

УДК 539.375

© 2006 г. О.В. ТРИФОНОВ

ОБ ОПИСАНИИ СВЯЗАННЫХ ПРОЦЕССОВ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ В КОНСТРУКЦИЯХ ПРИ ИНТЕНСИВНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Предложена методика описания связанного пространственного неупругого деформирования и разрушения железобетонных конструкций. Система определяющих соотношений построена с использованием гипотезы о существовании поверхности нагружения в пространстве обобщенных сил и принципа нормальности вектора приращений неупругих составляющих обобщенных деформаций к поверхности нагружения. Ключевым отличием предложенного подхода от существующих моделей является явный учет процессов накопления повреждений и развития разрушения. Введение мер повреждений позволяет получить более точное соответствие экспериментальным данным, кроме того, дает ясный критерий оценки состояния конструкционного элемента или конструкции в целом при численном моделировании. Сопоставление результатов расчета модели с экспериментальными данными о пространственном циклическом деформировании железобетонных колонн иллюстрирует возможность применения предложенной методики для описания сложных режимов деформирования. Разработанная модель использована для расчета конструкции многоэтажного здания на интенсивные сейсмические воздействия, заданные как реализации случайных процессов, и анализа возможных форм обрушения сооружений.

1. Моделирование процессов повреждения конструкций и прогнозирование конструкционного риска по отношению к экстремальным нагрузкам является актуальной задачей в связи с многочисленными разрушениями промышленных и гражданских сооружений при природных и техногенных воздействиях высокой интенсивности [1–3]. Однако, оценка вероятности обрушения конструкций чаще всего недоступна из-за отсутствия сравнительно простых расчетных моделей, позволяющих определить основные механизмы прогрессирующего разрушения [4–6].

При действии интенсивных пространственных сейсмических нагрузок на здания и сооружения отдельные конструкционные элементы находятся в условиях сложного напряженно-деформированного состояния. Траектории деформирования конструкционных элементов, типичные для сейсмических воздействий, имеют нерегулярный характер, содержат многократные смены направлений вектора приращений деформаций. При этом высокая интенсивность сотрясений определяет преимущественно неупругую работу наиболее нагруженных элементов, развитие в них повреждений, локальные разрушения. Даже в случае однонаправленного деформирования конструкции при однокомпонентных сейсмических воздействиях связанное поведение конструкционных элементов при изгибе, сдвиге и растяжении-сжатии имеет существенное влияние на общую несущую способность.

Описание связанного неупругого деформирования зданий и сооружений представляет одну из сложных, на настоящий момент мало изученных, задач механики конструкций. Возникающие при математическом моделировании проблемы связаны с много-

факторным характером процесса повреждения и разрушения железобетонных элементов, нехваткой экспериментальных данных, отсутствием адекватных теоретических подходов. Известные методики, основанные на концепциях теории пластичности и континуальной механики повреждений [7–9], не применимы к расчету больших конструкций на случайные нагрузки. Предложенные модели содержат большое число параметров, подлежащих экспериментальному определению, а вычислительный процесс оказывается очень трудоемким и не позволяет проводить расчет сооружения в целом. Практическая значимость таких моделей существенно снижается из-за отсутствия достаточной экспериментальной базы, многообразия конфигураций элементов и условий нагружения, неопределенности параметров воздействия. В связи с этим интерес представляют упрощенные подходы к моделированию реакции конструктивных элементов при пространственных режимах деформирования. Эта задача на настоящий момент почти не представлена в литературе [10–12]. При общем соответствии в качественных аспектах, предложенные подходы дают весьма существенные расхождения расчетных результатов с экспериментальными данными для сложных путей деформирования. Между тем, решение данной задачи представляет интерес для понимания закономерностей пространственного поведения конструкций и конструктивных элементов, разработки норм проектирования новых и анализа сейсмостойкости существующих зданий и сооружений.

В работе реализована модель связанного пространственного деформирования конструктивных элементов, основанная на гипотезе о существовании поверхности нагружения в пространстве обобщенных сил. Ключевым отличием предложенного подхода от существующих моделей следует считать явный учет процессов накопления повреждений и развития разрушения.

Рассмотрим вектор обобщенных сил $\mathbf{Q}$ размерностью $n \times 1$ и вектор обобщенных деформаций $\mathbf{u}$ размерностью $n \times 1$, которые характеризуют деформирование конструктивного элемента. Полагаем, что за счет операции масштабирования переменных компоненты вектора $\mathbf{Q}$ имеют одинаковую размерность и одинаковое значение предельной упругой силы при одноосном нагружении. Последнее условие дает возможность ввести изотропную функцию нагружения. Следует отметить, что в такой постановке исключаются из рассмотрения эффекты изменения формы поверхности нагружения. Тем не менее, это позволяет уменьшить число параметров модели деформирования, что является принципиальным при расчете больших конструкций.

Эксперименты с моделями конструкций и конструктивными элементами из железобетона [13–15] иллюстрируют существенное снижение жесткости и несущей способности элементов в ходе деформирования. Для учета этого фактора в модель введена скалярная мера повреждений D , принимающая значения на отрезке $[0, 1]$. Значение $D = 0$ соответствует неповрежденному элементу, значение $D = 1$ соответствует полному исчерпанию несущей способности.

Будем считать, что существует разложение вектора обобщенных деформаций на упругую и неупругую составляющие:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}^e + \mathbf{u}^p \quad (1.1)$$

Вектор обобщенных сил связан с вектором упругих деформаций через матрицу упругих постоянных $\mathbf{c}_e$ соотношением

$$\mathbf{Q} = \alpha(D) \mathbf{c}_e \mathbf{u}^e \quad (1.2)$$

где введено влияние повреждений на упругие свойства с помощью непрерывно дифференцируемой функции меры повреждений $\alpha(D)$, принимающей значения на отрезке $[0, 1]$ и удовлетворяющей условию $\alpha(0) = 1$.

Введем функцию нагружения в пространстве обобщенных сил

$$f(\mathbf{Q}, \mathbf{Q}^0, D) = (\mathbf{Q} - \mathbf{Q}^0)^2 / 2 - \beta^2(D) Q_Y^2 \quad (1.3)$$

Здесь вектор $\mathbf{Q}^0$ характеризует положение центра поверхности нагружения, Q_Y – начальный радиус поверхности, $\beta(D)$ – непрерывно-дифференцируемая функция меры повреждений D , позволяющая описать эффекты изотропного упрочнения-разупрочнения. Функция $\beta(D)$ удовлетворяет условиям $\beta(0) = 1$, $\beta(D) > 0$.

Приращение вектора неупругих деформаций опишем соотношением

$$d\mathbf{u}^p = \lambda \mathbf{g} \quad (1.4)$$

где вектор-столбец $\mathbf{g} = \partial f / \partial \mathbf{Q}$ – градиент функции нагружения, параметр λ , как и в традиционных теориях пластичности с поверхностью нагружения [16, 17], обозначает пластический множитель, отличный от нуля в активном процессе.

Переход от разгрузки к активному нагружению, сопровождающемуся развитием неупругих деформаций, определяется условиями

$$\begin{aligned} \lambda &> 0, \quad \text{если} \quad f = 0, \quad \mathbf{g}^T d\mathbf{Q} > 0 \\ \lambda &= 0, \quad \text{если} \quad f < 0 \quad \text{или} \quad f = 0, \quad \mathbf{g}^T d\mathbf{Q} \leq 0 \end{aligned} \quad (1.5)$$

Кинематическое упрочнение зададим соотношением

$$d\mathbf{Q}^0 = \gamma(D) \mathbf{c}_h d\mathbf{u}^p \quad (1.6)$$

где непрерывная функция меры повреждений $\gamma(D)$, удовлетворяющая условию $\gamma(0) = 1$, характеризует влияние повреждений на неупругие свойства элемента, $\mathbf{c}_h$ – матрица коэффициентов упрочнения.

Соотношение (1.2) с учетом (1.1) можно переписать в дифференциальной форме

$$d\mathbf{Q} = \alpha(D) \mathbf{c}_e (d\mathbf{u} - d\mathbf{u}^p) + \alpha'(D) \mathbf{c}_e \mathbf{u}^e dD \quad (1.7)$$

Здесь штрих обозначает производную по параметру $\alpha'(D) = d\alpha/dD$.

Модель деформирования элемента, заданную соотношениями (1.1)–(1.7), замыкает уравнение эволюции меры повреждений. Примем меру повреждений пропорциональной длине траектории пластического деформирования

$$dD_c = |d\mathbf{u}^p| / u_c = \lambda g / u_c \quad (1.8)$$

где $g = |\mathbf{g}|$, скалярный параметр u_c задает предельное значение накопленной неупругой деформации.

Формула (1.8) может применяться для описания циклических повреждений. Для учета повреждений, возникающих при больших деформациях одного знака, уравнение эволюции меры повреждений должно быть дополнено слагаемым, характеризующим развитие повреждений при монотонном деформировании

$$dD_m = \zeta \mathbf{r}^T d\mathbf{u}, \quad dD = dD_m + dD_c \quad (1.9)$$

$$\zeta = \begin{cases} 1/u_m, & \text{если} \quad |\mathbf{u}| = u_{th}, \quad d|\mathbf{u}| = du_{th} > 0 \\ 0, & \text{если} \quad |\mathbf{u}| < u_{th} \quad \text{или} \quad d|\mathbf{u}| \leq 0 \end{cases} \quad (1.10)$$

где $\mathbf{r}$ – единичный вектор, направленный по вектору обобщенных деформаций $\mathbf{u}$; $\mathbf{r}^T d\mathbf{u} = d|\mathbf{u}|$ – приращение модуля вектора полных деформаций; u_m – предельная монотонная

деформация, u_{th} – переменный порог накопления монотонных повреждений, начальное значение которого может, например, соответствовать началу процесса трещинообразования в бетоне.

Значение пластического множителя λ в активном процессе определяется из условия

$$df = \mathbf{g}^T(d\mathbf{Q} - d\mathbf{Q}^0) + f_D dD = 0 \quad (1.11)$$

$$f_D = \partial f / \partial D = -2\beta(D)\beta'(D)Q_Y^2$$

С использованием соотношений (1.4)–(1.9) получим

$$\lambda = \mathbf{b}^T d\mathbf{u} \quad (1.12)$$

$$\mathbf{b}^T = \{ \alpha(D)\mathbf{g}^T \mathbf{c}_e + [\alpha'(D)\mathbf{g}^T \mathbf{c}_e \mathbf{u}^e + f_D] \zeta \mathbf{r}^T \} / \{ \mathbf{g}^T [\alpha(D)\mathbf{c}_e + \gamma(D)\mathbf{c}_h] \mathbf{g} - [\alpha'(D)\mathbf{g}^T \mathbf{c}_e \mathbf{u}^e + f_D] g / u_c \} \quad (1.13)$$

С учетом соотношений (1.12), (1.13), условий (1.5) и (1.10), формулы (1.4), (1.6)–(1.9) представляют собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений переменной структуры относительно неизвестных $\mathbf{Q}$, $\mathbf{Q}^0$, $\mathbf{u}^p$ и D . На участке неупругого деформирования данная система может быть записана в виде

$$d\mathbf{y} = \mathbf{F}(\mathbf{y}, \mathbf{u}) d\mathbf{u} \quad (1.14)$$

где матрица $\mathbf{F}$ размерностью $(3n + 1) \times n$ и вектор $\mathbf{y}$ размерностью $(3n + 1) \times 1$ определяются соотношениями

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \alpha(D)\mathbf{c}_e(\mathbf{E} - \mathbf{g}\mathbf{b}^T) + \alpha'(D)\mathbf{c}_e \mathbf{u}^e (g\mathbf{b}^T / u_c + \zeta \mathbf{r}^T) \\ \gamma(D)\mathbf{c}_h \mathbf{g}\mathbf{b}^T \\ \mathbf{g}\mathbf{b}^T \\ (g\mathbf{b}^T / u_c + \zeta \mathbf{r}^T) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{pmatrix} \mathbf{Q} \\ \mathbf{Q}^0 \\ \mathbf{u}^p \\ D \end{pmatrix} \quad (1.15)$$

Здесь $\mathbf{E}$ – единичная матрица размерностью $n \times n$.

Модель неупругого деформирования, заданная соотношениями (1.1)–(1.13), сформулирована в отношении векторов обобщенных сил $\mathbf{Q}$ и обобщенных перемещений $\mathbf{u}$, в качестве которых могут рассматриваться силовые факторы и соответствующие деформации для конструкционного элемента или обобщенные параметры деформирования для всей совокупности элементов этажа здания в моделях конструкций типа предложенных в [4, 5]. Характерной особенностью разработанной модели деформирования является учет влияния повреждений на упругие и неупругие свойства. Введение мер повреждений позволяет получить более точное соответствие экспериментальным данным, кроме того, дает простой критерий оценки состояния конструкционного элемента или конструкции в целом при численном моделировании.

2. Рассматривая полные деформации на элементе заданными, процедура численного решения системы уравнений (1.15) на $n + 1$ -м шаге нагружения состоит в определении вектора неизвестных $\mathbf{y}_{n+1}$ по известному значению в начале шага $\mathbf{y}_n$ и заданным приращениям деформаций на шаге $\Delta \mathbf{u}_n$. Для интегрирования системы (1.15) использован модифицированный метод Эйлера [18, 19]:

$$\bar{\mathbf{y}}_{n+1} = \mathbf{y}_n + \mathbf{F}(\mathbf{y}_n, \mathbf{u}_n) \Delta \mathbf{u}_n \quad (2.1)$$

$$\mathbf{y}_{n+1} = \mathbf{y}_n + [\mathbf{F}(\mathbf{y}_n, \mathbf{u}_n) + \mathbf{F}(\bar{\mathbf{y}}_{n+1}, \mathbf{u}_{n+1})] \Delta \mathbf{u}_n / 2$$

Прогноз $\tilde{\mathbf{y}}_{n+1}$ и скорректированное решение $\mathbf{y}_{n+1}$ используются далее для оценки погрешности вычисления переменных на шаге:

$$\begin{aligned} \varepsilon_Q &= \|\mathbf{Q}_{n+1} - \tilde{\mathbf{Q}}_{n+1}\| / \|\mathbf{Q}_{n+1}\|, \quad \varepsilon_0 = \|\mathbf{Q}_{n+1}^0 - \tilde{\mathbf{Q}}_{n+1}^0\| / \|\mathbf{Q}_{n+1}^0\| \\ \varepsilon_u &= \|\mathbf{u}_{n+1}^p - \tilde{\mathbf{u}}_{n+1}^p\| / \|\mathbf{u}_{n+1}^p\|, \quad \varepsilon_D = |D_{n+1} - \tilde{D}_{n+1}| / |D_{n+1}| \end{aligned} \quad (2.2)$$

где в качестве нормы векторов использована евклидова норма.

В силу приближенного характера решения (2.1) в точке $\mathbf{y}_*$ условие $f_* = f(\mathbf{Q}_*, \mathbf{Q}_*^0, D_*) = 0$ выполняется с погрешностью, которая может быть уменьшена с помощью алгоритма возврата переменных на поверхность нагружения. Разложим функцию f в ряд в окрестности решения $\mathbf{Q}_*, \mathbf{Q}_*^0, D_*$, сохраняя только слагаемые, линейные относительно приращений:

$$f = f_* + \mathbf{g}_*^T (d\mathbf{Q} - d\mathbf{Q}^0) + f_{D*} dD \quad (2.3)$$

Здесь индекс * означает, что соответствующие функции вычислены в точке $\mathbf{y}_*$.

Учитывая, что при коррекции переменных полные деформации не изменяются, т.е. $d\mathbf{u} = 0, dD_m = 0$, можно записать:

$$d\mathbf{Q} = -d\lambda [\alpha(D_*) \mathbf{c}_e \mathbf{g}_* - \alpha'(D_*) \mathbf{c}_e \mathbf{u}_*^e g_*/u_c] \quad (2.4)$$

$$d\mathbf{Q}^0 = d\lambda \gamma(D_*) \mathbf{c}_h \mathbf{g}_*, \quad d\mathbf{u}^p = d\lambda \mathbf{g}_*, \quad dD = d\lambda g_*/u_c \quad (2.5)$$

Полагая в (2.3) $f = 0$ и подставляя формулы (2.4) и (2.5), поправка пластического множителя $d\lambda$ примет вид:

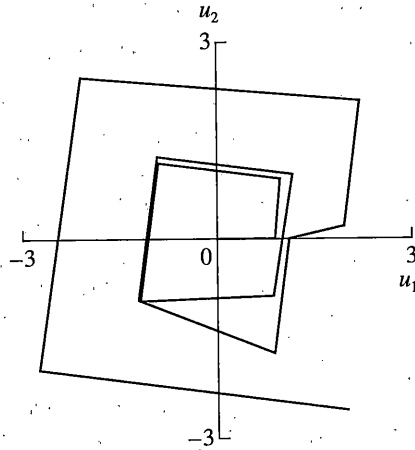
$$d\lambda = f_*/\{\mathbf{g}_*^T [\alpha(D_*) \mathbf{c}_e + \gamma(D_*) \mathbf{c}_h] \mathbf{g}_* - [\alpha'(D_*) \mathbf{g}_*^T \mathbf{c}_e \mathbf{u}_*^e + f_{D*}] g_*/u_c\} \quad (2.6)$$

Подстановка $d\lambda$ в (2.4) и (2.5) даст выражения для поправок переменных $\mathbf{Q}_*, \mathbf{Q}_*^0, \mathbf{u}_*^p$ и D_* . Вычислив новые значения переменных, в соответствии с (2.4)–(2.6) можно получить новые поправки. В качестве критерия окончания итерационного процесса использовалось соотношение $|f_*|/Q_Y \leq \varepsilon_f$, где ε_f – максимальная относительная погрешность выполнения условия $f_* = 0$.

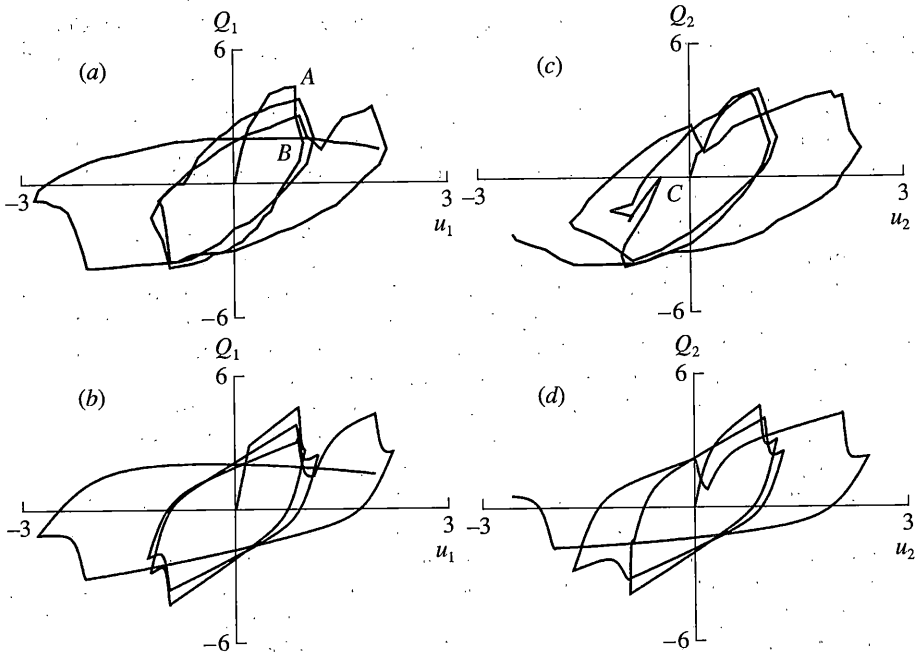
3. Оценка применимости предложенной модели деформирования получена на основе сопоставления результатов расчета с результатами испытаний железобетонных колонн, описанными в [10]. Железобетонные колонны, жестко закрепленные в основании, нагружались двумя перпендикулярно направленными поперечными силами на верхнем уровне. Нагружение осуществлялось при контроле перемещений по заданным программам. В эксперименте, однако, отмечены некоторые отклонения от намеченных траекторий в пространстве перемещений верхнего конца колонны, связанные с несовершенством экспериментальной установки.

Высота тестовых образцов составляет 60 см, прямоугольное поперечное сечение имеет размеры 20×20 см, армирование состоит из продольных арматурных стержней и поперечных хомутов. Процент продольной арматуры составляет 1.27%. Модуль упругости бетона $1.42 \cdot 10^4$ МПа, предел прочности при растяжении 1.51 МПа, при сжатии – 16.2 МПа. Модуль упругости стали $1.96 \cdot 10^5$ МПа, предел текучести 394 МПа.

На фиг. 1 показана одна из использованных в экспериментах траектория деформирования колонны в координатах u_1, u_2 [см] [10]. Учитывая, что перемещения, соответст-



Фиг. 1



Фиг. 2

вующие началу растрескивания и началу неупругого деформирования, составляют 0.049 см и 0.523 см, данная программа деформирования определяет существенно неупругие деформации тестового образца.

На фиг. 2, *a, b* воспроизведены экспериментальные зависимости приложенных сил [кН] от перемещений верхнего сечения колонны [см] в двух перпендикулярных направлениях деформирования. Диаграммы иллюстрируют характерные особенности связанного неупругого деформирования. В частности, участок, обозначенный *AB* на фиг. 2, *a*, соответствует значительному уменьшению составляющей Q_1 при постоянном значении перемещения u_1 и растущем перемещении u_2 .

При численном моделировании были приняты следующие значения параметров: $c_{11}^e = c_{22}^e = 15$ МН/м, $c_{12}^e = c_{21}^e = 0$, $c_{11}^h = c_{22}^h = 0.03$ МН/м, $c_{12}^h = c_{21}^h = 0$, $Q_Y = 20$ кН, $u_c = 30$ см, $u_m = 20$ см, $u_n = u_Y = 1$ см, $\alpha(D) = 1 - 0.95D$, $\gamma(D) = 1 - 1.25D$, $\beta(D) = 1 - 0.5D + 0.65D^2$, $\varepsilon_f = 1 \cdot 10^{-6}$. Начальные значения переменных Q , Q^0 , u^p и D равны нулю.

Отметим, что подбор параметров модели и, в частности, функций $\alpha(D)$, $\beta(D)$ и $\gamma(D)$ по экспериментальным данным представляет непростую задачу, которая может быть сформулирована как задача оптимизации, где в качестве целевой функции рассматривается некоторая функция отклонения расчетных диаграмм деформирования от экспериментальных зависимостей, например, квадрат площади между экспериментальными и расчетными диаграммами. Однако, учитывая многофакторный характер проблемы, высокую размерность пространства параметров оптимизации, возможные локальные экстремумы целевой функции и трудоемкость численного решения задачи (1.1)–(1.13), практическая реализация данной схемы представляет существенные трудности.

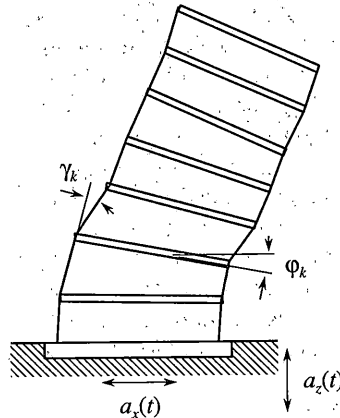
При интегрировании системы уравнений (1.14) была проведена дискретизация программы нагружения (фиг. 1) с максимальным шагом по перемещениям $5 \cdot 10^{-2}$ см. Наибольшая относительная погрешность вычисления переменных по алгоритму (2.1) в соответствии с (2.2) составила $3.8 \cdot 10^{-3}$. Для приведения значений переменных на активных участках в соответствии с условием (2.3) с заданной точностью ε_f на каждом шаге нагружения потребовалось не более двух итераций алгоритма возврата, заданного формулами (2.4)–(2.6).

На фиг. 2, *c*, *d* показаны диаграммы, полученные при численном моделировании разработанной модели деформирования. В целом, модель представляет хорошее приближение к экспериментальным зависимостям. Наиболее существенные отличия наблюдаются на заключительных участках траектории деформирования, когда колонна практически исчерпала несущую способность. Эти отличия, вероятно, связаны с нелинейными эффектами, проявляющимися при высоком уровне повреждений и не учтенными в явном виде в модели деформирования. На заключительной стадии программы нагружения расчетные кривые занижают несущую способность, что в большей степени проявляется на фиг. 2, *d*. Однако, некоторые расхождения экспериментальных и расчетных результатов, например, промежуточная разгрузка до точки *C* на фиг. 2, *b*, связаны с отклонением реальной программы нагружения от запланированной (фиг. 1).

Следует отметить, что без учета повреждений возможности аппроксимации приведенных экспериментальных диаграмм оказываются весьма ограниченными. Таким образом, влияние предистории деформирования на характеристики жесткости и несущей способности должно быть учтено при построении расчетных моделей, описывающих поведение железобетонных элементов за пределами упругой области.

4. Эффекты связанного неупругого деформирования проявляются как на уровне отдельных конструктивных элементов, так и на уровне здания в целом. Для учета этого фактора при анализе форм обрушения многоэтажных зданий предложенная модель неупругого деформирования была использована для описания всей совокупности несущих конструкций этажа. Основным преимуществом такого подхода является существенное сокращение числа параметров, описывающих реакцию сооружения, что позволяет проводить многократный расчет динамической реакции при статистическом моделировании. Кроме того, параметры модели, учитывая все необратимые явления в интегральной форме, доступны непосредственной оценке из эксперимента на моделях или блоках натурального размера.

Как показывают результаты обследования разрушенных и сильно поврежденных конструкций при интенсивных сейсмических воздействиях, часто встречающимися механизмами разрушения являются разрушение при сдвиге на одном или нескольких этажах и маятниковый механизм коллапса, связанный с неравномерным разрушением не-



Фиг. 3

сущих конструкций на критическом этаже. Вследствие действия моментов от сейсмических и гравитационных сил возникают значительные вертикальные нагрузки на несущие конструкции, которые в сочетании с междуэтажными сдвигами приводят к разрушению наиболее нагруженных крайних колонн на нижних этажах здания с последующей потерей устойчивости всей конструкции по типу обращенного маятника.

Для описания сдвигового или комбинированного сдвигово-маятникового механизмов разрушения конструкций примем в качестве обобщенных координат n -этажного здания при колебаниях в плоскости углы междуэтажного сдвига $\gamma_1, \dots, \gamma_n$ и углы поворота перекрытий относительно горизонтали $\phi_2, \dots, \phi_{n+1}$ (фиг. 3). Угол $\phi_1 \equiv 0$ отнесен к основанию первого этажа. Соппротивление деформированию несущих конструкций задаем силами междуэтажного сдвига $Q_1, \dots, Q_n$ и моментами, возникающими при взаимном повороте этажей $M_1, \dots, M_n$. Силы сдвига Q_j и моменты M_j зависят от истории изменения углов сдвига γ_j , взаимного поворота соседних этажей $\theta_j = \phi_{j+1} - \phi_j$ и параметров, характеризующих уровень поврежденности несущих конструкций в пределах этажа.

Уравнения движения модели для случая, когда центры масс и жесткости этажей расположены на одной вертикальной оси, имеют вид:

$$A_j + b_{\gamma j} \gamma_j' + Q_j(\gamma_j) \cos \gamma_j = 0 \quad (j = 1, \dots, n) \quad (4.1)$$

$$h_j A_j + I_{j-1} \phi_j'' + (b_{\phi j} + b_{\phi j-1}) \phi_j' - b_{\phi j-1} \phi_{j-1}' - b_{\phi j} \phi_{j+1}' + M_{j-1}(\phi_j - \phi_{j-1}) - M_j(\phi_{j+1} - \phi_j) = 0 \quad (j = 2, \dots, n), \quad \phi_1 \equiv 0 \quad (4.2)$$

$$I_n \phi_{n+1}'' + b_n(\phi_{n+1}' - \phi_n') + M_n(\phi_{n+1} - \phi_n) = 0 \quad (4.3)$$

$$A_j = \sum_{p=j}^n m_p \sum_{k=1}^p h_k [(\gamma_k'' + \phi_k'') \cos(\gamma_k + \phi_k - \gamma_j - \phi_j) - (\gamma_k' + \phi_k')^2 \sin(\gamma_k + \phi_k - \gamma_j - \phi_j)] + [a_x(t) \cos(\gamma_j + \phi_j) - (g + a_z(t)) \sin(\gamma_j + \phi_j)] \sum_{k=j}^n m_k \quad (4.4)$$

Здесь m_j – масса j -го этажа, I_j – момент инерции этажа относительно его центра масс, h_j – высота этажа, $b_{\psi j}$, $b_{\varphi j}$ – коэффициенты демпфирования при сдвиге j -го этажа и взаимном повороте j -го и $j+1$ -го этажей. Штрих обозначает производную по времени.

В уравнениях (4.1)–(4.3) учтены конечные перемещения. Физическая нелинейность задачи, связанная с развитием неупругих деформаций и накоплением повреждений, передается зависимостями для обобщенных сил и моментов. Это позволяет проводить моделирование динамического поведения конструкции вплоть до стадии обрушения.

Сейсмическое воздействие зададим как векторный нестационарный случайный процесс $\mathbf{a} = [a_x(t), a_z(t)]$, содержащий горизонтальную и вертикальную компоненты ускорения основания. В работах [20, 21] было предложено моделировать ускорение основания сооружения в виде реализаций стационарных гауссовских процессов, модулированных "псевдоогibaющими" – медленно изменяющимися функциями времени:

$$a_x(t) = A_x(t/t_x) \exp(-t/t_x) \psi_x(t) \quad (4.5)$$

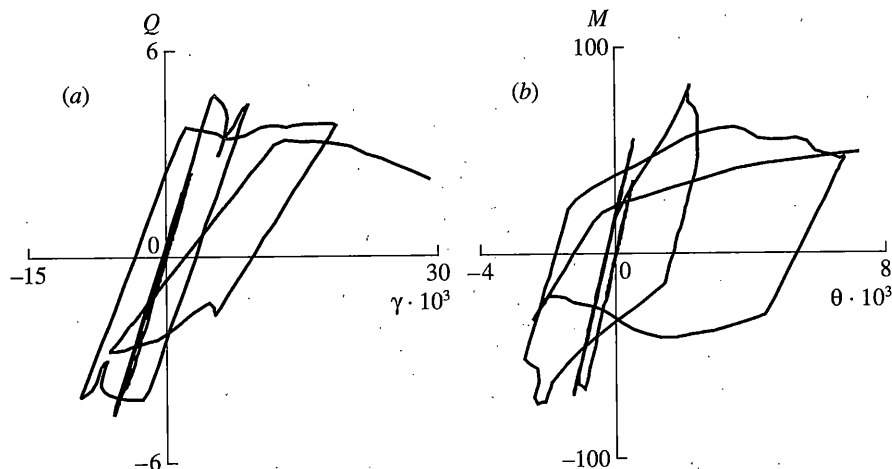
$$S_{\psi x}(f) = 2f_{1x}f_{0x}^2[(f^2 - f_{0x}^2)^2 + 4f_{1x}^2f^2]^{-1} \pi^{-1} \quad (4.6)$$

Параметр A_x характеризует пиковые ускорения, параметр t_x определяет продолжительность интенсивной фазы, $\psi_x(t)$ – реализация стационарного случайного процесса со спектральной плотностью $S_{\psi x}(f)$, f , f_{0x} , f_{1x} – частоты, измеряемые в Гц. Параметр f_{0x} представляет собой доминантную частоту движения на площадке, параметр f_{1x} характеризует ширину спектра. Аналогичные формулы использованы для составляющей $a_z(t)$.

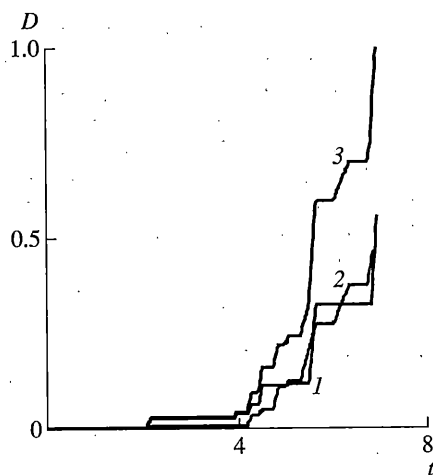
Несущие конструкции этажа здания находятся в условиях сложного напряженно-деформированного состояния. Обобщенные силы Q_j и моменты M_j представляют собой интегральные характеристики реакции всех несущих элементов этажа. Деформирование имеет связанный характер, так как накопление повреждений при больших междуэтажных сдвигах влияет на способность конструктивных элементов воспринимать вертикальные нагрузки. В свою очередь, разрушение наиболее нагруженных элементов при взаимных поворотах этажей приводит к изменению характеристик деформирования при сдвиге. Использование предложенной выше связанной модели деформирования на уровне этажа представляет сравнительно простой способ описания наблюдаемых нелинейных эффектов. Приведение параметров Q и M к вектору обобщенных сил $\mathbf{Q} = [Q_1, Q_2]$, компоненты которого имеют одинаковую размерность, осуществлялось соотношением: $Q_1 = Q$, $Q_2 = M/h_p$, где параметр приведения равен отношению предельного упругого момента M_Y к предельной упругой силе сдвига Q_Y : $h_p = M_Y/Q_Y$.

В качестве иллюстрации рассмотрим динамическую реакцию сооружения при сейсмическом воздействии интенсивностью 9 баллов. Параметры конструкции приняты одинаковыми для всех этажей здания: $m_k = 1 \cdot 10^5$ кг, $I_k = 2.5 \cdot 10^6$ кг · м², $h_k = 3$ м. Параметры модели неупругого деформирования: $c_{11}^e = 0.875 \cdot 10^3$ МН/рад, $c_{22}^e = 3.5 \cdot 10^3$ МН/рад, $c_{12}^e = c_{21}^e = 0$, $c_{11}^h = 0.1 c_{11}^e$, $c_{22}^h = 0.1 c_{22}^e$, $c_{12}^h = c_{21}^h = 0$, $Q_Y = 3.5$ МН, $h_p = 20$ м, $u_c = 0.1$ рад, $u_m = 0.05$ рад, $u_{th} = u_Y = 4 \cdot 10^{-3}$ рад, $\alpha(D) = 1-0.9 D$, $\beta(D) = 1-0.5 D$, $\gamma(D) = 1-0.9 D$. В соотношениях (4.5) и (4.6), описывающих воздействие, принято: $A_x = 4$ м/с², $A_z = 3$ м/с², $t_x = 5$ с, $t_z = 3.5$ с, $f_{0x} = 2$ Гц, $f_{1x} = 1$ Гц, $f_{0z} = 3$ Гц, $f_{1z} = 1$ Гц. Параметр погрешности для алгоритма возврата на поверхность нагружения $\epsilon_f = 1 \cdot 10^{-6}$.

Результаты расчета на одну из реализаций воздействия приведены на фиг. 4–6. На фиг. 4, a , b показаны зависимости Q [МН] от $\gamma \cdot 10^3$ [рад] и M [МН · м] от $\theta \cdot 10^3$ [рад] для первого этажа здания. Диаграммы иллюстрируют нелинейное поведение несущих конструкций этажа, сопровождающееся прогрессирующим разрушением и окончательным



Фиг. 4

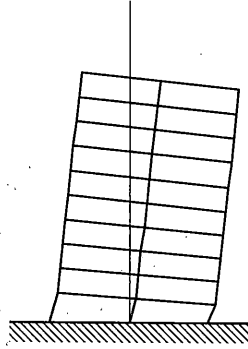


Фиг. 5

коллапсом всего сооружения. Немонотонный характер зависимостей на участках активного нагружения определяется взаимным влиянием процессов деформирования.

На фиг. 5 показан процесс накопления повреждений в несущих конструкциях первого этажа. Кривые 1, 2 и 3 соответствуют монотонной составляющей D_m , циклической составляющей D_c и полной мере повреждений D . Наиболее интенсивное накопление повреждений начинается с 5-й секунды воздействия и соответствует началу интенсивной фазы сейсмического воздействия. Мера повреждений достигает предельного значения $D = 1$ при $t = 6.9$ с. Конструкция теряет устойчивость при монотонно нарастающих углах сдвига на первом этаже и углах поворота вышележащих частей здания. На диаграмме $Q - \gamma$ процесс обрушения конструкции соответствует нисходящей ветви диаграммы, уходящей за пределы поля рисунка.

Форма конструкции перед обрушением показана на фиг. 6. Отметим, что неупругие деформации и повреждения в основном сосредоточены на первом этаже здания, в то



Фиг. 6

время как расположенные выше части конструкции повреждены незначительно. Такой характер распределения повреждений соответствует колебаниям преимущественно по первой форме с максимальными сдвигами на первом этаже.

5. Разработана модель деформирования элементов конструкций, находящихся под действием пространственных воздействий высокой интенсивности. Модель учитывает образование неупругих деформаций, развитие повреждений, связанный характер неупругой реакции. Возможность применения модели для описания сложных режимов нагружения железобетонных элементов проиллюстрирована на основе сопоставления результатов вычислительного эксперимента с данными испытаний железобетонных колонн при пространственном неупругом деформировании. Практическое применение модели для расчета конструкций рассмотрено на примере анализа динамической реакции здания при воздействии сильного землетрясения, схематизированного в виде двухкомпонентного случайного процесса.

Работа выполнена при государственной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 05-01-00343) и ФЦНТП "Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития науки и техники" на 2002–2006 годы (контракт № 02.442.11.7018).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Болотин В.В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций. М.: Машиностроение, 1984. 312 с.
2. Bolotin V. V. Seismic risk assessment for structures with the Monte Carlo simulation // Probabilistic Engineering Mechanics 1993. Vol. 8. № 3/4. P. 169–177.
3. Болотин В.В., Радин В.П., Чирков В.П. Применение метода статистического моделирования для оценки сейсмического риска конструкций // Изв. РАН. МТТ. 1997. № 6. С. 168–175.
4. Болотин В.В., Трифонов О.В. Предельный анализ конструкций при нестационарных динамических воздействиях // Изв. РАН. МТТ. 2001. № 1. С. 134–142.
5. Болотин В.В., Трифонов О.В. О соударениях конструкций при сильных землетрясениях // Изв. РАН. МТТ. 2002. № 4. С. 152–162.
6. Трифонов О.В. Моделирование высотных сооружений как распределенных повреждаемых систем // Изв. РАН. МТТ. 2005. № 3. С. 178–188.
7. Lemaitre J.A. Course on Damage Mechanics. Berlin: Springer, 1992. 210 p.
8. Chaboche J. L. Continuum damage mechanics: Part I – General concepts. Part II – Damage growth, crack initiation, and crack growth. // Trans. ASME. J. Appl. Mech. 1988. Vol. 55. № 1. P. 59–72.
9. Ju J. W. On energy-based coupled elastoplastic damage theories: constitutive modeling and computational aspects // Int. J. Solids Structures. 1989. Vol. 25. № 7. P. 803–833.

10. Takizawa H., Aoyama H. Biaxial effects in modelling earthquake response of R/C structures // Earthquake Engineering and Structural Dynamics. 1976. Vol. 4. № 6. P. 523–552.
11. Petrangeli M., Pinto P.E., Ciampi V. Fiber element for cyclic bending and shear of RC structures. I: Theory // ASCE, J. Eng. Mech. 1999. Vol. 125. № 9. P. 994–1001.
12. Bousias S.N., Panagiotakos T.B., Fardis M.N. Modelling of RC members under cyclic biaxial flexure and axial force // Journal of Earthquake Engineering. 2002. Vol. 6. № 2. P. 213–238.
13. Борджес Дж. Ф., Равара А. Проектирование железобетонных конструкций для сейсмических районов. М.: Стройиздат, 1978. 135 с.
14. Analysis of the full scale seven story reinforced concrete test structure / Otani S., Kabeyasawa T., Shiohara H., Aoyama H. // Earthquake Effects on Reinforced Concrete Structures. U.S. – Japan Research. Ed. J.K. Wight. American Concrete Institute Publication SP-84. Detroit. 1985. P. 203–240.
15. The Seismic Design Handbook / Ed. F. Naeim. New York: Van Nostrand Reinhold, 1989. 450 p.
16. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. М.: Наука, 1969, 420 с.
17. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1988. 712 с.
18. Хайрер Э., Нёрсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи. М.: Мир, 1990. 512 с.
19. Sloan S.W., Abbo A.J., Sheng D. Refined explicit integration of elastoplastic models with automatic error control // Engineering Computations. 2001. Vol. 18. № 1/2. P. 121–154.
20. Болотин В.В. Статистическая теория сейсмостойкости сооружений // Изв. АН СССР. ОТН. Механика и машиностроение. 1959. № 4. С. 123–129.
21. Bolotin V.V. Statistical theory of the aseismic design of structures // Proc. 2nd World Conf. Earthquake Engineering. Tokyo: WCEE. 1960. V. 2. P. 1365–1374.

Москва

Поступила в редакцию
10.10.2005