МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 1 • 2005

УДК 531.383

© 2005 г. Ю. М. УРМАН

ИНВАРИАНТНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА С НЕОДНОРОДНЫМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

Основная особенность задач о движении твердых тел в неоднородных силовых поля различной физической природы – значительное усложнение структуры взаимодействия тела с полем, по сравнению с классической задачей о движении твердого тела с закрепленной точкой в однородном гравитационном поле. Здесь принципиально необходимо учитывать моменты, описываемые тензорным взаимодействием. Еще сложнее обстоит дело в неконтактных подвесах. В этом случае источники поля окружают ротор со всех сторон и расположены в непосредственной близости от его поверхности, поэтому взаимодействие поля с подвесом еще более сложное.

В связи с вышеизложенным, возникает проблема описания взаимодействия тела с полем в наиболее удобной для исследования форме. Кроме того, поскольку сложная структура моментов делает задачу точного аналитического рассмотрения всех движений тела в силовом поле практически невозможной, то эта форма должна быть также удобна для нахождения и исследования приближенных уравнений, описывающих эволюционные движения тела.

Нахождение силовой функции взаимодействия тела произвольной формы с полем обычно представляет значительные трудности из-за необходимости решения граничной задачи математической физики со сложной конфигурацией границы. В публикуемой работе показывается, как, используя аппарат неприводимых тензоров, можно в ряде случаев, не решая граничной задачи, сразу получить общее инвариантное представление силовой функции взаимодействия твердого тела с полем.

Этот метод демонстрируется на примере изучения взаимодействия произвольного по форме, но однородного по магнитным или электрическим свойствам тела с неоднородным электрическим или магнитным полями. Общий метод подтверждается на примерах, поддающихся конкретному расчету. Для случая малой диэлектрической или магнитной восприимчивости твердого тела удается получить аналитическое выражение силовой функции и моментов сил, обусловленных взаимодействием различных гармоник силового поля с телом. Для произвольной диэлектрической восприимчивости получено выражение силовой функции для тела формы шара в неоднородном поле и эллипсоида в однородном поле.

1. В [1–4] показано, что силовую функцию взаимодействия тела с неоднородным полем в общем случае можно представить в форме скалярного произведения неприводимых тензоров (мультипольное разложение):

$$V = \sum_l V_l, \quad V_l = (\mathbf{M}_l \cdot \mathbf{N}_l) \tag{1.1}$$

где $\mathbf{M}_l$ – неприводимый тензор, связанный с телом, $\mathbf{N}_l$ – тензор связанный с полем. Так функция V_1 (скалярное произведение двух векторов) может описать взаимодействие твердого тела с закрепленной точкой, не совпадающей с центром тяжести, с однородным гравитационным полем (вектор, связанный с телом – вектор дебаланса), взаимодействие намагниченного тела с однородным магнитным полем (вектор, связанный с телом – намагниченность). Функция V_2 описывает тензорное взаимодействие типа взаимодействия твердого тела с неоднородным гравитационным полем (тензор, связанный с телом, – тензор моментов инерции [2]); взаимодействие магнетика произвольной формы с неоднородным магнитным полем (тенор, связанный с телом, – тензор поляризации); взаимодействие ротора неконтактного гироскопа малой эллипсоидальности с неоднородным полем подвеса (тензор, связанный с телом – тензор формы тела [5]).

Силовая функция может быть явно выражена через углы, характеризующие положение взаимодействующего тела относительно выбранной "опорной" системы координат (например, связанной с полем). Для получения явной зависимости силовой функции от углов нужно выразить компоненты тензора $\mathbf{M}_l$ в опорной системе координат через компоненты того же тензора, в системе координат, связанной с телом по формуле преобразования неприводимых тензоров [6]:

$$\mathbf{M}_{lq'} = \sum_{q'} \mathbf{M}_{lq'} D^l_{qq'}(\alpha, \beta, \gamma) \tag{1.2}$$

где $D^l_{qq'}(\alpha, \beta, \gamma)$ – матрица конечных вращений, $\{\alpha, \beta, \gamma\}$ – углы Эйлера, характеризующие положение тела относительной выбранной системы координат. Таким образом, зависимость каждой гармоники силовой функции от углов поворота тела относительно поля определяется полностью.

При рассмотрении конкретных видов физических взаимодействий основная задача состоит в вычислении тензоров связанных с телом. Часто эта задача аналитически неразрешима. Однако в некоторых задачах вследствие быстрой сходимости ряда используется один или несколько членов разложения силовой функции. Например, при исследовании движения тела в гравитационном поле обычно используются первые три члена разложения силовой функции (1.1), причем V_0 не зависит от поворотов тела. Кроме того, как будет показано ниже, даже в сложных неоднородных полях тензорная природа взаимодействия в линейных средах накладывает определенные ограничения на число членов в разложении силовой функции, зависящих от структуры силового поля. Так, в однородном поле не равными нулю могут быть только два первых члена силовой функции, в градиентном поле – три первых члена и т.д. Тем самым представление силовой функции в форме скалярного произведения двух тензоров всегда позволяет найти угловую зависимость, а, следовательно, и момента сил при произвольном расположении тела.

Рассмотрим этот вопрос более подробно. Пусть некоторое тело произвольной формы находится в электрическом или магнитном поле, потенциал которого в окрестностях этого тела можно записать в виде [7]:

$$\varphi = \sum_l (a_l \cdot J_l(\mathbf{r})) = \varphi_0 + \varphi_1 + \varphi_2 + \ldots \tag{1.3}$$

Где φ – гармоническая функция, J_l – регулярная шаровая функция, представляющая неприводимый тензор ранга l. При $l = 1$ (1.3) описывает потенциал однородного поля, при $l = 2$ – потенциал градиентного поля и т.д. Из записи (1.3) следует, что коэффициент a_l – неприводимые тензоры ранга l.

Будем считать, что вещество, из которого состоит тело, представляет собой линейную среду, т.е. поляризация, наводимая в теле полем, линейно зависит от него. В силу этого энергия взаимодействия тела с полем будет квадратичной функцией поля.

Вначале предположим, что поле однородно, т.е. его потенциал описывается формулой $\varphi_1 = (a_1 \cdot J_1)$, а само поле есть неприводимый тензор ранга 1 ($a_1 = H_1$). Из двух неприводимых тензоров ранга 1 можно построить только две квадратичных комбинации; скаляр a_1^2 и неприводимый тензор второго ранга $\{a_1 \otimes a_1\}_2$. На основании (1.1) сразу получаем силовую функцию

$$V = \mathbf{M}_0 a_1^2 + (\mathbf{M}_2 \cdot \{a_1 \oplus a_1\}_2) \tag{1.4}$$

где $\mathbf{M}_0$, $\mathbf{M}_2$ связаны с телом и зависят только от его формы.

Пусть теперь магнитное поле описывается градиентной составляющей потенциала $\varphi_2 = (a_2 \cdot J_2)$. Из тензора второго ранга a_2 можно построить следующие квадратичные комбинации $\{a_2 \otimes a_2\}_0$, $\{a_2 \otimes a_2\}_2$, $\{a_2 \otimes a_2\}_4$. Поэтому силовая функции с точностью до констант должна иметь вид

$$V = (\mathbf{M}_0 \cdot \{a_2 \oplus a_2\}_0) + (\mathbf{M}_2 \cdot \{a_2 \oplus a_2\}_2) + (\mathbf{M}_4 \cdot \{a_2 \oplus a_2\}_4) \tag{1.5}$$

где снова тензоры $\mathbf{M}_0$, $\mathbf{M}_2$, $\mathbf{M}_4$ связаны с телом и зависят от его формы.

Наконец, рассмотрим поле, создаваемое потенциалом $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$. Из тензоров a_1 и a_2 в дополнение к прежним можно составить еще такие комбинации $\{a_1 \otimes a_2\}_1$, $\{a_1 \otimes a_2\}_2$, $\{a_1 \otimes a_2\}_3$.

Силовая функция принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} V = {} & (\mathbf{M}_0[a_1^2 + \{a_2 \otimes a_2\}_0]) + (\mathbf{M}_1 \cdot \{a_1 \otimes a_2\}_1) + \\ & + (\mathbf{M}_2[\alpha_1\{a_1 \otimes a_1\}_2 + \alpha_2\{a_1 \otimes a_2\}_2 + \alpha_3\{a_2 \otimes a_2\}_2]) + \\ & + (\mathbf{M}_3 \cdot \{a_1 \otimes a_2\}_3) + (\mathbf{M}_4 \cdot \{a_2 \otimes a_2\}_4) \end{aligned} \tag{1.6}$$

где α_1, α_2, α_3 – некоторые числовые коэффициенты. Если поле осесимметрично, то $\{a_1 \otimes a_2\}_2 = 0$. Таким образом, видно, как, используя свойства инвариантности силовой функции, можно не решая граничной задачи, описать общий вид взаимодействия неоднородного поля с телом произвольной формы. Если либо поле, либо тело обладает определенной симметрией, то, используя эту симметрию, можно получить еще большую информации о взаимодействии. Например, если тело по форме куб, то во всех формулах в силу симметрии тензоры, связанные с телом, индексов 1, 2, 3 отсутствуют. Отсюда сразу следует, что в однородном поле тело кубической формы не испытывает моментов со стороны поля, а в градиентном поле или однородном и градиентном вместе момент сил взаимодействия куба с полем имеет один и тот же вид.

Разумеется, аналитическое вычисление тензоров $\mathbf{M}_l$ для тел произвольной формы представляет собой крайне трудоемкую задачу. Приведенные соображения показывают, что в некоторых случаях, экспериментально исследуя поведение тела в поле, можно определить эти тензоры или их компоненты.

2. Чтобы убедиться в правильности рассуждений, посмотрим, к чему приведет прямое аналитическое вычисление полной энергии диэлектрического или магнитного тела в неоднородном поле. В дальнейшем рассуждения будем проводить для диэлектрика в электрическом поле. Очевидно, что полученные результаты будет справедливы для линейного магнетика в магнитном поле. Известно [7], что полная энергия диэлектрического тела в неоднородном электрическом поле определяется интегралом

$$V = -\frac{1}{2}\int \mathbf{P}\mathbf{E}^0 dv \tag{2.1}$$

где $\mathbf{P} = \varepsilon(\varepsilon - 1)\mathbf{E}$ – дипольный момент единицы объема, ε – диэлектрическая проницаемость тела, $\mathbf{E}$ – полное поля внутри тела, $\mathbf{E}^0$ – внешнее электрическое поле, то есть поле в отсутствии тела.

Будем считать, что внутри тела нет источников поля, тогда потенциал полного поля φ и внешнего поля φ_0 удовлетворяет уравнению Лапласа. Представим внутри тела потенциалы в виде ряда по шаровым функциям

$$\varphi_0 = \sum_l (a_l \cdot J_l) \tag{2.2}$$

$$\varphi = \sum_n (b_n \cdot J_n) \tag{2.3}$$

В силу линейности уравнений поля, компоненты тензора b_n полного поля будут линейными функциями компонент тензора a_l – внешнего поля.

Взяв операцию градиента от функций (2.2), (2.3) и вычислив интеграл (2.1), получим

$$C = \frac{\chi}{2}\sum_{l,n,q}\sqrt{(l+n+q)(l+n+q+1)(l+n-q-1)(l+n-q)}\times$$
$$\times C^{q0}_{l-10n-10}(\{a_l \otimes b_n\}_q \int r^{l+n-2} Y_q(\mathbf{r})dv) \tag{2.4}$$

Здесь $\chi = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)$ – диэлектрическая восприимчивость, $C^{g0}_{l-1,0,n-1,0}$ – коэффициент Клебша-Гордана [6]. На основании правила треугольника для коэффициента Клебша-Гордана, индекс q может принимать значения $|l-n| \le q < l+n-2$. Кроме того, $l+n+q$ может быть лишь четной величиной.

Формула (2.4) не удобна для исследования энергии, так как в общем случае невозможно в коэффициентах b_n разделить вклады, вносимые структурой тела и внешнего поля. Разберем несколько случаев, когда это удается сделать аналитически.

Пусть диэлектрическая восприимчивость χ мала. Тогда при вычислении энергии можно пренебречь искажением поля, вызываемым наличием тела, т.е. положить $\mathbf{P} = \chi\mathbf{E}^0$, откуда в первом приближении по χ получим $b_n = a_n$. Выражение (2.4) в этом случае приобретает вид, аналогичный формулам (1.4)–(1.6), где тензор $\{a_l \otimes a_n\}_g$ связан с полем, а тензор $\int r^{l+n-2} Y_g dv$ – с телом.

Рассмотрим несколько примеров.

(*a*) Положим в формуле (2.4) $l = n = 1$, тогда

$$V = 1/2\chi a_1^2 v \tag{2.5}$$

Из (2.5) следует, что взаимодействие однородного поля с телом произвольной формы с малой диэлектрической восприимчивостью не зависит от поворотов тела.

Положим в формуле (2.4) $l = n = 2$, тогда

$$V = \chi\left[a^2\int r^2 a v - \sqrt{\frac{7}{2}}(\{a_2 \otimes a_2\}_2 \cdot I_2)\right] \tag{2.6}$$

Здесь $\int r^2 dv$ отвечает тензору $\mathbf{M}_0$, а $I_2 = \int J_2 dv$ момент инерции тела единичной плотности – тензору $\mathbf{M}_2$, формулы (1.5). Момент силы, действующий на тело в градиентном поле, будет определяться выражением

$$M_1 = -i\sqrt{35}\chi\{\{a_2 \otimes a_2\}_2 \otimes I_2\}_1 \tag{2.7}$$

(*в*) Наконец, положим в формуле (2.4) $l_1 = n = 1, 2$, тогда

$$V = \frac{1}{2}\chi a_1^2 \upsilon - \chi\sqrt{10}(\{a_1 \otimes a_2\}_1 \cdot I_1) + \chi\left[a_2^2\int r^2 d\upsilon - \sqrt{\frac{7}{2}}(\{a_2 \otimes a_2\}_2) \cdot I_2\right] \quad (2.8)$$

Момент сил, действующих на тело в поле, состоящем из однородной и градиентной составляющих, определяется формулой

$$M_1 = 2i\sqrt{5}\chi\{\{a_1 \otimes a_2\}_1 \otimes I_1\}_1 - i\sqrt{35}\chi\{\{a_2 \otimes a_2\}_2 \otimes I_2\}_1$$

Таким же способом можно рассмотреть влияние на тело полей более сложной конфигурации.

3. В предыдущем разделе было рассмотрено взаимодействие поля с телом, у которого диэлектрическая восприимчивость мала. Если это условие не выполняется, то коэффициент b_n полного поля будет сложным образом зависеть от электрических свойств тела и его формы. Изучим эту зависимость для шара в неоднородном поле и эллипсоида в однородном поле. Для дальнейшего понадобится интегральное уравнение электростатики для определения потенциала внутри тела. Пусть

$$\varphi_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\rho_0 d\upsilon}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}'|}$$

где φ_0 – заданный внешний потенциал поля в отсутствии диэлектрического тела, а φ – потенциал полного поля. Вектор поляризации внутри тела $\mathbf{P} = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)\mathbf{E}$, $\mathbf{E} = \nabla\varphi$. Поляризации $\mathbf{P}$ соответствуют объемные ρ' и поверхностные σ' заряды

$$\rho' = -\mathrm{div}\mathbf{P} = \frac{\varepsilon_0(1-\varepsilon)}{\varepsilon}\rho_0, \quad \sigma' = P_n$$

где $\mathbf{n}$ – внешняя нормаль к границе тела. Очевидно

$$\varphi = \phi_0 + \varphi_{\rho'} + \varphi_{\sigma'}, \quad \varphi_{\rho'} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\limits_b\frac{\rho' d\upsilon}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|}, \quad \varphi_{\sigma'} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\limits_s\frac{\sigma'\rho ds}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|}$$

Если источники ρ_0 внешнего поля находятся вне тела, то $\rho' = 0$, $\varphi_{\rho'} = 0$, и получается интегральное уравнение электростатики для определения потенциала внутри тела [8]:

$$\varphi + \frac{\varepsilon - 1}{4\pi}\int\frac{\partial\varphi}{\partial n}\frac{ds}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = \varphi_0(\mathbf{r}) \quad (3.1)$$

Уравнение (3.1) используем для установления связи между коэффициентами b_n и a_n для шара и эллипсоида.

(а) Форма тела – шар. Подставляя формулы φ_0 и φ (2.2) и (2.3) в интегральное уравнение (3.1), после интегрирования и приравнивания коэффициентов при одинаковых шаровых функциях, получим

$$b_l = \frac{2l+1}{l+1+\varepsilon l}a_l \quad (3.2)$$

Вследствие шаровой симметрии, коэффициенту a_l гармоник внешнего поля отвечает b_l поля реакции с той же угловой зависимостью.

Теперь обратимся к формуле (2.4). Интеграл в этой формуле при интегрировании по объему шара не равен нулю только в случае, когда индекс $q = 0$. Отсюда сразу следует, что индексы l и n равны. Вычисляя интеграл, который равен $4\pi R^{2l+1}/(2l + 1)$ (R – радиус шара), учитывая, что $C^{00}_{l-1,0,n-1,0} = (-1)^l(2l-1)^{-1/2}$ и подставляя (3.2) в формулу (2.4), получим

$$V = \frac{\varepsilon_0(1-\varepsilon)}{2}\sum_l \frac{a^{l+1}l}{l+1+\varepsilon l}a_l^2 \tag{3.3}$$

Отсюда сразу следует, что внешнее поле не оказывает моментного воздействия на шар.

(в) Форма тела – эллипсоид. Внешнее поле однородно. Подставляя в формулу (2.4) индекс n и l равными единице, будем иметь

$$V = -\frac{\chi}{2}(a_1 b_1)\upsilon \tag{3.4}$$

Чтобы найти b_1, воспользуемся методом, предложенным в [8]. Для этого используем интегральное уравнение (3.1) и учтем, что интеграл

$$I(f) = \frac{1}{4\pi}\int\frac{\partial f}{\partial n}\frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}ds$$

в случае эллипсоида и полиномиальной функций $f(x, y, z)$ равен полиному той же степени. Рассмотрим только линейный потенциал, отвечающий однородному полю. Для дальнейшего приведем следующие формулы [8]:

$$I(x) = xM_a, \quad I(y) = yM_b, \quad I(z) = zM_c \tag{3.5}$$

В формулах (3.5) M_a, M_b, M_c – коэффициенты деполяризации (размагничивания), подробные таблицы которых приведены в [7]. Эти коэффициенты в общем случае выражаются через неполные эллиптические интегралы первого и второго рода, зависящие от соотношения полуосей a, b, c эллипсоида.

Выберем начало координат в центре эллипсоида и запишем потенциал однородного внешнего поля в виде $\varphi_0 = a_1x + a_2y + a_3z$. Потенциал полного поля φ внутри эллипсоида будет иметь ту же структуру $\varphi_0 = b_1x + b_2y + b_3z$.

Подставляя φ и φ_0 в интегральное уравнение (3.1) и используя формулы (3.5), получим

$$b_1x + b_2y + b_3z + (\varepsilon-1)[b_1M_ax + b_2M_by + b_3M_cz] = a_1x + a_2y + a_3z$$

Приравнивая коэффициенты при одинаковых координатах, будем иметь

$$b_1 = \frac{a_1}{1+(\varepsilon-1)M_a}, \quad b_2 = \frac{a_2}{1+(\varepsilon-1)M_b}, \quad b_3 = \frac{a_3}{1+(\varepsilon-1)M_c} \tag{3.6}$$

Так как (a_1, a_2, a_3) и (b_1, b_2, b_3) – компоненты соответственно векторов $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$, то величины $\alpha_{11} = [1 + (\varepsilon-1)M_a]^{-1}$, $\alpha_{22} = [1 + (\varepsilon-1)M_b]^{-1}$, $\alpha_{33} = [1 + (\varepsilon-1)M_c]^{-1}$ – компоненты тензора второго ранга α_{ij}.

Из этих компонент можно составить неприводимый тензор ранга нуль и неприводимый тензор ранга 2.

$$L_0 = \frac{1}{3}(\alpha_{11} + \alpha_{22} + \alpha_{33}), \quad L_2 = \left(L_{20} = \frac{2\alpha_{11}-\alpha_{22}-\alpha_{33}}{3}, \quad L_{22} = L_{2-2} = \frac{1}{\sqrt{6}}(\alpha_{11}-\alpha_{22})\right) \tag{3.7}$$

Поэтому, представляя вектор $\mathbf{b}$ в форме неприводимого вектора, будем иметь

$$b_1 = L_0a_1 + \mathrm{const}\{L_2 \otimes a_1\}_1 \tag{3.8}$$

Для определения константы рассмотрим компоненту $b_{10} = b_3$:

$$b_{10} = \alpha_{33}a_{10} = \frac{1}{3}(\alpha_{11} + \alpha_{22} + \alpha_{33})a_{10} + \mathrm{const}L_{20}C^{10}_{2010}a_{10}$$

Учитывая, что $C^{10}_{2010} = -\sqrt{2/5}$, имеем

$$\alpha_{33} = \frac{1}{3}(\alpha_{11} + \alpha_{22} + \alpha_{33}) - \sqrt{\frac{2}{5}}\mathrm{const}\left(\frac{2\alpha_{33} - \alpha_{11} - \alpha_{22}}{3}\right)$$

отсюда будем иметь $\mathrm{const} = -\sqrt{5/2}$.

Таким образом, окончательно получим вектор поляризации эллипсоида в однородном внешнем поле

$$b_1 = L_0a_1 - \sqrt{\frac{5}{2}}\{L_2 \otimes a_1\}_1 \tag{3.9}$$

Подставляя (3.9) в (3.4), найдем энергию взаимодействия эллипсоида с однородным полем

$$V = -\frac{\chi}{2}\left(L_0a_1^2 - \sqrt{\frac{5}{2}}(\{L_2 \otimes a_1\} \cdot a_1)\right) = -\frac{\chi}{2}\left[L_0a_1^2 + \sqrt{\frac{3}{2}}(L_2 \cdot \{a_1 \otimes a_1\}_2)\right] \tag{3.10}$$

Таким же способом можно рассмотреть более сложную задачу по определению взаимодействия эллипсоида с электромагнитным полем более сложной конфигурации.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 01-01-00465).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Денисов Г.Г., Урман Ю.М.* Прецессионные движения твердого тела под действием моментов, имеющих силовую функцию // Изв. АН СССР. МТТ. 1975. № 6. С. 5–14.
2. *Урман Ю.М.* Инвариантное разложение силовой функции взаимного притяжения системы тел // Астрон. ж. 1989. Т. 66. № 5. С. 1081–1092.
3. *Урман Ю.М.* Теоремы сложения для тензорных сферических волновых функций // Ж. тех. физики. 1981. Т. 51. № 3. С. 457–462.
4. *Урман Ю.М.* Применение метода неприводимых тензоров в задачах об эволюционных движениях твердого тела с неподвижной точкой // Изв. РАН. МТТ. 1997. № 4. С. 10–20.
5. *Воробьев А.И., Урман Ю.М.* Силы и возмущающие моменты, действующие на ротор криогенного гироскопа // Изв. АН СССР. МТТ. 1984. № 2. С. 15–23.
6. *Варшалович Д.А., Москалев А.Н., Херсонский В.К.* Квантовая теория углового момента. М.: Наука, 1975. 436 с.
7. *Ландау Л.Д., Лившиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 8. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 623 с.
8. *Левин М.Л., Муратов Р.З.* Диэлектрический эллипсоид в неоднородном статическом поле // Ж. тех. физики. 1977. Т. 47. № 12. С. 2464–2471.

Н. Новгород

Поступила в редакцию
26.11.2002