

УДК 539.3:534.1

© 2005 г. В.А. КОВАЛЕВ, Л.Ю. КОССОВИЧ, О.В. ТАРАНОВ

ДАЛЬНЕЕ ПОЛЕ ВОЛНЫ РЭЛЕЯ ДЛЯ УПРУГОЙ ПОЛУПОЛОСЫ ПРИ ДЕЙСТВИИ ТОРЦЕВОЙ НАГРУЗКИ

В [1] проведена классификация нестационарных напряженно-деформируемых состояний (НДС) пластин и оболочек при ударных торцевых нагрузках. Применение асимптотических методов позволило в [2–4] расчленить нестационарное НДС в случаях продольных воздействий тангенциального (LT) и изгибающего (LM) типов на составляющие с различными показателями изменчивости и динамичности: использовались тангенциальное и поперечное низкочастотные приближения, параболический погранслои в окрестности квазифронта (фронта двумерной волны растяжения), высокочастотные коротковолновые приближения, а также гиперболические погранслои в малой окрестности фронта волны расширения. Доказательство существования областей согласования показало полноту используемых приближений и корректность примененной схемы расчленения.

Нестационарное НДС в случае нормального торцевого воздействия (NW) занимает особое место в классификации [1]. Здесь появляется квазифронт в окрестности условного фронта поверхностной волны Рэлея, причем гиперболические уравнения теории типа Тимошенко ошибочно воспринимают этот квазифронт как фронт новой особой сдвиговой волны. Указанное свойство выделяет этот тип НДС среди вышеуказанных типов и не позволяет использовать для анализа вышеприведенную схему расчленения.

В [5] сформулирована асимптотическая модель, ориентированная на выделение решения в окрестности условного фронта поверхностной волны Рэлея в классической задаче Лэмба для упругого полупространства. Эта модель предполагает на первом этапе анализ гиперболического уравнения, описывающего одномерное распространение волны Рэлея вдоль границы полуплоскости. На втором этапе определяется затухание вглубь полуплоскости путем последовательного решения двух однотипных задач Неймана. В [6] тем же самым асимптотическим методом построены уравнения дальнего поля волны Рэлея в бесконечном упругом слое.

В публикуемой работе впервые асимптотическим методом построены уравнения для нахождения решения в окрестности условного фронта поверхностных волн Рэлея при торцевом воздействии нормального вида. Разработанный подход имеет общий характер и может быть использован при исследовании распространения волн в оболочках.

1. Постановка задачи. Рассмотрим трехмерную плоскую задачу для полуполосы. Уравнения движения в перемещениях могут быть представлены в форме

$$\frac{1}{\kappa^2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial \zeta^2} + \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial^2 u_3}{\partial \xi \partial \zeta} - \frac{\partial^2 u_1}{\partial \tau^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 u_3}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\kappa^2} \frac{\partial^2 u_3}{\partial \zeta^2} + \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial^2 u_1}{\partial \xi \partial \zeta} - \frac{\partial^2 u_3}{\partial \tau^2} = 0 \quad (1.1)$$

$$c_1 = \sqrt{(1-\nu)E/(1-2\nu)(1+\nu)\rho}, \quad c_2 = \sqrt{E/2(1+\nu)\rho}$$

$$\xi = x/h, \quad \zeta = z/h, \quad \tau = tc_2/h, \quad \kappa = c_2/c_1$$

где c_1 и c_2 – скорости расширения и сдвига, x, z – продольная и нормальная координаты; t – время; h – полутолщина полосы; E, ν, ρ – модуль Юнга, коэффициент Пуассона и плотность материала; u_1, u_3 – перемещения в направлении осей x и z .

Уравнения закона Гука записываются следующим образом:

$$\sigma_{11} = \frac{E}{2(1+\nu)\kappa^2 h} \left(\frac{\nu}{1-\nu} \frac{\partial u_3}{\partial \zeta} + \frac{\partial u_1}{\partial \xi} \right)$$

$$\sigma_{33} = \frac{E}{2(1+\nu)\kappa^2 h} \left(\frac{\partial u_3}{\partial \zeta} + \frac{\nu}{1-\nu} \frac{\partial u_1}{\partial \xi} \right) \quad (1.2)$$

$$\sigma_{13} = \frac{E}{2(1+\nu)h} \left(\frac{\partial u_3}{\partial \xi} + \frac{\partial u_1}{\partial \zeta} \right)$$

где $\sigma_{11}, \sigma_{33}, \sigma_{13}$ – нормальные и касательные напряжения.

Примем, что на торце $\xi = 0$ задано следующее граничное условие, соответствующее нагружению нормального типа:

$$\partial u_3 / \partial \xi = IH(\tau), \quad u_1 = 0 \quad (1.3)$$

Здесь $H(\tau)$ – единичная функция Хевисайда, I – амплитуда нагрузки.

Рассматриваем однородные начальные условия при $\tau = 0$:

$$u_i = \partial u_i / \partial \tau = 0 \quad (i = 1, 3) \quad (1.4)$$

и примем, что лицевые поверхности свободны от напряжений

$$\sigma_{33} = \sigma_{13} = 0 \quad (1.5)$$

Обобщим разработанный в [5, 6] для бесконечных объектов (полуплоскость, слой) подход построения приближенных уравнений для нахождения решений в окрестности условного фронта поверхностных волн Рэлея на случай полубесконечного объекта. Для того, чтобы обобщить указанный метод на случай полуслоя, сведем построение искомых уравнений к построению соответствующих уравнений эквивалентной задачи для бесконечного слоя.

Выделим частное решение уравнений (1.1)–(1.2), удовлетворяющее только торцевым граничным условиям (1.3). Обозначим это решение верхним индексом (0):

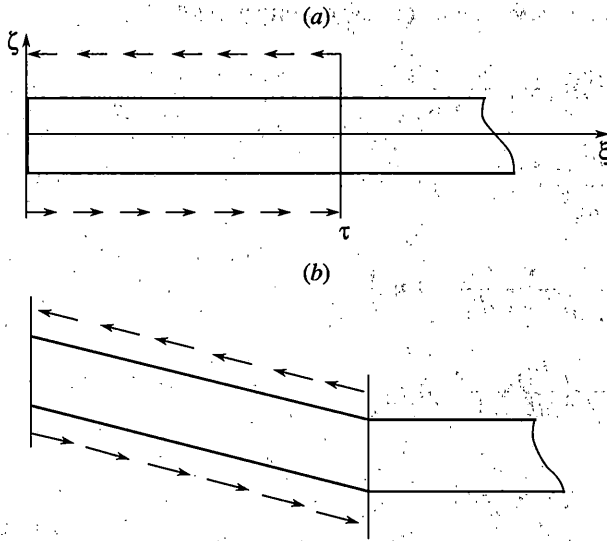
$$u_1^{(0)} = 0, \quad u_3^{(0)} = -I(\tau - \xi)H(\tau - \xi)$$

$$\sigma_{11}^{(0)} = \sigma_{33}^{(0)} = 0, \quad \sigma_{13}^{(0)} = \frac{EI}{2(1+\nu)h} H(\tau - \xi) \quad (1.6)$$

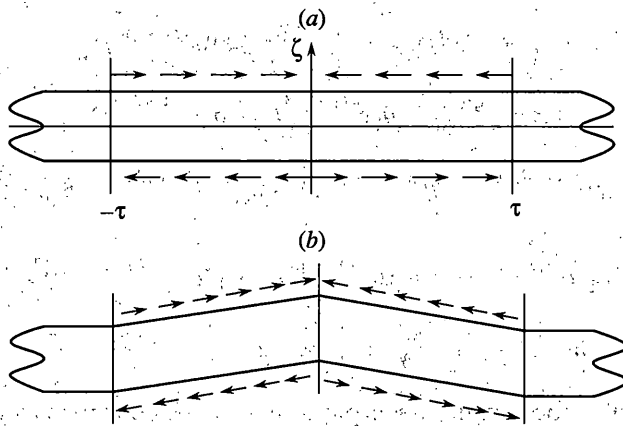
Представим решение рассматриваемой задачи в виде следующей суммы: НДС = НДС⁽⁰⁾ + НДС⁽¹⁾, где для решения с верхним индексом (1) на торце и лицевых поверхностях ставятся следующие граничные условия:

$$\xi = 0: \partial u_3^{(1)} / \partial \xi = 0, \quad u_1^{(1)} = 0$$

$$\zeta = \pm 1: \sigma_{33}^{(1)} = 0, \quad \sigma_{13}^{(1)} = -\frac{EI}{2(1+\nu)h} H(\tau - \xi) \quad (1.7)$$



Фиг. 1.



Фиг. 2.

На фиг. 1 показаны нагружения на лицевые поверхности в задаче для НДС⁽¹⁾(a) и схема деформирования полуполосы в этой задаче. Его анализ показывает, что деформированное торцевое сечение остается прямолинейным и перпендикулярным к оси ξ . Следовательно, если взять бесконечную полосу с симметричным нагружением, показанным на фиг. 2, a, то деформирование каждой из ее симметричных частей эквивалентно деформированию рассматриваемой полуполосы. Поэтому, можно перейти к исследованию эквивалентной задачи для бесконечной полосы с нагрузкой, представленной на фиг. 2.

2. Решение краевой задачи с помощью символического метода А.И. Лурье. Перепишем исходные уравнения (1.1), (1.2) для составляющей с индексом (1), предварительно введя операторные обозначения

$$\partial_{\xi} = \partial/\partial\xi, \quad \partial_{\tau} = \partial/\partial\tau \tag{2.1}$$

Получаем (в дальнейшем индекс (1) будем опускать):

$$\frac{d^2 u_1}{d\zeta^2} + (\kappa^{-2} \partial_\xi^2 - \partial_\tau^2) u_1 + \frac{\partial_\xi}{1-2\nu} \frac{du_3}{d\zeta} = 0 \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial_\xi}{1-2\nu} \frac{du_1}{d\zeta} + \kappa^{-2} \frac{d^2 u_3}{d\zeta^2} + (\partial_\xi^2 - \partial_\tau^2) u_3 = 0$$

$$\sigma_{11} = \frac{E}{2(1+\nu)\kappa^2 h} \left(\frac{\nu}{1-\nu} \frac{du_3}{d\zeta} + \partial_\xi u_1 \right)$$

$$\sigma_{33} = \frac{E}{2(1+\nu)\kappa^2 h} \left(\frac{du_3}{d\zeta} + \frac{\nu}{1-\nu} \partial_\xi u_1 \right) \quad (2.3)$$

$$\sigma_{13} = \frac{E}{2(1+\nu)h} \left(\partial_\xi u_3 + \frac{du_1}{d\zeta} \right)$$

Применим символический метод А.И. Лурье [7, 3]. Тогда точные выражения для перемещений u_1 , u_3 и напряжений σ_{33} , σ_{13} , удовлетворяющих уравнениям (2.2), (2.3), записываются в виде:

$$u_1 = \partial_\xi e^{-(1-\zeta)\alpha} D_1 + \partial_\xi e^{-(1+\zeta)\alpha} D_2 + \beta e^{-(1-\zeta)\beta} D_3 - \beta e^{-(1+\zeta)\beta} D_4$$

$$u_3 = \alpha e^{-(1-\zeta)\alpha} D_1 - \alpha e^{-(1+\zeta)\alpha} D_2 - \partial_\xi e^{-(1-\zeta)\beta} D_3 - \partial_\xi e^{-(1+\zeta)\beta} D_4$$

$$\sigma_{33} = \frac{E}{(1+\nu)h} [\gamma^2 e^{-(1-\zeta)\alpha} D_1 + \gamma^2 e^{-(1+\zeta)\alpha} D_2 - \partial_\xi \beta e^{-(1-\zeta)\beta} D_3 + \partial_\xi \beta e^{-(1+\zeta)\beta} D_4] \quad (2.4)$$

$$\sigma_{13} = \frac{E}{(1+\nu)h} [\partial_\xi \alpha e^{-(1-\zeta)\alpha} D_1 - \partial_\xi \alpha e^{-(1+\zeta)\alpha} D_2 + \gamma^2 e^{-(1-\zeta)\beta} D_3 + \gamma^2 e^{-(1+\zeta)\beta} D_4]$$

$$\alpha^2 = \kappa^2 \partial_\tau^2 - \partial_\xi^2, \quad \beta^2 = \partial_\tau^2 - \partial_\xi^2, \quad \gamma^2 = \partial_\tau^2/2 - \partial_\xi^2$$

где D_i ($i = 1, 2, 3, 4$) – постоянные интегрирования, определяемые из условий на лицевых поверхностях. Подставляя решение (2.4) в граничные условия (1.7) при $\zeta = \pm 1$, получаем следующую систему алгебраических уравнений для D_i :

$$\gamma^2 D_1 + \gamma^2 e^{-2\alpha} D_2 - \partial_\xi \beta D_3 + \partial_\xi \beta e^{-2\beta} D_4 = 0$$

$$\partial_\xi \alpha D_1 - \partial_\xi \alpha e^{-2\alpha} D_2 + \gamma^2 D_3 + \gamma^2 e^{-2\beta} D_4 = -S \quad (2.5)$$

$$\gamma^2 e^{-2\alpha} D_1 + \gamma^2 D_2 - \partial_\xi \beta e^{-2\beta} D_3 + \partial_\xi \beta D_4 = 0$$

$$\partial_\xi \alpha e^{-2\alpha} D_1 - \partial_\xi \alpha D_2 + \gamma^2 e^{-2\beta} D_3 + \gamma^2 D_4 = -S$$

$$S = IH(\tau - \xi)/2 \quad (2.6)$$

3. Вывод разрешающих уравнений. Проанализируем символическое решение, основываясь на прямой аналогии символического метода с методом интегральных преобразований. Решение (2.4) соответствует изображению двойного интегрального

преобразования Лапласа (по времени) Фурье (по продольной координате) при $\partial_\tau \sim s$, $\partial_\xi \sim i\chi$, где s и χ – параметры преобразования Лапласа и Фурье, соответственно. В рассматриваемом решении слагаемые с множителями $(1 - \zeta)$ в показателях степени экспоненты соответствуют волнам, инициируемым лицевой поверхностью $\zeta = 1$ и распространяющимся в отрицательном направлении оси ζ , а слагаемые с множителями $(1 + \zeta)$ – волнами, инициируемыми лицевой поверхностью $\zeta = -1$ и распространяющимися в положительном направлении оси ζ .

Для упрощения вычислений пренебрежем в граничных условиях (2.5) членами с множителем $e^{-2\alpha}$. Это соответствует, в конечном итоге, пренебрежению в асимптотике для первого корня уравнения Рэлея–Лэмба при $\chi \rightarrow \infty$ [8]:

$$\omega_1(\chi) = k_R \chi - B \chi \exp(-2\sqrt{1 - k_R^2} \chi) + B \chi \exp(-2\sqrt{1 - \kappa^2 k_R^2} \chi)$$

$$B = 2 \left[\frac{k_R}{1 - k_R^2} + \frac{\kappa^2 k_R^2}{1 - \kappa^2 k_R^2} - \frac{4k_R}{2 - k_R^2} \right]^{-1}, \quad k_R = \frac{c_R}{c_2} < 1 \quad (3.1)$$

членом с множителем $\exp(-2\sqrt{1 - \kappa^2 k_R^2} \chi)$ по сравнению с членом с множителем $\exp(-2\sqrt{1 - k_R^2} \chi)$ (c_R – скорость поверхностных волн Рэлея). Коэффициент k_R является корнем известного трансцендентного уравнения

$$(2 - k_R^2)^2 - 4\sqrt{1 - k_R^2} \sqrt{1 - \kappa^2 k_R^2} = 0 \quad (3.2)$$

Тогда граничные условия (2.5) могут быть преобразованы к виду

$$(\gamma^4 + \partial_\xi \alpha \beta) D_3 + (\gamma^4 - \partial_\xi \alpha \beta) e^{-2\beta} D_4 = -\gamma^2 S$$

$$(\gamma^4 - \partial_\xi \alpha \beta) e^{-2\beta} D_3 + (\gamma^4 + \partial_\xi \alpha \beta) D_4 = -\gamma^2 S \quad (3.3)$$

$$\gamma^2 D_1 = \partial_\xi \beta D_3 - \partial_\xi \beta e^{-2\beta} D_4, \quad \gamma^2 D_2 = \partial_\xi \beta e^{-2\beta} D_3 - \partial_\xi \beta D_4$$

Рассмотрим большие значения времени, когда $\tau \gg 1$ (т.е. когда фронты волн проходят расстояние, много большее толщины полосы: $\tau = O(T)$, $T \gg 1$). Введем малый параметр $\varepsilon = 1/T$ и масштабированные переменные y, τ_0 :

$$y = \frac{\xi_0 - k_R \tau_0}{\varepsilon}, \quad \zeta_0 = \varepsilon \zeta, \quad \tau_0 = \varepsilon \tau \quad (3.4)$$

позволяющие построить прифронтную асимптотику в дальнем поле волны Рэлея. Введем новые операторы $\partial_y, \partial_{\tau_0}$:

$$\partial_y = \partial / \partial y, \quad \partial_{\tau_0} = \partial / \partial \tau_0 \quad (3.5)$$

которые связаны с исходными операторами $\partial_\xi, \partial_\tau$ следующими соотношениями:

$$\partial_\xi = \partial_y, \quad \partial_\tau = -k_R \partial_y + \varepsilon \partial_{\tau_0} \quad (3.6)$$

Подставляя выражения (3.6) в формулы (3.3) и, отбрасывая асимптотически второстепенные члены, приходим к следующим двум уравнениям для D_3, D_4 и двум выражениям, определяющим D_1 и D_2 через D_3, D_4 :

$$\begin{aligned} 2\varepsilon\partial_y\partial_{\tau_0}D_3 - 2B\partial_y^2\exp(-2i\sqrt{1-k_R^2}\partial_y)D_4 &= -\frac{B}{1-k_R^2/2}S \\ -2B\partial_y^2\exp(-2i\sqrt{1-k_R^2}\partial_y)D_3 + 2\varepsilon\partial_y\partial_{\tau_0}D_4 &= -\frac{B}{1-k_R^2/2}S \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} (1-k_R^2/2)\partial_yD_1 &= -i\sqrt{1-k_R^2}\partial_yD_3 + i\sqrt{1-k_R^2}\partial_y\exp(-2i\sqrt{1-k_R^2}\partial_y)D_4 \\ (1-k_R^2/2)\partial_yD_2 &= -i\sqrt{1-k_R^2}\partial_y\exp(-2i\sqrt{1-k_R^2}\partial_y)D_3 + i\sqrt{1-k_R^2}\partial_yD_4 \end{aligned} \quad (3.8)$$

Выпишем асимптотическое представление выражений для перемещений и напряжений

$$\begin{aligned} u_1 &= \partial_y\exp(-(1-\zeta)ia\partial_y)D_1 + \partial_y\exp(-(1+\zeta)ia\partial_y)D_2 + \\ &+ ib\partial_y\exp(-(1-\zeta)ib\partial_y)D_3 - ib\partial_y\exp(-(1+\zeta)ib\partial_y)D_4 \\ u_3 &= iad_y\exp(-(1-\zeta)ia\partial_y) - iad_y\exp(-(1+\zeta)ia\partial_y)D_2 - \\ &- \partial_y\exp(-(1-\zeta)ib\partial_y)D_3 - \partial_y\exp(-(1+\zeta)ib\partial_y)D_4 \\ \sigma_{33} &= \frac{E}{(1+\nu)h}[-(1-k_R^2/2)\partial_y^2\exp(-(1-\zeta)ia\partial_y)D_1 - \\ &- (1-k_R^2/2)\partial_y^2\exp(-(1+\zeta)ia\partial_y)D_2 - \\ &- ib\partial_y^2\exp(-(1-\zeta)ib\partial_y)D_3 + ib\partial_y^2\exp(-(1+\zeta)ib\partial_y)D_4] \\ \sigma_{13} &= \frac{E}{(1+\nu)h}[ia\partial_y^2\exp(-(1-\zeta)ia\partial_y)D_1 - ia\partial_y^2\exp(-(1+\zeta)ia\partial_y)D_2 - \\ &- (1-k_R^2/2)\partial_y^2\exp(-(1-\zeta)ib\partial_y)D_3 + (1-k_R^2/2)\partial_y^2\exp(-(1+\zeta)ib\partial_y)D_4] \\ a &= \sqrt{1-\kappa^2k_R^2}, \quad b = \sqrt{1-k_R^2} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Вернемся в (3.7), (3.8) к исходным операторам

$$\begin{aligned} \frac{1}{k_R}(\partial_{\tau}^2 - k_R^2\partial_{\xi}^2)D_3 + 2B\partial_{\xi}^2\exp(-2i\sqrt{1-k_R^2}\partial_{\xi})D_4 &= -\frac{B}{1-k_R^2/2}S \\ 2B\partial_{\xi}^2\exp(-2i\sqrt{1-k_R^2}\partial_{\xi})D_3 + \frac{1}{k_R}(\partial_{\tau}^2 - k_R^2\partial_{\xi}^2)D_4 &= \frac{B}{1-k_R^2/2}S \\ -i\sqrt{1-\kappa^2k_R^2}\partial_{\xi}D_1 &= \frac{1}{1-k_R^2/2}(-\partial_{\xi}D_3 + \partial_{\xi}\exp(-2i\sqrt{1-k_R^2}\partial_{\xi})D_4) \\ -i\sqrt{1-\kappa^2k_R^2}\partial_{\xi}D_2 &= \frac{1}{1-k_R^2/2}(-\partial_{\xi}\exp(-2i\sqrt{1-k_R^2}\partial_{\xi})D_3 + \partial_{\xi}D_4) \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$(3.11)$$

Аналогичным образом преобразуются и выражения (3.9). Преобразованная форма выражений (3.9) вместе с граничными условиями (3.10), (3.11) позволяют найти

приближенную форму уравнений для окрестности условного фронта волны Рэлея. Для этого разделим решения в соответствии с направлением распространения возмущений. Введем объемный и сдвиговой потенциалы Ламе ϕ и ψ , разделяя их на части, где индексом (1) будем обозначать отрицательное по ζ направление распространения возмущений, индексом (2) – положительное направление:

$$\phi = \phi_1 + \phi_2, \quad \psi = \psi_1 + \psi_2 \quad (3.12)$$

$$\phi_1 = \exp(-(1-\zeta)i\sqrt{1-\kappa^2 k_R^2} \partial_\xi) D_1, \quad \phi_2 = \exp(-(1+\zeta)i\sqrt{1-\kappa^2 k_R^2} \partial_\xi) D_2 \quad (3.13)$$

$$\psi_1 = \exp(-(1-\zeta)i\sqrt{1-\kappa_R^2} \partial_\xi) D_3, \quad \psi_2 = \exp(-(1+\zeta)i\sqrt{1-\kappa_R^2} \partial_\xi) D_4$$

Потенциальные функции ϕ_i, ψ_i определяются эллиптическими уравнениями

$$\left(1 - \frac{c_R^2}{c_1^2}\right) \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial z^2} = 0 \quad (i = 1, 2) \quad (3.14)$$

$$\left(1 - \frac{c_R^2}{c_2^2}\right) \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial z^2} = 0$$

при следующих граничных условиях:

$$\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial t^2} - c_2^2 \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} + 2k_R B \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial x^2} = \frac{k_R B}{1 - k_R^2/2} S \quad \text{при } z = h \quad (3.15)$$

$$2k_R B \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial t^2} - k_R^2 \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial x^2} = \frac{k_R B}{1 - k_R^2/2} S \quad \text{при } z = -h$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial z} = \frac{1}{1 - k_R^2/2} \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial x} - \frac{\partial \psi_2}{\partial x} \right) \quad \text{при } z = h \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial z} = \frac{1}{1 - k_R^2/2} \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial x} - \frac{\partial \psi_2}{\partial x} \right) \quad \text{при } z = -h$$

Перемещения и напряжения выражаются через потенциальные функции по формулам

$$u_1 = \frac{\partial \phi_1}{\partial x} + \frac{\partial \phi_2}{\partial x} + \frac{\partial \psi_1}{\partial z} + \frac{\partial \psi_2}{\partial z}$$

$$u_3 = \frac{\partial \phi_1}{\partial z} + \frac{\partial \phi_2}{\partial z} - \frac{\partial \psi_1}{\partial x} - \frac{\partial \psi_2}{\partial x}$$

$$\sigma_{33} = \frac{E}{1 + \nu} \left[- \left(1 - \frac{k_R^2}{2}\right) \left(\frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial x^2} \right) - \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x \partial z} - \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial x \partial z} \right]$$

$$\sigma_{13} = \frac{E}{1 + \nu} \left[\frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial x \partial z} - \left(1 - \frac{k_R^2}{2}\right) \left(\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial x^2} \right) \right]$$

4. Заключение. Основные выводы изложенного выше подхода следующие: возмущения в дальнем поле волны Рэлея распространяются с конечной скоростью c_R и описываются одномерными волновыми уравнениями (3.15), при этом заметим, что скорость волны Рэлея c_R явно присутствует в этих уравнениях;

затухание возмущений по глубине полуплоскости (от каждой из лицевых поверхностей), описывается двумерными эллиптическими уравнениями (3.14);

влияние торцевых условий на решение определяется эквивалентной поверхностной нагрузкой S , имеющей волновой характер и распространяющейся со скоростью сдвиговой волны;

полученные результаты существенно упрощают анализ динамических явлений в окрестности фронта поверхностной волны Рэлея.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Nigul U.* Regions of effective application of the methods of three-dimensional and two-dimensional analysis of transient stress waves in shells and plates // *Int. J. Solid and Structures*. 1969. V. 5. № 6. P. 607–627.
2. *Коссович Л.Ю.* Нестационарные задачи теории упругих тонких оболочек. Саратов: Изд-во СГУ, 1986. 176 с.
3. *Kaplunov J.D., Kossovich L.Yu., Nolde E.V.* Dynamics of thin walled elastic bodies. N.Y. etc.: Acad. Press, 1998. 226 p.
4. *Коссович Л.Ю., Каплунов Ю.Д.* Асимптотический анализ нестационарных упругих волн в тонких оболочках вращения при ударных торцевых воздействиях // *Изв. Саратовск. ун-та*. 2001. Т. 1. Вып. 2. С. 111–131.
5. *Каплунов Ю.Д., Коссович Л.Ю.* Асимптотическая модель для вычисления дальнего поля волны Рэлея в случае упругой полуплоскости // *Докл. РАН*. 2004. Т. 395. № 4. С. 482–484.
6. *Коссович Л.Ю., Кушеккалиев А.Н.* Поле Рэлея в бесконечном упругом слое // *Сб. научн. тр. Математика. Механика*. Саратов: Изд-во Саратовск. ун-та. 2003. Вып. 5. С. 159–161.
7. *Лурье А.И.* Пространственные задачи теории упругости. М.: Гостехиздат, 1955. 491 с.
8. *Айнола Л.Я., Нигул У.К.* Волновые процессы деформации упругих плит и оболочек // *Изв. АН ЭССР. Сер. физ.-мат. и техн. наук*. 1965. Т. 14. № 1. С. 3–63.

Москва, Саратов

Поступила в редакцию
10.10.2004