

УДК 539.3

© 2005 г. Н.Г. БУРАГО, В.Н. КУКУДЖАНОВ

ОБЗОР КОНТАКТНЫХ АЛГОРИТМОВ

В технологических и природных процессах важную роль играют подвижные границы раздела сред. Разработка методов решения задач с подвижными границами раздела является одной из важнейших целей механики сплошных сред. В центре внимания настоящего обзора находятся работы по развитию контактных алгоритмов, являющихся частью численных методов решения задач механики сплошной среды, которая отвечает за определение, прослеживание и расчет контактных, межфазных и подвижных свободных границ.

1. Рассматриваемые типы контактных алгоритмов. Контактные алгоритмы могут быть классифицированы по применяемому способу описания движения сплошной среды. В лагранжевых алгоритмах узлы движутся со скоростью материальной среды. В нелагранжевых алгоритмах узлы неподвижны (эйлеровы алгоритмы) или движутся независимо от материальной среды (произвольные эйлерово-лагранжевы алгоритмы). Характерной особенностью нелагранжевых алгоритмов является наличие в эволюционных уравнениях конвективных членов, обусловленных разностью в скоростях движения координат и среды.

В обоих случаях (эйлеровом и лагранжевом) подвижные границы раздела могут явно выделяться “отслеживающими алгоритмами” как совокупность поверхностных узлов (маркеров) и ячеек или неявно определяться “улавливающими алгоритмами”, основанными на использовании непрерывных маркер-функций, принимающих на подвижной границе определенное значение.

Эта известная классификация положена в основу систематизации рассматриваемых работ. В предлагаемом обзоре рассматриваются все типы контактных алгоритмов, независимо от типа контактирующих сред, что находится в согласии с современными тенденциями к синтезу методов механики деформируемых сред и гидродинамики, обусловленными требованиями построения интегрированных математических моделей технологических и природных процессов.

2. Рассматриваемые типы границ. В дополнение к классическим постановкам начально-краевых задач механики сплошной среды контактные задачи содержат специальные граничные условия (ограничения), которые управляют движением границ раздела и возможными граничными сингулярностями.

Для классических контактных задач эти ограничения выражают условие непроникания, третий закон Ньютона о равенстве действия и противодействия и закон поверхностного трения. Проекция контактных условий на нормаль предотвращают взаимное проникание несмешивающихся сред, а касательные проекции представляют трение контактирующих поверхностей. Расширенная физико-химическая формулировка включает контактные граничные условия для теплопередачи, электромагнитного взаимодействия, диффузии, химических реакций и так далее.

Дополнительные родственные случаи граничных условий, описывающие поведение свободных и межфазных границ, также рассматриваются. Подвижные свободные границы являются лагранжевыми поверхностями между конденсированной (жидкой или

твердой) и разреженной средами. Граничные условия на свободных границах описывают влияние разреженной среды, представленное силами внешнего давления и трения, а также действие сил поверхностного натяжения, зависящих помимо прочего от ориентации и кривизны границы.

В отличие от классических контактных и свободных границ межфазные границы не являются лагранжевыми и их движение по сплошной среде определяется условиями межфазного равновесия (например, законом Стефана, условием детонации Чепмена-Жуге, условием пластичности, условием разрушения и так далее). Межфазные границы являются поверхностями слабого разрыва и движутся по сплошной среде, отслеживая скачкообразный процесс фазового перехода, заключающийся в резком изменении свойств сплошной среды. На межфазных границах температура, векторы скоростей, перемещений и напряжений непрерывны, а коэффициенты упругости и пластичности, теплоемкость, сжимаемость и другие свойства могут меняться скачком.

Еще одним важным предельным частным случаем контакта, который также рассматривается, является взаимодействие деформируемых сред с абсолютно жесткими.

3. Обзоры формулировок контактных задач. Начально-краевые контактные задачи можно сформулировать в дифференциальной, интегральной или вариационной формах. Вариационные формулировки, в частности, формулировки контактных задач в виде вариационных неравенств, играют важную роль в изучении вопросов корректности начально-краевых задач, существования и единственности решений.

Формулировки контактных задач исследовались в работах [565, 566, 574, 575, 188, 308, 482, 89, 295, 544, 491, 546, 123, 124, 125], где можно найти ссылки на дополнительные источники. Теоретические исследования постановок контактных задач в связи с фазовыми переходами отражены в обзорах следующих работ [137, 253, 174, 190, 135, 136, 444]. Ссылки на библиографические коллекции работ по вопросам существования и единственности решений контактных задач можно найти в сборнике обзоров [3].

Во многих современных работах по контактам сред, свойства которых зависят от истории нагружения, начально-краевые задачи формулируются как вариационные задачи в форме Галеркина. Контактные граничные условия при этом рассматриваются как ограничения и включаются в вариационное уравнение с помощью метода множителей Лагранжа или метода штрафных функций. Обзор методов учета ограничений для вариационных задач общего вида имеется, например, в монографии [156].

Обзор эйлерово-лагранжевых формулировок задач механики сплошных сред приведен в работе [33].

4. Обзоры методов расчета контакта. Большая коллекция свежих обзоров по численно-аналитическим методам расчета контакта, начало которым было положено в работе Герца [384], представлена в сборнике обзоров [3].

В настоящем обзоре рассматриваются численно-дискретные методы расчета контактных границ. К этой категории относятся конечно-разностные, конечно-объемные и конечно-элементные алгоритмы, “бессеточные” методы Галеркина, контактные алгоритмы метода граничных элементов.

Крупные подборки литературы по контактным алгоритмам в механике деформируемого твердого тела представлены в работах [130, 433, 397, 253, 625, 201, 627, 190, 66, 67, 469, 264] и в ряде других, цитируемых далее в связи с конкретными типами алгоритмов.

Обзоры по алгоритмам расчета границ раздела несмешивающихся сред в рамках гидродинамики имеются в работах [6, 155, 7, 24, 25, 26, 253, 551, 418, 447, 448, 560, 55].

5. Лагранжевы алгоритмы расчета контакта с абсолютно жесткими телами. Подавляющее число работ по контактным задачам относится к случаю контакта деформируемых тел (сред) с абсолютно жесткими телами (стенками, штампами, ударниками или преградами). Подвижная граница жестких тел при этом рассматривается как за-

данная поверхность скольжения. Она может быть гладкой или шероховатой. Движение жестких тел либо полагается predetermined, либо рассчитывается в процессе решения общей задачи методами теоретической механики с учетом их массы и сил реакции.

Примеры расчетов контакта с жесткими телами и дополнительные ссылки можно найти в работах [16, 17, 18, 139, 108, 109, 110, 111, 189, 76, 90, 91, 151, 130, 153]. Обзоры исследований этого направления представлены в работах [190, 83, 178].

В сеточных лагранжевых контактных алгоритмах скорости на границах между жесткими и деформируемыми телами либо задаются, либо определяются по прониканию узлов подвижной сетки в недопущенные области пространства, представляющие жесткие тела. Нормальные к поверхности жесткого тела компоненты скорости и перемещения корректируются с тем, чтобы устранить счетное проникание. Во многих алгоритмах такая корректировка сводится к приравниванию нормальных скоростей движения деформируемой и жесткой границ. Если же корректировка проводится путем устранения проникания приложением внешних нормальных нагрузок, то тем самым определяется контактное давление. Учет трения особенностей по сравнению с более общими контактными алгоритмами не имеет.

6. Лагранжевы алгоритмы сквозного счета. Лагранжевы алгоритмы сквозного счета используют единую лагранжеву сетку в контактирующих средах (телах) с общими узлами на границе раздела. В алгоритмах сквозного счета решение при переходе через контактную границу полагается непрерывным, а контактные разрывы моделируются узкими зонами больших градиентов решения.

Идеальный контакт, согласованные сетки. Простейший прием сквозного счета контакта, используемый в случае малых деформаций в условиях заранее известной и неизменной (хотя, возможно, подвижной) лагранжевой контактной границы, заключается в реализации приближенных контактных условий "полного слипания (склейки)" контактирующих тел, реализующих идеальный контакт.

Лагранжевы сетки в зоне контакта при этом согласованы и "сращены" по принципу "узел в узел", скольжение и отскок (отлипание) не допускаются. Решение на контактной границе непрерывно по скорости и перемещению (идеальный контакт). Работ, в которых используется такая схема расчета контакта, опубликовано много. Примером может служить любой алгоритм, решающий задачу механики сплошной среды сеточным методом. При задании разных свойств материалов в подобластях такой алгоритм автоматически реализует схему идеального контакта.

Приведем ниже произвольную выборку российских работ по МКЭ 20–30-летней давности, в которых были даны типичные примеры расчетов идеального контакта: [184, 162, 163, 47, 154, 195, 152, 102, 141]. Ссылки на зарубежные работы по идеальному контакту можно найти в [92].

В общем случае переменной зоны контакта, когда имеют место скольжение и отлипание контактирующих тел, модель идеального контакта, игнорирующая этим явления, даёт физически неверное описание и не используется.

Идеальный контакт, несогласованные сетки. Контактный алгоритм сопряжения решений с обеспечением идеального контакта при несогласованных в зоне контакта сетках для двумерного случая предложен в [10] и развит для трехмерного случая [12, 13]. Помимо расчета контакта, этот алгоритм используется для расчета сопряжений элементов составных конструкций и позволяет не заботиться о согласовании сеток на границах подобластей, обеспечивая непрерывность решения. Тем самым работа по построению сеток в составных трехмерных подобластях сложной формы упрощается. В последнее время эти алгоритмы заново открыты и активно развиваются на Западе [528, 529, 339].

Алгоритмы буферного слоя позволяют имитировать контактный разрыв как зону больших градиентов решения и основаны на введении между контактирующими телами фиктивного буферного контактного слоя (“контактной псевдосреды”). Буферный слой состоит из контактных ячеек, узлы которых принадлежат контактирующим границам. Введение буферного слоя ячеек сводит контактную задачу для многих тел к задаче для одного составного неоднородного тела. По толщине буферного слоя используется как правило одна ячейка, которая в зависимости от приписываемых свойств может играть роль упругой пружины, вязкого элемента, склейки и т.д. Действующие в буферном слое напряжения имитируют контактные нагрузки. Успешность такой имитации зависит от свойств, приписываемых материалу буферного слоя. Эти свойства должны обеспечивать возникновение сжимающих контактных нагрузок, не допускать растягивающих контактных нагрузок (чтобы имитировать отлипание) и моделировать силы трения. Результирующая математическая модель должна быть корректной. Кроме того, из косметических соображений и требований точности желательно, чтобы толщина такого слоя была бы намного меньше, чем характерный размер контактирующих тел.

Примеры реализации и теоретического обоснования алгоритмов буферного слоя даны в работах [350, 495, 138, 573, 129, 307, 145, 146, 157, 158, 48, 150, 449, 554, 93, 94, 95, 164].

Лагранжевы алгоритмы “единого уравнения состояния” служат для расчета развития внутренних контактных разрывов типа магистральных трещин. В этих алгоритмах трещины моделируются как узкие внутренние зоны с ослабленным сопротивлением материала деформации, образующиеся при выполнении критерия разрушения. Описание таких алгоритмов сквозного счета имеется в работах [486, 130, 476, 477, 592, 502, 169, 131, 510, 443, 190, 41, 112, 42, 43, 444, 242, 243, 415, 262, 81, 451, 82, 403, 263, 44]. Если в лагранжевой ячейке выполняется условие разрушения (по предельному значению деформации, пластической деформации, максимальному главному напряжению, и т.д.), то напряжения (мгновенно) релаксируют к нулю и сопротивление материала сохраняется только по отношению к сжатию. Подробный обзор и описание такого типа алгоритмов сквозного счета имеется в [190]. Можно заметить, что в таких алгоритмах узкие зоны разрушения аналогичны рассмотренным выше буферным контактным слоям.

Работы по множественному контакту. Задачи множественного контакта деформируемых тел возникают во многих приложениях, в частности, при численном изучении свойств композитных материалов, состоящих из множества контактирующих компонентов, при расчете поражения мишеней картечью, при взаимодействии шероховатых поверхностей и т.д. Обзоры этого направления даны в [606, 450, 359, 609, 356, 190, 616].

Алгоритмы расчета множественного контакта в наращиваемых телах рассмотрены в [8, 135, 136]. К этому типу задач относятся задачи о послойном изготовлении композиционных материалов, о нагружении грунта в процессе строительства сооружений, о выращивании кристаллов в процессах отверждения металлических расплавов и полимерных растворов, о напылении, осаждении и намерзании.

При решении задач множественного контакта полезными являются модели и алгоритмы сквозного счета контактных границ, которые применяются при изучении сопротивления композитных материалов на примерах деформаций идеализированного малого объема, содержащего довольно большое количество разнородных контактирующих подбластей (матрица и включения).

С ростом числа контактирующих элементов прямое численное моделирование становится затруднительным и приходится привлекать модели континуального описания множественного контакта. Например, для сред слоистой и блочной структуры эффек-

тивный путь решения задач множественного контакта указывается методом асимптотического усреднения структурно-периодических сред. Обзор работ этого направления с примерами моделей усреднения и их численной реализации сделан в [144]. В цитируемой работе развит подход, позволяющий эффективно моделировать разрушение кирпичной кладки и слоистых горных пород с учетом отслоения и трения на контактных поверхностях. Определяющие соотношения напоминают соотношения для упруго-вязкопластической среды. Величина отслоения описывается специальными функциями.

Моделирование нелагранжевых межфазных границ жидкость–пар, твердое тело–жидкость при плавлении и кристаллизация [176, 560] на основе алгоритмов “единого уравнения состояния” освещается далее при описании эйлеровых контактных алгоритмов сквозного счета.

7. Алгоритмы поиска зоны контакта. При численной реализации лагранжевых сеточных методов границы тел представляются множеством граничных поверхностных ячеек. Зона контакта в большинстве случаев заранее неизвестна и ее приходится искать в ходе расчета. Она ищется либо по прониканию “чужих” граничных узлов через “свои” граничные ячейки, возникающему в предварительном расчете без учета контакта, либо по достаточному сближению границ, путем попарных проверок расположения всех граничных узлов и ячеек. Результатом поиска зоны контакта является список контактных пар типа, например, “чужой узел – своя граничная ячейка” и, тем самым, реализуется автоматизированное построение контактных или буферных элементов. Иногда это могут быть пары узел–фиктивный узел или ячейка–ячейка (поверхностные), т.е. пары дискретных элементов контактирующих границ.

Число операций по поиску контактных пар растет пропорционально квадрату числа граничных ячеек или узлов. Для задач с большим числом узлов это приводит к неприемлемым затратам вычислительной работы. Рассмотрим имеющиеся алгоритмы ускоренного поиска зоны контакта.

Алгоритм “*господин-слуга*” (master-slave algorithm) является одним из первых алгоритмов поиска, он был предложен в [361, 370]. В соответствии с этим алгоритмом экономия вычислений достигается за счет того, что зоны возможного контакта (части поверхностей тел) задаются заранее, и одна из поверхностей считается основной (господствующей), а вторая – подчиненной. Первая представлена граничными ячейками, а вторая граничными узлами. Алгоритм использует априорную информацию о зоне возможного контакта и находит контактные пары по прониканию подчиненных узлов через “господские” граничные ячейки. Для обнаружения такого проникания проверяется знак нормальной проекции подчиненного узла на ячейку-господина и то обстоятельство, что нормаль, опущенная из этого узла на ячейку, пересекает ее.

Отметим, что во многих задачах нельзя заранее предсказать основные и подчиненные контактные поверхности. Кроме того, необходимость описания зоны контакта в исходных данных в случае сложной геометрии обременительна. Дополнительный довод против использования априорной информации о зоне контакта представляется явлением самоконтакта. Самоконтактом называется контактное взаимодействие различных частей поверхности одного и того же тела, которое может иметь место при больших деформациях.

В рассматриваемых далее алгоритмах поиска для ускорения процесса отбора контактных пар процесс поиска разбивается на два и более уровней, называемых обычно глобальными и локальным. На глобальных уровнях зоны возможного контакта ищутся среди групп близлежащих узлов. Далеко отстоящие группы, заведомо не участвующие в контакте, быстро отсеиваются по некоторому групповому признаку, связанному с расстоянием. На последнем (локальном) уровне уже непосредственно разыскиваются контактные пары “узел – граничная ячейка” по нарушению условия непроникания или

по признаку достаточной близости. Отличия алгоритмов поиска друг от друга состоят в принципах образования групп, групповых характеристиках, иерархии и методах быстрой сортировки.

Отметим известные глобальные алгоритмы поиска зон контакта: алгоритм регулярных ячеек [556], алгоритм иерархических территорий (НТА) [626, 628], линейно-позиционный алгоритм [623, 624], алгоритмы сортировки окрестностей [241, 252, 523].

Наиболее употребительными и эффективными алгоритмами глобального поиска зон контакта являются алгоритмы НТА и линейно-позиционный.

Глобальный алгоритм иерархии территорий [626], сокращенно называемый НТА – Hierarchical Territory Algorithm, основан на группировании расположенных вблизи друг друга граничных элементов и поиске зон возможного контакта путем анализа расстояний между такими группами элементов. Если найдены группы возможного контакта, далее проводится локальный поиск. При очень большом числе граничных элементов строится иерархия групп и поиск возможного контакта идет последовательно от групп верхнего уровня к нижнему.

Глобальный линейный позиционный алгоритм [509], сокращенно называемый LPOCA – Linear Position Code Algorithm, искусственно упорядочивает все граничные узлы конечно-элементной сетки. Для этой цели окаймляющий область решения параллелепипед делится на большое число маленьких “кирпичиков” со структурированной ijk нумерацией (вводится дополнительная равномерная регулярная ijk сетка). Каждому узлу конечно-элементной неструктурированной сетки присваивается ijk номер в зависимости от того, в какой из этих вспомогательных “кирпичиков” он попал. Такая дополнительная нумерация уже содержит информацию о расположении узлов, что позволяет использовать ее для введения кластеров (групп соседних узлов) и сокращения числа проверок и, тем самым, значительного ускорения процесса поиска зон контакта.

Глобальный алгоритм заполнения пространства кривыми [309], сокращенно называемый SFC – Space Filling Curve, иерархически разбивает область поиска на квадраты подобно тому, как это делается в известной задаче о ловле льва в пустыне Сахара путем деления ее частей пополам с выбором той части, где находится лев, до тех пор, пока этому льву некуда будет деваться. Такое деление, только уже на четыре прямоугольных части (двумерный случай), проводится, пока на каком-то уровне измельчения в ячейке не окажется только один узел, которому и присваивается позиционный код, образованный цепочкой бинарных кодов (00 – левый, нижний, 01 – правый, нижний, 10 – левый, верхний, 11 – правый, верхний), указывающих путь к данному узлу. Для определения ближайших узлов к данному используются алгоритмы быстрого сравнения позиционных кодов, основанные на XOR-операциях и комбинации бинарного и экспоненциального поиска.

Алгоритмы определения зоны контакта. Локальный поиск. К алгоритмам локального поиска относится уже рассмотренный алгоритм “узел-ячейка” [361, 370, 252] и алгоритм “внутри-наружу” [598].

Алгоритм “внутри-наружу” эффективно разрешает проблему “мертвых зон”, которая состоит в том, что в местах изломов границы появляются прилегающие к ее острым изломам внутренние “мертвые” зоны, из которых непонятно, куда “выпихивать” проникший “чужой” граничный узел. Алгоритм предлагает одно из самых простых возможных решений, которое заключается в “выпихивании” этого узла обратно с помощью сил реакции, направленных вдоль его лагранжевой траектории (“как пришел, так и ушел”).

Локальный алгоритм функции зазора (GFA – Gap Function Algorithm) [389] по замыслу авторов должен позволять единообразно рассматривать все случаи контакта для задач очень сложной геометрии и очень высокой размерности. Алгоритм основан

на введении в области решения скалярной функции зазора, которая для каждого узла вычисляется один раз для начального положения подвижной области решения и равна начальному расстоянию от этого узла до ближайшей границы. Вне пространственной области решения эта функция доопределяется нулем. Определение контактных узлов состоит в подсчете значения этой функции зазора для сдвинутых граничных узлов. При отсутствии проникания эти значения для граничных узлов равны нулю. Если же где-либо произошло проникание, то это значит, что какой-либо из граничных узлов находится внутри ячейки пространственной сетки и, следовательно, имеет два значения функции зазора: одно – свое собственное, равное нулю, другое отвечает его положению внутри упомянутой ячейки и отлично от нуля. Направление “выталкивания” или действия нормальных контактных усилий указывается антиградиентом функции зазора, а величины налезания и силы реакции пропорциональны значению функции зазора. Эффективность алгоритма локального поиска с использованием функции зазора определяется быстротой интерполяции функции зазора и требует достаточно гладких границ.

В работе [521] подход функции зазора критикуется и предпочтение отдается алгоритмам контактных пар, которые лучше подходят к общему случаю негладких границ с углами и к ситуациям множественного контакта.

Локальный пинболл-алгоритм [245, 246] (pinball – заколка, иголка с шариком) предложен для улавливания сложных случаев контакта разнородных элементов (стержневых, оболочечных и пространственных) между собой. Этот метод рассматривает сферическую окрестность каждого элемента, независимо от его природы (трехмерный, оболочечный двумерный или стержневой/балочный одномерный), и проникание проверяется по пересечению этих окрестностей. Это простая проверка, поскольку требуется сравнить только текущие расстояния между пинболлами с суммой радиусов их окрестностей. В штрафной форме алгоритма, если перекрытие пинболлов обнаружено, равные и противоположно направленные, пропорциональные величине наложения, силы прилагаются к центрам пинболлов. Эти силы затем пересчитываются с этих фиктивных узлов (центров пинболлов) на узлы элементов, к которым эти пинболлы относятся. Поскольку пинболл-алгоритм основан на простейших проверках, он является очень быстрым контактным алгоритмом и потребляет порядка 15% времени, требуемого на расчет временного шага, в то время как другие алгоритмы потребляют иногда более 60–75% [253].

Локальный иерархический пинболл-алгоритм был разработан для устранения недостатков пинболл-метода, обнаруженных в уже упомянутой работе [246], в которой пинболл-метод был приложен к тонким оболочкам и в процессе использования метода оказалось, что метод перестает работать, когда взаимодействующие элементы очень тонкие. Были найдены [247] два пути преодоления этой трудности: “скоростной” пинболл-алгоритм и “расщепленный” пинболл-алгоритм. Как и в обычных пинболл-алгоритмах, в расщепленном пинболл-методе пинболл ассоциирован с каждым элементом, хотя в этом новом методе радиус пинболла всегда выбран достаточно большим, чтобы окружить элемент. Этот большой пинболл назван родительским. Перекрытие родительских пинболлов теперь лишь показывает возможность проникания. Когда перекрытие родительских пинболлов обнаружено, меньшие пинболлы другого уровня выстраиваются, они имеют радиусы порядка толщины оболочки и покрывают, располагаясь на расстоянии этого радиуса друг от друга, поверхность оболочечного или длину балочного элемента. Если эти малые пинболлы перекрываются с чужими, то это означает проникание, и тогда искомые контактные силы вычисляются по перекрытию малых пинболлов и, затем, перераспределяются на узлы соответствующих элементов.

8. Лагранжевы алгоритмы выделения контактной границы. Определение контактных усилий и скоростей. Пусть зона контакта обнаружена и контактные пары “узел-ячейка” построены. Рассмотрим алгоритмы определения нормальных контактных скоростей и усилий.

Алгоритмы скольжения были сформулированы в пионерских работах по контакту между деформируемыми телами в условиях переменной зоны контакта, выполненных М. Уилкинсом [601, 185, 602, 603, 604, 553, 605]. Работы Уилкинса оказали большое влияние на развитие контактных алгоритмов в задачах о больших деформациях.

В алгоритмах скольжения на каждом шаге по времени попеременно [103, 104, 105] одна из контактирующих поверхностей считается поверхностью скольжения (поверхностью абсолютно жесткого тела), а другая граница следует движению первой. Хотя контактные условия при этом выполняются приближенно, интегрально метод дает правдоподобные результаты. Контактные скорости и усилия в численном решении осциллируют, что снижает точность расчета.

Обобщения метода Уилкинса на трехмерный случай можно найти в [413, 414, 416, 76, 113, 114, 11].

Алгоритмы фиктивных узлов в различных формах вводились в ряде работ. В уже упоминавшейся в связи с алгоритмами идеального контакта работе [10] предложен двумерный алгоритм, использующий условия непроникания по нормали и свободного скольжения по касательной к поверхности. При рассогласовании сеток в зоне контакта алгоритм использует вспомогательную совмещенную сетку, состоящую из граничных узлов исходной сетки в одном теле и из парных фиктивных контактных узлов в другом теле. Значения решения в фиктивных узлах на старом временном слое определяются интерполяцией. На новом временном слое (итерации) на каждую пару смежных узлов (“граничный-фиктивный”) накладывается кинематическое ограничение (равенство соответствующих компонентов скоростей) и статические условия (равенство с точностью до знака компонентов нормальных усилий). Используя эти равенства, в каждом граничном узле основной сетки определяются величины контактных давлений и корректируются граничные узловы скорости. Этот алгоритм в работе [13] был обобщен на трехмерные контактные задачи.

Фиктивные узлы вводятся также во многих других контактных алгоритмах, в частности, в рассматриваемых далее алгоритмах метода характеристик [91] и в рассмотренном выше иерархическом пинболл-алгоритме [246].

Логическим завершением линии алгоритмов фиктивных узлов являются так называемые адаптивные контактные алгоритмы, которые на каждом шаге по времени локально перестраивают сетки в контактирующих телах в окрестности зоны контакта так, чтобы согласовать их по принципу “узел в узел” [496].

Характеристические алгоритмы расчета контакта. Соотношения на характеристиках для гиперболических систем уравнений механики упругопластических сред были применены в двумерных задачах динамики для расчета контактных границ в [110, 111, 151, 91]. Системы характеристических соотношений выписывались для каждого граничного узла в одном теле и соответствующего фиктивного узла в другом теле. Из решения этих систем уравнений определялись контактные скорости и усилия. Область возможного применения характеристических алгоритмов ограничена нестационарными задачами. Наиболее свежий обзор характеристических алгоритмов можно найти в [453].

Контактные алгоритмы, основанные на задаче Римана и схеме Годунова. Схема Годунова [58], использующая на предикторе решения задачи Римана о распаде произвольного разрыва, применена к расчету контактных взаимодействий в процессах сварки взрывом в работе Годунова с соавторами [60], где можно найти описание контактного алгоритма и ссылки на другие работы этих авторов. Эта линия алгоритмов полу-

чила дальнейшее развитие в работах [198, 173, 174, 170, 171, 172, 4, 5]. Описание семейства алгоритмов Годунова дано в обзоре [253] и в монографиях [594, 453].

Алгоритмы неупругого удара в различных вариантах применялись в работах [167, 168, 73, 74, 115, 175, 9, 99, 100]. В этих алгоритмах скорости лагранжевых узлов в зоне удара корректируются исходя из решения задачи неупругого удара для узловых масс, составляющих контактные пары узел – поверхностная ячейка или узел – фиктивный узел.

Контактные алгоритмы метода множителей Лагранжа основаны на учете искоемых контактных нормальных нагрузок в интегральных формулировках принципа виртуальных работ или дискретно в уравнениях движения контактных узлов и их последующем определении из условий непроникания. Нормальные контактные нагрузки являются множителями Лагранжа для условий непроникания: Отличия различных модификаций состоят в способах учета условия непроникания (на дискретном или на непрерывном уровне), в способах решения системы алгебраических уравнений для узловых контактных давлений (прямые или итерационные методы), в трактовках алгоритмов (физико-механическая или математическая), в способах аппроксимации решения в зоне контакта и так далее. Однако при всех внешних различиях это варианты реализации одной и той же идеи. Отметим, что подавляющее большинство контактных алгоритмов, применяемых в явных схемах расчета, могут трактоваться как варианты метода множителей Лагранжа.

Алгоритмы метода множителей Лагранжа для случая малых деформаций построены в [191, 394, 366]–[372], [207]–[216], [363, 471, 229; 230, 231]. Для случая больших деформаций такие алгоритмы разработаны в [567, 568, 571, 35, 36, 63, 64, 79, 623, 38; 40, 624, 524, 273, 117, 555, 628, 445; 13, 45, 550].

Алгоритмы метода штрафных функций являются другим вариантом динамических контактных алгоритмов, применяемым чаще всего в неявных схемах решения контактных задач квазистатики и динамики. В этом методе величина нормальных контактных нагрузок принимается пропорциональной невязке условий непроникания с большим коэффициентом пропорциональности (коэффициентом штрафа).

Контактные алгоритмы метода штрафа для неявных схем разработаны и описаны в [368, 537, 431, 271, 505, 363, 567, 215, 433, 504, 279, 38, 40, 452, 427, 347, 399, 626, 234, 481, 525, 116, 615, 616].

Предложены также гибридные алгоритмы, которые сочетают оба метода (и метод множителей Лагранжа, и метод штрафных функций), см. работы [607, 569, 473, 381, 460, 621, 233, 615, 616, 330, 331].

Лагранжевы алгоритмы явного выделения внутренних контактных границ. Альтернативным по отношению к рассмотренным выше алгоритмам сквозного счета магистральных трещин является направление работ по моделированию разрушения, в которых контактные разрывы, отвечающие магистральным трещинам, выделяются явно.

Такое выделение производится по заранее введенной линии (поверхности), определенной сдвоенными узлами [258, 288, 141, 401, 165], если положение поверхности разрушения предопределено.

В общем случае дополнительные узлы вводятся в процессе решения [74, 140]. Обзор и описание алгоритмов перестройки сеток в окрестности контактных разрывов дано в [457, 456, 55].

Способ явного выделения вновь образующихся контактных разрывов, не требующий введения новых узлов и основанный на локальной перестройке сетки путем “схлопывания” разрушенной ячейки (путем сдвига ее узлов на поверхность разрушения), предложен и описан в [78, 106, 190].

Отметим ряд алгоритмов, в которых нарушения сплошности типа трещин также моделируются на уровне элементов без перестройки сетки [576, 570], с использованием техники подвижных сеток [549], а также дополнительных степеней свободы в элементах, содержащих контактный разрыв, связанных со специальными функциями формы [341, 343, 499, 306, 313, 314, 319].

9. Эйлеровы алгоритмы расчета контактных границ. Представим себе случай, когда две или более областей, занятых одной фазой материала, объединяются (например, слияние капель жидкости). Описать такой процесс лагранжевыми сеточными методами с явным выделением межфазных границ будет крайне трудно, особенно в трехмерном случае, поскольку объединение узлов в лагранжевы граничные ячейки определяется списками и в данном случае такие списки нужно было бы постоянно обновлять. Кроме того, возникли бы трудности, связанные с неприемлемыми ограничениями на шаг по времени из-за возможного чрезмерного сближения лагранжевых узлов. Аналогичные трудности лагранжевых подход встречает и при описании процессов фрагментации (например, разделение капли).

Один из способов преодоления указанных трудностей отслеживания межфазных границ предоставляется эйлеровыми и эйлерово-лагранжевыми алгоритмами, которые в расширенной трактовке данного обзора также относятся к классу контактных алгоритмов.

Обзоры по эйлеровым алгоритмам отслеживания контактных границ. Эйлеровы методы, реализующие сквозной счет контактных разрывов, образуют свой богатый мир алгоритмов, который заслуживает специального обзора и здесь описывается предельно кратко. Другие подборки литературы по эйлеровым контактным алгоритмам можно найти в работах [84, 85, 155, 25, 400, 511, 253, 596, 581, 338, 446, 558, 559, 55, 514, 513].

Общими чертами рассматриваемой группы контактных алгоритмов является расчет на эйлеровой (неподвижной) часто равномерной и прямоугольной сетке, окаймляющей с запасом контактирующие материальные тела и среды, и отслеживание контактных границ (границы тел и сред между собой, свободные границы, межфазные границы) с помощью лагранжевых дискретных или непрерывных маркеров. Иногда вместо эйлеровой сетки используется эйлерово-лагранжева произвольно подвижная (динамически адаптивная) сетка.

Рассчитанное на эйлеровой сетке поле скоростей используется для расчета движения лагранжевых дискретных или непрерывных маркеров с использованием лагранжевой (дискретные маркеры) или эйлеровой (непрерывные маркеры) форм уравнения переноса.

Алгоритмы дискретных лагранжевых маркеров образуют обширное семейство, которое представляют базисные алгоритмы метода частиц [376], метода граничных маркеров [148] и метода маркеров и ячеек [599, 147, 498, 590, 591]. В таких алгоритмах частицы осуществляют перенос массы, импульса и энергии, а маркеры служат для идентификации межфазных границ и движения фаз.

Для контакта упругопластических тел варианты метода маркеров и ячеек реализованы в работах [101, 190].

При расчете сложных граничных условий (трение, поверхностное натяжение, кинетика фазового перехода и т.д.) контактные (межфазные, свободные) границы в методах дискретных частиц и маркеров приходится определять граничными лагранжевыми ячейками, позволяющими вычислить нормаль, касательные и кривизны границы раздела, участвующие в задании граничных условий. Как и в случае чисто лагранжевых сеточных алгоритмов такое лагранжево описание границ создает большие математические трудности при расчете исчезающих или рождающихся границ. Поэтому методы частиц и маркеров хороши, пока допустимо использование простых граничных условий, не требующих расчета геометрии контактной границы.

Кроме того в методах частиц и-маркеров имеются проблемы корректного описания движения маркеров на границах раздела и соблюдения законов сохранения (маркеры), а также проблемы с нехваткой маркеров или частиц в зонах разрежения и проблемы, связанные с генерацией и удалением маркеров, пересекающих открытые границы, через которые сплошная среда втекает или вытекает из области решения. Эти проблемы решаемы, но при усложнении алгоритмов число операций может достигать неприемлемых значений.

Методы непрерывных лагранжевых маркеров позволяют упростить учет сложных граничных условий и физических явлений на контактных границах и их определение, что особенно ценно в случаях переменной топологии подобластей, занятых разными средами (фазами), при их слиянии или разделении. Идентификация типа среды проводится по значениям функций, сохраняющихся вдоль лагранжевых траекторий, играющих роль непрерывных лагранжевых маркеров и подчиняющихся эйлеровому уравнению переноса. Граница раздела служит изоповерхностью, отвечающей среднему от значений функции маркера в контактирующих средах. Такой способ определения границ принят, например, в картографии при описании береговых линий.

Варианты алгоритмов непрерывных лагранжевых маркеров описаны в следующих работах, реализующих идею непрерывных маркеров:

метод крупных частиц применен к расчету границ раздела в работах [84, 85, 25], в которых границы между тяжелой и легкой средами определялись по изоповерхности плотности;

метод жидкости в ячейках [391, 267, 268], *метод псевдо-концентрации* [589] и *метод скалярного уравнения* [421], в которых за признак границы раздела принимаются объемные концентрации или функции "цвета" различных сред;

методы функций уровня (level set methods) [512, 578, 579, 558, 559, 560, 561, 514, 515, 454, 324], в которых индикатором границы служит функция уровня, указывающая расстояние до границы раздела.

Идея отслеживания границ по значениям концентрации или функции области описана также в работах по сквозному счету границ [322, 149, 176], в методе фиктивных областей [30] и в методе R-функций [158, 554].

При использовании непрерывных маркеров, принимающих определенные постоянные значения для каждой из контактирующих сред, т.е. имеющих вид функции Хевисайда, имеется проблема размывания границ раздела. Зона скачкообразного перехода функции непрерывного маркера от одного значения к другому на границе раздела постоянно расширяется, что обусловлено погрешностями численного решения эйлерова уравнения переноса для непрерывного маркера.

В методе функций уровня (level set method) при использовании медленно меняющейся маркер-функции, связанной с расстоянием до границы раздела, эта проблема снимается, поскольку для такой медленно меняющейся функции уравнение переноса решается гораздо точнее.

Однако нарушения консервативности вблизи границы раздела имеют место во всех методах маркеров (дискретных и непрерывных) и требуют дополнительных приемов контроля и коррекции решения [355].

По сравнению с методами частиц и дискретных маркеров алгоритмы непрерывных маркеров дают возможность облегченного вычисления таких характеристик как нормаль, касательные и кривизны контактной поверхности через производные функции уровня в эйлеровых ячейках, содержащих границу раздела. Соответствующие математические формулы для геометрических характеристик используются при записи граничных условий на контактных и межфазных границах, выражающих, например, закон Стефана, силовые условия для давления, трения, поверхностного натяжения и так далее.

Во многих случаях методы маркеров решают задачи, которые ставят в тупик методы, подразумевающие явное выделение контактных границ. Примерами могут служить случай множественного контакта, явления с переменной топологией материальных подобластей, например, опрокидывающиеся волны, фонтаны, фрагментация тел при разрушении, отрыв или воссоединение капель, заполнение водоемов, пузыри, кавитационные полости и т.п.

Эйлеровы методы сквозного счета контакта особенно эффективны в классе задач о кратковременных процессах, в которых ошибки, нарушающие консервативность и размывающие границы, не успевают стать заметными. В качестве примера таких кратковременных процессов можно указать явления удара со скоростями порядка скорости звука, детонации, взрыва, кумуляции, сварки взрывом, кратковременные движения жидкостей со свободными поверхностями и т.д. Отметим, что из-за накопления ошибок в граничных условиях точность решения, предоставляемая эйлеровыми методами сквозного счета, часто недостаточна для удовлетворительного моделирования явлений контакта структурированных материалов с ярко выраженными гиперупругими свойствами сопротивления деформации при длительных медленных нагружениях малой интенсивности. В расчетах длительных процессов точность может быть потеряна.

Алгоритмы улавливания скачков, разработанные для сквозного счета разрывных решений в эйлеровых алгоритмах гидродинамики, могут быть применены для повышения точности численного интегрирования уравнения переноса при отслеживании межфазных границ и контактных разрывов при совместном использовании с методами лагранжевых маркеров. С методами улавливания скачков можно ознакомиться по обзорам и описаниям, данным во многих современных трудах по численным методам расчета сжимаемых течений, например, в работах [253, 617, 453]. Дальнейшее уточнение решения в зоне границ раздела сред может быть достигнуто путем применения адаптивных сеток.

Алгоритмы адаптивных сеток уменьшают ошибки аппроксимации сеточных методов в зонах больших градиентов путем локального уменьшения шага сетки, оптимизации формы ячеек, адаптации сеток к границам подобластей и к решению, в частности, к разрывам и пограничным слоям. Такой путь подсказан анализом ошибок сеточной аппроксимации, показывающим, что они пропорциональны норме производных, некоторой степени характерного шага сетки и возрастают при появлении острых углов и искажениях формы ячеек сетки [181].

Развитию подхода адаптивных подвижных сеток (*moving adaptive grid method*) посвящены работы [390, 59, 133, 86, 107, 74, 33, 580, 479, 97, 98, 593, 483, 55, 194, 408], в которых можно найти более обстоятельный анализ и обзор исследований. Характерной особенностью таких алгоритмов является сохранение числа узлов сетки в процессе решения и повышение точности (адаптация) за счет оптимального расположения узлов.

Подход к описанию подвижных контактных границ, основанный на локальном измельчении и перестройке сеток (*adaptive mesh refinement method*) описывается и обсуждается в [182, 266, 255, 256, 257, 49, 55]. В этом случае число узлов сетки и их объединение в ячейки являются переменными.

10. От сеточных к бессеточным дискретным алгоритмам. Стремление избежать трудностей построения сеток и получить численное решение более экономным и простым путем выразилось в двух крупных направлениях развития контактных алгоритмов связанных с методами граничных элементов (граничных интегральных уравнений) и обширным семейством бессеточных алгоритмов свободных точек.

Алгоритмы метода граничных элементов рассмотрены в работах [301, 187, 61, 121, 122, 62, 28, 201, 202, 320].

В основе алгоритмов граничных элементов лежит идея сведения классических линейных уравнений механики сплошных сред к граничным интегральным уравнениям путем представления решений в виде суперпозиции фундаментальных решений отвечающих единичным возмущениям или с использованием функций влияния Грана. Для дискретизации объемная сетка не требуется и достаточно ввести сетку граничных элементов, то есть размерность задач уменьшается на единицу. Имеются варианты алгоритмов, в которых стадия вывода граничных интегральных уравнений минует и уравнения дискретной задачи составляются непосредственно с использованием фундаментальных решений для единичных возмущений [155, 27].

В нелинейных задачах для нахождения решения применяются внешние итерации по нелинейности, на каждой из которых решается линеаризованная задача с классическим линейным оператором и нелинейными членами, отнесенными в правые части и вычисляемыми по предыдущему приближению. Возникающие трудности связаны с необходимостью вычисления объемных интегралов в правых частях и введения для этого объемной сетки, а также с катастрофическим ухудшением сходимости внешних итераций с нарастанием влияния нелинейности.

Свободные лагранжевы дискретные алгоритмы представляют попытку избавиться от трудностей, связанных с искажениями ячеек подвижных сеток при отслеживании границ раздела. Это делается либо путем пошаговой перестройки сеток с изменением соседства [531, 186, 88, 311, 56, 7, 500, 1, 55]. Консервативная переинтерполяция решения на нерегулярных сетках является нетривиальной операцией, вариант ее реализации предложен в [1].

Бессеточные контактные алгоритмы представляют дальнейшую тенденцию к отказу от сеток в пользу свободных лагранжевых узлов. Эти алгоритмы реализуют метод Галеркина-Петрова с использованием специальных нефинитных, но быстро затухающих базисных функций, строящихся с учетом расположения лагранжевых узлов (частич) без их объединения в ячейки. Эволюцию этих алгоритмов можно проследить по работам [500, 248, 249, 484, 485, 318, 494, 284, 286, 480].

Для вывода системы уравнений дискретной задачи в первых работах использовались Гауссовы процедуры численного интегрирования, что представляло определенные вычислительные трудности. Улучшенные алгоритмы численного интегрирования (SCNI – stabilized conforming nodal integration) представлены в работе [286]. Облегченный вывод уравнений дискретной задачи основан на методе коллокации, что отвечает проекционному базису из дельта-функций.

В настоящее время бессеточные методы начинают успешно конкурировать с традиционными сеточными методами при численном моделировании контакта при больших деформациях и сложной реологии материала [365, 422, 630].

11. Учет контактного трения. Во многих технологических проблемах учет контактного трения играет решающую роль. Ярким примером, где такой учет составляет суть проблемы, является моделирование работы автомобильных тормозов.

Обзоры по численно-аналитическим методам учета трения сделаны в работах [2, 68, 50, 260, 69] и в сборнике обзоров [3].

Рассмотрим типичные модели контактного трения, применяемые в численно-дискретных алгоритмах. Во-первых, следует отметить модификацию классической модели Кулонова трения [495], в которой силы трения ограничены предельными величинами касательных напряжений, поддерживаемых контактирующими средами. По этой модели величина пограничного сдвигового контактного напряжения ограничена наименьшим из пределов текучести контактирующих материалов. В [608] предложена детализация этой модели, в которой тангенциальный скачок смещения разделен на микросмещение, вызванное пограничными упругими деформациями, и макросмещение, вызванное пластическим (необратимым) сглаживанием шероховатостей.

Вторым примером часто используемого закона трения может служить модель динамического (вязкого) трения, в которой контактные нагрузки трения зависят от скачка тангенциальной скорости [506]. Подробный анализ законов трения для расчета боковых деформаций имеется в работе [289].

Описание и обзоры контактных алгоритмов, учитывающих трение, имеются в работах [430; 118, 119, 120, 123, 282, 287, 433, 79, 36, 38, 583, 40, 231, 420, 436, 623, 626, 270, 252, 458, 459, 455, 253, 276, 473, 474, 475, 577, 407, 205, 206, 481, 293, 283, 190, 467].

Следующие работы посвящены моделированию процессов контакта с учетом трения качения: [423, 424, 235, 236, 325, 506, 518, 519, 228, 280, 332, 333]. Произвольный эйлерово-лагранжев подход в задачах качения представлен в [475].

12. Обзоры проблемно ориентированных контактных алгоритмов. Приведем ниже ссылки на обзоры и отдельные работы, содержащие описание специализированных контактных алгоритмов, адаптированных к определенным приложениям.

Контактные алгоритмы для мультипликации (типа фильмов о динозаврах) используют простые безитерационные явные схемы, не предполагающие выполнения законов механики и удовлетворяющие условиям непроникания с помощью эвристических методов, обеспечивающих минимально необходимую правдоподобность результата. Основным требованием, отличающим анимационные контактные алгоритмы от применяемых в механике сплошных сред, является возможность вмешательства аниматора в сценарий движения контактирующих тел и сред в процессе создания фильма. В качестве примера отметим алгоритм свободной деформации форм и алгоритм кожно-скелетной деформации [478]. Подробнее с такими алгоритмами можно ознакомиться по обзору [238].

Контактные алгоритмы для медико-биологических приложений. Дальнейшее приближение к реальности, необходимое в медицинских приложениях в связи с моделированием хирургических операций и построением обучающих программ-тренажеров, а также для компьютерного прогнозирования результатов пластических операций, достигается путем частичного учета законов механики деформируемого тела и придания математическим моделям свойств сопротивления деформации [362, 316, 441].

Упомянутые выше упрощенные модели при повышении требований к соответствию результата численного моделирования поведению реальных объектов сменяются уже полноценными контактными алгоритмами, разрабатываемыми в рамках механики сплошных сред. Непрерывно возрастающая производительность компьютеров способствует активизации исследований по разработке алгоритмов моделирования движений живых тел с учетом их сложной внутренней структуры, хотя пока таких работ мало и они реализуют лишь очень простые механические модели. Механические свойства живых тел рассмотрены в [348]. Попытки анимации контактных взаимодействий упругих тел с приложениями к потребностям медицины делались в работах [587, 225, 497, 631]. Обзоры контактных алгоритмов, применяемых в медицине, сделаны в [440, 389].

Приведем ссылки на обзоры проблемно ориентированных контактных алгоритмов: по геомеханике [501], по расчету течений со свободными подвижными границами [493, 572, 344, 588, 612, 222, 564, 622, 352, 408], по межфазным границам [584, 595], по термоэффектам [562], по кавитации [600], по моделированию поведения одежды [226]. Следует также обратить внимание на удивительные по разнообразию приложений работы по расчету границ раздела [558, 560], которые основаны на методах функций уровня (level set function method).

13. Алгоритмы оптимизации контактных взаимодействий. Контактные нагрузки распределяются в общем случае неравномерно в зависимости от формы поверхностей контакта и могут иметь нежелательные пики, ухудшающие характеристики технологических процессов и сокращающие время жизни технических изделий.

Одна из первых попыток выравнивания контактных нагрузок путем оптимизации формы поверхности контакта была сделана в [298] с использованием методов линейного программирования. Дальнейшее развитие на основе метода конечных элементов и линейного программирования эта тема получила в исследовании [380], а с применением методов нелинейного программирования продолжена в работах [291, 240, 294, 526]. В [328, 329] предложены целевые функции для оптимизации поверхностей контакта.

Упрощенная итерационная процедура для сглаживания пиков контактных нагрузок при постоянном объеме контактирующих тел предложена в [582]. Дальнейшее упрощение оптимизации контакта получила в алгоритме ESO (evolutionary structural optimization), предложенном в [613, 614] и пригодном для широкого класса контактных оптимизационных задач.

Все упомянутые оптимизационные задачи рассматриваются для случаев очень простой реологии (линейная изотропная упругость) и геометрии (пространственно двумерные статические задачи, два контактирующих тела) и носят модельный характер. Это направление пока находится в стадии становления [557].

14. Векторизация и распараллеливание контактных алгоритмов. При анализе контактных взаимодействий в сложных конструкциях дискретные модели имеют очень высокую размерность и для получения решения в разумное время используются векторные и многопроцессорные компьютеры. Поэтому многие работы по контакту специально посвящены вопросам векторизации и распараллеливания имеющихся контактных алгоритмов. Вопросы векторизации контактных алгоритмов рассмотрены в [366, 369, 371, 37, 38, 40, 354].

В 80-е и 90-е годы были разработаны и испытаны параллельные компьютеры различных типов и в настоящее время наиболее подходящими для распараллеливания алгоритмов решения задач математической физики являются многопроцессорные компьютеры с локально распределенной памятью в комбинации с MIMD (Multiple instruction, multiple data) технологией вычислений см. обзоры [161, 507]. Были испытаны способы распараллеливания, ориентированные на группы узлов сетки, на группы элементов и на подобласти. Наиболее эффективным признан способ распараллеливания по подобластям (DDM – domain decomposition method), элементы которого применительно к контактным задачам можно найти в [487, 274, 334, 335, 336, 507].

Фиктивные подобласти имеют перекрывающиеся границы, на которых обеспечивается непрерывность решения путем межпроцессорного обмена пограничными данными в процессе реализации итерационных методов. Одним из наиболее эффективных и удобных для распараллеливания и векторизации является итерационный метод сопряженных градиентов, вопросам реализации которого применительно к контактным алгоритмам посвящены работы [31, 32, 490, 492, 37, 38, 40, 618, 619, 507].

Рассмотрившиеся выше алгоритмы поиска зон контакта (в том числе глобальные LPOCA, NITA и локальные (пинболл, господин-слуга и др.)) в исходной форме плохо приспособлены к параллельным вычислениям, и их подключение значительно снижает выигрыш от использования параллельных процессоров. При распараллеливании контактная поверхность разбивается на подобласти, для расчета которых подключаются дополнительные процессоры, отличные от тех, что задействованы для расчета внутренних подобластей контактирующих тел (см. [393, 507]). Распараллеленные контактные алгоритмы представлены также в работах [353, 540, 488, 489, 217, 218].

Наивысшее в смысле быстродействия достижение в распараллеливании контактных задач о высокоскоростных соударениях за 2001 год принадлежит американской государственной исследовательской организации Sandia National Laboratories (SNL), достигнутое при использовании распараллеленного пакета программ PRONTO на компьютере Intel Teraflap Computer (3600 процессоров). Было достигнуто быстродействие

порядка 1/10 секунды на шаг по времени для задач размерностью более 10–15 миллионов трехмерных 8-узловых конечных элементов. Рассчитан ряд примеров от простых тестов до практически важной и еще недавно абсолютно безнадежной для численного решения задачи о крушении самолета с учетом деформаций составной конструкции, гидродинамики топлива (метод частиц) и деформаций грунта. В данной задаче собраны все элементы явления контакта, обсуждавшиеся выше, и самоконтакт, и множественный контакт деформируемых тел, и элементы методов сквозного счета и т.д., и т.п. Описание этого уникального расчета приведено в отчете SNL [219].

Учитывая интенсивное развитие параллельных компьютеров, сопровождающееся изменениями в их архитектуре и математическом обеспечении, их возможную экспансию в мир персональных компьютеров можно ожидать, что проблема адаптации контактных алгоритмов к параллельным компьютерам в ближайшее время будет весьма актуальной.

Не следует, однако, переоценивать значение данного направления. Дело в том, что параллельные компьютеры пока составляют весьма малую часть имеющегося компьютерного парка и используются, как правило, в режиме удаленного доступа. Это резко увеличивает время ожидания решения и создает парадоксальную ситуацию: формально время расчета резко сокращается, а фактически время ожидания решения увеличивается из-за малой скорости передачи данных по сети и из-за возможной конкуренции, поскольку параллельные машины являются компьютерами коллективного пользования. По сравнению с традиционным скалярным программированием распараллеливание программ требует значительно больших усилий, кардинального перепрограммирования и ревизии обычных скалярных алгоритмов. Поэтому для успешного распараллеливания требуется очень хорошая материальная база и мощная финансовая поддержка, посильные пока только большим исследовательским центрам, выполняющим крупные государственные заказы.

При планировании работ по распараллеливанию (контактных) алгоритмов необходимо учитывать и временные факторы, а именно время жизни параллельного компьютера и его математического обеспечения, время, требующееся на разработку параллельного варианта программы, и время, в течение которого параллельный компьютер является суперкомпьютером. Последнее обстоятельство обусловлено тем, что скалярные (в частности, персональные) компьютеры также быстро прогрессируют и нередко успешно конкурируют по всем статьям со многими параллельными еще недавно “суперкомпьютерами”. Например, сравнение современного персонального Pentium/4 с 5-ти летней давности параллельным “8-головым” Parcytec’ом будет не в пользу Parcytec’a.

15. Исследования по оценке точности и сравнению контактных алгоритмов. Практически все контактные алгоритмы дают лишь приближенные решения. Важное, но пока не очень развитое направление работ по контакту посвящено исследованию точности контактных алгоритмов и априорному/апостериорному анализу ошибок численных решений. Отметим работы по оценке точности лагранжевых алгоритмов [220, 221, 632, 472, 597, 472, 473, 475, 193, 239, 563]. Обзор работ по оценкам точности эйлеровых алгоритмов непрерывного маркера дан в [275].

Сравнительный анализ различных подходов осложняется тем, что значительное влияние на успех применения того или иного контактного алгоритма оказывает качество программной реализации и недокументируемые особенности алгоритмов. К сожалению, пока очень мало имеется работ, в которых сравнение различных подходов проводится одними и теми же авторами. Сравнения, которые выполняются в условиях одной и той же “кухни”, дают более ясные и определенные результаты. Дело в том, что нередко незначительная, на первый взгляд, деталь алгоритма, не упоминаемая в статьях и отчетах, может играть решающую роль в успехе/неуспехе алгоритма в целом.

Это происходит не по злому умыслу авторов, скрывающих “секрет”, а чаще всего из-за обилия составляющих алгоритма и неоднозначности его возможных формулировок. Классическим образом сравнительного анализа контактных алгоритмов может служить работа [55], в которой качество численного моделирования контактных разрывов различными методами сквозного счета оценивалось на четырех тестовых задачах переноса некоторой специальным образом распределенной скалярной субстанции в заданных постоянных во времени полях скорости, описывающих простую трансляцию, вращение жесткого тела, отдельный вихрь и поле сложной деформации. Испытывались следующие четыре метода: наиболее свежая версия алгоритма маркеров и ячеек, метод жидкости в ячейках, метод функций уровня и методы улавливания скачков типа TVD и ENO.

По качеству результаты от лучшего к худшему методы распределились в порядке приведенного перечисления. Результаты по методу непрерывного маркера были улучшены в (Enright et al., 2002) с помощью нового метода HPLS (Hybrid Particle Level Set method), который воплощает технику дискретных и непрерывных лагранжевых маркеров в едином алгоритме.

Среди опубликованных работ, имеющих отношение к критическому анализу контактных алгоритмов, имеется очень интересный доклад [418], в котором приведена ироническая коллекция типичных образцов авторской необъективности в оценках реальных достоинств имеющихся численных методов и компьютерных программ вычислительной механики: “... программа решит Вашу проблему без модификаций; руководство содержит все, что нужно, чтобы запустить программу; стандартный графический вывод, совместимый с любыми постпроцессорами; легко используемая программа; исполняемая на всех компьютерах без изменений; универсальная и точная; покрывающая всю физику; имеющая дружественный интерфейс; не содержащая ошибок, а только недокументированные особенности; вы сможете запустить программу без руководства; метод был впервые разработан здесь...”

Вряд ли можно оспорить справедливость этой критики. Уже сам тот факт, что одновременно сосуществует большое множество контактных алгоритмов, говорит о том, что они не идеальны. Приводимые в статьях самооценки предлагаемых алгоритмов и результатов надо воспринимать очень осторожно.

16. Заключение. К настоящему времени мировая литература по численным методам расчета контактных взаимодействий деформируемых тел насчитывает уже сотни наименований работ, опубликованных за последние 3–4 десятилетия. Для обзора были отобраны работы, посвященные разработке контактных алгоритмов. Если бы в обзор были включены еще и исследования по физике контакта и по решению отдельных задач, то счет работ пошел бы уже на тысячи, а объем обзора превысил бы разумные рамки.

Данный обзор может быть использован как путеводитель по контактным алгоритмам. Он должен облегчить выбор подходящего алгоритма, помочь оценить новизну вновь предлагаемых алгоритмов и осуществить подбор литературы для углубленного изучения и цитирования.

Несмотря на обилие предложенных контактных алгоритмов, их основные идеи вполне обозримы и поддаются классификации. Одна из возможных классификаций была представлена в данном обзоре. Она не оптимальна, но продиктована сортируемым материалом.

Исследование выполнено в рамках Программ ОЭММПУ РАН “Структурная механика материалов и элементов конструкций. Взаимодействие нано-микро-мезо и макро-масштабов при деформировании и разрушении”, “Накопление поврежденности, разрушение и структурные изменения материалов при механических и температурных

воздействиях” и при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 01-01-00659 и 03-01-0071).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аганин А.А., Кузнецов В.Б. Метод консервативной интерполяции интегральных параметров ячеек произвольных сеток. Динамика оболочек в потоке // Тр. семинара. Казань, Казанский физ.-тех. ин-т; 1985. Вып. 18. С. 144–160.
2. Александров В.М., Мхитарян С.М. Контактные задачи для тел с тонкими покрытиями и прослойками. М.: Наука, 1983. 487 с.
3. Механика контактных взаимодействий / Под ред. И.И. Воровича и В.М. Александрова. М.: Наука, 2001. 670 с.
4. Аннин Б.Д., Садовская О.В., Садовский В.М. Численное моделирование косоугольного соударения пластин в упругопластической постановке // Физ. мезомеханика. 2000. Т. 3. № 4. С. 23–28.
5. Аннин Б.Д., Садовская О.В., Садовский В.М. Численное моделирование волнообразования при сварке взрывом в упругопластической постановке // Материалы Международ. конф. “Синергетика 2000”. Комсомольск-на-Амуре, 2000. С. 52–54.
6. Анучина Н.Н. О методах расчета течений сжимаемой жидкости с большими деформациями // Численные методы механики сплошной среды. 1970. Т. 1. № 4. С. 3–84.
7. Анучина Н.Н., Бабенко К.И., Годунов С.К. и др. Теоретические основы и конструирование численных алгоритмов задач математической физики. М.: Наука, 1979. 295 с.
8. Арутюнян Н.Х., Манжиров А.В., Наумов В.Э. Контактные задачи механики растущих тел. М.: Наука, 1991. 175 с.
9. Астанин В.В., Галиев Ш.У., Иващенко К.В. Особенности деформирования и разрушения алюминиевых преград при взаимодействии по нормали со стальным ударником // Проблемы прочности. 1988. № 12. С. 52–58.
10. Баженов В.Г., Зефиоров С.В., Петров М.В. Численное решение задач нестационарного контактного взаимодействия упругопластических оболочек вращения при больших деформациях // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Алгоритмизация и автоматизация решения задач упругости и пластичности. Горький: Изд-е Горьк. ун-та, 1984. Вып. 28. С. 54–59.
11. Баженов В.Г., Кибец А.Г., Садырин А.И. О модификации схемы Уилкинса численного решения трехмерных динамических задач // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Алгоритмизация и программное обеспечение задач прочности. Горький: Изд-е Горьк. ун-та, 1986. Вып. 34. С. 14–19.
12. Баженов В.Г., Кибец А.Г. Численное моделирование нестационарного деформирования упругопластических конструкций методом конечных элементов // Изв. РАН. МТТ. 1994. № 1. С. 52–57.
13. Баженов В.Г., Кибец А.И., Цветкова И.Н. Численное моделирование нестационарных процессов ударного взаимодействия деформируемых элементов конструкций // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1995. № 2. С. 20–26.
14. Баженов В.Г., Кибец А.И., Цветкова И.Н. Конечно-элементное моделирование нестационарных процессов контактного взаимодействия узлов составных конструкций в трехмерных задачах динамики // Тез. докл. Всерос. симпоз. “Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред”. М.: МАИ, 1995. С. 8.
15. Баженов В.Г., Зефиоров С.В., Цветкова И.Н. Численное моделирование задач нестационарного контактного взаимодействия деформируемых конструкций // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Численное моделирование физико-механических процессов. М.: Изд-во “Товарищество научных изданий КМК”, 1995. Вып. 52. С. 154–160.
16. Баничук Н.В. Численное решение задачи о прогибе упругой пластины, стесненной ограничениями // Инж. ж. МТТ. 1967. № 4. С. 138–142.
17. Баничук Н.В., Картвелишвили В.М., Черноусько Ф.Л. Численное решение осесимметричной задачи о вдавливании штампа в упругопластическую среду // Изв. АН СССР. МТТ. 1972. № 1. С. 50–57.

18. Баничук Н.В., Черноусько Ф.Л. Вариационные задачи механики и управления. М.: Наука, 1973. 238 с.
19. Бахрах С.М., Глаголева Ю.П., Самигулин М.С., Фролов В.Д., Яненко Н.Н., Янилкин Ю.В. Расчет газодинамических течений на основе метода концентраций // ДАН СССР. Т. 257. № 3. 1981. С. 566–569.
20. Бахрах С.М., Спиридонов В.Ф., Шанин А.А. Метод расчета двумерных осесимметричных газодинамических течений неоднородной среды в лагранжево-эйлеровых переменных // ДАН СССР. 1984. Т. 276. № 4. С. 829–833.
21. Башуров В.В., Бондаренко Ю.А., Губков Е.В. и др. Экспериментальное и численное исследование развития детерминированных двумерных возмущений контактной границы, ускоряемой серией ударных волн // Препринт № 45–96. ВНИИЭФ, 1996.
22. Бейкер М., Кокс П., Уэстайн П. и др. Взрывные явления. Оценка и последствия. В 2-х томах. М.: Мир, 1986. Т. 1. 319 с.; Т. 2. 374 с.
23. Белов Н.Н., Демидов В.Н., Ефремова Л.В. и др. Компьютерное моделирование динамики высокоскоростного удара и сопутствующих физических явлений // Изв. вузов. Физика. 1992. № 8. С. 5–48.
24. Численные методы в механике жидкостей / Под ред. О.М. Белоцерковского. М.: Мир, 1973, 304 с.
25. Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М. Метод крупных частиц в газовой динамике. М.: Наука, 1982. 391 с.
26. Белоцерковский О.М. Численные методы в механике сплошных сред. М.: Наука, 1984. 519 с.
27. Белоцерковский С.М., Ништ М.И. Отрывное и безотрывное обтекание тонких крыльев идеальной жидкостью. М.: Наука, 1978. 351 с.
28. Бенерджи П., Баттерфилд Р. Методы граничных элементов в прикладных науках. М.: Мир, 1984. 494 с.
29. Броуд Г. Расчеты взрывов на ЭВМ. М.: Мир, 1976. 271 с.
30. Бугров А.Н., Коновалов А.Н., Щербак В.А. Метод фиктивных областей в плоских статических задачах теории упругости // Численные методы в механике сплошной среды. 1974. Т. 5. № 1. С. 20–30.
31. Бураго Н.Г. Численный метод решения физически и геометрически нелинейных двумерных задач о деформировании тел сложной формы // Тез. докл. 7-й Всес. конф. по прочности и пластичности. Горький, 1978. С. 24–25.
32. Бураго Н.Г. Метод расчета статических и динамических процессов деформирования упруго-пластических конструкций // Тез. докл. Всес. конф. "Современные методы и алгоритмы расчета строительных конструкций". Таллин, 1979. С. 107–108.
33. Бураго Н.Г. Формулировка уравнений механики сплошной среды в подвижных адаптивных координатах // Численные методы в механике твердого деформируемого тела. М.: ВЦ АН СССР, 1984. С. 32–49. Интернет: <http://www.ipmnet.ru/~burago/papers/grid.htm>.
34. Бураго Н.Г. Расчет ударных взаимодействий упругопластических тел // Современные вопросы механики и машиностроения. ВИНТИ, 1986. Вып. 2. С. 39.
35. Бураго Н.Г. Метод расчета контактных взаимодействий упругопластических тел при ударе // Материалы 6-го Всерос. съезда по теорет. и прикл. механике. Ташкент, 1986. С. 142–143.
36. Бураго Н.Г. Конечноеэлементные методы расчета контактных взаимодействий упруго-пластических тел при околосвуковых скоростях удара // Теория распространения волн в упругих и упругопластических средах. 8-й Всес. симпоз. Новосибирск: Ин-т горного дела СО АН СССР, 1987. С. 74–79.
37. Бураго Н.Г. О векторном варианте метода конечных элементов на вложенных сетках и векторизации КЭ-алгоритмов решения задач теории упругости и пластичности // Численная реализация физико-механических задач прочности: 2-я Всес. конф. Горький, 1987. С. 53–54.
38. Бураго Н.Г., Кукуджанов В.Н. Решение упругопластических задач методом конечных элементов. Пакет прикладных программ АСТРА. Препринт № 326. М.: Ин-т проблем механики АН СССР, 1988. 63 с.

39. Бураго Н.Г. Численное моделирование взрыва заряда произвольной формы в геоматериале // Тр. 9-й Всес. конф. "Деформации и разрушение горных пород". Фрунзе: ИЛИМ, 1990. С. 49–56.
40. Бураго Н.Г., Кукуджанов В.Н. Решение упругопластических задач методом конечных элементов // Вычислительная механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1991. Вып. 2. С. 78–122.
41. Бураго Н.Г., Глушко А.И., Ковшов А.Н. Термодинамический метод получения определяющих уравнений для моделей сплошных сред // Изв. РАН. МТТ. 2000. № 6. С. 4–15.
42. Бураго Н.Г., Кукуджанов В.Н. О континуальном разрушении и локализации деформаций // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского ун-та, 2001. Вып. 63. С. 41–48.
43. Бураго Н.Г., Кондауров В.И., Кукуджанов В.Н. Численное моделирование континуального разрушения упругопластических тел // Науч. сессия МИФИ-2002, науч.-техн. конф. "Науч.-инновац. сотрудничество" Сб. науч. трудов. М.: МИФИ, 2002. Ч. 1. С. 95–96.
44. Бураго Н.Г., Кукуджанов В.Н. Численное решение задач континуального разрушения // Препринт № 746. М.: Ин-т проблем механики РАН, 2004, 40 с.
45. Быковских А.М., Кошур В.Д., Мартьянов В.А., Филимоненко И.В. Моделирование динамических процессов удара и проникания // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности. Тр. 13 Межресп. конф. Новосибирск: ИТПМ СО РАН, 1995. С. 30–35.
46. Бычек О.В., Садовский В.М. К исследованию динамического контактного взаимодействия деформируемых тел // ПМТФ. 1998. Т. 39. № 4. С. 167–173.
47. Вайнберг Д.В., Городецкий А.С., Киричевский В.В., Сахаров А.С. Метод конечного элемента в механике деформируемых тел // Прикл. механика, 1972. Т. 8. № 8. С. 3–28.
48. Вовкушевский А.В. Вариационная постановка и методы решения контактной задачи с трением при учете шероховатости поверхности // Изв. АН СССР. МТТ. 1991. № 3. С. 56–62.
49. Войнович П.А., Шаров Д.М. Моделирование разрывных течений газа на неструктурированных сетках. 2. Нестационарная локальная адаптация сетки // Матем. моделирование. 1993. Т. 5. № 7. С. 101–112.
50. Галахов М.А., Усов П.П. Дифференциальные и интегральные уравнения математической теории трения. М.: Наука, 1990. 278 с.
51. Галин Л.А. Вдавливание штампа при наличии трения и сцепления // ПММ. 1945. Т. 9. Вып. 5. С. 413–424.
52. Галин Л.А. Контактные задачи теории упругости. М.: Гостехиздат, 1953. 264 с.
53. Развитие теории контактных задач в СССР / Под ред. Л.А. Галина. М.: Наука, 1976. 493 с.
54. Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости / Под ред. Л.А. Галина. М.: Наука, 1980. 303 с.
55. Гильманов А.Н. Методы адаптивных сеток в задачах газовой динамики. М.: Наука, Физматлит, 2000. 247 с.
56. Глаголева Ю.П., Жогов В.М., Кирьянов Ю.Ф. и др. Основы методики "Медуза" // Численные методы механики сплошной среды. Новосибирск, 1972. Т. 3. № 2. С. 18–55.
57. Глушак Б.Л., Новиков С.А., Рузанов А.И., Садырин А.И. Разрушение деформируемых сред при импульсных нагрузках. Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского ун-та, 1992. 192 с.
58. Годунов С.К. Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики // Мат. сб. 1959. Т. 47. № 3. С. 271–306.
59. Годунов С.К., Прокопов Г.П. Об использовании подвижных сеток в газодинамических расчетах // Ж. вычислительной математики и мат. физики. 1972. Т. 12. № 2. С. 429–440.
60. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я. и др. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.
61. Гольдштейн Р.В., Зазовский А.Ф., Спектор А.А., Федоренко Р.П. Решение пространственных контактных задач качения с проскальзыванием и сцеплением вариационным методом // Препринт № 134. М.: Ин-т проблем механики АН СССР. 1979. 66 с.
62. Гольдштейн Р.В., Спектор А.А. Вариационные методы решения и исследования пространственных контактных и смешанных задач с трением // Механика деформируемого тела. М.: Наука, 1986. С. 52–73.

63. Горельский В.А., Хорев И.Е., Югов Н.Т. Численное исследование трехмерных задач внедрения и разрушения цилиндров при несимметричном нагружении // Физика горения и взрыва. 1987. № 1. С. 71–74.
64. Горельский В.А., Зелепугин С.А., Сидоров В.Н. Численное исследование трехмерной задачи взаимодействия с высокопрочной преградой профилированного ударника с наполнителем // Пробл. прочности. 1992. № 1. С. 47–50.
65. Горельский В.А., Радченко А.В. Кинетика разрушения при ударноволновом нагружении двухслойной пластинки // Прикл. механика. 1991. Т. 27. № 11.
66. Горшков А.Г., Тарлаковский Д.В. Динамические контактные задачи с подвижными границами. М.: Наука. Физматлит, 1995. 351 с.
67. Горшков А.Г., Тарлаковский Д.В. Нестационарные динамические контактные задачи // Механика контактных взаимодействий / Под ред. И.И. Воровича и В.М. Александрова. М.: Физматлит, 2001. С. 349–416.
68. Горячева И.Г., Добычин М.Н. Контактные задачи в трибологии. М.: Машиностроение, 1988. 253 с.
69. Горячева И.Г., Чекина О.Г. Механика дискретного контакта // Механика контактных взаимодействий / Под ред. И.И. Воровича и В.М. Александрова. М.: Физматлит, 2001. С. 418–437.
70. Григолюк Э.И., Горшков А.Г. Взаимодействие упругих конструкций с жидкостью. Л.: Судостроение, 1976. 199 с.
71. Григолюк Э.И., Толкачев В.М. Контактные задачи теории пластин и оболочек. М.: Машиностроение, 1980. 415 с.
72. Динамика удара / Под ред. С.С. Григорьянв. М.: Мир, 1985. 296 с.
73. Гриднева В.А., Корнеев А.И., Трушков В.Г. Численный расчет напряженного состояния и разрушения плиты конечной толщины при ударе бойками различной формы // Изв. АН СССР. МТТ. 1980. № 1. С. 146–157.
74. Гриднева В.А., Немирович-Данченко М.М. Метод разделения точек сетки для численного расчета разрушения твердых тел // Томск: Томский ун-т, 1983. 15 с. Рукопись депонирована в ВИНТИ. № 3258-83 деп.
75. Гулидов А.И., Фомин В.М. Модификация метода Уилкинса для решения задач соударения тел // Препринт № 49. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1980. 29 с.
76. Гулидов А.И. Проникание твердого ударника в деформируемую преграду // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности. Материалы 6-й Всес. конф. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1980. Ч. 1. С. 59–69.
77. Гулидов А.И., Фомин В.М., Шабалин И.И. Алгоритм перестройки разностной сетки при численном решении задач соударения с образованием трещин // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности. Материалы 7-й Всес. конф. Новосибирск: ИТПМ СО РАН, 1982. С. 182–192.
78. Гулидов А.И., Фомин В.М., Шабалин И.И. Численное моделирование задачи удара двух тел с учетом разрушения // Численная реализация физико-механических задач прочности. Тез. докл. Всес. конф. Горький, 1983. С. 60.
79. Гулидов А.И., Шабалин И.И. Численная реализация граничных условий в динамических контактных задачах // Препринт № 12–87. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1987. 37 с.
80. Гулидов А.И., Шабалин И.И. Расчет контактных границ с учетом трения при динамическом взаимодействии деформируемых тел // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности. Материалы 10-й Всес. конф. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1988. С. 70–75.
81. Гулидов А.И., Шабалин И.И. Метод свободных элементов. Препринт № 9–94. Новосибирск: ИТПМ СО РАН, 1994. 32 с.
82. Гулидов А.И., Шабалин И.И. Численное моделирование процесса проникания стержней в массивные мишени методом свободных элементов // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности. Тр. 13-й Межресп. конф. Новосибирск: ИТПМ СО РАН, 1995. С. 68–76.
83. Давыдов В.С., Чумаченко Е.Н. Метод реализации модели контактного взаимодействия в МКЭ при решении задач о формоизменении сплошных сред // Изв. РАН. МТТ. 2000. № 4. С. 53–63.

84. Давыдов Ю.М. Численное исследование тейлоровской неустойчивости в нелинейном приближении // Численные методы механики сплошной среды. Новосибирск: Наука, 1978. Т. 9. № 3. С. 67–69.
85. Давыдов Ю.М., Пантелеев М.С. Развитие трехмерных возмущений при релей-тейлоровской неустойчивости // ПМТФ. 1981. № 1. С. 117–122.
86. Данаев Н.Т., Лисейкин В.Д., Яненко Н.Н. О методе подвижных координат в газовой динамике // Проблемы математической физики и вычислительной математики. М.: Наука, 1977. С. 107–115.
87. Дарова Н.С., Дибиров О.А., Жарова Г.В. и др. Комплекс программ ЭГАК. Лагранжево-эйлерова методика расчета двумерных газодинамических течений многокомпонентной среды // ВАНТ. Сер. ММФП. 1994. Вып. 2. С. 51–58.
88. Дьяченко В.Ф. Об одном новом методе численного решения нестационарных задач газовой динамики с двумя пространственными переменными // Ж. вычислительной математики и мат. физики. 1965. Т. 5. № 4. С. 680–688.
89. Дюво Ж., Лионс Ж.-Л. Неравенства в механике и физике. М.: Наука, 1980. 383 с.
90. Заптаров К.И., Кукуджанов В.Н. Решение нестационарных задач динамики упругопластической среды методом подвижных сеток // Численные методы в механике твердого деформируемого тела. М.: ВЦ АН СССР, 1984. С. 65–86.
91. Заптаров К.И., Кукуджанов В.Н. Математическое моделирование задач импульсного взаимодействия и разрушения упругопластических тел. Препринт № 280. М.: Ин-т проблем механики АН СССР, 1986. 67 с.
92. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 541 с.
93. Зернин М.В. Проблемы и перспективы построения эффективного конечноэлементного описания течения масла в зазоре опор жидкостного трения с учетом неоднородного распределения температур и деформаций поверхностей // Проблемы трибологии. 1997. Ч. 1. № 1. С. 73–78; Ч. 2. № 2. С. 57–64.
94. Зернин М.В. Моделирование повреждений подшипников скольжения с учетом критериев отказа. Сообщ. 2. Конечноэлементные модели течения смазывающей жидкости // Трение и износ. 1997. Т. 18. № 5. С. 603–611.
95. Зернин М.В.; Морозов Е.М. Механика разрушения тел при контактном взаимодействии // Механика контактных взаимодействий / Под ред. И.И. Воровича и В.М. Александрова. М.: Физматлит, 2001. С. 624–639.
96. Зукас Дж.А., Николас Т., Свидфт Х.Ф. и др. Динамика удара. М.: Мир, 1985. 296 с.
97. Иваненко С.А. Адаптивно-гармонические сетки. М.: ВЦ РАН, 1997. 181 с.
98. Иваненко С.А. Барьерный метод построения квазигармонических сеток // Ж. вычислительной математики и мат. физики. 2000. Т. 40. № 11. С. 1600–1616.
99. Иващенко К.Б. Расчет контактных границ в задачах взаимодействия деформируемых тел // Динамические задачи механики сплошной среды. Тез. докл. Регион. конф. 1988. Краснодар: КубГУ, 1988. Ч. 1. С. 59–61.
100. Иващенко К.Б. Алгоритм расчета контактных границ при взаимодействии деформируемых твердых тел // Проблемы прочности. 1989. № 2. С. 79–82.
101. Калмыков С.Г., Кукуджанов В.Н. Метод потоков и корректирующих маркеров (пикметод) для численного моделирования высокоскоростных соударений твердых тел. Препринт № 529. М.: Ин-т проблем механики РАН, 1993. 37 с.
102. Квитка А.Л., Ворошко П.П., Бобрицкая С.Д. Напряженно-деформированное состояние тел вращения. Киев: Наук. думка, 1977. 208 с.
103. Киселев А.Б. Развитие метода Уилкинса для решения трехмерных задач соударения деформируемых твердых тел // Взаимодействие волн в деформируемых средах. М.: Изд-во МГУ, 1984. С. 87–100.
104. Киселев А.Б. К расчету трехмерного соударения упругопластического стержня с жесткой преградой // Вест. МГУ. Математика. Механика. 1988. № 2. С. 30–36.
105. Киселев А.Б. Численное моделирование в трехмерной постановке наклонного пробивания тонких преград // Численное решение задач волновой динамики: Мат. исследования. Кишинев: Штиинца, 1989. Вып. 108. С. 19–26.
106. Киселев А.Б., Кабак Н.Е. Метод построения расчетных сеток с выделением внутренних контактных границ // Моделирование в механике. 1990. Т. 4. № 5. С. 96–110.

107. Ковеня В.М., Яненко Н.Н. Метод расщепления в задачах газовой динамики. Новосибирск: Наука, 1981. 304 с.
108. Кондауров В.И., Кукуджанов В.Н. Об определяющих уравнениях и численном решении некоторых задач динамики упругопластической среды с конечными деформациями // Сборник по численным методам в механике твердого деформируемого тела. М.: ВЦ АН СССР, 1978. С. 84–121.
109. Кондауров В.И., Кукуджанов В.Н. Соударение жесткого цилиндра со слоистой упругопластической преградой // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности. Материалы 6-й Всес. конф. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1980. С. 84–90.
110. Кондауров В.И., Петров И.Б. Численное исследование процесса внедрения жесткого цилиндра в упругопластическую преграду // Численные методы в механике твердого деформируемого тела. М.: ВЦ АН СССР, 1984. С. 115–132.
111. Кондауров В.И., Петров И.Б., Холодов А.С. Численное моделирование процесса внедрения жесткого тела вращения в упругопластическую преграду // ПМТФ. 1984. № 4. С. 132–139.
112. Кондауров В.И. Тензорная модель континуального разрушения и длительной прочности упругих тел // Изв. РАН. МТТ. 2001. № 5. С. 134–151.
113. Корнеев А.И., Николаев А.П. Расчет упругопластического течения при ударе методом конечных элементов // Томск: Том. ун-т, 1980. 10 с. Деп. в ВИНТИ № 2137–80.
114. Корнеев А.И., Николаев А.П., Шиповский И.Е. Приложение метода конечных элементов к задачам соударения твердых деформируемых тел // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности: Материалы 7-й Всес. конф. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1982. С. 122–129.
115. Корнеев А.И., Шугалев В.Б. Численный расчет трехмерного напряженного состояния стержня при ударе частью боковой поверхности // Изв. АН СССР. МТТ. 1986. № 1. С. 189–192.
116. Коробейников С.Н. Нелинейное деформирование твердых тел, Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000. 261 с.
117. Кошур В.Д., Мартыанов С.А. Однородный, сквозной, симметричный алгоритм численного моделирования динамических контактных взаимодействий деформируемых тел // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности. Материалы 12-й Всес. конф. Новосибирск: ИТПМ СО РАН, 1992. С. 142–147.
118. Кравчук А.С., Васильев В.А. Численные методы решения контактной задачи для линейных и нелинейно упругих тел конечных размеров // Прикл. механика. 1980. Т. 16. № 6. С. 9–15.
119. Кравчук А.С. К теории контактных задач с учетом трения на поверхности соприкосновения // ПММ. 1980. Т. 44. Вып. 1. С. 122–129.
120. Кравчук А.С. Решение некоторых пространственных контактных задач с учетом трения на поверхности соприкосновения // Трение и износ. 1981. Т. 2. № 4. С. 589–595.
121. Кравчук А.С. Решение контактных задач с известной функцией Грина // ПММ. 1982. Т. 46. Вып. 2. С. 283–288.
122. Кравчук А.С., Ахунджанов Е.Р. Численная реализация вариационного подхода к решению контактных задач теории упругости методом потенциалов // Расчеты на прочность. М.: Машиностроение, 1983. Вып. 25. С. 12–18.
123. Кравчук А.С. Решение нелинейных контактных задач с учетом трения вариационными методами // Механика и научно-технический прогресс. Т. 3. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1988. С. 154–169.
124. Кравчук А.С. Вариационные и квазивариационные неравенства в механике. М.: Моск. гос. акад. приборостроения и информатики, 1997. 339 с.
125. Кравчук А.С. Метод вариационных неравенств в контактных задачах // Механика контактных взаимодействий / Под ред. И.И. Воровича и В.М. Александрова. М.: Физматлит, 2001. С. 93–115.
126. Кроули У. FLAG – свободно-лагранжев метод для численного моделирования гидродинамических течений в двух измерениях // Численные методы в механике жидкостей. М.: Мир, 1973. С. 135–145.
127. Кубенко В.Д. Проникание упругих оболочек в сжимаемую жидкость. Киев: Наук. думка, 1981. 159 с.

128. Кубенко В.Д. Ударное взаимодействие тел со средой (Обзор) // Прикл. механика, 1997. Т. 33. № 12. С. 3–29.
129. Кузьменко А.Г. Основные уравнения теории упругости и пластичности и метод конечного элемента // Тула: Тул. политехн. ин-т, 1980. 99 с.
130. Кукуджанов В.Н. Численное моделирование динамических процессов деформирования и разрушения упругопластических сред // Успехи механики. 1985. Т. 8. № 4. С. 21–65.
131. Кукуджанов В.Н., Сантаоля К. Термодинамика вязкопластических сред с внутренними параметрами // Изв. РАН. МТТ. 1997. № 2. С. 115–126.
132. Куликовский А.Г., Погорелов Н.В., Семенов А.Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. М.: Физматлит, 2001. 608 с.
133. Лисейкин В.Д., Яненко Н.Н. Метод подвижных координат в газовой динамике // Численные методы в механике сплошных сред. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1976. Т. 7. № 2. С. 75–82.
134. Майнчен Д., Сак С. Метод расчета “Тензор” // Вычислительные методы в гидродинамике / Под ред. Б. Олдера и др. М.: Мир, 1967. С. 185–211.
135. Манжиров А.В. Контактные задачи для неоднородных стареющих тел // Механика контактных взаимодействий / Под ред. И.И. Воровича и В.М. Александрова. М.: Физматлит, 2001. С. 549–565.
136. Манжиров А.В. Контактные задачи механики наращиваемых тел // Механика контактных взаимодействий / Под ред. И.И. Воровича и В.М. Александрова. М.: Физматлит, 2001. С. 607–621.
137. Мейдер Ч. Численное моделирование детонации. М.: Мир, 1985. 384 с.
138. Мелещенко Н.Г. К вопросу расчетной оценки условий работы стыковых соединений двигателей // Тр. Центр. науч.-исслед. дизельного ин-та, 1978. Вып. 73. С. 31–36.
139. Меньшиков Г.П., Одинцов В.А., Чудов Л.А. Внедрение цилиндрического ударника в конечную плиту // Изв. АН СССР. МТТ. 1976. № 1. С. 125–130.
140. Мерзиевский Л.А., Ресиянский А.Д. Численное моделирование пробивания преград цилиндрическим ударником // Механика быстропротекающих процессов. Новосибирск, 1984. С. 86–91.
141. Морозов Е.М., Никишков Г.П. Метод конечных элементов в механике разрушения. М.: Наука, 1980. 254 с.
142. Морозов Н.Ф., Смирнов В.И., Петров Ю.В. Об эрозионном разрушении твердых тел // Механика контактных взаимодействий / Под ред. И.И. Воровича и В.М. Александрова, М.: Физматлит, 2001. С. 640–650.
143. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987.
144. Никитин И.С. Динамика слоистых блочных сред с проскальзыванием и трением // Препринт № 366. М.: Ин-т проблем механики АН СССР, 1989. 42 с.
145. Никишков Г.П., Пащин В.Г. Расчет напряженного состояния контактирующих тел с использованием изопараметрических контактных элементов // Прочность материалов и элементов конструкций атомных реакторов. М.: Энергоатомиздат, 1985. С. 38–43.
146. Никишков Г.П. Программный комплекс для решения задач механики деформируемого твердого тела. М.: МИФИ, 1988. 82 с.
147. Николс Б. Дальнейшее развитие метода маркеров и ячеек для течений несжимаемой жидкости // Численные методы в механике жидкостей / Под ред. О.М. Белоцерковского. М.: Мир, 1973. С. 165–173.
148. Нох В.Ф. СЭЛ – совместный эйлерово-лагранжев метод для расчета нестационарных двумерных задач // Вычислительные методы в гидродинамике. М.: Мир, 1967. С. 128–184.
149. Олейник О.А. Об одном методе решения общей задачи Стефана // Докл. АН СССР. 1960. Т. 135. № 5. С. 1054–1057.
150. Пащин В.Г., Сапунов В.Т. Контактное взаимодействие топливного сердечника с оболочкой ТВЭЛА // Деформация и разрушение материалов и элементов конструкций ЯЭУ. М.: МИФИ, 1993. С. 38–47.
151. Петров И.Б., Холодов А.С. Численное исследование некоторых динамических задач механики деформируемого твердого тела сеточно-характеристическим методом // Ж. вычислительной математики и мат. физики. 1984. Т. 24. Вып. 5. С. 722–739.

152. Подгорный А.М., Гонтаровский П.П., Марченко Г.А., Терлин В.Н. Некоторые прикладные упругопластические задачи смешанного типа. Препринт № 36. Харьков: Ин-т пробл. машиностроения, 1976. 43 с.
153. Поздеев А.А., Трусов П.В., Няшин Ю.И. Большие упругопластические деформации. М.: Наука, 1986. 232 с.
154. Постнов В.А., Хархурим И.Я. Метод конечных элементов в расчетах судовых конструкций. Л.: Судостроение, 1974. 342 с.
155. Поттер Д. Вычислительные методы в физике. М.: Мир, 1975. 392 с.
156. Пшеничный Б.Н., Данилин Ю.М. Численные методы в экстремальных задачах. М.: Наука, 1975. 319 с.
157. Рвачев В.Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения. Киев: Наук. думка, 1982.
158. Подгорный А.Н., Гонтаровский П.П., Киркач Б.Н. и др. Задачи контактного взаимодействия элементов конструкций / Под ред. Рвачева В.Л. Киев: Наук. думка, 1989. 232 с.
159. Реснянский А.Д., Мерзляковский Л.А. Применение метода подвижных сеток в задачах разрушения твердых тел // Динамика сплошной среды. Новосибирск: Ин-т гидродинамики СО РАН, 1984. Вып. 66. С. 150–157.
160. Роговой А.А. Вариационная постановка упругопластической задачи при больших деформациях в эйлерово-лагранжевых координатах // Напряжения и деформации в конструкциях и материалах. Свердловск: УНЦ АН СССР, 1985. С. 77–83.
161. Параллельные вычисления / Под ред. Г. Родрига. М.: Наука, 1986. 376 с.
162. Розин Л.А. Расчет гидротехнических сооружений на ЭЦВМ. Метод конечных элементов. М.: Энергия, 1971. 214 с.
163. Розин Л.А. Метод конечных элементов в применении к упругим системам. М.: Стройиздат, 1977. 129 с.
164. Розин Л.А., Смирнов М.С. Решение контактных задач теории упругости с податливостью в односторонних связях // Изв. вузов. Строительство. 2000. № 5. С. 27–32.
165. Рузанов А.И., Романычева Л.К., Волков И.А. Построение расчетных моделей и численный анализ разрушения твердых тел при импульсных нагрузках // Механика быстропротекающих процессов. Новосибирск: Ин-т гидродинамики СО АН СССР, 1984. С. 98–105.
166. Сагомонян А.Я. Динамика пробивания преград. М.: Изд-во МГУ, 1988. 221 с.
167. Садырин А.И. К определению контактных усилий при соударении упругопластических тел // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Горький: Горьк. ун-т, 1976. Вып. 3. С. 70–73.
168. Садырин А.И. Конечно-разностная аппроксимация граничных условий в динамической контактной задаче // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Статика и динамика деформируемых систем. Горький: Горьк. ун-т, 1979. Вып. 13. С. 51–56.
169. Садырин А.И. Моделирование динамического разрушения деформируемых тел при ударных контактных взаимодействиях // Прикладные проблемы прочности и пластичности. М.: ТНИ КМК, 1995. Вып. 53. С. 132–141.
170. Садовская О.М. О численной реализации условий динамического контактного взаимодействия с учетом трения // Материалы 2-го Всес. семинара “Теория сеточных методов для нелинейных краевых задач”. Казань: Унипресс, 1998. С. 63–64.
171. Садовская О.М. О численном исследовании соударения упругопластических тел с учетом конечных поворотов // Динамика сплошной среды. Математические проблемы механики сплошных сред. Новосибирск: Ин-т гидродинамики, 1999. Вып. 114. С. 196–199.
172. Садовская О.М. Численное решение динамических контактных задач // Материалы конференции молодых ученых. Красноярск: ИВМ СО РАН, 1999. С. 42–54.
173. Садовский В.М. Гиперболические вариационные неравенства в задачах динамики упругопластических тел // ПММ. 1991. Т. 55. Вып. 6. С. 1041–1048.
174. Садовский В.М. Разрывные решения в задачах динамики упругопластических сред. М.: Наука. Физматлит, 1997. 208 с.
175. Сажин В.В., Симонов И.В. Соударение упругих и упругопластических прямоугольников под малым углом. Препринт № 300. М.: Ин-т проблем механики АН СССР, 1987. 57 с.
176. Самарский А.А., Моисеенко Б.Д. Экономичная схема сквозного счета для многомерной задачи Стефана // Ж. вычислительной математики и мат. физики. 1965. Т. 5. № 5. С. 816–827.

177. *Самигулин М.С., Янилкин Ю.В., Гаврилова Е.С., Шанин А.А.* Метод численного моделирования двумерных течений дисперсных сред в континуальном приближении // ВАНТ. Сер. ММФП. 1995. Вып. 1. С. 3–8.
178. *Симонов И.В.* Контактные задачи расклинивания упругих тел // Механика контактных взаимодействий / Под ред. И.И. Воровича и В.М. Александрова. М.: Физматлит, 2001. С. 654–667.
179. *Стадник А.Л., Шанин А.А., Янилкин Ю.В.* Эйлерова методика ТРЭК для расчета трехмерных газодинамических течений многокомпонентной среды // ВАНТ. Сер. ММФП. 1994. Вып. 4. С. 71–78.
180. *Стадник А.Л., Тарасов В.И., Янилкин Ю.В.* Эйлерова методика расчета трехмерных упругопластических течений многокомпонентной среды // ВАНТ. Сер. ММФП. 1995. Вып. 3. С. 52–60.
181. *Стренг Г., Фикс Дж.* Теория метода конечных элементов. М.: Мир, 1977. 349 с.
182. *Толстых А.И.* О сгущении узлов разностных сеток в процессе решения и применении схем повышенной точности при численном исследовании течений вязкого газа // Ж. вычислительной математики и мат. физики. 1978. Т. 18. № 1. С. 139–153.
183. *Торопова Т.А., Янилкин Ю.В.* Методика расчета двумерных течений многокомпонентной среды с учетом прочностных свойств среды // ВАНТ. Сер. ММФП. 1994. Вып. 4. С. 58–66.
184. *Угодчиков А.Г., Коротких Ю.Г.* Некоторые методы решения на ЭЦВМ физически нелинейных задач теории пластин и оболочек. Киев: Наук. думка, 1967. 219 с.
185. *Уилкинс М.Л.* Расчет упругопластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике / Под ред. Б. Олдера. М.: Мир, 1967. С. 212–263.
186. *Улам С.* Устойчивость при расчетах по методу многих тел // Гидродинамическая неустойчивость / Под ред. Биркгоффа, Беллмана и Линя. Перевод с англ. М.: Мир, 1964. 372 с.
187. *Федоренко Р.П.* Метод численного решения пространственных задач качения с проскальзыванием и сцеплением. Препринт № 158. М.: Ин-т прикладной математики АН СССР, 1979. 33 с.
188. *Фикера Г.* Теоремы существования в теории упругости. М.: Мир, 1974. 159 с.
189. *Фомин В.М., Яненко Н.Н.* Численное моделирование задач высокоскоростного взаимодействия тел // Материалы симпозиума “Нелинейные волны деформации”. Таллин: Ин-т кибернетики ЭССР, 1978. Т. 2. С. 179–182.
190. *Фомин В.М., Гулидов А.И., Сапожников Г.А. и др.* Высокоскоростное взаимодействие тел. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999. 600 с.
191. *Фукс И.И.* Об одном методе численного решения двумерных динамических контактных задач упругопластических тел // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Горький: Горьк. ун-т, 1976. Вып. 3. С. 78–81.
192. *Харлоу Ф.Х.* Численный метод частиц в ячейке для задач гидродинамики // Вычислительные методы в гидродинамике / Под ред. Б. Олдера. М.: Мир, 1967. С. 316–342.
193. *Цветкова И.Н.* Анализ точности алгоритмов контактного взаимодействия в трехмерных задачах динамики упругопластических тел // Вестн. Нижегород. ун-та, 1995. С. 93–95.
194. *Чарахчьян А.А.* Сеточный генератор барьерного типа для задач с подвижными границами // Построение расчетных сеток: теория и приложения. / Под ред. С.А. Иваненко и В.А. Гаранжи. М.: Вычислительный центр РАН, 2002. С. 195–206.
195. *Шевченко Ю.Н., Пискун В.В., Савченко В.Г.* Решение осесимметричной пространственной задачи термопластичности на ЭЦВМ типа М-220. Киев: Наук. думка, 1975. 108 с.
196. *Янилкин Ю.В., Шанин А.А., Ковалев Н.П. и др.* Комплекс программ ЭГАК для расчетов двумерных течений многокомпонентной среды // ВАНТ. Сер. ММФП. 1993. Вып. 4. С. 69–75.
197. *Янилкин Ю.В.* Численное моделирование двухмерных течений многокомпонентной среды с учетом некоторых мелкомасштабных процессов // Физическая мезомеханика. 1999. Т. 2. № 5. С. 27–48.
198. *Addessio F.L., Carroll D.E., Dukowicz J.K. et al.* CAVEAT: A computer code for fluid dynamics problems with large distortion and internal slip // Los Alamos National Laboratory: Report UC-32, 1988.
199. *Alart P., Curnier A.* A Mixed Formulation for Frictional Contact Problems prone to Mewton like Solution Methods // Comput. Meth. Appl. Mech. Engng. 1991. V. 92. P. 353–375.

200. *Alessandrini B., Delhommeau G.* Simulation of three-dimensional unsteady viscous free surface flow around a ship model // Intern. J. for Num. Meth. in Fluids. 1994. V. 19. P. 321–342.
201. Computational Methods in Contact Mechanics / Eds. M.H. Aliabadi and C.A. Brebbia. Southampton, Boston: Computational Mechanics Publications, N.Y.: Elsevier, 1993. 352 p.
202. *Aliabadi M.H.* Boundary element formulations in fracture mechanics // AMR. 1997. V. 50. № 2. P. 83–96.
203. *Amsden A.A., Harlow F.H.* A simplified MAC technique for incompressible fluid flow calculations // J. Comput. Phys. 1970. V. 6. P. 322.
204. *Aoki T.* Multi-dimensional advection of CIP (cubic-interpolated propagation) scheme // CFD J. 1995. V. 4. P. 279.
205. *Armero F., Petocz E.* Formulation and Analysis of Conserving Algorithms for Frictionless Dynamic Contact/Impact Problems // Comput. Meth. Appl. Mech. Engng. 1998. V. 158. № 3/4. P. 269–300.
206. *Armero F., Petocz E.* A New Dissipative Time-Stepping Algorithm for Frictional Contact Problems: Formulation and Analysis // Comput. Meth. Appl. Mech. Engng. 1999. V. 179. № 1/2. P. 151–178.
207. *Asano N.* A finite element method applicable to elasto-impact contact structures // Mem. Fac. Eng. Tamagawa Univ. 1982. № 17. P. 39–54.
208. *Asano N.* An approximate hybrid type of virtual work principle for two elastoimpact bodies // Bull. JSME. 1983. V. 26. № 221. P. 1849–1856.
209. *Asano N.* A new dynamic zooming method for elastoimpact contact stress analysis // Mem. Fac. Eng. Tamagawa Univ. 1984. № 19. P. 51–64.
210. *Asano N.* A study on efficient condensation methods for elastoimpact contact stress analysis using finite element method // Mem. Fac. Eng. Tamagawa Univ. 1984. № 19. P. 65–79.
211. *Asano N.* Virtual work principles and their subsidiary conditions for two elastoimpact contact bodies // Mem. Fac. Eng. Tamagawa Univ. 1984. № 19. P. 81–97.
212. *Asano N.* Virtual work principle for two elastoimpact bodies in separate state and formulation of finite element method // Mem. Fac. Eng. Tamagawa Univ. 1984. № 19. P. 99–114.
213. *Asano N.* A virtual work principle using penalty function method for impact contact problem of two bodies // Trans. Jap. Soc. Mech. Eng. 1985. V. A51. № 467. P. 1863–1898.
214. *Asano N.* A virtual work principle using penalty function method for impact contact problems of two bodies // Bull. JSME. 1986. V. 29. № 249. P. 731–736.
215. *Asano N.* A hybrid type of virtual work principle for impact contact problems of two bodies // Bull. JSME. 1986. V. 29. № 252. P. 1679–1684.
216. *Asano N.* A penalty function type of virtual work principle for impact contact problems for two bodies // Bull. JSME. 1986. V. 29. № 257. P. 3701–3709.
217. *Attaway S., Barragy T., Brown K. et al.* Transient Solid Dynamics Simulations on the Sandia/Intel Teraflop Computer // Gordon Bell finalist paper. Proc. of SuperComputing '97. San Jose, CA, November 1997. Интернет: <http://www.cs.sandia.gov/~sjplimp/main.html>
218. *Attaway S.W., Hendrickson B.A., Plimpton S.J. et al.* A Parallel Contact Detection Algorithm for Transient Solid Dynamics Simulations Using PRONTO3D // J. Comput. Mech. 1998. V. 22. № 2. P. 143–159.
219. *Attaway S.W., Barragy E.J., Brown K.H. et al.* Transient Solid Dynamics Simulations on the Sandia/Intel Teraflop Computer // Sandia National Laboratories: Albuquerque, 2001. Report NM 8785-0437. Интернет: <http://www.cs.sandia.gov/~sjplimp/main.html>
220. *Babushka I., Rheinboldt W.* Error estimates for Adaptive Finite Element Computations // J. Numer. Analysis. 1978. V. 15. P. 736–754.
221. *Babushka I., Miller A.* A feedback finite element method with a posteriori error estimation: Part I. The finite element method and some basic properties of the a posteriori error estimation // Comput. Meth. Appl. Mech. Engng. 1987. V. 61. P. 1–40.
222. *Baer T.A., Cairncross R.A., Schunk P.R., Rao R.R., Sackinger P.A.* A finite element method for free surface flows of incompressible fluids in three dimensions. Part II. Dynamic wetting lines // Intern. J. Numer. Meth. Fluids. 2000. V. 33. P. 405–427.
223. *Baillet L., Walter H., Brunet M.* A 3D contact algorithm using an explicit FEM applied to ironing process // Proc. 4th Intern. Conf. and Workshop on Numer. Simulation of 3D Sheet Forming Processes (NUMISHEET 99) / Eds. J.-C. Gelin et P. Picart, Besançon, France, 1999. P. 209–214.
224. *Bakhrakh S., Smaigulin M., Sevastianov V., Yanilkin Yu.* The EGAK Method for Calculating Gas Flows of Heterogeneous Media in Eulerian Coordinates // Numerical Methods in Fluid Dynamics. MIR, 1984.

225. *Baraff D., Witkin A.* Dynamic simulation of non-penetrating flexible bodies // Proc. SIGGRAPH 92. Computer Graphics. 1992. V. 26. № 2. P. 303–308.
226. *Baraff D., Witkin A.* Large steps in cloth simulation // Proc. SIGGRAPH 98. Computer Graphics Proceedings. Annual Conf: Series, 1998. P. 43–54.
227. *Bartold F.J., Bischoff D.* Generalization of Newton type Methods to Contact Problems with Friction // J. Mech. Theor. Appl. Special issue: Numerical Methods in Mechanics of Contact Involving Friction. 1988. P. 97–110.
228. *Bass J.M.* Three dimensional finite deformations rolling contact of a hyperelastic cylinder: formulation of the problem and computational results // Computers and Structures. 1987. V. 26. № 6. P. 991–1004.
229. *Bathe K.J., Chaudhary A.* A solution method for planar and axisymmetric contact problems // Intern. J. Numer. Meth. Engng. 1985. V. 21. P. 65–88.
230. *Bathe K.J., Chaudhary A.* A solution method for static and dynamic analysis of three-dimensional contact problems with friction // Computers and Structures. 1986. V. 24. № 6. P. 855–873.
231. *Bathe K.J., Mijailovich S.S.* Finite-element analysis of frictional contact problems // J. Mec. Theor. Appl. 1988. V. 7. P. 31–45.
232. *Bathe K.J., Zhang H., Wang M.H.* Finite element analysis of incompressible and compressible flows with free surfaces and structural unteractions // Comput. Meth. Appl. Mech Engng. 1995. V. 56. P. 193–213.
233. *Bathe K.J.* Finite Element Procedures. EngleWood Cliffs: Prentice-Hall, 1996. 1037 p.
234. *Bathe K.J., Bouzinov P.A.* On the constraint function method for contact problems // Computers and Structures. 1997. V. 64. № 5–6. P. 1069–1085.
235. *Batra R.C.* Rubber covered rolls – the nonlinear elastic problem // J. Appl. Mech. 1980. V. 47. № 1. P. 82–86.
236. *Batra R.C.* Quasistatic indentation of a rubber-covered roll by a rigid roll // Intern. J. Numer. Meth. in Engng. 1981. V. 17. № 12. P. 1823–1833.
237. *Beddhu M., Jiang M.Y., Lafayette K., Taylor L.K., Whitfield D.L.* Computation of steady and unsteady flows with a free surface around the Wigley hull // Appl. Mathematics and Computation. 1998. V. 89. P. 67–84.
238. *Bechmann D.* Space deformation models survey // Computer Graphics. 1994. V. 18. № 4. P. 571–586.
239. *Becker R., Rannacher R.* A Freed-Back Approach to Error Control in Finite Element Methods: Basic Analysis and Examples // EAST–WEST J. Numer. Math. 1996. V. 4. P. 237–264.
240. *Belegundu A.D., Chandrupatla T.R.* Shape Optimization of Valve Geometry with Contact Analysis // Sensitivity Analysis and Optimization with Numerical Methods / Eds. S. Saigal, S.J. Mukherjee. 1990. P. 71–78.
241. *Belytschko T., Kennedy J.M., Lin J.I.* Three-dimensional penetration computation // Trans. 9th Intern. Conf. Struct. Mech. React. Technol. Lausanne, 1987. P. 83–88.
242. *Belytschko T., Lin J.I.* A three dimensional impact-penetration algorithm with erosion // Computers and Structures. 1987. V. 25. № 3. P. 95–104.
243. *Belytschko T., Lin J.I.* A three dimensional impact-penetration algorithm with erosion // Intern. J. Impact Engng., 1987. V. 5. № 1–4. P. 111–127.
244. *Belytschko T., Wong B.L., Plaskacz E.J.* Fission-fusion adaptivity in finite elements for nonlinear dynamics of shells // Computers and Structures. 1989. V. 33. № 5. P. 1307–1323.
245. *Belytschko T., Neal M.O.* Contact-Impact by the Pinball Algorithm with Penalty Projection and Lagrangian Methods // Proc. Symp. on Comput. Techniques for Impact. Penetration and Perforation of Solids / Eds. L.E. Schwer et al. ASME. Winter Annual Meeting. San Francisco, CA, 1989. AMD-Vol. 103.
246. *Belytschko T., Neal M.O.* Contact-Impact by the Pinball Algorithm with Penalty and Lagrangian Methods // Intern. J. Numer. Methods in Engng. 1991. V. 31. № 3. P. 547–572.
247. *Belytschko T., Yeh L.S.* The splitting pinball method for contact-impact problems // Comput. Meth. Appl. Mech. Engng. 1993. V. 105. № 3. P. 375–393.
248. *Belytschko T., Lu Y.Y., Gu L.* Element-Free Galerkin Methods // Intern. J. Numer. Meth. Engng. 1994. V. 37. № 2. P. 229–256.
249. *Belytschko T., Kronggauz Y., Organ D., Fleming M.* Meshless Methods: An Overview and Recent Developments // Comput. Meth. Appl. Mech. Engng. 1996. V. 139. № 1–4. P. 3–47.
250. *Benaroya H.* Localization and effects of irregularities in structures // AMR. V. 49. № 2. P. 55–135.
251. *Benson D.J., Hallquist J.O.* A single surface contact algorithm for the postbuckling analysis of shell structures // Report BN, San Diego: Univ. of California, 1987.

252. *Benson D.J., Hallquist J.O.* A single surface contact algorithm for the postbuckling analysis of shell structures // *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.* 1990. V. 78. № 2. P. 141–163.
253. *Benson D.J.* Computational methods in Lagrangian and Eulerian hydrocodes // *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.* 1992. V. 99. № 2–3. P. 235–394.
254. *Benson D.J.* Volume of fluid interface reconstruction methods for multi-material problems // *AMR.* 2002. V. 55. № 2. P. 151–165.
255. *Berger M.J., Olinger J.* Adaptive mesh refinement for hyperbolic partial differential equations // *J. Comp. Phys.* 1984. V. 53. № 3. P. 481–512.
256. *Berger M.J., Jameson A.* Automatic adaptive grid refinement for the Euler equations // *AIAA J.* 1985. V. 23. № 561. P. 3–6.
257. *Berger M.J., Colella P.* Local adaptive mesh refinement for shock hydrodynamics // *J. Comp. Phys.* 1989. V. 82. № 1. P. 64–84.
258. *Bertholf L.D., Buxton L.D., Thorue B.J. et al.* Damage in steel plates from hypervelocity impact II. Numerical results and spall measurement // *J. Appl. Phys.* 1975. V. 46. № 9. P. 3776–3783.
259. *Bertsekas D.P.* *Constraint Optimization and Lagrange Multiplier Methods.* N.Y: Academic Press, 1984.
260. *Bhushan B.* Contact mechanics of rough surfaces in tribology: Single asperity contact // *AMR.* 1996. V. 49. № 5. P. 275–298.
261. *Bjorkman G., Klarkbring A., Sjodin A. et al.* Quadratic Programming for Non-Linear Elastic Contact Problems // *Intern. J. Numer. Meth. Engng.* 1995. V. 38. P. 137–165.
262. *De Borst R.* Smearred cracking, plasticity, creep and thermal loading – a unified approach // *Comp. Meth. Appl. Mech. Engng.* 1987. V. 62. P. 89–110.
263. *De Borst R.* Fracture in quasi-brittle materials: a review of continuum damage-based approaches // *Engng. Fracture Mech.* 2002. V. 69. P. 95–112.
264. *Bourago N.G.* A Survey on Contact Algorithms // *Proc. Intern. Workshop on Grid Generation and Industrial Applications.* Moscow: Computing Centre of RAS, 2002. P. 42–59.
265. *Bowden F.P., Tabor D.* *The Friction and Lubrication of Solids. Part II.* Oxford: Clarendon press, 1964.
266. *Brackbill J.U., Saltsman J.S.* Adaptive zoning for singular problems in two dimensions // *J. Comput. Phys.* 1982. V. 46. № 3. P. 342–368.
267. *Brackbill J.U., Kothe D.B., Ruppel H.M.* FLIP: A low dissipation, particle-in-cell method for fluid flow // *Comput. Phys. Commun.* 1988. V. 48. № 1. P. 25–38.
268. *Brackbill J.U., Kothe D.B., Zemach C.* A continuum method for modeling surface tension // *J. Comput. Phys.* 1992. V. 100. P. 335.
269. *Brown K., Attaway S., Plimpton S., Hendrickson B.* Parallel strategies for crash and impact simulations // *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.* 2000. V. 184. № 2–4. P. 375–390.
270. *Brunet M.A.* A solution method for large strain of anisotropic material with contact and friction boundary conditions // *Proc. 5th Intern. Symp. Numer. Meth. Engng. Lausanne-Switzerland.* Berlin: Springer, 1989. V. 2. P. 369–374.
271. *Campos L.T., Oden J.T., Kikuchi N.* A Numerical Analysis of a Class of Contact Problems with Friction in Elastostatics // *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.* 1982. V. 34. № 1–3. P. 821–845.
272. *Carey G.* *Computational grids: Generation, Adaptation and Solution Strategy.* Florida: Taylor and Francis, 1997.
273. *Carpenter N.J., Taylor R.L., Katona M.G.* Lagrange constraints for transient finiteelement surface-contact // *Intern. J. Num.Meth. Engng.* 1991. V. 32. P. 103–128.
274. *Carter Jr W.T., Sham T.-L., Law K.H.* A parallel finite element method and its prototype analysis of shell structures // *Computers and Structures.* 1989. V. 31. № 1. P. 921–934.
275. *Cerne G., Petelin S., Tiselj I.* Numerical errors of the volume-of-fluid interface tracking algorithm // *Intern. J. Numer. Meth. Fluids.* 2002. V. 38. № 1. P. 329–350.
276. *Cescotto S., Charlier R.* Frictional Contact Finite Elements Based on Mixed Variational Principles // *Intern. J. Numer. Meth. Engng.* 1993. V. 36. № 10. P. 1681–1701.
277. *Cescotto S., Zhu Y.Y.* Large Strain Dynamic Analysis using Solud and Contact Finite Element Based on a Mixed Formulation; Application to Metal Forming // *J. of Mater. Proces. Techn.* 1994. V. 45. № 1–4. P. 657–663.
278. *Chan S.H., Tuba I.S.* A Finite Element Method for Contact Problems in Solid Bodies // *Intern. J.Mech. Sci.* 1971. V. 13. P. 615–639.

279. Chandrasekaran N., Haisler W.E., Goforth R.E. A finite element solution method for contact problems with friction // Intern. J. Numer. Meth. Engng. 1987. V. 24. P. 477–495.
280. Chang J.P., Satyamurthi K., Tseng N.T. An efficient approach to the three-dimensional finite element analysis of tires // Tire Sci. Technol. 1988. V. 16. № 4. P. 249–273.
281. Charbrand P., Dubois F., Rois M. Various numerical methods for solving unilateral contact problems with friction // Math. Comput. Modelling. 1998. V. 28. № 4–8. P. 97–108.
282. Chaudhary A.B., Bathe K.J. A Solution Method for Static and Dynamic Analysis of Three-Dimensional Contact Problems with Friction // Computer and Structures. 1986. V. 24. № 6. P. 855–873.
283. Chawla V., Laursen T.A. Energy Consistent Algorithms for Frictional Contact Problems // Intern. J. Numer. Meth. Engng. 1998. V. 42. № 5. P. 799–827.
284. Chen J.S., Pan C., Wu C.T., Liu W.K. Reproducing Kernel Particle Methods for Large Deformation Analysis of Nonlinear Structures // Comput. Meth. Appl. Mech. Engng. 1996. V. 139. № 1–4. P. 195–229.
285. Chen J.S., Pan C., Wu C.T. Large deformation analysis of rubber based on a reproducing kernel particle method // Comput. Meth. Appl. Mech. Engng. 1997. V. 19. № 3. P. 211–227.
286. Chen J.S., Wu C.T., Yoon S., You Y. Stabilized Conforming Nodal Integration for Galerkin Meshfree Methods // Intern. J. Numer. Meth. Engng. 2001. V. 50. № 2. P. 435–466.
287. Chen W.H., Tsai P. Finite Element Analysis of Elastodynamic Sliding Contact Problems with Friction // Computers and Structures. 1986. V. 22. № 6. P. 925–938.
288. Chen Y.M., Wilkins M.L. Stress Analysis of Crack Problems a by Three-Dimensional Time-Dependent Computer Program // Intern. J. Fracture, 1976. V. 1. № 4. P. 607–617.
289. Cheng J.H., Kikuchi N. An Incremental Constitutive Relation of Unilateral Contact Friction for Large Deformation Analysis // J. Appl. Mech. Trans. ASME. 1985. V. 52. № 3. P. 639–648.
290. Cheng T.Y., Saleeb A.F., Shyu S.C. Finite Element Solutions of Two-Dimensional Contact Problems Based on a Consistent Mixed Formulation // Computers and Structures. 1987. V. 27. № 4. P. 455–466.
291. Cheng W.Q., Zhu F.W., Luo J.W. Computational Finite Element Analysis and Optimal Design for Multibody Contact System // Comput. Meth. Appl. Mech. Engng. 1988. V. 71. № 1. P. 31–39.
292. Choi I.H., Hong C.S. New Approach for Simple Prediction of Impact Force History on Composite Laminates // AIAA J. 1994. V. 32. № 10. P. 2067–2072.
293. Christiansen P.W., Klarbring A., Pang J.S., Stromberg N. Formulation and comparison of algorithms for frictional contact problems // Intern. J. Numer. Meth. Engng. 1998. V. 42. № 1. P. 145–173.
294. Clarke F.H. Optimization and Nonsmooth Analysis. New York: Wiley, 1983. 308 p.
295. Cocu M. Existence of solutions of Signorini problems with friction // Intern. J. Engng. Sci. 1984. V. 22. № 5. P. 567–575.
296. Cocu M., Pratt E., Raous M. Formulation and approximation of quasistatic frictional contact // Intern. J. Engng. Sci. 1996. V. 34. P. 783–798.
297. Cocu M., Pratt E., Raous M. Constructive aspects of functional analysis for the treatment of frictional contact // Math. Comput. Modelling. 1998. V. 28. P. 109–120.
298. Conry T.F., Seireg A.A. Mathematical programming Method for Design of Elastic Bodies in Contact // Trans. ASME: J. Appl. Mech. 1971. V. 38. № 2. P. 387–392.
299. Cooper M.G., Mikić B.B., Yovanovich M.M. Thermal Contact Conductance // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1969. V. 12. P. 279–300.
300. Crisfield M.A. Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures. N.Y.: Wiley, V. 1. Essentials. 1991. 345 p.; V. 2. Advanced Topics. 1997. 494 p.
301. Cruse T.A. Boundary Element Analysis in Computational Fracture. Dordrecht: Kluwer, 1988.
302. Curnier A. Theory of Friction // Intern. J. Solids Structures. 1984. V. 20. P. 637–647.
303. Curnier A., Alari P. A Generalized Newton Method for Contact problems with Friction // J. Mec. Theor. Appl. 1988. Special Issue: Numerical Methods in Mechanics of Contact Involving Friction. P. 67–82.
304. Curnier A., He Q.C., Telega J.J. Formulation of Unilateral Contact between two Elastic Bodies undergoing Finite Deformation // C.R. Acad. Sci. Paris. 1992. V. 314. P. 1–6.
305. Curnier A., He Q.C., Klarbring A. Continuum Mechanics Modelling of Large Deformation Contact with Friction // Contact Mechanics / Eds. M. Raous, M. Jean, J.J. Moreau, N.Y.: Plenum, 1995.
306. Daux C., Moes N., Dolbow J., Sukumar N., Belytschko T. Arbitrary Branched and Intersecting Cracks with the Extended Finite Element Method // Intern. J. Numer. Meth. Engng. 2000. V. 48. № 12. P. 1741–1760.

307. *Desai S., Zaman M.M., Lightner J.G., Siriwardane H.J.* Thin-Layer Element for Interfaces and Joints // Intern. J. Numer. and Analyt. in Geomech. 1984. V. 8. № 1. P. 19–43.
308. *Devaut G., Lions J.L.* Inequalities in Mechanics and Physics. Belrin: Springer, 1976.
309. *Diekmann R., Hungershofery J., Lux M. et al.* Using Space Filling Curves for Ecient Contact Searching // 16th IMACS World Congress. 2000. 6 p.
310. *Dilintas G., Laurent-Gendoux P., Trystam D.* A conjugate projected gradient method with preconditioning for unilateral problems // Computers and Structures. 1988. V. 29. № 4. P. 675–680.
311. *Djachenko V.F.* The Free Point Method for Problems of Continuous Media // Comput. Meth. Appl. Mech. Engng. 1973. V. 2. P. 265–277.
312. *Dolbow J.* An Extended Finite Element method with Discontinuous Enrichment for Applied Mechanics // PhD thesis, Northwestern University, USA, 1999.
313. *Dolbow J., Moes N., Belytschko T.* Discontinuous Enrichment in Finite Elements with a Partition of Unity Method // Finite Elements Anal. 2000. Des. V. 36. № 3–4. P. 235–260.
314. *Dolbow J., Moes N., Belytschko T.* An Extended Finite Element Method for Modeling Crack Growth with Frictional Contact // Comput. Methods Appl. Mech. Engng. 2001. V. 190. P. 6825–6846.
315. *Doltsinis I.S.* Aspects of Modelling and Computation in the Analysis of Metal Forming // Engng. Computations. 1990. V. 7. P. 2–20.
316. *Donzelli P.S.* A Mixed-Penalty Contact Finite Element formulation for biphasic soft tissues // PhD Thesis. Dept. of Mech. Eng. Aeronautical Eng. and Mechanics. RPI. Troy. NY. 1995.
317. *Dowson D.* History of Tribology. N.Y.: Longman, 1979.
318. *Duarte C.A., Oden J.T.* An h-p Adaptive Method Using Clouds // Comput. Meth. Appl. Mech. Engng. 1996. V. 139. № 1–4. P. 237–262.
319. *Duarte C.A., Hamzeh O.N., Liszka T.J., Tworzydło W.W.* A Generalized Finite Element Method for the Simulation of Three-Dimensional Dynamic Crack Propagation // Comput. Methods Appl. Mech. Engng. 2001. V. 190. № 15–17. P. 2227–2262.
320. *Eck C., Steinback O., Wendland W.L.* A Symmetric Boundary Element Method for Contact Problem with Friction // Mathematics and Computers in Simulation. 1999. V. 50. № 1–4. P. 43–62.
321. *Eck C., Wendland W.L.* An Adaptive Boundary Element Method for Contact problems // Mathematical Aspects of Boundary Element Method / Eds. M. Bonnet et al. 1998. P. 116–127.
322. *Ehrlich L.W.* A Numerical Method of Solving a Heat Flow Problem with Moving Boundary // J. Assoc. Comput. Machinery. 1958. V. 5. № 2. P. 161–176.
323. *Elsner B., Galbas H.-G., Gorg B., Kolp O., Lonsdale G.* A Parallel Multilevel Contact Search Algorithm in Crashworthiness Simulation // Advances in Computational Structures Technology: Selected Papers from 3rd Int. Conf. on Comput. Structure Technology. Budapest: Civil Comp Press., 1996. P. 397–402.
324. *Enright D., Fedkiw R., Ferziger J., Mitchell I.* A Hybrid Particle Level Set Method for Improved Interface Capturing, dated by March. 21, 2002. Інтернет: <http://graphics.stanford.edu/fedkiw/papers/stanford2001-04.pdf>
325. *Endo T., Oden J.T., Becker E.B., Miller T.* A numerical analysis of contact and limit-point behavior in a class of problems of finite elastic deformations // Computers and Structures. 1984. V. 18. № 5. P. 899–910.
326. *Eterovic A.L., Bathe K.J.* On the Treatment of Inequality Constraints Arising from Contact Conditions in Finite-Element Analysis // Computers and Structures. 1991. V. 40. № 2. P. 203–209.
327. *Eterovic A.L., Bathe K.J.* An Interface Interpolation Scheme for Quadratic Convergence in the Finite Element Analysis of Contact problems // Computational Methods in Nonlinear Mechanics / Eds. P. Wriggers, W. Wagner. Berlin: Springer, 1991.
328. *Fancello E.A., Feijoo R.A.* Shape Optimization in Frictionless Contact Problems // Intern. J. Numer. Meth. Engng. 1994. V. 37. № 1–3. P. 2311–2335.
329. *Fancello E.A., Haslinger J., Feijoo R.A.* Numerical Comparison Between Two Cost Functions in Contact Shape Optimization // Structural Optimization. 1995. V. 9. № 1. P. 57–68.
330. *Farahani K., Mofid M., Vafai A.* A solution method for general contact-impact problem // Comput. Meth. Appl. Mech. Engng. 2000. V. 187. № 1–2. P. 69–77.
331. *Farahani K., Mofid M., Vafai A.* United Elements Method for General Contact-Impact Problems // Comput. Methods Appl. Mech. Engng. 2001. V. 191. № 8–10. P. 843–860.
332. *Faria L.O., Bass J.M., Oden J.T., Becker E.B.* A Three-Dimensional Rolling Contact Model for a Reinforced Rubber Tire // Tire Sci. Technol. 1989. V. 17. № 3. P. 217–233.
333. *Faria L.O., Bass J.M., Oden J.T. et al.* Tire Modelling by Finite Elements // Tire Sci. Technol. 1992. V. 20. № 1. P. 33–56.

334. *Farhat C., Roux F.-X.* A Method of Finite Element Tearing and Interconnecting and its Parallel Solution Algorithm // Intern. J. Numer. Mech. Engng. 1991. V. 32. № 6. P. 1205–1227.
335. *Farhat C., Crivelli L., Roux F.-X.* A Transient FETI Methodology for Large-Scale Parallel Implicit Computations in Structural Mechanics // Intern. J. Numer. Meth. Engng. 1994. V. 37. № 11. P. 1945–1975.
336. *Farhat C., Chen P.-S., Mandel J.* A Scalable Lagrange Multiplier Based Domain Decomposition Method for Time-Dependent Problems // Intern. J. Numer. Meth. Engng. 1995. V. 38. № 22. P. 3831–3853.
337. *Farmer J., Martinelli L., Jameson A.* Fast multigrid method for solving incompressible hydrodynamic problems with free surfaces // AIAA J. 1994. V. 32. № 6.
338. *LaFaurie B., Nardone C., Scardovelly R., Zaleski S.* Modelling Merging and Fragmentation in Multiphase Flows with SURFER // J. Comput. Phys., 1994. V. 113. № 1. P. 134–147.
339. *Felippa C.A., Park K.C., Farhat C.* Partitioned Analysis of Coupled Mechanical Systems // Invited Plenary Lecture: 4th World Congr. Comput. Mech. Buenos Aires, Argentina. 1998; Comput. Meth. Appl. Mech. Engng. 2001. V. 190. № 24–25. P. 3247–3270.
340. *Fennema R.J., Chaudhry M.H.* Implicit Methods for Two-Dimensional Unsteady Free-Surface Flows // J. Hydraulic Research. V. 27. № 3. P. 324–331.
341. *Fish J.* Finite Element Method for Localization Analysis. Ph.D. thesis. Northwestern University. USA. 1989.
342. *Flanagan L.M., Flanagan D.P.* PRONTO3D: A Three-Dimensional Transient Solid Dynamics Program // Tech. Rep. SAND87-1912. Sandia National Labs. Albuquerque. NM. 1989.
343. *Fleming M., Chu Y.A., Moran B., Belytschko T.* Enriched Element-Free Galerkin Methods for Singular Fields // Intern. J. Numer. Methods Engng. 1997. V. 40. № 8. P. 1483–1504.
344. *Floryan J.M., Rasmussen H.* Numerical Methods for viscous flows with moving boundaries // Appl. Mech. Rev. (AMR). 1989. V. 42. № 12. P. 323–341.
345. *Françavilla A., Zienkiewicz O.C.* A Note on Numerical Computation of Elastic Contact Problems // Intern. J. Numer. Methods Engng. 1975. V. 9. P. 913–924.
346. *Fredriksson B.* Finite Elements Solutions of Surface Nonlinearities in Structural Mechanics with Special Emphasis to Contact and Fracture Mechanics Problems // Computers and Structures. 1976. V. 6. P. 281–290.
347. *De La Fuente H.M., Felippa C.A.* Ephemeral penalty functions for contact dynamics // Finite Elements in Analysis and Design. 1991. V. 9. № 3. P. 177–191.
348. *Fung Y.C.* Biomechanics. N. Y.: Springer, 1993.
349. *Galín L.A.* Contact Problems in the Theory of Elasticity / Ed. I. N. Sneddon. North Carolina State College Translation, 1961. 233 p.
350. *Ghaboussi J., Wilson E.L., Isenberg J.* Finite element of rock joints and interfaces // J. Soil Mech. and Foundat. Division, ASCE. 1973. V. 99. № 10. P. 833–848.
351. *Giannopolis A.E.* The Return Mapping Method for the Integration of Friction Constitutive Equations // Computers and Structures. 1989. V. 32. P. 157–168.
352. *Gillow K.A., Howison S.D.* A bibliography on free and moving boundary problems for Hele-Shaw and Stokes Flow, Интернет: <http://www.maths.ox.ac.uk/~howison/Hele-Shaw>.
353. *Ginsberg M., Johnson J.P.* Benchmarking the Performance of Physical Impact Simulation Software on Vector and Parallel Computers // Proc. Supercomputing 88: V. 2. Science and Applications. N. Y.: Computer Society Press, 1988. P. 180–190.
354. *Ginsberg M., Katnik R.B.* Improving Vectorization of a Crashworthiness Code // SAE Techn. Paper. 1989. № 891985. Passenger Car Meeting and Explosion, Dearborn, MI.
355. *Glimm J., Grove J.W., Li X.L., Zhao N.* Simple Front Tracking // Contemporary Math. 1999. V. 238. P. 133–149. Интернет: <http://www.mie.utoronto.ca/labs/tsl/pubs/pof.bussmann.pdf>
356. *Pfeiffer F., Glocker Ch.* Multibody dynamics with unilateral contacts. N. Y.: Wiley, 1996. 317 p.
357. *Glocker Ch.* Formulation of spatial contact situations in rigid multibody systems // Comput. Meth. Appl. Mech. Engng. 1999. V. 177. № 3–4. P. 199–214.
358. *Gorodnichev A.V., Simonov G.P., Yanilkin Yu.V.* EGAK-EP method for calculations of fracture and fragmentation of materials // New Models and Numer. Codes for Shock Wave Processes in Condensed Media. Oxford, 1997.
359. *Goryacheva I.G., Dobychin M.N.* Multiple contact model in the problem of tribomechanics // Tribology Intern. 1991. V. 24. № 1. P. 29–35.
360. *Goryacheva I.G.* Contact Mechanics in Tribology. Dordrecht etc.: Kluwer, 1998. 344 p.

361. Goudreau G.L., Hallquist J.O. Recent developments in large-scale finite element Lagrangian hydrocode technology // *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.* 1982. V. 33. P. 725–757.
362. Gourret J.-P., Thalmann N.M., Thalmann D. Simulation of object and human skin deformations in a grasping task // *Proc. SIGGRAPH 89. Computer Graphics.* 1989. V. 23. № 3. P. 21–30.
363. Guerra F.M., Browning R.V. Comparison of two slideline methods using ADINA // *Computers and Structures.* 1983. V. 17. № 5/6. P. 819–834.
364. Gueyffier D., Li J., Nadim A., Scardovelli R., Zaleski S. Volume- of-Fluid Interface Tracking with Smoothed Surface Stress Methods for Three Dimensional Flows // *J. Comput. Phys.* V. 152. P. 423–456.
365. Gunther F.C., Liu W.K. Implementation of Boundary Conditions for Meshless Methods // *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.* 1998. V. 168. № 1–4. P. 265–230.
366. Hallquist J.O. A Procedure for the Solution of Finite Deformation Contact-Impact Problems by the Finite Element Method // Univ. of California. Lawrence Livermore National Laboratory, 1976. Rept. UCRL-52066. 72 p.
367. Hallquist J.O. Preliminary User's Manuals for DYNA3D and DYNAP (Nonlinear Dynamic Analysis of Solids in Three Dimension) // Univ. of California, Lawrence Livermore National Laboratory, 1976. Rept. UCID-17268.
368. Hallquist J.O. A numerical treatment of sliding interfaces and impact // *Comput. Techniques for Interface Problems* // Eds. K.C. Park, D.K. Gartling. AMD. ASME. 1978. V. 30. P. 117–133.
369. Hallquist J.O. Theoretical Manual for DYNA3D // Lawrence Livermore National Laboratory, 1983, Rept. UCID-19401. 81 p.
370. Hallquist J.O., Goudreau G.L., Benson D.J. Sliding interfaces with contact-impact in large-scale Lagrangian computation // *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.* 1985. V. 51. № 1–3. P. 107–137.
371. Hallquist J.O., Schweizerhof K., Stillman D. Efficiency Refinements of Contact Strategies and Algorithms in Explicit FE Programming // *Proc. COMPLAS 3 / Eds. D.R.J. Owen, E. Hinton, E.E. Onate.* Pineridge Press, 1992.
372. Hallquist J.O. LS-DYNA Theoretical Manual. Livermore: Software Technology Corporation, 1998.
373. Han W., Sofonea M. On Numerical Approximation of a Frictionless Contact Problem for Elasto-Viscoplastic Materials // *Integral Methods in Science and Engineering* // Eds. B. Bertram et al. Chapman and Hall / CRC Research Notes in Mathematics. 2000. V. 418. P. 173–178.
374. Han W., Sofonea M. Numerical analysis of quasistatic viscoelastic problem with friction and damage // *Advances in Scientific Computing / Eds. Zhong-ci Shi et al.* Beijing; New York: Science Press, 2001. P. 51–60.
375. Harlow F.H., Welch J.E. Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface // *Phys. Fluids.* 1965. V. 8. № 12. P. 2182–2198.
376. Harlow F.H., Shannon J.P. The splash of a liquid drop // *J. Appl. Phys.* 1967. V. 38. P. 3855.
377. Harlow F.H., Amsden A.A. Numerical simulation of almost incompressible flow // *J. Comput. Phys.* 1968. V. 3. P. 80.
378. Harlow F.H., Welch J.E. Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow with free boundaries // *Phys. Fluids.* 1968. V. 8. P. 2182.
379. Harlow F., Amsden A. Flow of Interpenetrating Material Phases // *J. Comput. Phys.* 1975. V. 18.
380. Haug E.J., Kwak B.M. Contact Stress Minimization by Contour Design // *Intern. J. Numer. Meth. Engng.* 1978. V.12. № 6. P. 917–930.
381. Heegaard J.-H., Cournier A. An Augmented Lagrangian method for discrete large-slip contact problems involving friction // *Intern. J. Numer. Meth. Engng.* 1993. V. 36. № 4. P. 569–593.
382. Heinstein M.W., Laursen T.A. An Algorithm for the Matrix-Free Solution of Quasistatic Frictional Contact Problems // *Intern. J. Numer. Meth. Engng.* 1999. V. 44. № 9. P. 1205–1226.
383. Heinstein M.W., Mello F.J., Attaway S.W., Laursen T.A. Contact-Impact Modeling in Explicit Transient Dynamics // *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.* 2000. V. 187. № 3–4. P. 621–640.
384. Hertz H. Über die Berührung fester elastischer Körper // *J. Reine Angew. Math.* 1882. Bd. 92. S. 156–171.
385. Hestenes M.R., Stiefel E. Method of conjugate gradients for solving linear systems // *J. Res. Nat. Bur. Std.* 1952. V. 49. № 6. P. 409–436.
386. ABAQUS Theory Manual. ver. 5.8. Pawtucket, Rhode Island: Hibbit, Karksson & Sorensen. Inc. 1998.

387. *Hino T.* An unstructured grid method for incompressible viscous flows with a free surface // AIAA Paper. 1997. № 97–0862.
388. *Hirokawa S., Tsuruno R.* Three-dimensional deformation and stress distribution in an analytical computational model of the interior cruciate ligament // J. Biomechanics. 2000. V. 33. № 9. P. 1069–1077.
389. *Hirota G., Fisher S., State A., Lee C., Fuchs H.* An Implicit Finite Element Method for Elastic Solids in Contact // SIGGRAPH 2001. Conf. 2001. Интернет: http://www.cs.unc.edu/~andrei/pubs/2001_ComputerAnimation_FEM.pdf <http://www.cs.unc.edu/~hirota>
390. *Hirt C.W.* Arbitrary Lagrangian Eulerian method. Proc. 2nd Intern. Conf. Numer. Meth. Fluid Dynamics / Ed. Maurice Holt. Berkeley: Univ. of California. Berlin; Heidelberg; New York: Springer, 1971.
391. *Hirt C.W., Nickols B.D.* Volume of Fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries // J. Comput. Physics. 1981. V. 39. № 1. P. 201–225.
392. *Hlavacek I., Haslinger J., Necas J., Lovisek J.* Solution of variational inequalities in mechanics. New York: Springer, 1988.
393. *Hoover C.G., Badders D.C., De Groot A.J., Sherwood R.J.* Parallel algorithm research for solid mechanics applications using finite element analysis // Thrust Area Report, UCRL-ID-125471, Lawrence National Laboratory, 1997.
394. *Hughes T.J.R., Taylor R.L., Sackman J.L. et al.* A finite element method for a class of contact-impact problems // Comput. Meth. Appl. Mech. Engng. 1976. V. 8. P. 249–276.
395. *Hughes T.J.R., Taylor R.L., Kanoknukulchai W.* A finite element method for Large Displacement Contact and Impact Problems // Formulations and Computational algorithms in FE Analysis // Ed. K.J. Bathe. Boston: MIT-Press, 1977. P. 468–495.
396. *Hughes T.J.R.* Analysis of transient algorithms with particular reference to stability behavior // Computational Methods for Transient Analysis / Eds. T. Belytschko, T.J.R. Hughes. North-Holland, 1983. P. 67–155.
397. *Hughes T.J.R.* The Finite Element Method. New York: Prentice-Hall, 1987. 803 p.
398. *Huh G.J., Kwak B.M.* Constrained variational approach for dynamic analysis of elastic contact problems // Finite Elem. Anal. and Des. 1991. V. 10. № 2. P. 125–136.
399. *Huněk I.* On a penalty formulation for contact-impact problems // Computers and Structures. 1993. V. 43. № 2. P. 193–203.
400. *Hyman J.M.* Numerical methods for tracking interfaces // Physica. 1984. V. 12. № 1–3. P. 396–407.
401. *Ingraffea A.R., Heuze F.E.* Finite element models for rock fracture mechanics // Intern. J. Numer. Anal. Meth. Geomech. 1980. V. 4. № 1. P. 25–43.
402. *Jacqmin D.* A variational approach to deriving smeared interface surface tension models // Barriers and Challenges in CFD / Ed. V. Venkatakrishnan et al. Dordrecht-Nowell. MA. Kluwer Academic, 1998. P. 231.
403. *Jagota A., Bennison S.J.* Element breaking rules in computational models for brittle fracture // Modelling Simul. Mater. Sci. Engng. 1995. V. 3. P. 485–501.
404. *Jean M.* Unilateral contact and dry friction: time and space discrete variables formulation // Arch. Mech. 1988. V. 40. P. 677–691.
405. *Jean M.* Frictional contact in rigid or deformable bodies // Numerical simulations of geomaterials. Amsterdam: Elsevier, 1995. P. 463–486.
406. *Jean M.* The nonsmooth contact dynamics method // Comput. Meth. Appl. Mech. Engng. 1999. V. 177. P. 235–257.
407. *Jim J.O., Kwak B.M.* Dynamic analysis of two-dimensional frictional contact by linear complementarity problem formulation // Intern. J. Solids and Structures. 1996. V. 33. № 30. P. 4605–4624.
408. *Jimack P.K.* Adaptive Algorithms for Free-Surface Flow Problems // The 4th Intern. Conf. on Engng Comput. Techn. 2004. Lisbon. Интернет: www.scs.leeds.ac.uk/pkj/Papers/Conf-I/J04.pdf
409. *Johanson L., Klarbring A.* Thermoelastic Frictional Contact Problems: Modelling, Finite Element Approximation and Numerical Realization // Comput. Meth. Appl. Mech. Engng. 1993. V. 105. P. 181–210.
410. *Johnson A.A., Tezduyar T.E.* Mesh updated strategies in parallel finite element computations of flow problems with moving boundary and interface // Comput Meth. Appl. Mech. Engng. 1994. V. 119. P. 73–94.
411. *Johnson C.* Adaptive finite element methods for the obstacle problem // Technical Report. Goteborg: Chalmers University of Technology, 1991.

412. *Johnson C., Hansbo P.* Adaptive finite element methods in computational mechanics // *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.* 1992. V. 101. P. 143–181.
413. *Johnson G.R.* Analysis of elastic-plastic impact involving severe distortions // *Trans. ASME. J. Appl. Mech.* 1976. V. 43. № 3. P. 439–444.
414. *Johnson G.R.* High velocity impact in three dimensions // *Trans. ASME. J. Appl. Mech.* 1977. V. 44. № 1. P. 95–100.
415. *Johnson G.R., Stryk R.A.* Eroding interface and improved tetrahedral element algorithms for high-velocity impact computations in three dimensions // *Intern. J. Impact Engng.* 1987. V. 5. № 1–4. P. 411–421.
416. *Johnson G.R., Stryk R.A.* Recent EPIC code developments for high velocity impact // *Int. J. Impact Engng.* 1990. V. 10. № 1–4. P. 281–294.
417. *Johnson K.L.* *Contact Mechanics.* Cambridge: Univ. Press, 1985. 452 p.
418. *Johnson N.L.* Legacy and future of CFD at Los Alamos // *Canadian CFD Conf. Ottawa.* 1996. Technical Report. Los Alamos National Lab. N. LA-UR-96-1426. P. 1–20. Интернет: http://gnarly.lanl.gov/History/CFD_paper_6_24_96.pdf; <http://t3.lanl.gov/secondlevel/history/viewgraphs.pdf>.
419. *Ju J.W., Taylor R.L., Cheng L.Y.* A consistent finite element formulation of nonlinear frictional contact problems // *Numerical Techniques for Engineering Analysis and Design / Eds. G.N. Pande and J. Middleton.* Dordrecht: Nijhoff Publ. 1987. P. D5/1-D5/13.
420. *Ju J.W., Taylor R.L.* A perturbed lagrangian formulation for the finite-element solution of nonlinear frictional contact problems // *J. de Mec. Theor. et Appl.* 1988. V. 7. № 1. P. 1–14.
421. *Jun L., Spalding D.B.* Numerical simulation of flows with moving interfaces // *PHOENICS J. Comput. Fluid Dynamics.* 1988. V. 10. № 5/6. P. 625–637.
422. *Kaljevic I., Saigal S.* An Improved Element Free Galerkin Formulation // *Intern. J. Numer. Meth. Engng.* 1997. V. 40. № 16. P. 2955–2974.
423. *Kalker J.J., Randen J.* A Minimum Principle for Frictionless Elastic Contact with Application to non-Hertzian Half-Space Contact Problems // *J. Engng. Math.* 1972. V. 6. № 2. P. 193–206.
424. *Kalker J.J.* *Three-Dimensional Elastic Bodies in Rolling Contact.* Dordrecht: Kluwer, 1990, 314 p.
425. *Kane C., Repetto E.A., Ortiz M., Marsden J.E.* Finite element analysis of nonsmooth contact // *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.* 1999. V. 180. № 1–4. P. 1–26.
426. *Kane C., Marsden J.E., Ortiz M., West M.* Variational integrators and the Newmark algorithm for conservative and dissipative mechanical systems // *Intern. J. Numer. Meth. Engng.* 2000. V. 49. № 10. P. 1295–1325.
427. *Kanto Y., Yagawa G.* A dynamic contact buckling analysis by the penalty finite element method // *Intern. J. Numer. Meth. Engng.* 1990. V. 29. № 4. P. 755–774.
428. *Finite Element Handbook / Eds. H. Kardestuncer and D.H. Norrie.* N. Y.: McGraw Hill, 1987.
429. *Karni S.* Multicomponent flow calculation by a consistent primitive algorithm // *J. Comput. Phys.* 1994. V. 112. P. 31.
430. *Key S.W.* HONDO – A Finite Element Computer Program for the Large Deformation Response of Axisymmetric Solids // *Sandia National Labs. Report 74-0039.* 1974.
431. *Kikuchi N., Song Y.J.* Penalty finite element approximations of a class of unilateral problems in linear elasticity // *Quarterly of Appl. Mech.*, 1981. V. 39. № 1. P. 1–21.
432. *Kikuchi N.* A smoothing technique for reduced integration penalty methods in contact problems // *Intern. J. Numer. Meth. Engng.* 1982. V. 18. № 3. P. 343–350.
433. *Kikuchi N., Oden J.T.* *Contact Problems in Elasticity: A study of variational inequalities and finite element methods // SIAM Studies in Appl. Math.* V. 8. Philadelphia. 1988. 495 p.
434. *Kiselev A.B.* Computational simulation of boundary conditions in problems of elastoplastic bodies interaction // *Systems Analysis Modelling Simulation.* 1995. V. 18–19. P. 809–812.
435. *Klarbring A.* A Mathematical Programming approach to Three-dimensional Contact Problems with Friction // *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.* 1986. V. 58. P. 175–200.
436. *Klarbring A., Bjorkman G.* A mathematical programming approach to contact problems with friction and varying contact surface // *Computer and Structures.* 1988. V. 30. № 5. P. 1185–1198.
437. *Klarbring A.* Examples of non-uniqueness and non existence of solutions to quasistatic contact problem with friction // *Ingenieur Archiv.* 1990. V. 50. P. 529–541.
438. *Klarbring A., Bjorkman G.* Solution of Large Displacement Contact Problems with Friction using Newton's Method for Generalized Equations // *Intern. J. Numer. Meth. Engng.* 1992. V. 34. P. 249–269.
439. *Klarbring A., Mikelic A., Shillor M.* A global existence result for the quasistatic frictional contact problem with normal compliance // *Intern. Series Numer. Math.* 1992. V. 101. P. 85–111.

440. *Klisch S.M., Lotz J.C.* Application of a fiber-reinforced continuum theory to multiple deformations of the annulus fibrosus // *J. Biomechanics*. 1999. V. 32. № 10. P. 1027–1036.
441. *Koch R.M., Gross M.H., Carls F.R. et al.* Simulating facial surgery using finite element methods // *Proc. SIGGRAPH'96. Computer Graphics. Annual Conference Series*. 1996. P. 421–428.
442. *Kondaurov V.I., Kukuzhanov V.N.* On constitutive equations and numerical solution of the multidimensional problems of the dynamics of nonisothermic elastic media with finite deformations // *Arch. Mech.* 1979. V. 31. № 5. P. 623–647.
443. *Kondaurov V.I., Lomov I.N.* Fracture of brittle material with initial porosity under high energy density flows // *Shock Compression of Condensed Matter / Ed. S.C. Smidt. Amer. Phys. Soc.* 1998. P. 247–250.
444. *Kondaurov V.I.* Thermomechanics of Phase Transitions of the First Order in Solids // *Russian J. Earth Sci.* 2002. V. 4. № 2. P. 1–18.
445. *Korobeinikov S.N., Alyokhin V.V., Bondarenko M.I.* Application of a finite element method for the solution of three dimensional contact problems // *Advances in Simulation and Interaction Techniques: Proc. 2nd Intern. Conf. on Comput. Structures Technology / Eds. M. Papadrakakis, and B.H.V. Topping. Edinburgh: Civil-Comp. Press, 1994. P. 165–175.*
446. *Kothe D.B., Rider W.J.* Comments on modelling interfacial flows with volume-of-fluid method // *Technical report LA-UR-3384. Los Alamos National Lab.* 1994. Интернет: <http://www.c3.lanl.gov/~vjr/pubs.html>.
447. *Kothe D.B., Rider W.J., Mosso S.J., Brock J.S.* Volume tracking of interfaces having surface tension in two and three dimensions // *AIAA. Paper № 96-0859.* 1996.
448. *Kothe D., Juric D., Lam K., Lally B.* Numerical recipes for mold filling simulation. Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, Rept. № 87545. USA. 1998. Интернет: <http://www.lanl.gov/energy/est/transportation/trans/pdfs/materials/NUMREC.PDF>
449. *Kowalczyk P.* Finite-deformation interface formulation for frictionless contact problems // *Comm. Numer. Meth. Engng.* 1994. V. 10. P. 879–893.
450. *Kragelsky I.V., Dobychin M.N., Kombatov V.S.* *Friction and Wear – Calculation Methods.* N.Y.: Pergamon Press, 1982. 270 p.
451. *Kukudzhанov V.N., Bourago N.G., Kovshov A.N. et al.* On the problem of damage and localization of strains // *Preprint № 95:11. Goteborg: Chalmers Univ. of Technol. Dept. Struct. Mech.* 1995. 35 p. Интернет: <http://www.ipmnet.ru/~burago/papers/grid.htm>.
452. *Kulak R.F.* Adaptive contact elements for three-dimensional explicit transient analysis // *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.* 1989. V. 72. P. 125–151.
453. *Kulikovskii A.G., Pogorelov N.V., Semenov A.Yu.* *Mathematical Aspects of Numerical Solution of Hyperbolic systems.* London: Chapman Hall, Boca Raton. 2001.
454. *Kunugi T.* MARS for multiphase flow. Kyoto Univ, 2002. P. 1–10. Интернет: <http://www.nucleng.kyoto-u.ac.jp/Groups/F-group/gallery/pdf/iscdf13.pdf>
455. *Kwak B.M.* Complementary problem formulation of three-dimensional frictional contact // *J. Appl. Mech. Trans. ASCE.* 1991. V. 58. P. 134–140.
456. *Ladeveze P.* *Nonlinear Computational Structural Mechanics.* N. Y.: Springer, 1998.
457. *Larsson R., Runesson K.* Discontinuous displacement approximation for capturing plastic localization // *Intern. J. Numer. Meth. Engng.* 1993. V. 36. № 12. P. 2087–2105.
458. *Laurson T.A., Simo J.C.* Algorithmic Symmetrization of Coulomb Frictional Problems Using Augmented Lagrangians // *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.* 1993. V. 108. № 1/2. P. 133–146.
459. *Laurson T.A., Simo J.C.* A Continuum-Based Finite Element Formulation for the Implicit Solution of Multibody, Large Deformation Frictional Contact Problems // *Intern. J. Numer. Meth. Engng.* 1993. V. 36. № 20. P. 3451–3485.
460. *Laurson T.A., Govindjee S.* A note on the treatment of frictionless contact between nonsmooth surfaces in fully nonlinear problems // *Commun. Numer. Meth. Engng.* 1994. V. 10. № 11. P. 869–878.
461. *Laurson T.A., Oancea V.G.* Automation and Assessment of Augmented Lagrangian Algorithms for Frictional Contact Problems // *Trans. ASME. J. Appl. Mech.* 1994. V. 61. № 4. P. 956–963.
462. *Laurson T.A.* The Convected Description in Large Deformation Frictional Contact Problems // *Intern. J. Solids and Structures.* 1994. V. 31. № 5. P. 669–681.
463. *Laurson T.A.* Nonlinear Equation Solving in the Presence of Frictional Contact Constraints // *Development in Theoretical and Applied Mechanics / Eds. I.C. Jong and F.A. Akl. Fayetteville: Univ. of Arkansas,* 1994. V. 17. P. 245–255.

464. *Laursen T.A., Maker B.N.* An Augmented Lagrangian Quasi-Newton Solver for Constrained Nonlinear Finite Element Applications // Intern. J. Numer. Meth. Engng. 1995. V. 38. № 21. P. 3571–3590.
465. *Laursen T.A.* Review of Computational Methods in Contact Mechanics // American Scientist. 1995. V. 83. P. 196–198.
466. *Laursen T.A., Oancea V.G.* On the Constitutive Modeling and Finite Element Computation of Rate Dependent Frictional Sliding in Large Deformations // Comput. Meth. Appl. Mech. Engng. 1997. V. 143. № 3–4. P. 197–227.
467. *Laursen T.A.* On the development of thermodynamically consistent algorithms for thermomechanical frictional contact // Comput. Meth. Appl. Mech. Engng. 1999. V. 177. № 3–4. P. 273–287.
468. *Laursen T.A., Meng X.N.* A New Solution Procedure for Application of Energy-Conserving Algorithms to General Constitutive Models in Nonlinear Elastodynamics // Comput. Meth. Appl. Mech. Engng. 2001. V. 190. № 5. P. 6309–6322.
469. *Laursen T.A.* Computational Contact and Impact Mechanics, Heidelberg: Springer, 2002.
470. *Laursen T.A., Love G.R.* Improved Implicit Integrators for Transient Impact Problems-Geometric Admissibility Within the Conserving Framework // Intern. J. Numer. Meth. Engng. 2002. V. 53. № 2. P. 245–274.
471. *Lee B.C., Kwak B.M.* A computational method for elasto-plastic contact problems // Computers and Structures. 1984. V. 18. № 5. P. 757–765.
472. *Lee C.Y., Oden J.T., Ainsworth M.* Local a posteriori error estimates and numerical results for contact problems and problems of flow through porous media // Nonlinear Computational Mechanics / Eds. P. Wriggers and W. Wagner. Berlin: Springer, 1991. P. 671–689.
473. *Lee C.Y., Oden J.T.* A priori error estimation of hp-finite element approximations of frictional contact problems with normal compliance // Intern. J. Engng. Sci. 1993. V. 31. № 6. P. 927–952.
474. *Lee C.Y., Oden J.T.* Theory and approximation of quasi-static frictional contact problems // Comput. Meth. Appl. Mech. Engng. 1993. V. 106. № 3. P. 407–429.
475. *Lee C.Y., Oden J.T.* A-posteriori error estimation of hp finite-element approximations of frictional contact problems // Comput. Meth. Appl. Mech. Engng. 1994. V. 113. № 1–2. P. 11–45.
476. *Lemaitre J.* A course on Damage Mechanics. Berlin: Springer, 1992. 210 p.
477. *Lemaitre J.* A course on Damage Mechanics. Berlin: Springer, 1996.
478. *Lewis J.P., Cordero M., Fong N.* Pose space deformation: a unified approach to shape interpolation and skeleton-driven deformation // Proc. SIGGRAPH 2000. Annual Conf. Series. 2000. P. 165–172.
479. *Li L., Bettess P.* Adaptive finite element methods: A review // AMR. 1997. V. 50. № 10. P. 581–591.
480. *Li S., Liu W.K.* Meshfree and particle methods and their applications // AMR. 2002. V. 55. № 1. P. 1–34.
481. *Ling W., Stolarski H.K.* On elasto-plastic finite element analysis of some frictional problems with large sliding // Engng. Computations, 1997. V. 14. № 5. P. 558–580.
482. *Lions J.-L.* The work of Stampacchia in variational inequalities // Variational Inequalities and Complementarity Problems: Proc. Intern. School. 1978. P. 1–24.
483. *Liseikin V.D.* Grid Generation Methods. New York: Springer-Verlag, 1999.
484. *Liu W.K., Jun S., Zhang Y.F.* Reproducing Kernel Particle Methods // Intern. J. Numer. Meth. Fluids. 1995. V. 20. P. 1081–1106.
485. *Liu W.K., Chen Y., Uras R.A., Chang C.T.* Generalized Multiple Scale Reproducing Kernel Particle Methods // Comput. Meth. Appl. Mech. Engng. 1996. V. 139. P. 91–158.
486. *Maenchen G., Sack S.* The TENSOR code // Methods in Computational Physics. V. 3. Fundamental methods in Hydrodynamics. N. Y.: Acad. Press, 1964. P. 181–210.
487. *Malone J.G.* Automated mesh decomposition and concurrent finite element analysis for hypercube multiprocessor computer // Comput. Meth. Appl. Mech. Engng. 1988. V. 70. № 1. P. 27–58.
488. *Malone J.G., Johnson N.L.* A parallel finite element contact impact algorithm for nonlinear explicit transient analysis: Part I – The search algorithm and contact mechanics // Intern. J. Numer. Meth. Engng. 1994. V. 37. № 4. P. 559–590.
489. *Malone J.G., Johnson N.L.* A parallel finite element contact impact algorithm for nonlinear explicit transient analysis: Part II – Parallel implementation // Intern. J. Numer. Meth. Engng. 1994. V. 37. № 4. P. 591–603.
490. *Marks W.R., Salamon N.J.* A projected conjugate gradient method for frictionless contact problems // Trans. ASME. J. Vibrations. Acoustics. Stress and Reliability in Design. 1983. V. 105.

491. *Martins J.A.C., Oden J.T.* Existence and uniqueness results for dynamic contact problems with nonlinear normal and friction interface laws // *Nonlinear Analysis Theory Methods and Applications*. 1987. V. 11. № 3. P. 407–428.
492. *May H.-O.* The conjugate gradient method for unilateral problems // *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.* 1986. V. 12. № 4. P. 595–598.
493. *McMaster W.H.* Computer Codes for Fluid-Structure Interactions // *Lawrence Livermore Laboratory. Report N. UCRL-89724*. 1984.
494. *Melenk J.M., Babuska I.* The Partition of Unity Finite Element Method: Basic Theory and Applications // *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.* 1996. V. 139. № 1–4. P. 289–314.
495. *Michalowski R., Mroz Z.* Associated and nonassociated sliding rules in contact friction problems // *Arch. Mech.* 1978. V. 30. № 3. P. 259–276.
496. *Mikolajczak A., Rassineux A., Dufossi F., Kromer V.* A finite element procedure of contact problems based on a remeshing of the contact zone // *European Congr. on Comput. Methods in Appl. Sci. Engng. ECCOMAS. Barcelona, 2000*. P. 1–15.
497. *Miller K., Chinzei K., Orsengo G., Bednarz P.* Mechanical properties of brain tissue in-vivo: experiment and computer simulation // *J. Biomechanics*. 2000. V. 33. № 11. P. 1369–1376.
498. *Miyata H.* Finite difference simulation of breaking waves // *J. Comput. Phys.* 1986. V. 65. P. 179–214.
499. *Moes N., Dolbow J., Belytschko T.* A finite element method for crack growth without remeshing // *Intern. J. Numer. Methods Engng.* 1999. V. 46. P. 131–150.
500. *Monaghan J.J.* Why Particle Methods Work // *SIAM Journal Sci. Stat. Comput.* 1982. V. 3. № 4. P. 422–433.
501. *Moresi L., Muhlhaus H., Dufour F.* An overview of numerical methods for Earth simulations. 2001. Интернет: <http://www.ned.dem.csiro.au/research/solidMech/Geodynamics/Chapman-Conference/AbstractsReceived/AbstractFiles/Moresi-et-al.pdf>.
502. *Munjiza A., Owen D.E., Bicanic N.* A Combined Finite-Discrete Element Method in Transient Dynamics of Fracturing Solids // *Eng. Computations*. 1995. V. 12. P. 145–174.
503. *Nichols B.D., Hirt C.W.* Methods for Calculating Multi-Dimensional, Transient Free Surface Flows Past Bodies // *Proc. 1st Intern. Conf. Num. Ship Hydrodynamics*. Gaithersburg, 1975.
504. *Nour-Omid B., Wriggers P.* A 2-level iteration method for solution of contact problems // *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.* 1986. V. 54. № 2. P. 131–144.
505. *Oden J.T., Pires E.B.* Algorithms and numerical results for finite-element approximations of contact problems with non-classical friction laws // *Computers and Structures*. 1983. V. 19. № 1–2. P. 137–147.
506. *Oden J.T., Martins J.A.C.* Models and computational methods for dynamic frictional phenomena // *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.* 1986. V. 52. P. 527–634.
507. *Oishi A.* Large-scale dynamic analyses with contact-impact using the hierarchical domain decomposition method // *Annual report of Adventure Project ADV-99-1*. Tokushima. 1999. P. 1–23.
508. *Okrouhlik M.* Mechanics of contact impact // *AMR*. 1994. V. 47. № 2. P. 33–99.
509. *Oldenburg M., Nilsson L.* The position code algorithm for contact searching // *Intern. J. Numer. Meth. Engng.* 1994. V. 37. P. 359–386.
510. *Oliver J., Cervera M., Manzoli O.* On the use of strain-softening models for the simulation of strong discontinuities in solids // *Material instabilities in solids*. Chichester: Wiley. 1998. P. 107–123.
511. *Oran E.S., Boris J.P.* Numerical Simulation of Reactive Flow. New York: Elsevier, 1987.
512. *Osher S., Sethian J.A.* Front propagating with curvature-dependent speed: Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations // *J. Comput. Phys.* 1988. V. 79. P. 12.
513. *Osher S., Fedkiw R.* Level Set Methods: An Overview and Some Recent Results // *J. Comput. Phys.* 2001. V. 169. № 2. P. 463–502.
514. *Osher S.J., Tryggvason G.* Preface // *J. Comput. Phys.* 2001. V. 169. № 2: P. 249–249. (Special issue of JCP on methods for multiphase flows).
515. *Osher S., Fedkiw R.* The Level Set Method and Dynamic Implicit Surfaces. New York: Springer, 2002.
516. *Padmanabhan V., Laursen T.A.* A Framework for Development of Surface Smoothing Procedures in Large Deformation Frictional Contact Analysis // *Finite Elements in Analysis and Design*. 2001. V. 37. № 3. P. 173–198.
517. *Padovan J., Tovichakohaikubs V., Zeid I.* Finite element analysis of steadily moving contact fields // *Computers and Structures*. 1984. V. 18. P. 111–200.

518. *Padovan J.* Finite element analysis of steadily and transiently moving and rolling viscoelastic structure-1. Theory // *Computers and Structures*. 1987. V. 27. № 2. P. 249–257.
519. *Padovan J., Padovan P.* Modelling wear at intermittently slipping high speed interfaces // *Computers and Structures*. 1994. V. 52. № 52. P. 795–812.
520. *Panagiotopoulos P.D.* Inequality Problems in Mechanics and Applications. Boston: Birkhauser, 1985. 412 p.
521. *Pandolfi P., Kane C., Marsden J.E., Ortiz M.* Time-Discretized Variational Formulation of Nonsmooth Frictional Contact // *Intern. J. Numer. Meth. Engng.* 2002. V. 53. № 8. P. 1801–1829.
522. *Papadrakakis M., Ghionis P.* Conjugate gradient algorithms in nonlinear structural analysis problems // *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.* 1986. V. 59. P. 11–27.
523. *Papadopoulos P., Taylor R.L.* A Simple Algorithm for Three-dimensional Finite Element Analysis of Contact Problems // *Computers and Structures*. 1993. V. 46. № 6. P. 1107–1118.
524. *Parisch H.* A consistent tangent stiffness matrix for three-dimensional non-linear contact analysis // *Intern. J. Numer. Meth. Engng.* 1989. V. 28. № 8. P. 1803–1812.
525. *Parisch H., Lubbing Ch.* Formulation of arbitrary shaped surface elements for 3D large deformations contact with friction // *Intern. J. Numer. Meth. Engng.* 1997. V. 40. № 18. P. 3359–3383.
526. *Park J., Anderson W.J.* Geometric Optimization in Presence of Contact Singularities // *AIAA J.* 1995. V. 33. № 8. P. 1503–1509.
527. *Park K.C., Felippa C.A.* A variational framework for solution method development in structural mechanics // *J. Appl. Mech.* 1998. V. 65. № 1. P. 242–249.
528. *Park K.C., Felippa C.A.* A variational principle for the formulation of partitioned structural systems // *Intern. J. Numer. Meth. Engng.* 2000. V. 47. № 1–3. P. 395–418.
529. *Park K.C., Felippa C.A., Rebel G.* A simple algorithm for localized construction of nonmatching structural interfaces // *Intern. J. Numer. Meth. Engng.* 2002. V. 53. № 9. P. 2117–2142.
530. *Park K.C., Gumaste U., Felippa C.A.* A localized version of the method of Lagrange multipliers and its applications // *J. Comput. Mech.* 2000. V. 24. № 6. P. 476–490.
531. *Pasta J.R., Ulam S.* Heuristic numerical work in some problems of hydrodynamics // *Math. Tables Aids Comput.* 1959. V. 13.
532. *Peric D., Owen D.R.J.* Computational model for 3-d contact problems with friction based on the penalty method // *Intern. J. Numer. Meth. Engng.* 1992. V. 35. № 6. P. 1289–1309.
533. *Peskin A.P., Hardin G.R.* Moving Particles Through a Finite Element Mesh // *J. Research of the National Institute of Standards and Technology*. 1998. V. 103. № 1. P. 77–93.
534. *Petocz E., Armero F.* A Sorting Contact Detection Algorithm: Formulation and Finite Element Implementation // *UCB/SEMM Report 98/06*. Berkeley: Univ. California, 1998.
535. *Pfeiffer F.* Unilateral problems of dynamics // *Archive of Applied Mechanics*. 1999. V. 69. № 8. P. 503–527.
536. *Pietrzak G., Curnier A.* Continuum mechanics modelling and augmented lagrangian formulation of multibody, large deformation frictional contact problems // *Comput. Plasticity, Fundamentals and Applications*, Ed. D.R.J. Owen et al. Barcelona: CIMNE, 1997. P. 878–883.
537. *Pifco A.B., Winiar R.* Theory and application of finite element analysis to structural crash simulation // *Computers and Structures*. 1981. V. 13. P. 277–285.
538. *Pires E.B., Oden J.T.* Analysis of contact problems with friction under oscillating loads // *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.* 1983. V. 39. № 3. P. 337–362.
539. *Plimpton S., Attaway S., Hendrickson B. et al.* Transient Dynamics Simulations: Parallel Algorithms for Contact Detection and Smoothed Particle Hydrodynamics // *J. Parallel and Distributed Computing*. 1998. V. 50. P. 104–122. Интернет: <http://www.cs.sandia.gov/~sjplimp/main.html>
540. *Praskacz E.J.* On impact-contact algorithms for parallel distributed-memory computers // *Computational Mech. '95. Proc. Intern. Conf. Comput. Engng. Science*. Hawaii, USA, 1995. P. 369–374.
541. *Puckett E.G., Saltzman J.S.* A 3D adaptive mesh refinement algorithm for multimaterial gas dynamics // *Physica*. 1992. V. D60. P. 84.
542. *Puckett E.G., Almgren A.S., Bell J.B., Marcus D.L., Rider W.J.* A high-order projection method for tracking fluid interfaces in variable density incompressible flows // *J. Comput. Phys.* 1997. V. 130. P. 269.
543. *Puso M.A., Laursen T.A.* A 3D Contact Smoothing Method Using Gregory Patches // *Intern. J. Numer. Meth. Engng.* 2002. V. 54. № 8. P. 1161–1194.

544. *Rabier P.J., Martins J.A.C., Oden T.J., Campos L.* Existence and local uniqueness of solutions to contact problems in elasticity with nonlinear friction laws // Intern. J. Engng. Sci. 1986. V. 24. № 11. P. 1755–1768.
545. *Rabier P.J., Oden J.T.* Solution to Signorini-like contact problems through interface models. 1. Preliminaries and formulation of a variational equality // Nonlinear Analysis Theory Methods and Applications. 1987. V. 11. № 12. P. 1325–1350.
546. *Rabier P.J., Oden J.T.* Solution to Signorini-like contact problems through interface models. 2. Existence and uniqueness theorems // Nonlinear Analysis Theory Methods and Applications. 1988. V. 12. № 1. P. 1–17.
547. *Raous M., Barbarin S.* Conjugate Gradient for Frictional Contact // Proc. Contact Mechanics Intern. Symp / Ed. A. Curnier. Lausanne: Presses Polytech. et Univ. Romandes, 1992. P. 123–132.
548. *Raous M., Barbarin S.* Stress waves in a sliding contact – Part 2: Modeling // Proc. 22nd Leeds-Li-on Symposium on Tribology / Eds. D. Dowson et al. Tribology Series. V. 31. Amsterdam: Elsevier, 1996.
549. *Rashid M.M.* The arbitrary local mesh refinement method: an alternative to remeshing for crack propagation analysis // Comput. Meth. Appl. Engng. 1998. V. 154. № 1–2. P. 133–150.
550. *Rebel G., Park K.C., Felippa C.A.* A contact-impact formulation based on localized Lagrange multipliers // Center for Aerospace Structures. Report No. CU-CAS-00-18. Boulder: Univ. Colorado, 2000.
551. *Rider W.J., Kothe D.B.* Stretching and Tearing Interface Tracking Methods // Technical Report AIAA-95-0699. AIAA. 1995. Интернет: www.c3.lanl.gov/~wjr/publ.html.
552. *Rider W.J., Kothe D.B.* Reconstructing Volume Tracking // J. Comput. Phys. 1998. V. 141. P. 112–152.
553. *Ringers B.E.* New sliding surface techniques enable lagrangian code to handle deep target penetration/perforation problems // Lect. Notes Engng. 1983. № 3. P. 36–46.
554. *Rvachev V.L., Sheiko T.I.* R-functions in boundary value problems in mechanics // AMR. 1995. V. 48. № 4. P. 151–188.
555. *Saleeb A.F., Chen K., Chang T.Y.P.* An effective two-dimensional frictional contact model for arbitrary curved geometry // Intern. J. Numer. Meth. Engng. 1994. V. 37. № 8. P. 1297–1321.
556. *Santos A., Makinouchi A.* Contact strategies to deal with different tool descriptions in static explicit FEM for 3-D sheet-metal forming simulation // J. Materials Processing. 1993. V. 50. № 1–4. P. 277–291.
557. *Seireg A.A., Rodriguez J.* Optimizing the Shape of Mechanical Elements and Structures. New York: Dekker, 1997. 576 p.
558. *Sethian J.A.* Level Set Methods. Evolving Interfaces in Geometry, Fluid Mechanics, Computer Vision and Materials Science. Cambridge: Univ. Press, 1996. 218 p.
559. *Sethian J.A.* Tracking interfaces with level sets // American Scientist. 1998. V. 85. P. 254.
560. *Sethian J.A.* Level Set Methods and Fast Marching Methods: Evolving Interfaces in Computational Geometry, Fluid Mechanics, Computer Vision and Materials Science. Cambridge: Univ. Press, 1999. 378 p.
561. *Sethian J.* Evolution, Implementation, and Application of Level Set and Fast Marching Methods for Advancing Fronts // J. Comput. Phys. 2001. V. 169. № 2. P. 503–555.
562. *Shai I., Santo M.* Heat transfer with contact resistance // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1982. V. 24. P. 465–470.
563. *Sharif N.H., Wiberg N.-E.* Stationary level set method for modeling sharp interfaces in groundwater flow // Preprint 2001:06. Goteborg: Chalmers University. 2001. Интернет: <http://www.phi.chalmers.se/pub/preprints/pdf/phiprint-2001-06.pdf>
564. *Shyy W., François M., Udaykumar H.S., N'dri N., Tran-Son-Tay R.* Moving boundaries in micro-scale biofluid dynamics // AMR. 2001. V. 54. № 5. P. 405–453.
565. *Signorini A.* Sopra alcune questione di elastostatica // Atti Soc. Ital. Progr. Sci. 1933. P. 513–533.
566. *Signorini A.* Questioni di elasticitanon linearizzata o semilinearizzata e semilinearizzata // Rend. di Matem. e delle sue appl. 1959. T. 18. № 1–2. P. 95–139.
567. *Simo J.C., Wriggers P., Taylor R.L.* A Perturbed Lagrangian Formulation for the Finite-Element Solution of Contact Problems // Comput. Meth. Appl. Mech. Engng. 1985. V. 50. P. 163–180.
568. *Simo J.C., Wriggers P., Schweizerhof K.H., Taylor R.L.* Finite deformation post-buckling analysis involving inelasticity and contact constraints // Intern. J. Numer. Meth. Engng. 1986. V. 23. P. 779–800.

569. *Simo J.C., Laursen T.A.* An augmented lagrangian treatment of contact problems involving friction // Computer and Structures. 1992. V. 42. № 1. P. 97–116.
570. *Simo J., Oliver J., Armero F.* An analysis of strong discontinuities induced by softening solutions in rate-independent solids // J. Comput. Mech. 1993. V. 12. № 5. P. 277–296.
571. *Simons J.W., Bergan P.G.* A finite element formulation of three-dimensional contact problems with slip and friction // J. Comput. Mech. 1986. V. 1. № 2. P. 153–164.
572. *Spalding D.B., Jun L.* Numerical simulation of flows with moving interfaces // Physio-Chemical Hydrodynamics. 1988. V. 10. № 5/6. P. 625–637.
573. *Stadter J.T., Weiss R.O.* Analysis of Contact through Finite Element Gaps // Computers and Structures. 1979. V. 10. P. 867–873.
574. *Stampacchia G., Lions J.L.* Inequations variationnelles non coercives // C.R. Acad. Sci. 1965. V. 261. № 1. P. 25–27.
575. *Stampacchia G., Lions J.L.* Variational inequalities // Commun. Pure Appl. Math. 1967. V. 20. P. 493–519.
576. *Sumi Y.* Computational crack path prediction // Theoret. Appl. Fract. Mech. 1985. V. 4. P. 149–156.
577. *Sun S.M., Tzou H.S., Natori M.C.* Parametric quadratic programming method for dynamic contact problems with friction // AIAA J. 1994. V. 32. № 2. P. 371–378.
578. *Sussman M., Smereka P., Osher S.* A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow // J. Comput. Phys. 1994. V. 114. № 1. P. 146.
579. *Sussman M., Almgren A.S., Bell J.B. et al.* An adaptive level set approach for incompressible two-phase flows // J. Comput. Phys. 1999. V. 148. № 1. P. 81–124.
580. *Szabo P., Hassager O.* Simulation of free surfaces in 3-d with the arbitrary Lagrange-Euler method // Int. J. Num. Meth. Engng. 1995. V. 38. P. 717–734.
581. *Szymczak W.G., Rogers J.C.W., Solomon J.M., Berger A.E.* A numerical algorithm for hydrodynamic free boundary problems // J. Comput. Phys. 1993. V. 106. P. 319–336.
582. *Tada Y., Nishihara N.* Optimum Shape Design of Contact Surface with Finite Element Methods // Advances in Engineering Software. 1993. V. 18. P. 75–85.
583. *Tabor D.* Friction – The Present state of Our Understanding // J. Lubr. Technology. 1981. V. 103. P. 169–179.
584. *Tarzia D.A.* A bibliography on moving-free boundary problems for the heat-diffusion Stefan problem // University di Ferenze. Technical Report. 1988.
585. *Taylor R.L., Papadopoulos P.* On a Patch Test for Contact Problems in Two Dimensions // Nonlinear Computational Mechanics / Eds. P. Wriggers and W. Wagner. Berlin: Springer, 1991. P. 690–702.
586. *Taylor R.L., Papadopoulos P.* On a Finite Element Method for Dynamic Contact / Impact Problems // Intern. J. Numer. Meth. Engng. 1993. V. 36. P. 2123–2140.
587. *Terzopoulos D., Platt J., Barr A., Fleischer K.* Elastically deformable models // Proc. of SIGGRAPH'87. Computer Graphics. 1987. V. 21. № 4. P. 205–214.
588. *Thomas T.G., Leslie D.C., Williams J.J.* Free Surface Simulations Using a Conservative 3D Code // J. Comput. Phys. 1995. V. 116. P. 52–68.
589. *Thompson E.* Use of Pseudo-Concentrations to Follow Creeping Viscous Flows During Transient Analysis // Intern. J. Numer. Meth. Fluids. 1986. V. 6. P. 749–761; Proc. 3rd Intern. Conf. Numer. Meth. in Fluid Dynamics. Lecture Notes in Physics. V. 18. N.Y.: Springer, 1986. P. 163–173.
590. *Tome M.F., McKee S.* GENSMAC: a computational marker-and-cell method for free surface flows in general domains // J. Comput. Phys. 1994. V. 110. P. 171–186.
591. *Tome M.F., Filho A.C., Cuminato J.A., Mangiacavchi N., McKee S.* GENSMAC3D: a numerical method for solving unsteady three-dimensional free surface flows // Intern. J. Numer. Meth. Fluids. 2001. V. 37. P. 747–796.
592. *Tomita Y.* Simulations of plastic instabilities in solid mechanics // AMR. 1994. V. 47. № 6. Part 1. P. 171–205; A.S. Kobayashi (ed.) AMR. 1994. V. 47. № 6. Part 2.
593. Handbook of grid generation / Eds. Tompson J.F. et al. Roca Raton: CRC Press, 1999.
594. *Toro E.T.* Riemann-Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics. Berlin: Springer, 1997.
595. *Udaykumar H.S., Mittal R., Shyy W.* Computation of Solid-Liquid Phase Fronts in the Sharp Interface Limit on Fixed Grids // J. Comput. Phys. 1999. V. 153. P. 535–574.
596. *Unverdi S.O., Tryggvason G.* A front-tracking projection method for viscous, incompressible, multi-fluid flows // J. Comput. Phys. 1992. V. 100. № 1. P. 25–37.
597. *Verfuhrt R.* A Review of a posteriori error estimation and adaptive mesh refinement techniques // Technical report. Zurich: Institut fur Angewandte Mathematik, Universitat, 1993.

598. Wang S.P., Nakamachi E. The inside-outside search algorithm for finite element analysis // Intern. J. Numer. Meth. Engng. 1997. V. 40. № 19. P. 3665–3685.
599. Welch J.E., Harlow F.H., Shannon J.P., Daly B.J. The MAC method // Report LA-3425. Los Alamos Scientific Laboratory. 1965.
600. Wikström N. A literature survey aiming to shed some light on the cavitation simulation problem // Techn. Report. Goteborg: Chalmers Univ. Techn. 2000. Интернет: <http://www.na.chalmers.se/~niklasw/documents/survey.pdf>
601. Wilkins M.L. Calculation of elastic-plastic flow // Methods in Computational Physics. V. 3. Fundamental methods in Hydrodynamics. New York: Acad. Press, 1964. P. 211–263.
602. Wilkins M.L. Mechanics of penetration and perforation // Intern. J. Engng. Sci. 1978. V. 16. № 11. P. 763–807.
603. Wilkins M.L. Computer simulation of penetration phenomena // Ballistic materials and penetration mechanics / Ed. R.C. Laible. Amsterdam; New York; Oxford: 1980. P. 225–252.
604. Wilkins M.L. Use of artificial viscosity in multidimensional fluid dynamic calculations // J. Comput. Phys. 1980. V. 36. P. 281.
605. Wilkins M.L. Computer Simulation of Dynamic Phenomena. New York: Springer, 1999.
606. Woo K.L., Thomas T.R. Contact of Rough Surfaces: A Review of Experimental Works // Wear. 1980. V. 58. P. 331–340.
607. Wriggers P., Wagner W., Stein E. Algorithms for Nonlinear Contact Constraints with Application to Stability Problems of Rods and Shells // J. Comput. Mech. 1987. V. 2. № 3. P. 215–230.
608. Wriggers P., Van T.V., Stein E. Finite-element formulation of large deformation impact-contact problems with friction // Computers and Structures. 1990. V. 37. № 3. P. 319–331.
609. Wriggers P. Finite Element Algorithms for Contact Problems // Arch. Comput. Meth. Engng. 1995. V. 2. 49 p.
610. Wriggers P., Scherf O. Adaptive finite element techniques for frictional contact problems involving large elastic strains // Comput. Meth. Appl. Mech. Engng. 1998. V. 151. P. 593–603.
611. Wriggers P., Panagiotopolos P. New Developments in Contact Problems // CISM courses and lectures. № 384. Udine; Wien; New York: Springer, 1999. 246 p.
612. Wu-ting Tsai, Yue D.K.R. Computation of nonlinear free surface flows // Annu. Rev. Fluid. Mech. 1996. V. 28. P. 249–278.
613. Xie Y.M., Steven G.P. A Simple Evolutionary Procedure for Structural Optimization // Computers and Structures. 1993. V. 49. № 3. P. 885–896.
614. Xie Y.M., Steven G.P. Evolutionary Structural Optimization. Berlin: Springer, 1997. 188 p.
615. Xing H.-L., Fujimoto T., Makinouchi A., Nikishkov G.P. Static-explicit FE modeling of 3-d large deformation multibody contact problems on parallel computer // Simulation of Material Processing: Theory, Methods, Applications / Eds. Huetink, Baajiens. Rotterdam: Balkema, 1998. P. 207–212.
616. Xing H.-L., Makinouchi A. A node-to-point contact element strategy and its applications // RIKEN Review. 2000. № 30. P. 35–99.
617. Yabe T., Xiao F., Zhang Y. Strategy for unified solution of solid, liquid, gas and plasmas // AIAA Paper № 99–3509. 30th AIAA Fluid Dynamics Conf. Norfolk. 1999.
618. Yagawa G., Yosimura S., Soneda N. A large scale finite element analysis using domain decomposition method on a parallel computer // Computers and Structures. 1991. V. 38. № 5–6. P. 615–625.
619. Yagawa G., Sgioya R. Parallel finite elements on a massively parallel computer with domain decomposition // Computing Systems Engng. 1993. V. 4. P. 495–503.
620. Youngs D.L. Time dependent multi-material flow with large distortion // Numer. Methods for Fluid Dynamics / Eds. K.W. Morton and J.H. Baines. Acad. Press, 1982.
621. Zavarise G., Wriggers P., Schrefler B.A. On Augmented Lagrangian Algorithms for Thermomechanical Contact Problems with Friction // Intern. J. Numer. Meth. Engng. 1995. V. 38. № 17. P. 2929–2949.
622. Zhang Q., Hisada T. Analysis of fluid-structure interaction problems with structural buckling and large domain changes by ALE finite element method // Comput. Meth. Appl. Mech. Engng. 2001. V. 190. P. 6341–6357.
623. Zhong Z.H. A contact searching algorithm for general 3-D contact-impact problems // Dissertation № 178. Linkoping Institute of Technology. 1988.
624. Zhong Z.H., Nilsson L. A contact searching algorithm for general contact problems // Computers and Structures. 1989. V. 33. № 1. P. 197–209.
625. Zhong Z.H., Mackerle J. Static Contact Problems – A Review // Engng. Comput. 1992. V. 9. P. 3–37.

626. *Zhong Z.H.* Finite Element Procedures for Contact-impact Problems. New York: Oxford Univ. Press, 1993. 371 p.
627. *Zhong Z.-H., Mackerle J.* Contact-impact problems: A review with bibliography // AMR. 1994. V. 47. № 2. P. 55–76.
628. *Zhong Z.H., Nilsson L.* Automatic contact searching algorithm for dynamic finite element analysis // Computers and Structures. 1994. V. 52. № 2. P. 187–197.
629. *Zhong Z.H., Nilsson L.* Lagrange multiplier approach for evaluation of friction in explicit finite-element analysis // Commun. Numer. Methods Engng. 1994. V. 10. № 3. P. 249–255.
630. *Zhu T., Atluri S.N.* A Modified Collocation Method and a Penalty Formulation for Enforcing the Essential Boundary Conditions in the Element Free Galerkin Method // Comput. Mech. 1998. V. 21. № 3. P. 211–222.
631. *Zhuang Y.* Real-time simulation of physically-realistic global deformations // PhD thesis. Department of Electrical Engineering and Computer Science. University of California, Berkeley, 2000.
632. *Zienkiewicz O.C., Zhu J.Z.* A Simple Error Estimator and Adaptive Procedure for Practical Analysis // Intern. J. Numer. Meth. Engng. 1987. V. 24. P. 337–357.
633. *Zukas J.A.* Numerical simulation of impact phenomena // Impact dynamics. New York etc.: Wiley, 1982. P. 367–417.

Москва

Поступила в редакцию
20.05.2002