МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 2 • 2005

УДК 531.381

© 2005 г. И.А. МУХАМЕТЗЯНОВ

ОБ ИНВАРИАНТНОСТИ И ОПТИМАЛЬНОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ ПРЕСЛЕДУЮЩЕГО ДВИЖЕНИЯ МАНИПУЛЯТОРА

Предлагается алгоритм построения вектора оптимального управления и матрицы распределения случайных возмущений между каналами управления, при которых программное многообразие ориентации преследующего манипулятора, расположенного на подвижном основании, и качество стабилизации этого многообразия являются инвариантными к этим возмущениям.

1. Постановка задачи. Рассмотрим манипулятор на подвижном основании, состоящий из цепочки n пар тел T'_ν, T''_ν ($\nu = 1, 2, \ldots, n$), в которой T'_ν вращается относительно тела $T''_{\nu-1}$ предыдущей пары вокруг цилиндрического шарнира $O_{\nu-1}$, а T''_ν перемещается относительно T'_ν по заданной направляющей, совпадающей с единичным вектором $\mathbf{i}_\nu$. Введем обозначения

$$\mathbf{l}_\nu = \mathbf{O}_{\nu-1}\mathbf{D}_\nu, \quad \mathbf{s}_\nu = \mathbf{D}_\nu\mathbf{O}_\nu$$

где D_ν – начало отсчета s_ν-го перемещения тела T''_ν относительно T'_ν. Заметим, что $|\mathbf{l}_\nu|$ – постоянные.

В точку O_n последнего тела T''_n поместим центр схвата, а плоскость схвата зададим плоскостью ортогональных единичных векторов $\mathbf{e}_1$, $\mathbf{e}_2$, связанных со схватом.

Положение тела – основания манипулятора относительно неподвижной системы координат $o\varphi\eta\zeta$ определяется законом движения $\mathbf{r}_0(t)$ точки O_0 крепления первого шарнира манипулятора к основанию и тремя углами Эйлера, которые будем считать известными функциями от времени. Вектор угловой скорости основания обозначим через $\boldsymbol{\omega}_0(t)$.

Будем считать, что вращение тел T'_ν вокруг шарниров $O_{\nu-1}$ и перемещения тел T''_ν относительно T'_ν осуществляются двигателями, помещенными со своими редукторами в точках $O_{\nu-1}$, D_ν.

Следовательно, управление манипулятором осуществляется $2n$ двигателями.

В программу движения схвата заложим два требования: движение центра схвата O_n должно происходить по кривой погони за преследуемой точкой M при ее движении по произвольному закону, а одна ось схвата с ортом $\mathbf{e}_3$, ортогональным к $\mathbf{e}_1$ и $\mathbf{e}_2$, должна занимать положение по прямой O_nM, т.е.

$$\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{v} = 0, \quad \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_0 = 0 \quad (i = 1, 2) \tag{1.1}$$

где $\mathbf{e}_0$ – орт вектора $\mathbf{O}_n M$; $\mathbf{v}$ – вектор абсолютной скорости точки O_n схвата, $\cdot$ – знак скалярного произведения.

Если вектор $\mathbf{O}_0\mathbf{O}_n$ выразить через векторы $\mathbf{l}_\nu$ и $\mathbf{s}_\nu$, то первое из условий (1.1) примет вид

$$\left[\dot{\mathbf{r}}_0(t) + \sum_{\nu=1}^{n} (\dot{\mathbf{l}}_\nu + \dot{\mathbf{s}}_\nu)\right] \cdot \mathbf{e}_i = 0 \quad (i = 1, 2) \tag{1.2}$$

Движения манипулятора зададим уравнениями Лагранжа

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}-\frac{\partial T}{\partial x} = Q - C\dot{x} + M_0 u + R_0\delta \tag{1.3}$$

где x – $2n$-мерный вектор обобщенных координат – углов поворотов φ_ν вокруг шарниров и перемещений s_ν; u – r-мерный вектор управляющих сигналов; R_0 – $(2n \times s)$ – матрица распределения s-мерных векторов δ возмущений между каналами; Q – вектор обобщенных сил тяжести и других неуправляющих сил, T – кинетическая энергия манипулятора

$$T = 1/2\dot{x}^T A_0(x,t)\dot{x} + b^T(x,t)\dot{x} + b_0(x,t)$$

$$C = \operatorname{diag}(c_1k_1^2, c_2k_2^2, \ldots, c_{2n}k_{2n}^2), \quad M_0 = ka, \quad R_0 = k\gamma$$

c_ν – коэффициенты сопротивления на валу двигателей, k_ν – передаточные числа редукторов, a – $(2n \times r)$-матрица коэффициентов пропорциональности между управляющими моментами двигателей и управляющими сигналами u_ν; $k = \operatorname{diag}(k_1, k_2, \ldots, k_{2n})$, γ – $(2n \times s)$-матрица ($r \le 2n$; $s < 2n - 4$).

Уравнение (1.3) можно представить в виде

$$\begin{gathered} A_0(x,t)\ddot{x} = B_0(\dot{x}, x, t) + M_0 u + R_0\delta \\ B_0 = \frac{1}{2}\dot{x}^T\frac{\partial A_0}{\partial x}\dot{x} + \left(-\frac{dA_0}{dt} + \frac{\partial b}{\partial x} - C\right)\dot{x} - \frac{db}{dt} + \frac{\partial b_0}{\partial x} + Q \end{gathered} \tag{1.4}$$

Требования (1.1) с учетом (1.2) представим в виде двух многообразий

$$\omega_1(x,t) = 0, \quad \omega_2(x,\dot{x},t) = 0 \tag{1.5}$$

где ω_1, ω_2 – двумерные векторы с элементами

$$\omega_1^i = \mathbf{e}_i^T\mathbf{e}_0, \quad \omega_2^i = \mathbf{e}_i^T\left[\sum_{\nu=1}^{n}(\dot{\mathbf{l}}_\nu + \dot{\mathbf{s}}_\nu) + \dot{\mathbf{r}}_0(t)\right] \quad (i = 1, 2)$$

Теперь задачу можно сформулировать следующим образом: построить выражения вектора u и матрицы R_0 так, чтобы многообразие (1.5) было асимптотически устойчивым "в большом" при начальных условиях $\mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{e}_3 > 0$, $\mathbf{e}_3 \cdot \mathbf{e}_0 > 0$ интегральным многообразием системы (1.4) с оптимальным качеством переходного процесса при любых ограниченных векторах случайных возмущений δ.

2. Построение алгоритма управления. Дифференцируя по времени в силу (1.4) первое уравнение (1.5) два раза, а второе – один раз с использованием известных формул Пуассона, будем иметь

$$\dot{\mathbf{l}}_\nu = \left(\boldsymbol{\omega}_0 + \sum_{\eta=1}^{\nu}\boldsymbol{\omega}'_\eta\right)\times\mathbf{l}_\nu, \quad \dot{\mathbf{e}}_i = \left(\boldsymbol{\omega}_0 + \sum_{\eta=1}^{n}\boldsymbol{\omega}'_\eta\right)\times\mathbf{e}_i$$

$$\dot{\mathbf{i}}_\nu = \left(\boldsymbol{\omega}_0 + \sum_{\eta=1}^{\nu}\boldsymbol{\omega}'_\eta\right)\times\mathbf{i}_\nu \quad \text{и} \quad \dot{\mathbf{s}}_\nu = \dot{s}_\nu\mathbf{i}_\nu + s_\nu\dot{\mathbf{i}}_\nu$$

где $\boldsymbol{\omega}'_\eta = \dot{x}_\eta\mathbf{j}_\eta$; $\mathbf{j}_\eta$ – орты векторов $\boldsymbol{\omega}'_\eta$. В результате получим

$$\begin{gathered} \ddot{\omega}_1 = B_1(\dot{x}, x, t) + A_1^T M(\dot{x}, x, t)u + A_1^T R(\dot{x}, x, t)\delta \\ \dot{\omega}_2 = K_1(\dot{x}, x, t) + A_2^T M(\dot{x}, x, t)u + A_2^T R(\dot{x}, x, t)\delta \end{gathered} \tag{2.1}$$

Здесь A_1^T, A_2^T – $(2\times 2n)$-матрицы соответственно с элементами

$$a_{i\nu}^{(1)} = (\mathbf{j}_\nu \times \mathbf{e}_i)^T \mathbf{e}_0, \quad a_{i,n+\nu}^{(1)} = 0 \quad (i = 1, 2;\ \nu = 1, 2, \ldots, n)$$

$$a_{i\nu}^{(2)} = \left[\mathbf{j}_\nu \times \sum_{\eta=\nu}^{n} (\mathbf{I}_\nu + \mathbf{s}_\nu)\right]^T \mathbf{e}_i, \quad a_{i,n+\nu}^{(2)} = \mathbf{i}_\nu^T \mathbf{e}_i \quad (i = 1, 2;\ \nu = 1, 2, \ldots, n)$$

$$B_1 = A_1^T A_0^{-1} B_0 + \dot{A}_1^T \dot{x} + \dot{C}_1, \quad K_1 = A_2^T A_0^{-1} B_0 + \dot{A}_2^T \dot{x} + \dot{C}_2$$

где C_1, C_2 – векторы соответственно с элементами

$$c_1^{(i)} = (\boldsymbol{\omega}_0 \times \mathbf{e}_i)^T \mathbf{e}_0 + \mathbf{e}_i^T \dot{\mathbf{e}}_0, \quad c_2^{(i)} = \left[\dot{\mathbf{r}}_0(t) + \sum_{\nu=1}^{n} \boldsymbol{\omega}_0 \times (\mathbf{I}_\nu + \mathbf{s}_\nu)\right]^T \mathbf{e}_i \ (i = 1, 2)$$
$$M = A_0^{-1} M_0, \quad R = A_0^{-1} R_0 \tag{2.2}$$

Если бы матрицы A_1^T, A_2^T были ортогональными к $R(\dot{x}, x, t)$, то имело бы место

$$A_i^T R(\dot{x}, x, t) = 0 \quad (i = 1, 2) \tag{2.3}$$

При этом, как видно из (2.1), значения $\ddot{\omega}_1$, $\dot{\omega}_2$ в каждой изображающей точке x, $\dot{x}$, t не зависели бы от вектора возмущения δ.

В этом случае задача определения управления u была бы решена, например, по методу, предложенному в [1], где построен вектор управления u, обеспечивающий интегральность многообразия (1.5) и его асимптотическую стабилизацию, в виде

$$u = \Omega_0^T (\Omega_0 \Omega_0^T)^{-1} Q \tag{2.4}$$

$$Q = \begin{Vmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{Vmatrix}, \quad \Omega_0 = \begin{Vmatrix} AA_1^T M \\ NA_2^T M \end{Vmatrix}$$

$$Q_1 = -Dy - F_1\omega_1 - AB_1 - A\left(\frac{\partial f}{\partial \omega_1}\right)^T y + A\left[\left(\frac{\partial f}{\partial \omega_1}\right)^T f + \frac{\partial f}{\partial t}\right] - \frac{1}{2}\frac{dA}{dt} y \tag{2.5}$$

$$Q_2 = -NK_1 - \frac{1}{2}\frac{dN}{dt}\omega_2 - F_2\omega_2$$

где D, F_1, F_2, A, N – произвольно выбираемые определенно-положительные, симметрические матрицы с ограниченными, непрерывными и непрерывно дифференцируемыми элементами; $f(\omega_1, t)$ – произвольная $2n$-мерная вектор-функция с ограниченными, непрерывными и непрерывно дифференцируемыми элементами, обладающая свойством $f(0, t) = 0$ и допускающая бесконечно малый высший предел по модулю; $y = \dot{\omega}_1 - f(\omega_1, t)$.

Возможно также повышение качества переходного процесса путем введения в правую часть системы (1.3) дополнительной составляющей $\tilde{M}_0(\dot{x}, x, t)\tilde{u}$, где $\tilde{M}_0$ – $(n\times r)$-матрица, $\tilde{u}$ – r-мерный вектор оптимального управления. В этом случае в правые части уравнений (2.1) добавляются соответственно члены $A_1^T\tilde{M}(\dot{x}, x, t)\tilde{u}$ и $A_2^T\tilde{M}(\dot{x}, x, t)\tilde{u}$, где $\tilde{M} = A_0^{-1}\tilde{M}_0$.

Умножая (2.1) на матрицы $A(x, t)$, $N(x, t)$ с учетом (2.4) и добавленных членов $A_i^T\tilde{M}$, получим

$$\begin{aligned} &A(x,t)\dot{\omega}_1 = B(\dot{x}, x, t) + Q_1 + \tilde{M}_1\tilde{u}, \quad \tilde{M}_1 = AA_1^T\tilde{M} \\ &N(x,t)\dot{\omega}_2 = K(\dot{x}, x, t) + Q_2 + \tilde{M}_2\tilde{u}, \quad \tilde{M}_2 = NA_2^T\tilde{M} \\ &B = AB_1, \quad K = NK_1 \end{aligned} \tag{2.6}$$

Умножая первое уравнение скалярно на вектор y, а второе на вектор ω_2, затем складывая, получим

$$\frac{1}{2}\frac{dV}{dt} = \dot{V} + \tilde{u}^T\tilde{M}_1^Ty + \tilde{u}^T\tilde{M}_2^T\omega_2 \tag{2.7}$$

$$\begin{aligned} &V = \omega_2^TN\omega_2 + y^TAy + \omega_1^TF_1\omega_1 \\ &\dot{V} = -y^TDy + \left(f^TF_1 + \omega_1^T\frac{\dot{F}_1}{2}\right)\omega_1 - \omega_2^TF_2\omega_2 \end{aligned} \tag{2.8}$$

Заметим, что функция $\dot{V}$ является производной по времени функции V для системы (2.6) при $\tilde{u} = 0$. Следовательно, она является определенно-отрицательной, достигнутой выбором f и F_1 [1].

Введение управления $\tilde{u}$ должно улучшать качество переходного процесса. С этой целью ищем такое $\tilde{u} = \tilde{u}^0$, при котором правая часть (2.7) имеет вид [2]:

$$-W^0(\dot{\omega}_1, \omega_1, \omega_2, \tilde{u}, t) = -F(\dot{\omega}_1, \omega_1, \omega_2, t) - \tilde{u}^T\tilde{R}(\dot{\omega}_1, \omega_1, \omega_2, t)\tilde{u} \tag{2.9}$$

а функционал

$$J = \int_{t_0}^{\infty} W^0(\dot{\omega}_1, \omega_1, \omega_2, \tilde{u}^0)dt \tag{2.10}$$

имеет минимальное значение на решениях (2.6). Заметим, что искомая функция $F(\dot{\omega}_1, \omega_1, \omega_2, t)$ должна быть неотрицательной, а $(r\times r)$-матрица $\tilde{R}(\dot{\omega}_1, \omega_1, \omega_2, t)$ задается симметрической и определенно-положительной. Для нахождения функции F и вектора $\tilde{u}^0$, следуя [3], введем функцию вида

$$B^0(V, \omega, \tilde{u}) = \dot{V} + \tilde{u}^T(\tilde{M}_1^Ty + \tilde{M}_2^T\omega_2) + F + \tilde{u}^T\tilde{R}\tilde{u} \tag{2.11}$$

При $\tilde{u} = \tilde{u}^0$ величина B^0 должна иметь минимум и обращаться при этом в нуль [3]. Следовательно, дифференцируя правую часть (2.11) по $\tilde{u}$ и приравнивая результат к нулю, получим

$$\tilde{u}^0 = -\tilde{R}^{-1}(\tilde{M}_1^Ty + \tilde{M}_2^T\omega_2)/2 \tag{2.12}$$

Из условия $B^0 = 0$ определим функцию

$$F = -\dot{V} + (y^T\tilde{M}_1 + \omega_2^T\tilde{M}_2)\tilde{R}^{-1}(\tilde{M}_1^T y + \tilde{M}_2^T\omega_2)/4 \tag{2.13}$$

При значениях (2.8), (2.9), (2.12), (2.13) уравнение (2.7) имеет следующий вид:

$$\frac{1}{2}\frac{dV}{dt} = -W^0, \quad -W^0 = \dot{V} - \frac{1}{2}(y^T\tilde{M}_1 + \omega_2^T\tilde{M}_2)\tilde{R}^{-1}(\tilde{M}_1^T y + \tilde{M}_1^T\omega_2) \tag{2.14}$$

Если не потребовать минимальности функционала (2.10), то функцию F в (2.11) можно выбрать не только в виде (2.13), а в любом другом виде, удовлетворяющем неравенству

$$0 \le F \le -\dot{V} + (y^T\tilde{M}_1 + \omega_2^T\tilde{M}_2)\tilde{R}^{-1}(\tilde{M}_1^T y + \tilde{M}_2^T\omega_2)/4$$

При этом достигается гарантированная оценка качества управления вида [4]:

$$\int_{t_0}^{\infty} W^0(\omega_1, \dot{\omega}_1, \omega_2, t, \tilde{u}^0)dt \le \frac{1}{2}(\omega_{20}^T N\omega_{20} + \omega_{10}^T F_1\omega_{10} + y_0^T A y_0)$$

Так как система (2.6) при $\tilde{u} \equiv 0$ удовлетворяет строгому неравенству $\dot{V} < 0$ при всех $\omega_1 \ne 0$, $\dot{\omega}_1 \ne 0$, $\omega_2 \ne 0$, то показатель качества переходного процесса при $\tilde{u} = 0$ имеет значение

$$\int_{t_0}^{\infty} -\dot{V}dt = \frac{1}{2}(y_0^T A y_0 + \omega_{20}^T N\omega_{20} + \omega_{10}^T F_1\omega_{10})$$

Как видно из (2.14), при введении оптимального управления (2.12) значение интеграла качества, несмотря на увеличение подынтегрального выражения на величину $1/2(y^T\tilde{M}_1 + \omega_2^T\tilde{M}_2)\tilde{R}^{-1}(\tilde{M}_1^T y + \tilde{M}_2^T\omega_2)$, остается неизменным, тем самым улучшается качество переходного процесса.

Заметим, что при необходимости можно построить релейное управление по алгоритму, приведенному в разделе 4 работы [1].

Таким образом, решение поставленной задачи сводится к нахождению множества матриц R, удовлетворяющих условию (2.3).

Общий способ построения таких матриц приведен ниже. А здесь ограничимся лишь одним частным подходом к выбору R.

Пусть $s = 1$. При этом матрица R является вектором-столбцом с элементами R_η ($\eta = 1, 2, \ldots, 2n$). В этом случае условие инвариантности (2.3) выполняется при

$$\begin{gathered}\sum_{\nu=1}^{n} R_\nu \mathbf{j}_\nu = \lambda_1\mathbf{e}_0 \\ \sum_{\nu=1}^{n}\left[R_\nu\mathbf{j}_\nu \times \sum_{\eta=\nu}^{n}(\mathbf{I}_\eta + \mathbf{s}_\eta) + R_{n+\nu}\mathbf{i}_\nu\right] = \lambda_2\mathbf{e}_3\end{gathered} \tag{2.15}$$

где λ_1, λ_2 – произвольные скалярные величины.

Скалярно умножая эти векторные равенства на орты $\mathbf{k}_i$ системы $o\varphi\eta\zeta$, получим

$$\tilde{\Omega}^T R = \tilde{Q}, \quad \tilde{Q} = \left\|\begin{matrix}\lambda_1(\mathbf{e}_0^T\mathbf{k}_i) \\ \lambda_2(\mathbf{e}_3^T\mathbf{k}_i)\end{matrix}\right\| \quad (i = 1, 2, 3) \tag{2.16}$$

$$\tilde{\Omega}_{i\nu} = \mathbf{k}_i^T \mathbf{j}_\nu, \quad \tilde{\Omega}_{i,n+\nu} = 0 \quad (i = 1, 2, 3;\ \nu = 1, 2, \ldots, n)$$

$$\tilde{\Omega}_{3+i,\nu} = \mathbf{k}_i^T \left[\mathbf{j}_\nu \times \sum_{\eta=\nu}^{n} (\mathbf{I}_\eta + \mathbf{s}_\eta) \right], \quad \tilde{\Omega}_{3+i,n+\nu} = \mathbf{k}_i^T \mathbf{i}_\nu$$

Если потребовать минимальности эвклидовой нормы вектора R при заданных значениях λ_1, λ_2, то решение уравнения (2.16) получим в виде [1]:

$$R = \Omega(\Omega^T\Omega)^{-1}\tilde{Q} \tag{2.17}$$

Таким образом, искомый вектор R может быть выбран в виде (2.17), а вектор R_0, входящий в уравнения (1.3) и (1.4), в виде $R_0 = A_0R$.

В заключение заметим, что соответствующим выбором множителя λ_2 можно изменить величину скорости преследования, а выбор множителя λ_1 дает возможность добиться изменения угловой скорости вращения схвата вокруг вектора $\mathbf{e}_0$.

3. Общий метод построения множества матриц *R*. Искомые матрицы R, удовлетворяющие условию (2.3), обозначим через R_τ. Для нахождения R_τ выберем матрицу R произвольно и из вектора $U = R\delta$ выделим составляющую $U_\tau = R_\tau\delta$.

Итак, вектор $U = R\delta$ разложим на две составляющие: U_n, лежащую в подпространстве, натянутом на векторы-столбцы матриц A_1, A_2 и U_τ, лежащую в ортогональном дополнении к этому подпространству. Если определить U_n, то U_τ найдется как разность

$$U_\tau = U - U_n \tag{3.1}$$

Введем матрицу $\Omega = \|A_1, A_2\|$. Вектор U_n как вектор, лежащий в подпространстве, натянутом на векторы-столбцы матрицы Ω, можно представить в виде линейной комбинации этих векторов-столбцов $U_n = \Omega\lambda$, $\lambda = (\Omega^T\Omega)^{-1}\Omega^TU$, где λ – вектор, определяемый из равенства скалярных произведений векторов-столбцов матрицы Ω на векторы U_n и U ($\Omega^TU_n = \Omega^TU$).

Следовательно, U_n имеет вид $U_n = \Omega(\Omega^T\Omega)^{-1}\Omega^TU$. Подставляя это выражение в (3.1), получим

$$U_\tau = [E - \Omega(\Omega^T\Omega)^{-1}\Omega^T]U$$

где E – единичная матрица.

Подставляя в это равенство выражения $U_\tau = R_\tau\delta$, $U = R\delta$, получим

$$R_\tau\delta = [E - \Omega(\Omega^T\Omega)^{-1}\Omega^T]R\delta$$

Следовательно, искомые матрицы R_τ выражаются в виде

$$R_\tau = [E - \Omega(\Omega^T\Omega)^{-1}\Omega^T]R \tag{3.2}$$

где R – произвольно выбираемые матрицы.

Заметим, что произведение Ω^T и матриц (3.2):

$$\Omega^TR_\tau = [\Omega^T - \Omega^T\Omega(\Omega^T\Omega)^{-1}\Omega^T]R$$

дает результат $\Omega^TR_\tau = 0$, соответствующий условию (2.3).

Искомое множество матриц R_0, согласно обозначению (2.2), определяется в виде $R_0 = A_0R_\tau$.

Замечание 1. При возможности управления основанием манипуляторов в число обобщенных координат системы можно вводить три угла Эйлера и три координаты точки O_0 основания, а в число обобщенных сил управления – три проекции главного вектора сил управления основанием на оси неподвижной системы координат $o\varphi\eta\zeta$ и три проекции главного момента управляющих основанием сил на оси связанной с основанием системы координат с началом в точке O_0. При этом кинетическая энергия системы не будет зависеть от времени явно и будет иметь структуру в виде квадратичной формы от обобщенных скоростей. Эти факторы не влияют на методику решения рассмотренной задачи.

Замечание 2. Случайные возмущения δ могут иметь случайные амплитуды и частоты. Если их вводить искусственно, то их желательно ограничить по модулю, так как при их действии, несмотря на выполнение программы (1.1) в установившемся режиме, звенья манипулятора будут испытывать вибрации случайного характера в виде поворотов вокруг шарниров и вдоль направляющих в разных направлениях. Такие вибрации могут оказаться полезными, так как они снимают трение застоя в шарнирах и направляющих, а также могут служить как фактор стряхивания вредной пыли со звеньев при работе манипулятора в неблагоприятной среде.

Следовательно, в ряде случаев искусственное введение в систему случайных возмущений может оказаться полезным.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (05-01-00432).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Мухаметзянов И.А.* Построение систем с асимптотически устойчивыми программными связями // ПММ. 2001. Т. 65. Вып. 5. С. 822–830.
2. *Румянцев В.В.* Об оптимальной стабилизации управляемых систем // ПММ. 1970. Т. 34. Вып. 3. С. 440–456.
3. *Красовский Н.Н.* Проблемы стабилизации управляемых движений // Малкин И.Г. Теория устойчивости движения. Дополнение 4. М.: Наука, 1966. С. 475–514.
4. *Андреев А.С., Безгласный С.П.* О стабилизации управляемых систем с гарантированной оценкой качества управления // ПММ. 1997. Т. 61. Вып. 1. С. 44–51.

Москва

Поступила в редакцию
22.05.2003