

УДК 534.1:537.2

© 2004 г. С. М. АФОНИН

ОБОБЩЕННАЯ ГИСТЕРЕЗИСНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПЬЕЗОПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ И ЕЕ ГАРМОНИЧЕСКАЯ ЛИНЕАРИЗАЦИЯ

Исследована обобщенная гистерезисная характеристика пьезопреобразователя, приведены экспериментальные и теоретические гистерезисные характеристики с основными и частными циклами. Найдена обобщенная частотная передаточная функция нелинейного звена с гистерезисной характеристикой в виде основного гистерезисного цикла для пьезопреобразователя. Получены коэффициенты гармонической линеаризации обобщенной гистерезисной характеристики пьезопреобразователя для расчета устойчивости автоколебаний в системах автоматического управления пьезопроводом.

Одним из видов прецизионного привода с ограниченным диапазоном перемещения от нанометров до десятков микрометров является пьезопровод с пьезопреобразователем из пьезоэлектрической керамики на основе цирконата и титаната свинца промышленных марок ЦТС или PZT [1]. Применение прецизионного пьезопровода наноперемещений перспективно в оборудовании нанотехнологии и микроэлектроники. Пьезопреобразователь такого привода работает на основе обратного пьезоэффекта, в котором эффект перемещения достигается за счет деформации пьезопреобразователя при приложении внешнего электрического напряжения. Увеличение диапазона перемещения пьезопровода до десятков микрометров достигается за счет применения составного пьезопреобразователя [2].

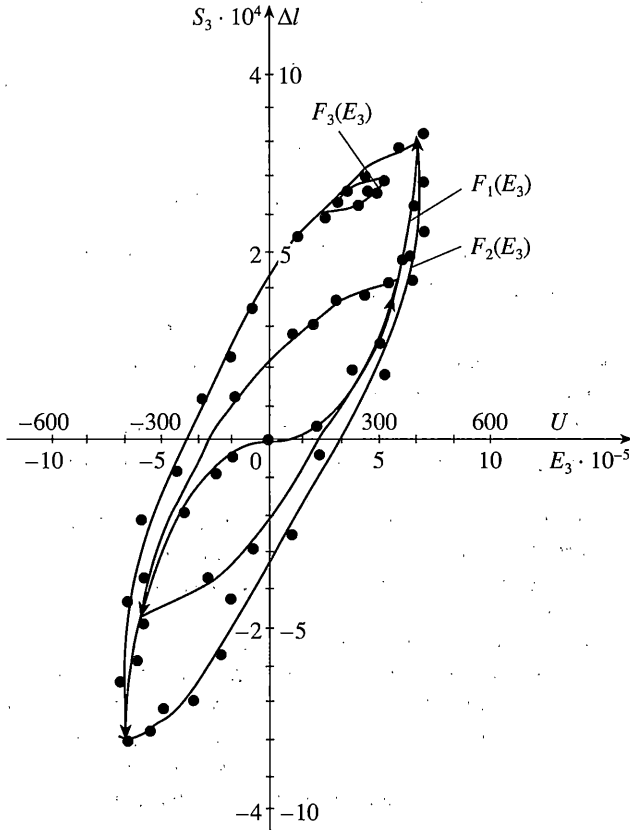
В классическом электроприводе известны гистерезисные петли электрических цепей с железом. Экспериментальные зависимости перемещения пьезопреобразователя от напряжения на его электродах имеют вид гистерезисных замкнутых кривых с частными циклами, аналогичные гистерезисным петлям электрических цепей с железом.

Рассмотрим экспериментальную статическую характеристику составного пьезопреобразователя (фиг. 1). Измерения перемещения торца пьезопреобразователя производились с использованием измерительных электронных систем "Модель 213" и "Модель 214" завода "Калибр".

На статической характеристике наблюдаются начальная кривая, на которой лежат вершины основных гистерезисных циклов, основные гистерезисные петли при симметричном относительно нуля изменении напряжения на обкладках пьезопреобразователя и частные циклы при несимметричном относительно нуля изменении напряжения.

Следовательно статические характеристики пьезопреобразователя при продольном пьезоэффекте (фиг. 1) записываются в виде трех функций

$$S_3(E_3) = \begin{cases} F_1(E_3) \\ F_2(E_3) \\ F_3(E_3) \end{cases} \quad (1)$$



Фиг. 1

где $S_3 = \Delta l/l$ – относительное перемещение (деформация) пьезопреобразователя по оси 3; Δl – абсолютное перемещение пьезопреобразователя [мкм]; $F_1(E_3)$ – функция, описывающая начальную кривую; $F_2(E_3)$ – функция, описывающая основную гистерезисную петлю; $F_3(E_3)$ – функция, описывающая частный цикл; $E_3 = U/\delta$ – напряженность электрического поля по оси 3 [В/м]; U – напряжение на обкладках преобразователя [В]; δ – толщина пьезопластины; темными точками обозначены экспериментальные данные.

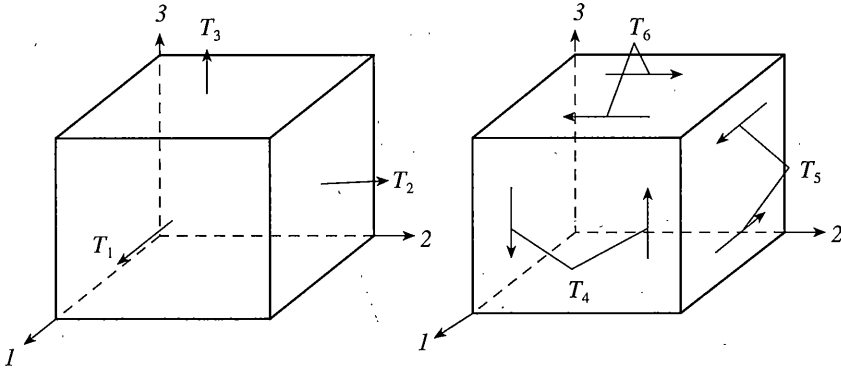
С использованием метода наименьших квадратов получаем для функции $F_1(E_3)$ (фиг. 1) в выражении (1) следующий аппроксимирующий степенной полином, ограничившись первыми тремя нечетными членами

$$F_1(E_3) = d_{33}^0 E_3 + a_{33} E_3^3 + b_{33} E_3^5 \quad (2)$$

где d_{33}^0 – начальное значение пьезомодуля; a_{33} , b_{33} – коэффициенты степенного полинома.

При $d_{33}^0 = 0.4$ нм/В, $a_{33} = 3.1 \cdot 10^{-22}$ м³/В³, $b_{33} = -5 \cdot 10^{-35}$ м⁵/В⁵ для пьезопреобразователя из пьезокерамики марки ЦТС-19 относительное среднеквадратичное отклонение аппроксимирующей кривой от экспериментальной не превышает 5%.

Аналогично с использованием метода наименьших квадратов получаем функцию $F_2(E_3)$, описывающую основной цикл [3] (фиг. 1) при симметричном относитель-



Фиг. 2

но нуля изменении напряжения на электродах пьезопреобразователя и равенстве нулю внешней нагрузки, в виде

$$S_3 = d_{33}E_3 - \gamma_{33}E_{3m}(1 - E_3^2/E_{3m}^2)^{n_{33}} \text{sign} \dot{E}_3 \quad (3)$$

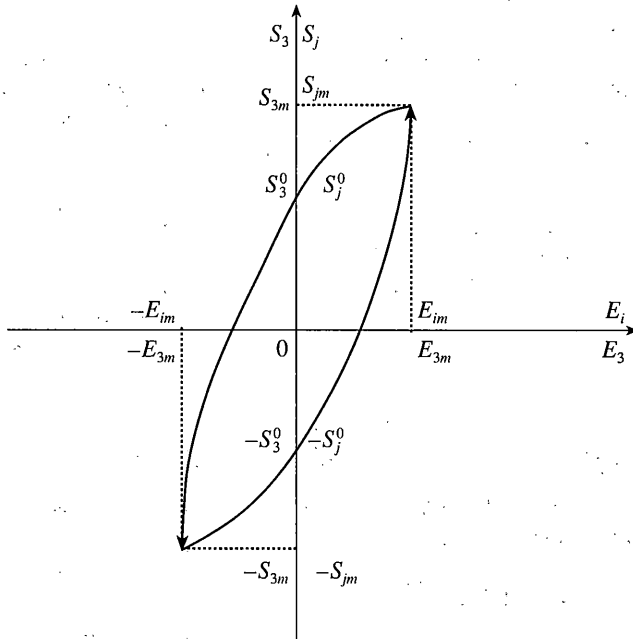
$$d_{33} = (d_{33}^0 E_{3m} + a_{33} E_{3m}^3 + b_{33} E_{3m}^5) / E_{3m} = S_{3m} / E_{3m}$$

где d_{33} – продольный пьезомодуль, величина которого зависит от амплитуды напряженности электрического поля; E_{3m} – амплитуда напряженности электрического поля в пьезопреобразователе; S_{3m} – максимальное относительное перемещение пьезопреобразователя при $E_3 = E_{3m}$; $\gamma_{33} = S_3^0 / E_{3m}$ – остаточный продольный пьезомодуль (гистерезис); S_3^0 – остаточная относительная деформация при $E_3 = 0$; $n_{33} = 1, 2, 3, 4, \dots$ – степенной коэффициент, определяемый формой гистерезисной кривой, причем для пьезокерамики марок ЦТС или PZT получаем степенной коэффициент $n_{33} = 1$, при котором обеспечивается наименьшее среднеквадратичное отклонение аппроксимирующей кривой от экспериментальных точек основной гистерезисной характеристики; \dot{E}_3 – скорость изменения напряженности электрического поля.

Обобщенное уравнение пьезоэффекта [1, 2, 4] при управлении по напряжению с учетом компонент механических напряжений пьезопреобразователя (фиг. 2) по соответствующим осям и свойств симметрии поляризованной сегнетокерамики типа ЦТС или PZT [4] записывается в виде

$$S_j = d_{ij}E_i + s_{jk}^E T_k \quad (4)$$

где индексы $j, k = 1, 2, \dots, 6$; $i = 1, 2, 3$, причем $S_3 = d_{33}E_3 + s_{33}^E T_3$ – при продольных колебаниях по оси 3 и продольном пьезоэффекте; $S_1 = d_{31}E_3 + s_{11}^E T_1$ – при поперечных колебаниях по оси 1 и поперечном пьезоэффекте; $S_5 = d_{15}E_1 + s_{55}^E T_5$ – при сдвиговых колебаниях; $S_j = S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6$ – относительные деформации пьезопреобразователя; $d_{ij} = d_{15}, d_{31}, d_{33}$ – пьезомодули; $E_i = E_1, E_2, E_3$ – напряженности электрического поля в пьезопреобразователе; $s_{jk}^E = s_{11}^E, s_{12}^E, s_{13}^E, s_{33}^E, s_{55}^E$ – упругие податливости; $T_k = T_1, T_2, T_3, T_4, T_5$,



Фиг. 3

T_6 – механические напряжения; соответственно с учетом симметрии электромеханических характеристик сегнетокерамики имеем $d_{31} = d_{32}$ и $s_{55}^E = s_{44}^E$.

Уточним за счет рассмотрения гистерезиса первое слагаемое, соответствующее обратному пьезоэффекту, в выражении (4). С учетом экспериментальных данных и выражений (3) и (4) аналитическое описание обобщенной основной гистерезисной петли (фиг. 3) пьезопреобразователя при $T_k = 0$ получаем в виде

$$S_j = d_{ij}E_i - \gamma_{ij}E_{im}(1 - E_i^2/E_{im}^2)^{n_{ij}} \text{sign } \dot{E}_i \quad (5)$$

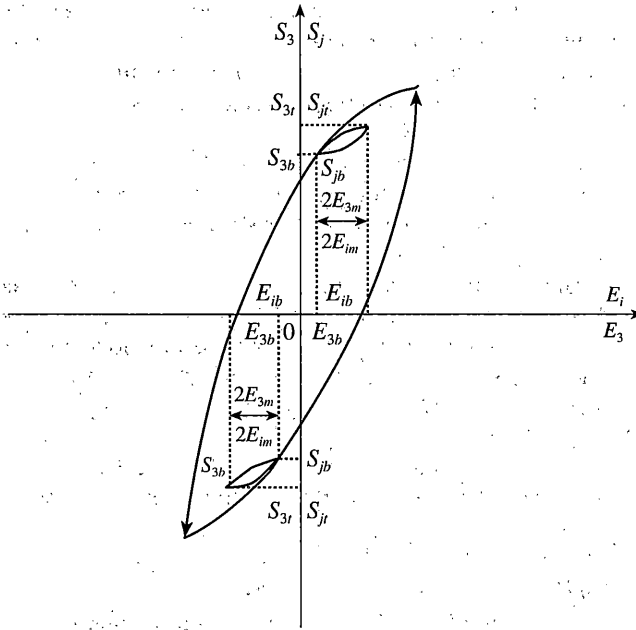
где d_{ij} – пьезомодуль; E_i – напряженность электрического поля в пьезопреобразователе; E_{im} – амплитуда напряженности электрического поля в пьезопреобразователе; \dot{E}_i – скорость изменения напряженности электрического поля в пьезопреобразователе; γ_{ij} – остаточный пьезомодуль (гистерезис), причем для пьезокерамики марок ЦТС или PZT степенной коэффициент $n_{ij} = 1$.

Следовательно, параметрическую структурную схему пьезопреобразователя [1] уточняем путем замены линейного звена $S_j = d_{ij}E_i$ на нелинейное звено $S_j = F(E_i)$.

При несимметричном относительно нуля изменении напряжения на электродах пьезопреобразователя в статических характеристиках (фиг. 1) наблюдаются частные циклы. В основе образования основных и частных циклов лежит доменная переориентация в сегнетокерамике. По аналогии с аппроксимацией основного цикла (3) при продольном пьезоэффекте получаем аппроксимацию частного цикла (фиг. 4) $F_3(E_3)$ в виде следующего аналитического выражения

$$S_3 = S_{3b} + d_{33}(E_3 - E_{3b}) - \gamma_{33}E_{3m} \{ 1 - [E_3 - (E_{3b} + E_{3m})]^2 / E_{3m}^2 \}^{n_{33}} \text{sign } \dot{E}_3 \quad (6)$$

$$d_{33} = (S_{3t} - S_{3b}) / (2E_{3m})$$



Фиг. 4

где d_{33} – продольный пьезомодуль; S_{3b} – относительное перемещение пьезопреобразователя в начальной точке частного цикла; S_{3i} – относительное перемещение пьезопреобразователя в вершине частного цикла; E_{3m} – амплитуда или половинный размах напряженности электрического поля; E_{3b} – напряженность электрического поля в начальной точке частного цикла.

Среднеквадратичное отклонение аппроксимирующих кривых от экспериментальных основного и частного циклов составляет 5%. При $E_{3b} = -E_{3m}$ и $S_{3b} = -d_{33}E_{3m}$ частный цикл преобразуется в основной цикл.

Соответственно с учетом (5) получаем аппроксимацию обобщенного частного цикла (фиг. 4) $F_3(E_i)$ в виде следующего аналитического выражения:

$$S_j = S_{jb} + d_{ij}(E_i - E_{ib}) - \gamma_{ij}E_{im} \{ 1 - [E_i - (E_{ib} + E_{im})]^2 / E_{im}^2 \}^{n_{ij}} \text{sign } \dot{E}_i$$

$$d_{ij} = (S_{ji} - S_{jb}) / (2E_{im}) \quad (7)$$

где d_{ij} – пьезомодуль; S_{jb} – относительное перемещение пьезопреобразователя в начальной точке частного цикла; S_{ji} – относительное перемещение пьезопреобразователя в вершине частного цикла; E_{im} – амплитуда или половинный размах напряженности электрического поля; E_{ib} – напряженность электрического поля в начальной точке частного цикла.

При $E_{ib} = -E_{im}$ и $S_{jb} = -d_{ij}E_{im}$ частный цикл преобразуется в основной цикл.

Полученные аналитические выражения для гистерезисных характеристик пьезопреобразователя (5, 7) позволяют оценивать устойчивость и рассчитывать характеристики системы автоматического управления пьезопреобразователем.

Метод гармонической линеаризации применяется для определения показателей динамической точности, качества процессов управления и определения параметров автоколебаний в нелинейных системах управления, для расчета параметров механических и электромеханических систем и оценки их устойчивости [5, 6].

Этот метод является развитием метода эквивалентной линеаризации Крылова–Боголюбова, когда нелинейный элемент заменяется элементом с линейными свойствами, причем такая замена позволяет сохранить у линеаризованного элемента основное свойство – зависимость наклона его линейной характеристики от амплитуды входного сигнала [6].

Рассмотрим применение метода гармонической линеаризации определения коэффициентов гармонической линеаризации гистерезисной характеристики пьезопреобразователя, являющегося исполнительным элементом системы автоматического управления пьезоприводом наноперемещений.

Для исследования гистерезисных характеристик пьезопреобразователя целесообразно применить преобразование Лапласа, так как пьезопреобразователь является исполнительным элементом системы управления пьезоприводом в системах управления адаптивной оптикой и сканирующими пьезоэлектрическими устройствами, в которых устойчивость автоколебаний пьезопреобразователя определяется с использованием критерия Гольдфарба [7].

При гармонической линеаризации для основного гистерезисного цикла пьезопреобразователя при продольном пьезоэффекте (фиг. 1) получаем следующее выражение [5]:

$$S_3(E_{3m}) = [q_{33}(E_{3m}) + q'_{33}(E_{3m})p/\omega]E_3(E_{3m}) \quad (8)$$

где p – оператор Лапласа, ω – частота.

Из выражения (8) получаем передаточную функцию нелинейного звена с гистерезисной характеристикой в виде основного гистерезисного цикла для составного пьезопреобразователя при продольном пьезоэффекте (j – мнимая единица) в виде

$$W_{33}(E_{3m}) = S_3(E_{3m})/E_3(E_{3m}) = q_{33}(E_{3m}) + jq'_{33}(E_{3m}) \quad (9)$$

Соответственно в выражении (9) получаем коэффициенты гармонической линеаризации при продольном пьезоэффекте

$$q_{33}(E_{3m}) = \frac{1}{\pi E_{3m}} \int_0^{2\pi} S_3(E_{3m} \sin \psi) \sin \psi d\psi \quad (10)$$

$$q'_{33}(E_{3m}) = \frac{1}{\pi E_{3m}} \int_0^{2\pi} S_3(E_{3m} \sin \psi) \cos \psi d\psi$$

Найдем численные значения этих коэффициентов гармонической линеаризации с учетом прохождения синусоидального сигнала через звено с характеристикой в виде основной гистерезисной петли, причем имеем выходной сигнал с запаздыванием по фазе относительно входного сигнала. При увеличении угла ψ от 0 до 2π выходной сигнал S_3 изменяется следующим образом: $\text{sign } \dot{E}_3 > 0$ от 0 до $\pi/2$, $\text{sign } \dot{E}_3 < 0$ от $\pi/2$ до $3\pi/2$, $\text{sign } \dot{E}_3 > 0$ от $3\pi/2$ до 2π . Следовательно для пьезокерамики марок ЦТС или PZT из выражений (3) и (10) получаем следующие выражения для коэффициентов гармонической линеаризации при продольном пьезоэффекте:

$$q_{33}(E_{3m}) = \frac{1}{\pi E_{3m}} \int_0^{2\pi} [d_{33} E_{3m} \sin \psi - \gamma_{33} E_{3m} (1 - \sin^2 \psi) \text{sign } \dot{E}_3] \sin \psi d\psi = d_{33} \quad (11)$$

$$q'_{33}(E_{3m}) = \frac{1}{\pi E_{3m}} \int_0^{2\pi} [d_{33} E_{3m} \sin \psi - \gamma_{33} E_{3m} (1 - \sin^2 \psi) \text{sign } \dot{E}_3] \cos \psi d\psi = -\frac{8\gamma_{33}}{3\pi}$$

Так как для пьезопреобразователя из пьезокерамики марок ЦТС или PZT начальная кривая S_3 (фиг. 1), на которой лежат основные гистерезисные петли, имеет вид степенной функции с нечетными степенями аргумента, то с использованием метода наименьших квадратов получаем с погрешностью менее 5% для функции S_3 при продольном пьезоэффекте аппроксимирующий степенной полином (2), ограничившись первыми тремя нечетными членами степенного ряда.

Следовательно в зависимости от амплитуды пьезомодуль при продольном пьезоэффекте [2]:

$$q_{33}(E_{3m}) = d_{33}(E_{3m}) = d_{33}^0 + a_{33}E_{3m}^2 + b_{33}E_{3m}^4 \quad (12)$$

Аналогично (8) получаем следующее обобщенное выражение

$$S_j(E_{im}) = [q_{ij}(E_{im}) + q'_{ij}(E_{im})p/\omega]E_i(E_{im}) \quad (13)$$

Из (13) получаем обобщенную частотную передаточную функцию нелинейного звена с гистерезисной характеристикой в виде основного гистерезисного цикла для составного пьезопреобразователя

$$W_{ij_g}(E_{3m}) = S_j(E_{im})/E_i(E_{im}) = q_{ij}(E_{im}) + jq'_{ij}(E_{im}) \quad (14)$$

Следовательно, для выражения (14) получаем коэффициенты гармонической линейризации обобщенной основной гистерезисной характеристики

$$q_{ij}(E_{im}) = \frac{1}{\pi E_{im}} \int_0^{2\pi} S_j(E_{im} \sin \psi) \sin \psi d\psi$$

$$q'_{ij}(E_{im}) = \frac{1}{\pi E_{im}} \int_0^{2\pi} S_j(E_{im} \sin \psi) \cos \psi d\psi \quad (15)$$

Определим численные значения коэффициентов (15) с учетом прохождения гармонического сигнала через звено с характеристикой в виде обобщенной основной гистерезисной петли (фиг. 3).

Для пьезопреобразователя из пьезокерамики марок ЦТС или PZT $n_{ij} = 1$ из выражений (5) и (15) получаем аналогично (11) следующий вид коэффициентов гармонической линейризации

$$q_{ij}(E_{im}) = \frac{1}{\pi E_{im}} \int_0^{2\pi} [d_{ij}E_{im} \sin \psi - \gamma_{ij}E_{im}(1 - \sin^2 \psi) \text{sign} \dot{E}_i] \sin \psi d\psi = d_{ij}$$

$$q'_{ij}(E_{im}) = \frac{1}{\pi E_{im}} \int_0^{2\pi} [d_{ij}E_{im} \sin \psi - \gamma_{ij}E_{im}(1 - \sin^2 \psi) \text{sign} \dot{E}_i] \cos \psi d\psi = -\frac{8\gamma_{ij}}{3\pi}$$

$$d_{ij}(E_{im}) = q_{ij}(E_{im}) = d_{ij}^0 + a_{ij}E_{im}^2 + b_{ij}E_{im}^4$$

Полученные коэффициенты гармонической линейризации обобщенной гистерезисной характеристики пьезопреобразователя предназначены для расчета устойчивости автоколебаний пьезоэлектрических сканирующих систем и устойчивости систем управления пьезоприводами наноперемещений методами механики, теории колебаний и автоматического управления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Афонин С.М. Параметрическая структурная схема пьезопреобразователя // Изв. РАН. МТТ. 2002. № 6. С. 101–107.
2. Афонин С.М. Деформирование, разрушение и механические характеристики составного пьезопреобразователя // Изв. РАН. МТТ. 2003. № 6. С. 97–101.
3. Афонин С.М. Особенности динамических и статических свойств системы автоматического управления пьезодвигателем наноперемещений // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2000. № 6. С. 29–31.
4. Окадзаки К. Технология керамических диэлектриков. М.: Энергия, 1976. 336 с.
5. Бессекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1975. 767 с.
6. Крылов Н.М., Боголюбов Н.Н. Введение в нелинейную механику. Киев: Изд-во АН УССР, 1937. 363 с.
7. Бабаков Н.А., Воронов А.А., Воронова А.А. и др. Теория автоматического управления. Ч. II. Теория нелинейных и специальных систем автоматического управления / Под ред. А.А. Воронова. М.: Высш. шк., 1977. 288 с.

Москва

Поступила в редакцию
12.03.2003