}{F} = \frac{h \left( E_2^* \delta_*^2 - 1 \right)}{2 \left( 1 + E_2^* \delta_* \right)} \quad (5.3)$$

Тогда выражение (5.1) с учетом (5.2) сводится к квадратному уравнению относительно  $E_2^*$ :

$$\left( E_2^* \right)^2 \delta_*^4 + E_2^* \left( 4 \delta_*^3 + 6 \delta_*^2 + (4 - A) \delta_* \right) + 1 - A = 0, \quad m_0/m_c = A \quad (5.4)$$

или, при  $\delta_* \ll 1$ ,

$$\left( E_2^* \right)^2 \delta_*^4 + E_2^* (4 - A) \delta_* + 1 - A = 0 \quad (5.5)$$

решением которого и определяется модуль упругости материала покрытия  $E_2 = E_1 E_2^*$ .

**6. Определение коэффициента усадки и коэффициента Пуассона материала покрытия.** Определив  $E_2$  и  $\sigma_\Sigma$ , можно вычислить усадочную деформацию

$$\beta = \frac{4 E_1 w h^2}{E_2 3 \delta l^2} \left\{ 1 + \delta_* E_2^* \left( 1 + 3 \left( \frac{1 + \delta_*}{1 + \delta_* E_2^*} \right) \right) \right\} \quad (6.1)$$

или, считая напряженное состояние равноосным,

$$\beta = \frac{4 E_1 w h^2 (1 - \nu_2)}{E_2 3 \delta l^2} \left\{ 1 + \frac{\delta_* E_2^*}{1 - \nu_2} \left( 1 + 3 \left( \frac{1 + \delta_*}{1 + \delta_* E_2^*} \right) \right) \right\} \quad (6.2)$$

где  $w$  – максимальный прогиб, а  $l$  – длина двухопорной балки.

В последнем случае необходимо также знать коэффициент Пуассона материала покрытия. Его значение можно определить экспериментально следующим образом: подобрать размеры и материал подложки так, чтобы соблюдалось условие  $\delta_* E_2^* \gg 1$  (вследствие чего в (6.2) можно пренебречь единицей в фигурной скобке), определить  $\beta$  из опыта с равноосным плоским напряженным состоянием по приближенной формуле

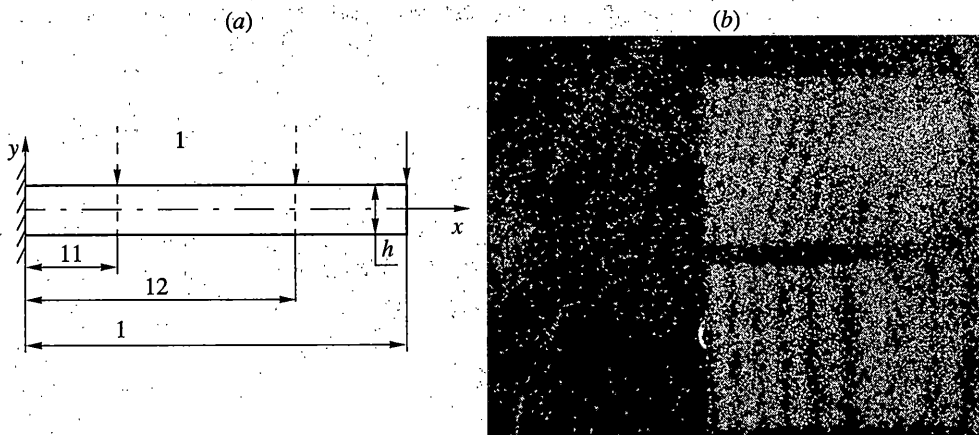
$$\beta_0 = \frac{4 w h}{3 l^2} \left( 1 + 3 \left( \frac{1 + \delta_*}{1 + \delta_* E_2^*} \right) \right) \quad (6.3)$$

затем из другого опыта с теми же материалами, но при  $\delta_* E_2^* \ll 1$ , зная уже  $\beta = \beta_0$ , из (6.2) можно определить

$$\nu_2 = 1 - \frac{3 \beta_0 E_2^* \delta_* l^2}{4 w h} \quad (6.4)$$

*Пример 1.* Эксперимент проводился на двух образцах из картона перфокарты толщиной 0.2 мм размерами 16 × 8 мм. Один из образцов был покрыт слоем быстросохнущей аэрозольной краски толщиной 0.01 мм. Покрытый и непокрытый образцы были жестко закреплены к подставке с одинаковой длиной вылета 16 мм и нагружены весом груза в 4 мг.





Фиг. 6

В результате опыта получены интерферограммы, характеризующие изгиб покрытой и непокрытой подложек (фиг. 6, *b*). Место закрепления на фиг. 6, *b* находится справа. Результат эксперимента представлены в табл. 1, где второй столбец относится к чистому картону, третий – к покрытому картону,  $m$  – число полос,  $w$  – прогиб на конце.

Модуль упругости покрытия определяется по формуле (1.1)  $E_2 = E_{ЭКВ} + 1/2(E_{ЭКВ} - E_1)h/\delta$  и составляет 24 ГПа.

*Пример 2.* Представлены эксперимент и расчеты на двух балках: на фиг. 7 показаны обе эти балки после изгиба, произведенного застывшей аэрозольной краской, нанесенной на эти балки с одной стороны. На переднем плане видна стальная балка с покрытием, на заднем – балка из картона. Размеры и упругие характеристики балок, а также замеренные величины их максимальных прогибов под действием усадочных напряжений приведены в табл. 2. Во втором столбце приведены данные для стали, а в третьем – для картона.

Таблица 1

$m$	11	7.5
$w$ [мкм]	3.5	2.4
$J$ [м <sup>4</sup> ]	$4.7186 \cdot 10^{-15}$	$5.3333 \cdot 10^{-15}$
$E_{ЭКВ}$ [ГПа]	2.82	3.66

Таблица 2

$l$ [мм]	17.5	30
$b$ [мм]	8	6
$h$ [мм]	0.1	0.15
$w$ [мм]	0.55	3
$E$ [ГПа]	200	2.5
Усадочное напряжение $\sigma$ [Мпа]	2.8	1.3



Фиг. 7

Таким образом, показана возможность определения напряжений и упругих характеристик аэрозольного или другого покрытия с заранее неизвестными свойствами по экспериментально регистрируемому изменению формы подложки.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 03-01-00738) и Программы ОЭММПУ РАН “Структурная механика материалов и элементов конструкций. Взаимодействие нано- микро- мезо- и макромасштабов при деформировании и разрушении”.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гольдштейн Р.В., Козинцев В.М., Попов А.Л., Чернышев Г.Н. Экспериментально-теоретический метод диагностики отслоений тонких покрытий // ПММ. 2000. Т. 64. Вып. 2. С. 332–336.
2. Stoney G.G. The tension of metallic films, deposited by electrolysis // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A, 1909. V. 82. № 553. P. 172–175.
3. Фокин В.Г. Остаточные напряжения и коробление при осаждении покрытия // Вестн. СамГТУ. Сер. Техн. науки. 2000. № 10. С. 40–45.
4. Прочность. Устойчивость. Колебания. Справочник / Под ред. И.А. Биргера и Я.Г. Пановко: Т. 1. М.: Машиностроение, 1968. 831 с.
5. Гольдштейн Р.В., Козинцев В.М., Подлесных А.В. и др. Многослойные тонкие покрытия и их диагностика с помощью лазерно-компьютерной интерферометрии // Препринт № 741. М.: Ин-т проблем механики РАН, 2003. 34 с.
6. Timoshenko S., Woinowsky-Krieger S. Theory of Plates and Shells. N.Y. etc.: McGraw-Hill, 1959. 580 p.
7. Касаткин Б.С., Кудрин А.Б., Лобанов Л.М. и др. Экспериментальные методы исследования деформаций и напряжений: Справочное пособие. Киев: Наук. думка, 1981. 583 с.

Москва

Поступила в редакцию  
7.10.2005