

ЭФФЕКТИВНЫЕ СВОЙСТВА МАТРИЧНЫХ ПИРОАКТИВНЫХ КОМПОЗИТОВ

Рассматриваются композитные материалы матричного типа, состоящие из однородной компоненты (матрицы), в которой равномерно распределены частицы (включения) другого компонента. Считается, что компоненты этих материалов идеально упруги и обладают пирозлектрическими свойствами. Метод эффективного поля используется для определения эффективных пирозлектрических, диэлектрических, пьезоэлектрических и термоупругих характеристик указанных материалов. Найдены явные аналитические выражения для эффективных характеристик композитов с пирозлектрической матрицей, армированной непрерывными цилиндрическими волокнами.

1. Введение. Прогнозирование характеристик гетерогенных сегнетоэлектрических материалов является важной задачей теории. Эксперимент показывает, что свойства таких материалов в значительной мере определяются коллективным взаимодействием структурных элементов, и поэтому оно должно учитываться уже при самом грубом рассмотрении. Строгий метод учета этого взаимодействия сводится к построению средних значений случайных физических полей в трансверсально изотропной пирозлектрической среде (задача гомогенизации). Этот подход, статистический по содержанию, развивался в [1–5] в рамках метода эффективного поля – одного из вариантов известной самосогласованной схемы. В публикуемой работе метод эффективного поля обобщается на случай пирозлектрической основной среды.

2. Интегральное представление электроупругих полей в пирозлектрических композитах, армированных волокнами, и процедура осреднения. Рассмотрим однородный упругий пирозлектрический материал. Линейные определяющие соотношения для него имеют вид

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= C_{ijkl}\varepsilon_{kl} - e_{ijk}E_k - \beta_{ij}\theta \\ D_i &= e_{ikl}^T\varepsilon_{kl} + \eta_{ik}E_k + \pi_i\theta \end{aligned} \quad (2.1)$$

где σ и ε – тензоры напряжений и деформаций, E и D – векторы напряженности электрического поля и индукции, $C = C^E$ – тензор упругих модулей при фиксированном электрическом поле, $\eta = \eta^E$ – тензор коэффициентов диэлектрической проницаемости при фиксированной деформации, e – тензор пьезоэлектрических констант (индекс T означает операцию транспонирования), β – тензор коэффициентов температурных напряжений, π – пироккоэффициенты при фиксированной деформации, θ – отклонение температуры материала от некоторой заданной температуры.

Соотношения (2.1) удобно представить в следующей краткой форме

$$\begin{aligned} J &= LF + \Gamma\theta \\ J &= \begin{Bmatrix} \sigma \\ \delta \end{Bmatrix}, \quad L = \begin{Bmatrix} C & e \\ e^T & -\eta \end{Bmatrix}, \quad F = \begin{Bmatrix} \varepsilon \\ -E \end{Bmatrix}, \quad \Gamma = \begin{Bmatrix} -\beta \\ \pi \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Соотношения, обратные (2.2), могут быть записаны в виде

$$F = MJ + \Upsilon\theta, \quad M = \begin{vmatrix} S & d \\ d^T & -\kappa \end{vmatrix}, \quad \Upsilon = \begin{vmatrix} \alpha \\ -\gamma \end{vmatrix}$$

$$S = (C + e\eta^{-1}e^T)^{-1}, \quad \kappa = (\eta + e^T C^{-1}e)^{-1}, \quad d = Se\eta^{-1} = C^{-1}e\kappa \quad (2.3)$$

$$\alpha = S(\beta - e\eta^{-1}\pi), \quad \gamma = \kappa(\pi + e^T C^{-1}\beta)$$

Здесь S – тензор упругой податливости при постоянной индукции, κ – тензор, обратный тензору коэффициентов диэлектрической проницаемости при постоянных механических напряжениях, α – тензор коэффициентов теплового расширения и γ – другая форма пирозлектрических коэффициентов (при постоянной индукции).

Рассмотрим теперь композитный материал, состоящий из однородной матрицы с оператором термоэлектродупругих характеристик L^0, Γ^0 , содержащий случайное множество включений другого компонента с термоэлектродупругими характеристиками L, Γ (эти операторы могут быть и переменными внутри каждого волокна). Обозначив через $V(x)$ характеристическую функцию области V , занятой включениями, и учитывая, что поле температуры θ однородно, тензор деформации $\epsilon(x)$ и вектор напряженности электрического поля $E(x)$ представим следующим образом [1]:

$$F(x) = f^0(x) + \int P(x-x')Q(x')dx' \quad (2.4)$$

$$Q(x) = [L^1(x)F(x) - \Gamma^1(x)\theta]V(x), \quad L^1 = L - L^0, \quad \Gamma^1 = \Gamma - \Gamma^0$$

здесь $F^0 = [\epsilon^0, -E^0]$ – приложенные к среде внешние упругое и электрическое поля, которые далее будем считать однородными. Ядро интегрального оператора в (2.3) выражается через вторые производные от функции Грина $G(x)$ связанной электроупругости для среды со свойствами L^0, Γ^0 [2]:

$$P = \nabla G(x)\nabla, \quad G(x) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int G(k)e^{ikx} dk$$

$$G(k) = \begin{vmatrix} G_{ik}(k) & \gamma_i(k) \\ \gamma_k(k) & -g(k) \end{vmatrix}$$

$$G_{ik} = \left(\Lambda_{ik} + \frac{1}{\lambda} h_i h_k \right)^{-1}, \quad \gamma_i(k) = \frac{1}{\lambda} G_{ik} h_k, \quad g = (\lambda + h_i \Lambda_{ij}^{-1} h_j)^{-1} \quad (2.5)$$

$$\Lambda_{ik} = C_{ijkl}^0 k_j k_l, \quad h_i = e_{ikl}^0 k_k k_l, \quad \lambda = \eta_{ik}^0 k_i k_k$$

Аналогично (2.3) могут быть представлены и поля напряжений и электрического смещения $J = [\sigma, D]$:

$$J(x) = J^0(x) - \int R(x-x')M^0 Q(x')dx' \quad (2.6)$$

$$J^0 = L^0 F^0 - \Gamma^0 \theta, \quad R(x) = L^0 \delta(x) + L^0 P(x)L^0$$

где $\delta(x)$ – дельта-функция Дирака.

Допустим теперь, что включения в композитном материале представляют собой параллельные непрерывные цилиндрические волокна с круговой формой поперечно-

го сечения. Выберем систему координат таким образом, чтобы ось x_3 совпадала с направлением армирования. Поскольку возмущения термоэлектроупругих характеристик L^1 и Γ^1 , а также упругие и электрические поля внутри волокон (в случае постоянных внешних полей F^0 и температуры θ) зависят только от координат x_1, x_2 , то интегральные представления (2.4) и (2.6) принимают вид

$$\begin{aligned} F(y) &= F^0 + \int \hat{\mathbf{P}}(y-y') Q(y') dy', \quad y = (x_1, x_2) \\ J(y) &= J^0 - \int \hat{\mathbf{R}}(y-y') \mathbf{M}^0 Q(y') dy' \end{aligned} \quad (2.7)$$

Ядро $\hat{\mathbf{P}}(y)$ связано с $\mathbf{P}(x)$ соотношением

$$\hat{\mathbf{P}}(y) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{P}(x_1, x_2, x_3) dx_3 \quad (2.8)$$

Отсюда следует, что символ оператора $\hat{\mathbf{P}}$ (преобразование Фурье $\hat{\mathbf{P}}(\bar{k})$ функции $\hat{\mathbf{P}}(y)$) определяется выражением

$$\hat{\mathbf{P}}(\bar{k}) = k \mathbf{G}(k) k |_{k_3=0}, \quad \bar{k} = (k_1, k_2) \quad (2.9)$$

Пусть теперь поперечные сечения случайного множества волокон однородно распределены в плоскости $x_1 x_2$. При этом задача осреднения состоит в определении средних по ансамблю реализаций этого множества электроупругих полей в произвольной точке y плоскости $x_1 x_2$. Исходя из соотношений (2.7), запишем выражения для указанных средних в виде:

$$\begin{aligned} \langle F(y) \rangle &= F^0 + \int \hat{\mathbf{P}}(y-y') \langle Q(y') \rangle dy' \\ \langle J(y) \rangle &= J^0 - \int \hat{\mathbf{R}}(y-y') \mathbf{M}^0 \langle Q(y') \rangle dy' \end{aligned} \quad (2.10)$$

Здесь учтено, что $\hat{\mathbf{P}}$ и $\hat{\mathbf{R}}$ – детерминированные функции. Если поперечные сечения волокон в плоскости $x_1 x_2$ распределены однородно, то $F(y)$, $J(y)$ и $Q(y)$ – однородные случайные функции, обладающие свойством эргодичности. Поэтому, например, среднее $\langle Q(y) \rangle$ – постоянная величина, значение которой можно найти на основе типичной фиксированной реализации функции $Q(y)$:

$$\langle Q \rangle = \lim_{S \rightarrow \infty} \frac{1}{S} \int_S Q(y) dy \quad (2.11)$$

Здесь S – область в плоскости $x_1 x_2$, в пределе занимающая всю плоскость. Подставим сюда выражение для $Q(y)$ из (2.4) и учитывая, что в силу линейности задачи $F(y)$ может быть представлена в форме

$$\begin{aligned} F(y) &= \mathbf{A}(y) F^0 + \mathbf{B}(y) \theta \\ \mathbf{A}(y) &= \begin{vmatrix} A_{ijkl}(y) & q_{ijk}(y) \\ q'_{ikl}(y) & a_{ik}(y) \end{vmatrix}, \quad \mathbf{B}(y) = \begin{vmatrix} B_{ij}(y) \\ b_i(y) \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (2.12)$$

получим

$$\langle Q \rangle = n_0 (\mathbf{L}^A F^0 - \Gamma^B \theta) \quad (2.13)$$

$$\mathbf{L}^A = \langle \mathbf{L}_S^A \rangle, \quad \mathbf{L}_S^A = \int_S \mathbf{L}^1(y) \mathbf{A}(y) dy \quad (2.14)$$

$$\Gamma^B = \langle \Gamma_S^B \rangle, \quad \Gamma_S^B = \int_S (\Gamma^1(y) - \mathbf{L}^1(y) \mathbf{B}(y)) dy$$

где n_0 – числовая концентрация волокон, интегралы \mathbf{L}_S^A и Γ_S^B берутся по поперечному сечению S каждого волокна, средние $\langle \mathbf{L}_S^A \rangle$ и $\langle \Gamma_S^B \rangle$ вычисляются по ансамблевому распределению операторов \mathbf{L}_S^A и Γ_S^B .

В дальнейшем будем считать, что условиями на бесконечности фиксируется средняя деформация композита и средняя интенсивность электрического поля, которые не зависят от свойств и концентрации волокон и совпадают с постоянными внешними полями ϵ^0 и E^0 ($\langle F \rangle = F^0$). Тем же путем, что и для несвязанной упругой задачи [3], можно показать, что действие интегральных операторов с ядрами $\hat{\mathbf{P}}$ и $\hat{\mathbf{R}}$ на постоянные определяются равенствами

$$\int \hat{\mathbf{P}}(y-y') \langle Q \rangle dy' = 0, \quad \int \hat{\mathbf{R}}(y-y') \mathbf{M}^0 \langle Q \rangle dy' = -\langle Q \rangle \quad (2.15)$$

Отсюда и из (2.10) и (2.14) следуют соотношения

$$\langle J \rangle = \mathbf{L}^* \langle F \rangle - \Gamma^* \theta \quad (2.16)$$

$$\mathbf{L}^* = \mathbf{L}^0 + n_0 \mathbf{L}^A, \quad \Gamma^* = \Gamma^0 + n_0 \Gamma^B$$

где \mathbf{L}^* и Γ^* – операторы эффективных термоэлектроупругих характеристик композитного материала.

Таким образом, задача осреднения эквивалентна задаче определения эффективных термоэлектроупругих констант композита \mathbf{L}^* и Γ^* и сводится к построению операторов \mathbf{L}^A и Γ^B , определенных в (2.14). Здесь для построения этих операторов используется одна из самосогласованных схем (метод эффективного поля [4]), основанная на решении связанной электроупругой задачи для одного изолированного волокна в однородной пьезоупругой среде.

3. Метод эффективного поля. В соответствии с основной гипотезой метода эффективного поля будем считать, что каждое волокно в композите ведет себя как изолированное в однородной среде со свойствами матрицы \mathbf{L}^0, Γ^0 , а наличие окружающих волокон учитывается с помощью эффективных внешних полей $F^* = [\epsilon^*, -E^*]$, действующих на это волокно и не совпадающих с $F^0 = [\epsilon^0, -E^0]$. Поля ϵ^* и E^* предполагается постоянными и одинаковыми для всех волокон.

Используя эту гипотезу, функцию $Q(x)$ можно представить в форме

$$Q(x) = [\mathbf{L}^{A0}(y) F^* - \Gamma^{B0}(y) \theta] \Omega(y) \quad (3.1)$$

$$\mathbf{L}^{A0}(y) = \mathbf{L}^1 \mathbf{A}^0(y), \quad \Gamma^{B0}(y) = \Gamma^1(y) - \mathbf{L}^1(y) \mathbf{B}^0(y)$$

где $\Omega(y)$ – характеристическая функция области x_1, x_2 , занятой поперечными сечениями волокон, а операторы \mathbf{A}^0 и \mathbf{B}^0 определяются из решения задачи для одиночного волокна в среде со свойствами матрицы \mathbf{L}^0, Γ^0 при воздействии постоянных полей ϵ^*, E^* и температуры θ .

В свою очередь локальные внешние поля $F^* = [\epsilon^*, -E^*]$ в точке y , принадлежащей произвольному волокну ($y \in \Omega$), представляются в виде

$$F^*(y) = F^0 + \int \hat{\mathbf{P}}(y-y') [\mathbf{L}^{A0}(y') F^* - \Gamma^{B0}(y') \theta] \Omega(y, y') dy' \quad (3.2)$$

Функция $\Omega(y, y')$ определена соотношением

$$\Omega(y, y') = \sum_{i \neq k} \Omega_i(y'), \quad y \in \Omega_k \quad (3.3)$$

где $\Omega_i(y)$ – характеристическая функция области, занятой поперечным сечением i -го волокна.

Осредним соотношение (3.2) при условии $y \in \Omega$, предполагая статистическую независимость свойств волокон от их расположения в пространстве. В результате получим

$$\langle F^*(y)|y \rangle = F^0 + n_0 \int \hat{P}(y-y') (L^{A0} F^* - \Gamma^{B0} \theta) \Psi(y-y') dy'$$

$$L^{A0} = \left\langle \int_S L^{A0}(y) dy \right\rangle, \quad \Gamma^{B0} = \left\langle \int_S \Gamma^{B0}(y) dy \right\rangle \quad (3.4)$$

$$\Psi(y-y') = \frac{1}{\langle \Omega(y) \rangle} \langle \Omega(y, y') | y \rangle \quad (3.5)$$

где $\langle \cdot | y \rangle$ означает осреднение при условии $y \in \Omega$. Из определения функции $\Omega(y, y')$ следует, что $\Psi(y)$ – непрерывная функция и $\Psi(0) = 0$, $\Psi(y) \rightarrow 1$ при $|y| \rightarrow \infty$. В дальнейшем будем считать, что поперечные сечения волокон распределены в плоскости $x_1 x_2$ изотропно. В этом случае $\Psi(y) = \Psi(|y|)$.

Отождествляя среднее $\langle F^*(y) | y \rangle$ с эффективным полем F^* для каждого включения, из (3.4) найдем

$$\langle Q \rangle = n_0 (L^A F^0 - \Gamma^B \theta), \quad L^A = L^{A0} (\mathbf{I} - n_0 \mathbf{P} L^{A0})^{-1}$$

$$\Gamma^B = (\mathbf{I} - n_0 L^{A0} \mathbf{P})^{-1} \Gamma^{B0}, \quad \mathbf{P} = - \int \hat{P}(y) [1 - \Psi(y)] dy \quad (3.6)$$

где \mathbf{I} – единичный оператор.

Эффективные термоэлектроупругие характеристики композита определяются теперь выражениями (2.16), в которых операторы L^A и Γ^B определены выше.

4. Трансверсально изотропная пьезоупругая матрица, армированная трансверсально изотропными волокнами. Допустим, что матрица трансверсально изотропна с осью симметрии, совпадающей с осью x_3 декартовой системой координат. Такой материал характеризуется пятью независимыми упругими модулями: $C_{11}^0, C_{12}^0, C_{13}^0, C_{33}^0, C_{44}^0$, $C_{66}^0 = (C_{11}^0 - C_{12}^0)/2$, тремя пьезоэлектрическими константами: $e_{31}^0, e_{15}^0, e_{33}^0$, двумя коэффициентами диэлектрической проницаемости: η_{11}^0, η_{33}^0 , двумя коэффициентами температурных напряжений: $\beta_{11}^0, \beta_{33}^0$ и одним пирозлектрическим коэффициентом π_3 . Волокна также будем считать трансверсально изотропными с осью симметрии, совпадающей с геометрической осью каждого волокна. Материал волокон будет характеризоваться такими же термоэлектроупругими постоянными, что и матрица, только без индекса (0).

Изотермическая электроупругая задача для одного цилиндрического волокна в трансверсально изотропной пьезоупругой среде была решена в явном виде в [2]. Результат может быть представлен в форме

$$A^0 = (\mathbf{I} + \mathbf{P}^0 L^1)^{-1} \quad (4.1)$$

где оператор \mathbf{P}^0 определяется выражениями

$$\mathbf{P}^0 = \begin{pmatrix} P_{ijkl}^0 & P_{ijk}^0 \\ T_0 & \tau_{ik}^0 \\ P_{ikl} & \tau_{ik}^0 \end{pmatrix}$$

$$P_{ijkl}^0 = \frac{1}{4C_{11}^0} \theta_{ij} \theta_{kl} + \frac{1}{8} \left(\frac{1}{C_{11}^0} + \frac{1}{C_{66}^0} \right) (\theta_{ik} \theta_{lj} + \theta_{il} \theta_{kj} - \theta_{ij} \theta_{kl}) +$$

$$+ \frac{\eta_{11}^0}{8\Delta_0} (\theta_{ik} m_l m_j + \theta_{jk} m_l m_i + \theta_{il} m_k m_j + \theta_{jl} m_k m_i) \quad (4.2)$$

$$P_{ijk} = \frac{e_{15}^0}{4\Delta_0} (m_i \theta_{jk} + m_j \theta_{ik}), \quad \tau_{ik} = -\frac{C_{44}^0}{2\Delta_0} \theta_{ik}$$

$$\Delta_0 = \eta_{11}^0 C_{44}^0 + (e_{15}^0)^2, \quad \theta_{ij} = \delta_{ij} - m_i m_j$$

где m_i – составляющие единичного вектора оси x_3 .

Этот результат обобщается на температурную задачу [5] и оператор \mathbf{V}^0 имеет вид

$$\mathbf{V}^0 = -\mathbf{A}^0 \mathbf{P}^0 \mathbf{\Gamma}^1 \quad (4.3)$$

Функция $\Psi(y)$ в (3.6) определяет форму “корреляционной ямы”, в которой находится типичное волокно. Если предположить, что текстура в расположении поперечных сечений волокон в плоскости $x_1 x_2$ отсутствует (их распределение изотропно), корреляционная яма имеет форму цилиндра, соосного с волокном и операторы \mathbf{P} и \mathbf{P}^0 совпадают. В этом случае общие формулы (2.16) и (3.6) упрощаются и принимают вид¹

$$\mathbf{L}^* = \mathbf{L}^0 + c \mathbf{L}^1 [\mathbf{I} + (1-c) \mathbf{P}^0 \mathbf{L}^1]^{-1} \quad (4.4)$$

$$\mathbf{\Gamma}^* = \mathbf{\Gamma}^0 + c [\mathbf{I} + (1-c) \mathbf{L}^1 \mathbf{P}^0]^{-1} \mathbf{\Gamma}^1$$

где c – объемная концентрация волокон.

Отсюда следует, что материал в целом будет также трансверсально изотропен и характеризуется тринадцатью эффективными термоэлектроупругими константами.

После осуществления операций перемножения и обращения матричных операторов, предусмотренных формулами (4.4)¹, получаются следующие выражения для эффективных характеристик композитного материала с пьезоэлектрической матрицей, армированной непрерывными цилиндрическими волокнами.

1. Пьезоэлектрический коэффициент при фиксированной деформации

$$\pi_3^* = \pi_3^0 + c \left[\pi_3^1 + (1-c) \frac{e_{31}^1 \beta_{11}^1}{\Delta C_{11}^0} \right] \quad (4.5)$$

2. Диэлектрические проницаемости при фиксированной деформации

$$\eta_{11}^* = \eta_{11}^0 + \frac{c}{\Delta_f} \left[\eta_{11}^1 + (1-c) \frac{\Delta_1 \eta_{11}^0}{2\Delta_0} \right] \quad (4.6)$$

$$\eta_{33}^* = \eta_{33}^0 + c \left[\eta_{33}^1 + (1-c) \frac{(e_{31}^1)^2}{\Delta C_{11}^0} \right]$$

¹ Это может быть сделано с помощью специального тензорного базиса [2] или с использованием стандартных правил алгебры блочных матриц.

3. Пьезоэлектрические константы

$$c_{31}^* = e_{31}^0 + ce_{31}^1/\Delta$$

$$e_{33}^* = e_{33}^0 + c \left[e_{33}^1 - (1-c) \frac{e_{31}^1 C_{13}^1}{\Delta C_{11}^0} \right] \quad (4.7)$$

$$e_{15}^* = e_{15}^0 + \frac{c}{\Delta_f} \left[e_{15}^1 + (1-c) \frac{\Delta_1 e_{15}^0}{2\Delta_0} \right]$$

4. Упругие модули при фиксированном электрическом поле

$$\frac{1}{2}(C_{11}^* + C_{12}^*) = \frac{1}{2}(C_{11}^0 + C_{12}^0) + \frac{c(C_{11}^1 + C_{12}^1)}{2\Delta}$$

$$C_{13}^* = C_{13}^0 + \frac{cC_{13}^1}{2\Delta}$$

$$C_{33}^* = C_{33}^0 + c \left[C_{33}^1 - (1-c) \frac{(C_{13}^1)^2}{\Delta C_{33}^0} \right] \quad (4.8)$$

$$C_{44}^* = C_{44}^0 + \frac{c}{\Delta_f} \left[C_{44}^1 + (1-c) \frac{\Delta_1 C_{44}^0}{2\Delta_0} \right]$$

$$C_{66}^* = \frac{1}{2}(C_{11}^* - C_{12}^*) = C_{66}^0 + cC_{66}^1 \left[1 + \frac{1-c}{2} C_{66}^1 \left(\frac{1}{C_{11}^0} + \frac{1}{C_{66}^0} \right) \right]^{-1}$$

5. Коэффициенты тепловых напряжений при фиксированном электрическом поле

$$\beta_{11}^* = \beta_{11}^0 + \frac{c\beta_{11}^1}{\Delta}, \quad \beta_{33}^* = \beta_{33}^0 + c \left[\beta_{33}^1 - (1-c) \frac{C_{13}^1 \beta_{11}^1}{\Delta C_{11}^0} \right] \quad (4.9)$$

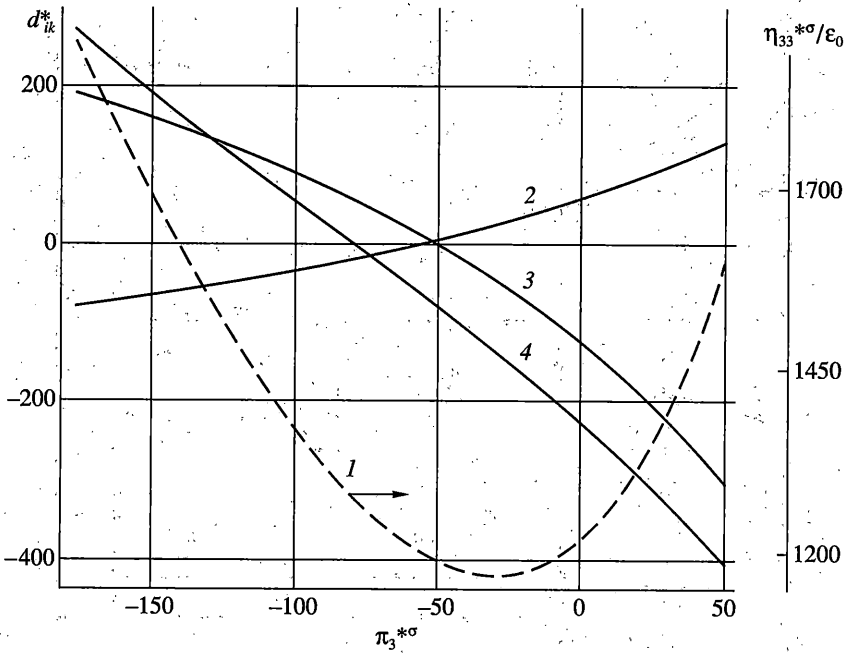
Во всех этих выражениях

$$\Delta_f = \left[1 + \frac{1-c}{2\Delta_0} (\eta_{11}^0 C_{44}^1 + e_{15}^0 e_{15}^1) \right] \left[1 + \frac{1-c}{2\Delta_0} (\eta_{11}^1 C_{44}^0 + e_{15}^1 e_{15}^0) \right] -$$

$$- \left(\frac{1-c}{2\Delta_0} \right)^2 (C_{44}^1 e_{15}^0 - C_{44}^0 e_{15}^1) (\eta_{11}^0 e_{15}^1 - \eta_{11}^1 e_{15}^0) \quad (4.10)$$

$$\Delta_1 = \eta_{11}^1 C_{44}^1 + (e_{15}^1)^2, \quad \Delta = 1 + \frac{1-c}{2C_{11}^0} (C_{11}^1 + C_{12}^1)$$

Отметим, что выражения для пьезоэлектрического коэффициента, диэлектрической проницаемости, пьезоэлектрических констант, упругих модулей, а также для коэффициентов тепловых напряжений, переходит в известные, полученные в [5] для случая, когда матрица является изотропной.

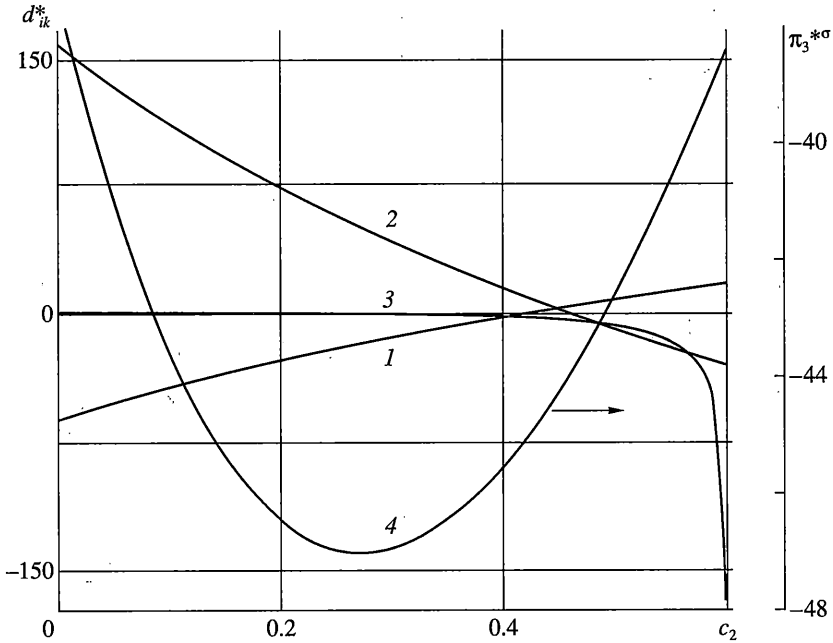


Фиг. 1

5. Численные примеры. С использованием формул (4.5)–(4.9), вычислены эффективные константы некоего гипотетического пироэлектрического композита, в котором матрицей является керамика BaTiO_3 , а включениями – цилиндрические волокна “сегнетомягкой” керамики ЦТС-19. При этом матрица поляризована в направлении его полярной оси, а волокна – в противоположном направлении. Константы BaTiO_3 взяты из [6, 7], пирокоэффициент для ЦТС-19 – из [8]. Поскольку данные для коэффициентов теплового расширения керамики ЦТС-19 в литературе отсутствуют, принято, что они равны соответствующим значениям для BaTiO_3 . Отметим, что варьирование численных значений этих констант в довольно широких пределах не влияет на существо выводов, которые сделаны из анализа результатов последующих вычислений. Остальные константы ЦТС-19 были измерены методом резонанса-антрезонанса [7].

На фиг. 1 показана зависимость относительной диэлектрической проницаемости $\eta_{33}^{\sigma} / \epsilon_0$ (кривая 1) и пьезоэлектрических модулей d_{ik}^* [пКл/Н] (d_{31}^* – кривая 2, d_{33}^* – 3, d_{15}^* – 4) композита от пироэлектрического коэффициента π_3^{σ} [мкКл/м²К] (величины $\eta_{33}^{\sigma} / \epsilon_0$ и π_3^{σ} измерялись при фиксированном механическом напряжении σ , $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$).

Кривая 1 на фиг. 1 демонстрирует роль связанных электроупругих эффектов в гетерогенном материале. Видно, что зависимость $\eta_{33}^{\sigma} / \epsilon_0 = f(\pi_3^{\sigma})$ имеет минимум, т.е. при некоторой концентрации диэлектрическая проницаемость материала в целом становится меньше, чем проницаемости обоих компонентов. Этот минимум обусловлен пьезоэлектрическим взаимодействием и проявляется только при антипараллельной



Фиг. 2

ориентации поляризации в компонентах. Подобного рода эффект наблюдается, в частности, в кристалле титаната бария: при разбиении на 180-градусные домены его диэлектрическая проницаемость уменьшается (так называемый эффект “зажатия”) [9].

Из фиг. 1 следует также, что у композита могут отсутствовать некоторые свойства, несмотря на то, что ими обладает каждый из компонентов в отдельности. При концентрации $c \approx 0.42-0.54$ композит в значительной мере теряет свою пьезоактивность, хотя и матрица, и включения обладают сильным пьезоэлектрическим эффектом. При этом он сохраняет высокую пироэлектрическую активность: пирокоэффициент при данной концентрации по абсолютной величине больше, чем у керамики ЦТС-19 и составляет приблизительно (52–80) мкКл/м²К. При $c \approx 0.78$ композит, напротив, полностью утрачивает пироактивность, но проявляет, как это видно из рисунка, довольно высокие пьезоэлектрические свойства ($d_{31}^* \approx 60$, $d_{33}^* \approx -130$ и $d_{15}^* \approx -230$ пКл/Н).

Аналогичные эффекты характерны и для композитов, состоящих из полимерной матрицы, армированной заполяризованными во взаимно противоположных направлениях сегнетокерамическими волокнами из двух разных материалов. На фиг. 2 показаны результаты вычислений для такого 3-х компонентного композита. Принято, что концентрация волокон BaTiO₃ $c_1 = 0.4$, а величина концентрации волокон ЦТС-19 c_2 варьировалась в интервале своих допустимых значений от 0 до 0.6. Из фиг. 2 видно, что при $c_2 \approx 0.45$ пирокоэффициент композита ($\pi_3^{*\sigma} = -44$ мкКл/м²К) приблизительно такой же, как и у керамики ЦТС-19 ($\pi_3^{*\sigma} = -50$ мкКл/м²К), а пьезомодули почти на два порядка меньше.

Таким образом, приведенные численные примеры показывают, что композиты могут быть довольно сильными пьезоэлектриками и иметь сколь угодно слабые пиро-

электрические свойства. Такие гетерогенные материалы являются аналогами пьезоэлектрических кристаллов неполярных классов, типичный из которых – кварц. С другой стороны, композит может являться хорошим пироэлектриком, но иметь ничтожно малые пьезоэлектрические свойства.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Levin V.M.* The overall properties of piezoactive matrix composite materials // Continuum models and discrete systems. Proc. CMDS8 / Ed. K.Z. Markov. Singapore: World Scientific Publ. Comp., 1996. P. 225–232.
2. *Levin V.M., Michelitsch Th., Sevostianov I.B.* Spheroidal inhomogeneity in the transversely isotropic piezoelectric medium // Arch. Appl. Mech. 2000. V. 70. № 10. P. 673–693.
3. *Канаун С.К., Левин В.М.* Метод эффективного поля в механике композитных материалов. Петрозаводск: Изд-во ПГУ, 1993. 398 с.
4. *Канаун С.К., Кудряцева Л.Т.* Самосогласованные схемы осреднения в механике матричных композитных материалов: Препринт № 10. Л.: Ленингр. Филиал НИИМаш АН СССР, 1989. 26 с.
5. *Levin V.M., Rakovskaja M.I., Kreher W.S.* The effective thermoelectroelastic Properties of microinhomogeneous materials // Intern. J. Solids and Structures. 1999. V. 36. № 18. P. 2683–2695.
6. *Kreher W.S.* Modeling effective thermo-electro-mechanical properties of multiphase piezoelectric composite materials // EUROMECH 373 Colloquium Magdeburg, 1998.
7. *Яффе Б., Кук У., Яффе Г.* Пьезоэлектрическая керамика. М.: Мир, 1974. 288 с.
8. *Кременчугский Л.С., Ройцина О.В.* Пироэлектрические приемники излучения. Киев: Наук. думка, 1979. 382 с.
9. *Иона Ф., Ширане Д.* Сегнетоэлектрические кристаллы. М.: Мир, 1965. 555 с.

Петрозаводск

Поступила в редакцию
14.02.2002