

© 2005 г. О.В. ТРИФОНОВ

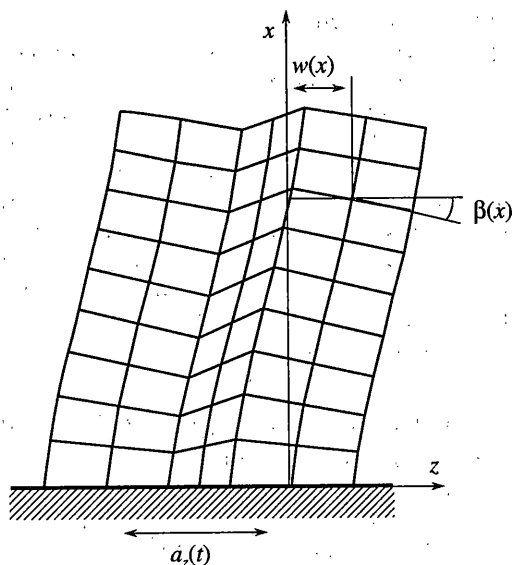
### **МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫСОТНЫХ СООРУЖЕНИЙ КАК РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ПОВРЕЖДАЕМЫХ СИСТЕМ**

Рассмотрено динамическое поведение высотных сооружений при интенсивных сейсмических воздействиях. Несущая конструкция здания типа двоякой диафрагмы представлена в виде распределенной повреждаемой трехслойной системы с учетом изгибных и сдвиговых деформаций слоев. Получены уравнения движения системы и предложены соотношения, описывающие накопление повреждений при неупругом деформировании. Рассмотрены результаты численного моделирования динамической реакции конструкции при внешнем воздействии, заданном как нестационарный случайный процесс. Методом статистического моделирования получены оценки показателей риска частичного или полного разрушения здания.

1. Высотные здания и инженерные сооружения являются объектами повышенного риска по отношению к интенсивным сейсмическим воздействиям. Обрушение таких конструкций как правило приводит к значительным человеческим жертвам и материальному ущербу [1]. Это определяет жесткие требования по обеспечению глобальной устойчивости при проектировании высотных сооружений в сейсмических районах. Несовершенство существующих нормативных документов и расчетных моделей приводит к значительным расхождениям между расчетными и реальными сейсмическими нагрузками. Принципиальным требованием к динамическим расчетным моделям является адекватный учет нелинейного поведения сооружений при сильных землетрясениях. Предложенные расчетные схемы основаны на различных методах дискретизации жесткостных и инерционных характеристик конструкции. Среди них отметим рамную модель [2, 3], передающую физическую нелинейность конструкции через образование пластических шарниров по концам элементов. Другой распространенный подход соответствует сдвиговой модели [4–6], передающей податливость здания при горизонтальных воздействиях за счет междуэтажного сдвига. Все неупругие деформации и повреждения отнесены к междуэтажным несущим элементам в пределах этажа.

Моделирование высотных конструкций как распределенных систем имеет ряд преимуществ перед дискретными расчетными схемами. Распределенные модели позволяют более полно передать деформированное состояние сооружения, описать непрерывно распределенные по высоте повреждения, что особенно важно для монолитных железобетонных конструкций, сооружений с ядрами жесткости и диафрагмами, башенных конструкций [7]. Для таких сооружений распределенные модели являются более естественными, чем модели с сосредоточенными параметрами, традиционно используемые при расчете зданий на сейсмостойкость [8, 9].

Двоякая диафрагма представляет распространенный тип конструктивного решения многоэтажного здания. При сейсмических воздействиях высокой интенсивности башни, обладающие значительной прочностью и жесткостью, получают небольшие повреждения, в то время как соединительные конструкции могут оказаться полностью разрушенными. В качестве модели конструкции примем трехслойную балку, крайние слои которой передают работу башен, средний слой – работу соединитель-



Фиг. 1

ных конструкций. Полагаем, что крайние слои работают на изгиб и сдвиг, а деформации среднего слоя (прослойки) полностью определяются деформациями крайних слоев. Каждый слой отнесем к системе координат, ось  $x$  которой совпадает со средней линией слоя (фиг. 1). Примем равномерное распределение деформаций сдвига по толщине слоев. Для упрощения выкладок будем считать башни одинаковыми. Перемещение в направлении оси  $z$  крайних слоев обозначим через  $w(x)$ , углы поворота сечений – через  $\beta(x)$ . Существенные компоненты деформаций крайних слоев  $\epsilon_x^s$  и  $\gamma_{xz}^s$  определяются соотношениями

$$\epsilon_x^s = -z\beta_{,x}, \quad \gamma_{xz}^s = w_{,x} - \beta, \quad (\cdot)_{,x} = \partial(\cdot)/\partial x \quad (1.1)$$

Деформации среднего слоя  $\epsilon_x^p$  и  $\gamma_{xz}^p$  выражаются по формулам

$$\epsilon_x^p = \eta z\beta_{,x}, \quad \gamma_{xz}^p = w_{,x} + \eta\beta \quad (1.2)$$

где параметр  $\eta$  равен отношению толщины крайнего слоя к толщине прослойки.

Для вывода уравнений движения модели введем векторные обозначения:  $\mathbf{u} = (w, \beta)^T$ ,  $\boldsymbol{\epsilon}^s = (\epsilon_x^s, \gamma_{xz}^s)^T$ ,  $\boldsymbol{\epsilon}^p = (\epsilon_x^p, \gamma_{xz}^p)^T$ ,  $\boldsymbol{\sigma}^s = (\sigma_x^s, \tau_{xz}^s)^T$ ,  $\boldsymbol{\sigma}^p = (\sigma_x^p, \tau_{xz}^p)^T$ , где два последних вектора соответствуют напряжениям в крайних слоях и прослойке. Связь приращений напряжений  $\Delta\boldsymbol{\sigma}$  и приращений деформаций  $\Delta\boldsymbol{\epsilon}$  зададим соотношениями

$$\Delta\boldsymbol{\sigma}^s = \mathbf{C}^s\Delta\boldsymbol{\epsilon}^s, \quad \Delta\boldsymbol{\sigma}^p = \mathbf{C}^p\Delta\boldsymbol{\epsilon}^p \quad (1.3)$$

в которых введены матрицы коэффициентов  $\mathbf{C}^s$  и  $\mathbf{C}^p$  размерностью  $2 \times 2$ , определяющие физический закон деформирования. В упругой области диагональные элементы  $C_{11}$  и  $C_{22}$  аналогичны модулям  $E$  и  $G$  для однородного изотропного материала, недиагональные элементы равны нулю. В области неупругих деформаций матрицы  $\mathbf{C}^s$  и  $\mathbf{C}^p$  имеют смысл касательных матриц жесткости, элементы которых зависят от истории деформирования.

Один из ключевых этапов построения модели динамического поведения сооружения в условиях интенсивного сейсмического воздействия состоит в описании поврежденных состояний несущей конструкции башен и соединительных конструкций. Повреждение и разрушение железобетонных элементов сопровождается образованием и развитием трещин в бетоне, образованием пластических деформаций в арматуре, эффектами, связанными с нарушением контакта между арматурой и бетоном, раскрытием и закрытием трещин и т.д. Реализовать детальное описание этих процессов в рамках расчетных моделей конструкций невозможно. Поэтому используются различные упрощенные схемы учета повреждений. Наиболее распространенная схематизация относит повреждения к дискретным точкам – пластическим шарнирам, в которых сосредоточены все неупругие эффекты.

В рамках предложенной модели можно ввести распределенные повреждения как функционалы истории изменения деформаций в данной точке. При этом модель повреждений будет двухмерной, так как деформации  $\epsilon_x^p$  и  $\epsilon_x^s$  зависят от координат  $x$  и  $z$ . Другой подход основан на введении обобщенных сил сдвига  $Q$  и обобщенных изгибающих моментов  $M$  для слоев с различными характеристиками с последующим заданием законов деформирования. Меры повреждений могут быть введены на основе диаграмм деформирования как параметры, характеризующие снижение жесткости на различных участках диаграмм. В этом случае меры повреждений будут функциями только координаты  $x$ .

Определим обобщенные силы и соответствующие обобщенные деформации исходя из выражения для виртуальной работы

$$\delta W = \int_V (\sigma_x \delta \epsilon_x + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz}) dV \quad (1.4)$$

Расписывая формулу (1.4) для областей  $V_s$  и  $V_p$  с учетом соотношений (1.1) и (1.2), получим

$$\delta W = 2 \int_0^H M^s \delta(\beta_{,x}) dx + 2 \int_0^H Q^s \delta(w_{,x} - \beta) dx - \int_0^H M^p \delta(\eta \beta_{,x}) dx + \int_0^H Q^p \delta(w_{,x} + \eta \beta) dx \quad (1.5)$$

$$M^s = - \int_{F_s} \sigma_x^s z dF, \quad Q^s = \int_{F_s} \tau_{xz}^s dF, \quad M^p = - \int_{F_p} \sigma_x^p z dF, \quad Q^p = \int_{F_p} \tau_{xz}^p dF \quad (1.6)$$

где  $Q^s, Q^p$  – перерезывающие силы;  $M^s, M^p$  – изгибающие моменты;  $H$  – высота конструкции;  $F^s, F^p$  – площади сечений крайних слоев и прослойки. Таким образом, пары (обобщенная сила, обобщенная деформация) согласно соотношению (1.5) имеют вид:  $(Q^s, \gamma_{xz}^s), (Q^p, \gamma_{xz}^p), (M^s, \beta_{,x})$  и  $(M^p, -\eta \beta_{,x})$ .

В качестве модели, определяющей связь обобщенной силы сдвига  $Q$  и деформации  $\gamma_{xz}$  для крайних слоев и прослойки, примем билинейную диаграмму деформирования [4, 5]. Параметры диаграммы  $c_E$  и  $c_H$  имеют смысл коэффициентов жесткости на упругом и неупругом участках диаграммы. Параметр  $Q_Y$  соответствует предельному значению обобщенной силы, при котором деформации еще остаются упругими. Связь изгибающих моментов  $M^s$  и  $M^p$  с соответствующими деформациями  $\beta_{,x}$  и  $-\eta \beta_{,x}$  опишем на основе аналогичной модели. Таким образом, расчетная схема включает неупругое поведение при изгибе и сдвиге.

Очевидно, что характеристики работы конструкции при изгибе и сдвиге в неупругой области не могут быть независимыми. Пластические деформации и накопление

повреждений при сдвиге должны влиять на параметры жесткости и предельный момент при изгибе и наоборот. Для учета взаимодействия процессов деформирования будем полагать, что параметры диаграмм изменяются в зависимости от эффективных мер повреждений, заданных как комбинации повреждений, возникающих при изгибе и сдвиге. Например, влияние повреждений на параметры диаграммы  $Q - \gamma$  можно описать соотношениями

$$c_E = c_E^0(1 - \eta_E D_{eff}), \quad c_H = c_H^0(1 - \eta_H D_{eff}), \quad Q_Y = Q_Y^0(1 - \eta_Q D_{eff}) \quad (1.7)$$

В формулу (1.7) входят постоянные  $0 < \eta_E \leq 1$ ,  $0 < \eta_H \leq 1$ ,  $0 < \eta_Q \leq 1$ , характеризующие остаточную несущую способность полностью поврежденных конструкций. Параметры диаграммы с верхним индексом (0) соответствуют начальному неповрежденному состоянию. Эффективная мера повреждений  $D_{eff}$  определяется формулой

$$D_{eff} = \zeta D_Q + (1 - \zeta) D_M \quad (1.8)$$

где  $D_Q$  и  $D_M$  – меры повреждений от сдвига и изгиба, зависящие от истории изменения деформации  $\gamma_{xz}$  и  $\beta_x$  соответственно;  $0 \leq \zeta \leq 1$  – параметр, определяющий вклад каждой из мер повреждений. Чтобы учесть повреждения, возникающие как в результате больших монотонных деформаций, так и в результате циклического деформирования, зададим меры  $D_Q$  и  $D_M$  в виде суммы монотонной и циклической составляющих:

$$D_Q = \frac{1}{\gamma_m} \max_{0 \leq \tau \leq t} |\gamma_{xz}(\tau)| + \frac{1}{\gamma_c} \sum_{0 \leq \tau \leq t} |\Delta \gamma_{xz}(\tau)| \quad (1.9)$$

$$D_M = \frac{1}{e_m} \max_{0 \leq \tau \leq t} |e(\tau)| + \frac{1}{e_c} \sum_{0 \leq \tau \leq t} |\Delta e(\tau)|$$

Здесь  $e = \beta_x$  для башен;  $e = -\eta \beta_x$  для перемычки;  $\Delta e$  и  $\Delta \gamma_{xz}$  – размахи деформаций в пределах цикла деформирования;  $\gamma_m > 0$ ,  $e_m > 0$ ,  $\gamma_c > 0$  и  $e_c > 0$  – предельные значения деформаций при монотонном и циклическом деформировании. Для величин, относящихся к башням и перемычке, в формулах (1.7)–(1.9) использован верхний индекс (s) и (p). Отметим, что в силу соотношений (1.8) и (1.9) каждая из обобщенных сил зависит от истории изменения обобщенных координат  $w(x)$  и  $\beta(x)$ .

2. Для численного моделирования динамического поведения конструкции необходимо получить уравнения движения. Используем принцип виртуальных перемещений для динамических задач, записанный в приращениях [10]:

$$\int_{t_1}^{t_2} \left\{ \int_V (\rho \delta \Delta \mathbf{u}^T (\mathbf{u}'' + \Delta \mathbf{u}'') + \delta \Delta \boldsymbol{\epsilon}^T \Delta \boldsymbol{\sigma} + \delta \Delta \boldsymbol{\epsilon}^T \boldsymbol{\sigma} - \delta \Delta \mathbf{u}^T \Delta \mathbf{f} - \delta \Delta \mathbf{u}^T \mathbf{f}) dV - \int_{S_\sigma} \delta \Delta \mathbf{u}^T (\mathbf{p} + \Delta \mathbf{p}) dS \right\} dt = 0 \quad (2.1)$$

Здесь  $\rho$  – плотность,  $V$  – объем области,  $S_\sigma$  – часть границы, на которой заданы поверхностные силы,  $\mathbf{f}$  и  $\Delta \mathbf{f}$  – векторы объемных сил и их приращений,  $\mathbf{p}$  и  $\Delta \mathbf{p}$  – векторы поверхностных сил и их приращений, штрих обозначает дифференцирование по времени.

Проведем разбиение конструкции на элементы, в пределах которых примем аппроксимацию поля перемещений  $\mathbf{u}(x)$ :

$$\mathbf{u} = \Phi \mathbf{q}, \quad \Phi = \begin{Bmatrix} \mathbf{h}_w^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{h}_\beta^T \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

где  $\mathbf{h}_w(x)$  и  $\mathbf{h}_\beta(x)$  – векторы аппроксимирующих функций размерностью  $4 \times 1$  для  $w(x)$  и  $\beta(x)$ ;  $\mathbf{q}$  – вектор узловых неизвестных размерностью  $8 \times 1$ , содержащий значения  $w, w_x, \beta$  и  $\beta_x$  на концах элемента. В качестве аппроксимирующих функций приняты кубические полиномы [11]. Следуя стандартной процедуре метода конечных элементов [12], получим уравнения динамики для элемента в приращениях

$$\mathbf{M}\Delta\mathbf{q}'' + \mathbf{K}\Delta\mathbf{q} = \Delta\mathbf{F} + \mathbf{F} - \mathbf{M}\mathbf{q}'' - \Sigma \quad (2.3)$$

Здесь  $\mathbf{M}$  – матрица инерции,  $\mathbf{K}$  – касательная матрица жесткости,  $\Delta\mathbf{q}$  – вектор приращений узловых неизвестных,  $\Delta\mathbf{F}$  – вектор приращений внешних воздействий,  $\Sigma$  – вектор начальных напряжений, соответствующий напряжениям, достигнутым к началу шага. Три последних слагаемых уравнения (2.3) представляют собой невязку уравнений динамического равновесия в момент времени, соответствующий началу текущего шага. Если уравнения в этот момент выполняются точно, то невязка обращается в ноль. Матрицы инерции и жесткости определяются соотношениями

$$\mathbf{M} = \int_0^{H_e} \begin{vmatrix} R_1 \mathbf{h}_w \mathbf{h}_w^T & 0 \\ 0 & R_2 \mathbf{h}_\beta \mathbf{h}_\beta^T \end{vmatrix} dx$$

$$\mathbf{K} = \int_0^{H_e} \begin{vmatrix} S_1 \mathbf{h}_{w,x} \mathbf{h}_{w,x}^T & S_2 \mathbf{h}_{w,x} \mathbf{h}_\beta^T \\ S_2 \mathbf{h}_\beta \mathbf{h}_{w,x}^T & S_3 \mathbf{h}_{\beta,x} \mathbf{h}_{\beta,x}^T + S_4 \mathbf{h}_\beta \mathbf{h}_\beta^T \end{vmatrix} dx$$

$$R_1 = 2F_s \rho_s + F_p \rho_p, \quad R_2 = 2\rho_s I_s + \eta^2 \rho_p I_p, \quad S_1 = 2C_{22}^s F_s + C_{22}^p F_p \quad (2.4)$$

$$S_2 = \eta C_{22}^p F_p - 2C_{22}^s F_s, \quad S_3 = 2C_{11}^s I_s + \eta^2 C_{11}^p I_p, \quad S_4 = 2C_{22}^s F_s + \eta^2 C_{22}^p F_p$$

$$I_s = \int_{F_s} z^2 dF, \quad I_p = \int_{F_p} z^2 dF$$

где введены коэффициенты  $R_1$  и  $R_2$ , характеризующие инерционные свойства, и коэффициенты  $S_1 - S_4$ , определяющие жесткостные свойства системы на шаге нагружения,  $H_e$  – длина элемента.

Векторы  $\Delta\mathbf{F}$  и  $\Sigma$  определяются формулами

$$\Delta\mathbf{F} = \int_0^{H_e} \begin{vmatrix} -R_1 \Delta a_z(t) \mathbf{h}_w \\ \mathbf{0} \end{vmatrix} dx \quad (2.5)$$

$$\Sigma = \int_0^{H_e} \begin{vmatrix} (2Q^s + Q^p) \mathbf{h}_{w,x} \\ (2M^s - \eta M^p) \mathbf{h}_{\beta,x} - (2Q^s - \eta Q^p) \mathbf{h}_\beta \end{vmatrix} dx$$

Применяя операцию ансамблирования, получим уравнения равновесия всей системы, которые для заданного внешнего воздействия  $a_z(t)$  решаются с учетом граничных условий при  $x = 0$ :  $w = 0, \beta = 0$ .

Для численной реализации модели может быть использована система уравнений в приращениях (2.3) или система квазилинейных дифференциальных уравнений

$$\mathbf{M}\mathbf{q}'' + \mathbf{D}\mathbf{q}' + \Sigma = \mathbf{F} \quad (2.6)$$

В уравнения (2.6) добавлены силы демпфирования, пропорциональные скоростям деформаций:  $\mathbf{f}_d = \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}}$ .

3. Рассмотрим результаты численного моделирования при сейсмическом воздействии, заданном как нестационарный случайный процесс [13, 14]

$$a_z(t) = A_0(t/t_0)\exp(-t/t_0)\varphi(t) \quad (3.1)$$

Параметр  $A_0$  характеризует пиковые ускорения, параметр  $t_0$  – продолжительность интенсивной фазы,  $\varphi(t)$  – реализация стационарного случайного процесса со спектральной плотностью

$$S_\varphi(f) = \frac{2}{\pi} \frac{f_1 f_0^2}{(f^2 - f_0^2)^2 + 4f_1^2 f^2} \quad (3.2)$$

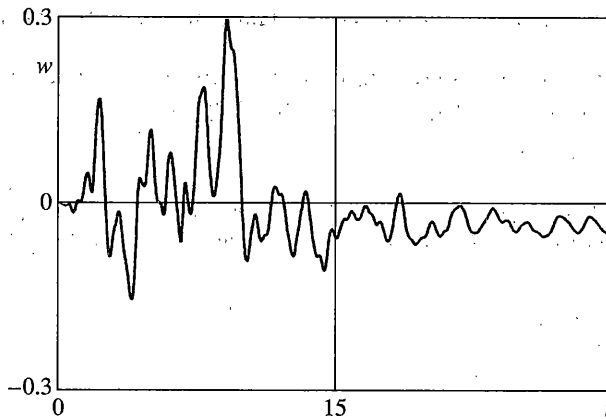
где  $f, f_0, f_1$  – частоты в Гц. Параметр  $f_0$  представляет собой доминантную частоту движения на площадке, параметр  $f_1$  характеризует ширину спектра.

При расчете были использованы следующие значения параметров в формулах (3.1) и (3.2): доминантная частота воздействия  $f_0 = 2$  Гц, относительный параметр широкополосности  $f_1/f_0 = 0.5$ , параметры псевдоогibaющей  $t_0 = 5$  с,  $A_0 = 4$  м/с<sup>2</sup>. Принятые значения параметров позволяют получить акселерограммы  $a_z(t)$ , соответствующие 9-балльным сейсмическим воздействиям.

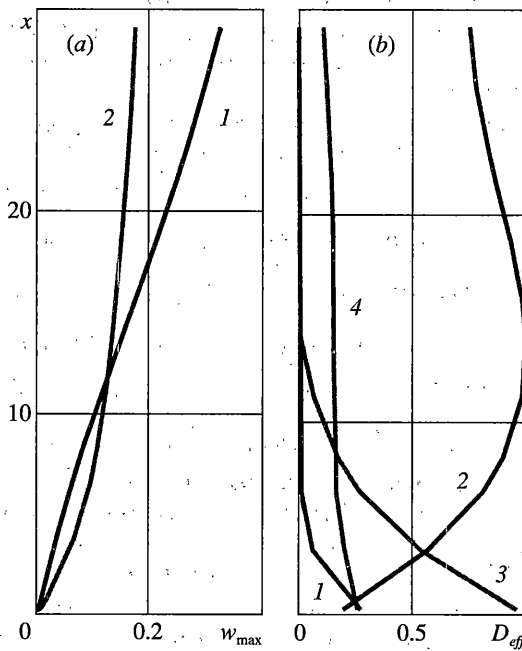
Численное моделирование проводилось при следующих параметрах расчетной схемы. Высота здания  $H = 30$  м, относительная толщина слоев  $\eta = 2$ , масса башен  $m_b = 0.75 \cdot 10^6$  кг и масса соединительных конструкций  $m_p = 0.25 \cdot 10^6$  кг равномерно распределены по высоте. Параметры диаграммы сдвига для башен:  $c_E^0 = 4 \cdot 10^8$  Н,  $c_H^0 = 4 \cdot 10^7$  Н,  $Q_Y^0 = 1 \cdot 10^6$  Н, для соединительных конструкций (перемычки):  $c_E^0 = 0.5 \cdot 10^8$  Н,  $c_H^0 = 0.5 \cdot 10^6$  Н,  $Q_Y^0 = 1.25 \cdot 10^5$  Н. Параметры диаграмм изгиба для башен:  $c_E^0 = 5 \cdot 10^9$  Нм<sup>2</sup>,  $c_H^0 = 5 \cdot 10^7$  Нм<sup>2</sup>,  $M_Y^0 = 5 \cdot 10^7$  Нм, для перемычки:  $c_E^0 = 0.5 \cdot 10^8$  Нм<sup>2</sup>,  $c_H^0 = 0.5 \cdot 10^6$  Нм<sup>2</sup>,  $M_Y^0 = 1.25 \cdot 10^5$  Нм. Принятые параметры определяют значительно более жесткие и прочные башни по сравнению с соединительными конструкциями. Параметры в соотношениях (1.8), (1.9), определяющих накопление повреждений в башнях:  $\gamma_m = 0.02$ ,  $\gamma_c = 0.1$ ,  $e_m = 0.05$ ,  $e_c = 0.1$ ,  $\zeta = 0.75$ , в перемычке:  $\gamma_m = 0.1$ ,  $\gamma_c = 0.2$ ,  $e_m = 0.01$ ,  $e_c = 0.02$ ,  $\zeta = 0.75$ . В соотношениях (1.7) для всех диаграмм  $\eta_E = 0.95$ ,  $\eta_H = 0.95$ ,  $\eta_Q = 0.5$ . Низшие собственные частоты конструкции  $\omega_1 = 0.975$  Гц,  $\omega_2 = 2.92$  Гц,  $\omega_3 = 5.02$  Гц. Первая собственная форма колебаний соответствует преимущественно сдвиговым деформациям, вторая и третья формы являются комбинациями изгиба и сдвига.

Расчет модели на одну из реализаций 9-балльного сейсмического воздействия проиллюстрирован на фиг. 2–4. На фиг. 2 показана зависимость горизонтального перемещения на верхнем уровне здания  $w$  [м] от времени  $t$  [с]. Наиболее интенсивные колебания конструкции происходят в течение первых 10 секунд воздействия. Максимальное отклонение достигает 33 см при  $t = 9.1$  с. После окончания интенсивной фазы воздействия заметны остаточные перемещения, вызванные неупругими деформациями несущих конструкций.

Распределение максимальных перемещений  $w_{\max}$  [м] по высоте здания приводится на фиг. 3, а. Кривая 1 соответствует принятым значениям параметров, кривая 2 построена для варианта данных, определяющего преимущественно сдвиговые деформации башен. При этом жесткости подобраны так, что низшая собственная частота в обоих



Фиг. 2



Фиг. 3

случаях одинакова. В отличие от второго варианта, распределение максимальных перемещений в первом случае соответствует изгибно-сдвиговым колебаниям конструкции. Вариант преимущественно сдвиговых деформаций приводит к существенно меньшим максимальным перемещениям на уровне крыши, достигающим 18 см. Между тем, сдвиги на нижних этажах в этом случае существенно больше, что определяет значительное повреждение несущих конструкций.

На фиг. 3, *b* показано распределение мер повреждений при сдвиге для башен и соединительных конструкций для первого варианта данных (кривые 1 и 2) и второго варианта (кривые 3, 4). Наибольшие повреждения башен в первом случае возникают

на нижнем уровне и достаточно быстро уменьшаются по высоте. Максимальное значение составляет 0.35, что соответствует среднему уровню поврежденности несущих конструкций. Распределение повреждений в перемычке имеет существенно другой характер. Повреждения распределены по высоте достаточно равномерно с максимальным значением  $D = 1$  на уровне  $z = 14.2$  м. Соединительные конструкции башен можно считать практически разрушенными при  $z > 7$  м. В нижней части здания повреждения перемычки минимальны. Такое распределение повреждений перемычки дополнительно поясняет фиг. 1, на которой показано деформированное состояние конструкции в момент  $t = 9.1$  с., соответствующий максимальным перемещениям на уровне крыши. На фиг. 1 для деформаций использован масштабный множитель 20. Изгибные деформации башен, возрастающие по высоте, создают дополнительные сдвиги в перемычке. Форма кривой распределения максимумов  $\gamma_{xz}^p(z)$  повторяет форму распределения повреждений (кривая 2). В случае преимущественно сдвиговых деформаций башен повреждения в перемычке распределены достаточно равномерно с максимумом на уровне первого этажа  $D = 0.25$ . Повреждения башен в результате сдвига на первом этаже достигают величины  $D = 0.95$  и постепенно убывают до нулевого значения на уровне  $z = 14$  м. Отметим, что вариант изгибно-сдвиговых деформаций оказывается менее опасным для башен и для здания в целом: несмотря на разрушение соединительных конструкций, башни выдерживают сейсмическое воздействие с относительно небольшими повреждениями.

Для иллюстрации работы несущих конструкций здания может быть использована зависимость момента инерционных нагрузок

$$M_R = -\int_0^H R_1 [w'' + a_z(t)] dx \quad (3.3)$$

от перемещения на уровне крыши здания. Согласно уравнениям движения

$$\begin{aligned} 2Q_x^s + Q_x^p &= R_1 [w'' + a_z(t)] \\ 2M_x^s - \eta M_x^p + 2Q_x^s - \eta Q_x^p &= R_2 \beta'' \end{aligned} \quad (3.4)$$

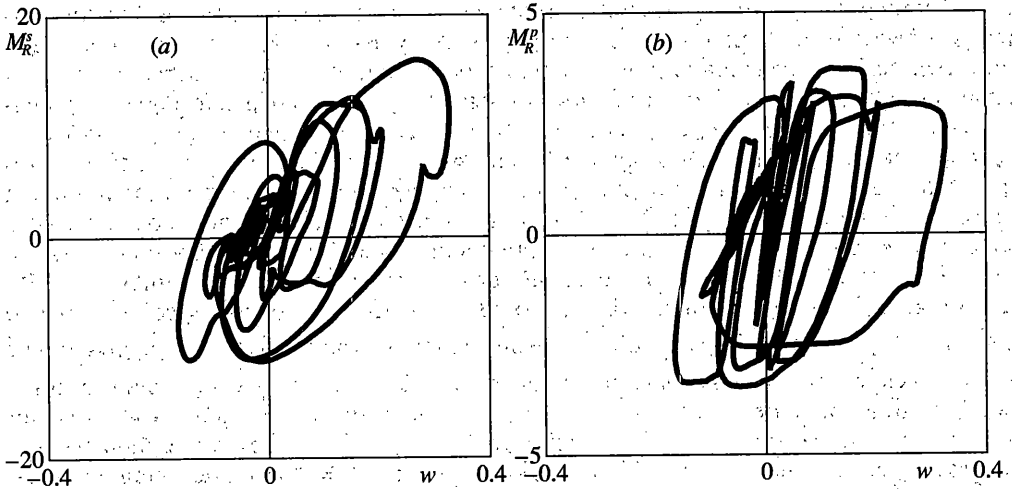
записанным без учета сил демпфирования, момент  $M_R$  можно разделить на две составляющие, характеризующие работу башен и соединительных конструкций

$$M_R = 2M_R^s + M_R^p, \quad M_R^s = \int_0^H Q^s(x) dx, \quad M_R^p = \int_0^H Q^p(x) dx \quad (3.5)$$

Зависимости  $M_R^s$  и  $M_R^p$  [МНм] от  $w(H)$  [м] показаны на фиг. 4, а, б. Основная часть нагрузки воспринимается башнями. Максимальное значение  $\max M_R^s = 15.9$  МНм в 4 раза превосходит максимальный момент, воспринимаемый соединительными конструкциями  $\max M_R^p = 3.7$  МНм. Гистерезисный характер системы в большей степени проявляется на зависимости  $M_R^p$ , интегрально передающей работу соединительных конструкций. Также заметно влияние повреждений, которое проявляется в снижении жесткости и уменьшении размахов  $M_R^p$ .

4. Информативность результатов, полученных для одной реализации сейсмического ускорения основания сооружения, ограничена в силу стохастического характе-





Фиг. 4

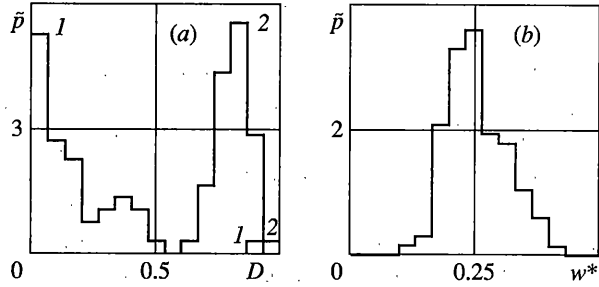
ра внешнего воздействия. В связи с этим наибольший интерес при анализе динамической реакции конструкции при случайных внешних нагрузках имеют статистические оценки, полученные обработкой результатов расчета для выборки акселерограмм. Ввиду отсутствия информации о вероятностных распределениях максимальной интенсивности, параметров спектрального состава и продолжительности интенсивной фазы, будем считать эти величины постоянными. Таким образом, процедура статистического моделирования состоит в многократном генерировании реализации случайного воздействия в соответствии с формулами (3.1) и (3.2) и численном моделировании динамической реакции модели с последующей статистической обработкой интересующих параметров динамической реакции.

В качестве оцениваемых характеристик примем максимальные повреждения в башнях и перемычке при сдвиге и изгибе

$$D_Q^* = \max_{x,t} D_Q(x,t); \quad D_M^* = \max_{x,t} D_M(x,t) \quad (4.1)$$

координаты по высоте, соответствующие максимальным повреждениям:  $x_Q^*$ ,  $x_M^*$ , максимальное перемещение на уровне крыши  $w^* = \max w(H,t)$ , показатели риска, заданные как вероятность достижения повреждений на одном из уровней предельного значения:  $H^s = P\{D_{eff}^s = 1\}$ ,  $H^p = P\{D_{eff}^p = 1\}$ . Результаты моделирования для выборки объемом  $N = 100$  проиллюстрированы на фиг. 5.

На фиг. 5, а показаны гистограммы распределения максимальной меры повреждений при сдвиге  $D_Q^*$  для башен (кривая 1) и перемычки (кривая 2). Диапазон вероятных значений меры повреждений башен достаточно широк. При среднем значении 0.16 выборочное среднеквадратическое отклонение равно 0.18, коэффициент вариации 1.245. В ходе моделирования предельное состояние конструкций башен было получено для двух реализаций воздействия, так что  $H^s = 0.02$ . Исходя из полученной гистограммы, распределение имеет мультимодальный характер. Максимумы на гистограмме соответствуют значениям меры повреждений  $D_Q^* = 0.1, 0.35$  и  $0.9$ .



Фиг. 5

Обращает внимание значительный интервал значений максимальной меры повреждений  $[0.6, 0.9]$ , не реализовавшихся в проведенной серии испытаний. Это можно объяснить с точки зрения динамики конструкции при накоплении повреждений. Учитывая, что значительная часть внешнего воздействия воспринимается башнями, снижение жесткости ниже определенного уровня оказывается фатальным для конструкции в целом: происходит монотонный рост деформаций и повреждений с последующим коллапсом. Таким образом, достижение повреждений некоторого критического уровня  $D_Q^{cr} \approx 0.5$  в ходе воздействия с большой вероятностью приводит к их дальнейшему росту и коллапсу всей конструкции. Отметим, что непосредственно процесс обрушения не описывается в рамках предложенной модели в силу соотношений (1.1) и (1.2), справедливых для малых деформаций. При необходимости описания процесса обрушения эти соотношения меняются на соотношения теории больших деформаций без существенного усложнения модели.

Кривая 2, соответствующая гистограмме максимальной меры повреждений в перемычке, принципиально отличается от гистограммы распределения максимумов повреждений в башнях. Разброс значений максимальной меры повреждений соединительных конструкций существенно ниже: при выборочном среднем 0.84 коэффициент вариации равен 0.083.

На фиг. 5, *b* показана гистограмма распределения максимальных горизонтальных перемещений на уровне крыши  $w^*$ . Разброс возможных значений достаточно велик даже для реализаций воздействия с постоянной интенсивностью и спектральным составом. Выборочное среднее и коэффициент вариации равны соответственно 0.26 м и 0.25. Максимальное и минимальное значения среди 100 реализаций равны 0.43 м и 0.12 м. Такой разброс можно отнести за счет чувствительности максимального перемещения  $w^*$  к изгибным деформациям. Изменения угла поворота сечения в нижней части здания на  $\Delta\beta$  приводят к горизонтальным перемещениям на уровне крыши  $w \approx H\Delta\beta$  при условии поворота вышележащих частей как жесткого целого.

Также были получены оценки математического ожидания  $\tilde{M}$  и коэффициента вариации  $\tilde{\gamma}$  максимальных мер повреждений  $D_M^*$  башен и перемычки. Для башен эти величины равны  $\tilde{M} = 0.14 \cdot 10^{-2}$ ,  $\tilde{\gamma} = 1.71$ , для перемычки  $\tilde{M} = 0.087$  и  $\tilde{\gamma} = 1.31$ . Для принятых выше данных повреждения башен при изгибе незначительны. Соединительные конструкции повреждаются в большей степени. Обе величины характеризуются большим разбросом значений.

Определенный интерес представляет анализ расположения мест наибольшего повреждения  $x_Q^*$  и  $x_M^*$ . Для башен это нижний уровень с очень небольшим разбросом

значений. Расположение максимальных повреждений от сдвига в перемычке  $x_Q^*$  характеризуется величинами  $\tilde{M} = 13.7$  м и  $\tilde{\gamma} = 0.076$ . Таким образом, положение уровня максимальной поврежденности для разных реализаций отличается незначительно. Более существенный разброс наблюдается для координаты максимальных повреждений от изгиба соединительных конструкций  $x_M^*$ :  $\tilde{M} = 4.86$  м и  $\tilde{\gamma} = 1.55$ .

5. Динамическая реакция и повреждение конструкции в виде сдвоенной диафрагмы при сейсмическом воздействии исследовано на основе трехслойной модели с повреждаемыми слоями. Рассмотрены особенности, связанные с различными соотношениями изгибной и сдвиговой жесткости башен и соединительных конструкций. Показано, что использование модели с распределенными параметрами позволяет описать изменение повреждений и деформаций по высоте здания. По результатам статистического моделирования сделан вывод о критическом влиянии мер повреждений башен при сдвиге на общую устойчивость конструкции. Предложенный подход к описанию динамического поведения может применяться для расчета высотных зданий и промышленных сооружений, для которых традиционные расчетные схемы не позволяют описать распределенные повреждения и деформации при интенсивных динамических воздействиях.

Работа выполнена при государственной поддержке ведущих научных школ (грант НШ-1411.2003.1) и Российского фонда фундаментальных исследований (грант 05-01-00343).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Болотин В.В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций. М.: Машиностроение, 1984. 312 с.
2. Болотин В.В., Чирков В.П., Радин В.П., Трифонов О.В. Исследование упругопластического деформирования многоэтажного каркасного здания при интенсивных сейсмических воздействиях // Изв. вузов. Строительство. 2001. № 5. С. 11–17.
3. Earthquake Resistant Engineering Structures / Eds. G. Oliveto and C.A. Brebbia. Southampton: WIT Press, 1999. 823 p.
4. Болотин В.В., Трифонов О.В. Предельный анализ конструкций при нестационарных динамических воздействиях // Изв. РАН. МТТ. 2001. № 1. С. 134–142.
5. Болотин В.В., Трифонов О.В. О соударениях конструкций при сильных землетрясениях // Изв. РАН. МТТ. 2002. № 4. С. 152–162.
6. Structural Dynamics. Recent Advances / Ed. G.I. Schueller. Berlin: Springer, 1991. 475 p.
7. Трифонов О.В. Повреждение высотных конструкций при динамических воздействиях // Вестн. МЭИ. 2002. № 1. С. 5–11.
8. Барштейн М.Ф., Бородачев Н.М., Блюмина Л.Х. и др. Динамический расчет сооружений на специальные воздействия. М.: Стройиздат, 1981. 215 с.
9. СНиП II-7-81. Строительство в сейсмических районах / Госстрой СССР. М.: АПП ЦИТП, 1991. 50 с.
10. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. М.: Мир, 1987. 542 с.
11. Николаев А.П., Бандурин Н.Г. К расчету оболочек методом конечного элемента // Строит. мех. и расчет сооруж. 1980. № 5. С. 21–25.
12. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 541 с.
13. Болотин В.В. Статистическая теория сейсмостойкости сооружений // Изв. АН СССР. ОТН. Механика и машиностроение. 1959. № 4. С. 123–129.
14. Bolotin V. V. Seismic risk assessment for structures with the Monte Carlo simulation // Probabilistic Engin. Mech. 1993. V. 8. № 3/4. P. 169–177.