

УДК 539.3:534.1.

© 2004 г. С.М. АФОНИН

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ СТРУКТУРНАЯ СХЕМА И ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ СОСТАВНОГО ПЬЕЗОПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

Построена параметрическая структурная схема составного пьезопреобразователя при продольном и поперечном пьезоэффекте при управлении по напряжению и току для пьезопривода наноперемещений. Получены передаточные функции составного пьезопреобразователя, используемого в качестве пьезодвигателя нано- и микроперемещений. Определено влияние геометрических и физических параметров составного пьезопреобразователя и внешней нагрузки на его статические и динамические характеристики.

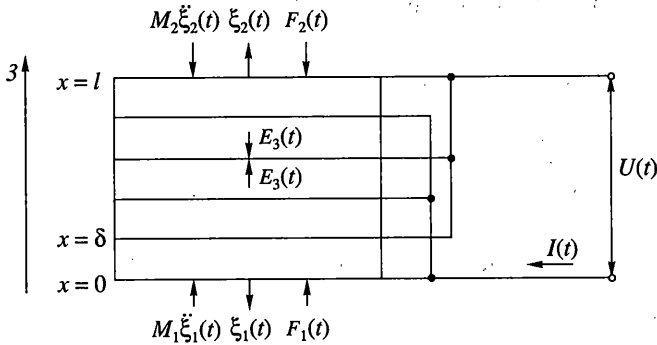
1. Введение. Постановка задачи. Применение пьезопривода наноперемещений перспективно в оборудовании нанотехнологии, нанобиологии, микроэлектроники и адаптивной оптики для прецизионного совмещения, компенсации температурных и гравитационных деформаций, а также атмосферной турбулентности путем коррекции волнового фронта [1, 2]. Пьезопреобразователь такого привода работает на основе обратного пьезоэффекта, в котором эффект перемещения достигается при приложении электрического напряжения за счет деформации пьезопреобразователя в диапазоне от единиц нанометров до единиц микрометров с погрешностью до десятых долей нанометров. Для увеличения диапазона перемещения пьезопривода до десятков микрометров используется составной пьезопреобразователь.

Структурно-параметрическая модель простого пьезопреобразователя (пьезопластины, простого пьезодвигателя наноперемещений) строится в результате совместного решения волнового уравнения [3], соответствующего уравнения пьезоэффекта и граничных условий на двух нагруженных рабочих поверхностях простого пьезопреобразователя. Передаточные функции простого пьезопреобразователя получаются из системы уравнений, описывающих его структурно-параметрическую модель [4, 5].

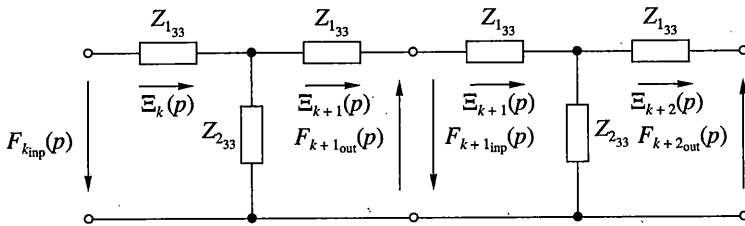
Соответствующая структурно-параметрическая модель составного пьезопреобразователя аналогично строится в результате совместного решения системы уравнений эквивалентного четырехполюсника составного пьезопреобразователя, соответствующего уравнения пьезоэффекта и граничных условий на двух нагруженных рабочих поверхностях пьезопреобразователя. Передаточные функции составного пьезопреобразователя также выводятся из системы уравнений, описывающих его структурно-параметрическую модель [4].

2. Параметрическая структурная схема составного пьезопреобразователя при продольном пьезоэффекте. Рассмотрим составной пьезопреобразователь на фиг. 1, состоящий из пьезопластин, соединенных электрически параллельно, а механически – последовательно. Составной пьезопреобразователь при продольном пьезоэффекте имеет длину l , а каждая из составляющих его n пьезопластин имеет толщину δ и площадь поперечного сечения S_0 . Электроды нанесены на грани пьезопластин, перпендикулярные оси 3.

Для вывода системы уравнений эквивалентного четырехполюсника составного пьезопреобразователя рассмотрим соответствующие матричные уравнения. Эквивалентный четырехполюсник пьезопластины (фиг. 2), имеющей порядковый номер k в



Фиг. 1



Фиг. 2

составном пьезопреобразователе (фиг. 1), составлен исходя из уравнения колебаний и уравнения сил [6], действующих на гранях пьезопластины. Следовательно, получаем систему уравнений [4, 5], соответствующую четырехполюснику в виде

$$\frac{\Xi_k(p)S_0\gamma}{s_{33}} \left\{ \text{th}(\delta\gamma) + \frac{1}{\text{sh}(\delta\gamma)} \right\} + \frac{\Xi_{k+1}(p)S_0\gamma}{s_{33} \text{sh}(\delta\gamma)} = F_k(p), \quad \gamma = \frac{p}{c} + \alpha$$

$$-\frac{\Xi_k(p)S_0\gamma}{s_{33} \text{sh}(\delta\gamma)} + \frac{\Xi_{k+1}(p)S_0\gamma}{s_{33}} \left\{ \text{th}(\delta\gamma) + \frac{1}{\text{sh}(\delta\gamma)} \right\} = -F_{k+1}(p)$$

где p – оператор Лапласа, c – скорость звука; α – коэффициент затухания; s_{33} – упругая податливость; $\Xi_k(p)$, $\Xi_{k+1}(p)$ – преобразования Лапласа смещений входной и выходной грани k -пьезопластины; $F_k(p)$, $F_{k+1}(p)$ – преобразования Лапласа сил, действующих на входной и выходной грани k -пьезопластины.

Отсюда получаем систему уравнений четырехполюсника

$$F_k(p) = -(Z_{133} + Z_{233})\Xi_k(p) + Z_{233}\Xi_{k+1}(p)$$

$$-F_{k+1}(p) = -Z_{233}\Xi_k(p) + (Z_{133} + Z_{233})\Xi_{k+1}(p)$$

$$Z_{133} = \frac{S_0\gamma \text{th}(\delta\gamma)}{s_{33}}, \quad Z_{233} = \frac{S_0\gamma}{s_{33} \text{sh}(\delta\gamma)}$$

Из этих уравнений получаем следующую систему

$$-F_k = \left(1 + \frac{Z_{133}}{Z_{233}}\right) F_{k+1} + Z_{133} \left(2 + \frac{Z_{133}}{Z_{233}}\right) \Xi_{k+1}$$

$$\Xi_k = \frac{1}{Z_{233}} F_{k+1} + \left(1 + \frac{Z_{133}}{Z_{233}}\right) \Xi_{k+1}$$

которая эквивалентна матричному уравнению

$$\begin{Bmatrix} -F_k \\ \Xi_k \end{Bmatrix} = \|M\| \begin{Bmatrix} F_{k+1} \\ \Xi_{k+1} \end{Bmatrix}$$

$$\|M\| = \begin{Bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 + \frac{Z_{133}}{Z_{233}} & Z_{133} \left(2 + \frac{Z_{133}}{Z_{233}}\right) \\ \frac{1}{Z_{233}} & 1 + \frac{Z_{133}}{Z_{233}} \end{Bmatrix}$$

$$m_{11} = m_{22} = 1 + \frac{Z_{133}}{Z_{233}} = \text{ch}(\delta\gamma), \quad m_{12} = Z_{133} \left(2 + \frac{Z_{133}}{Z_{233}}\right) = Z_{033} \text{sh}(\delta\gamma)$$

$$m_{21} = \frac{1}{Z_{233}} = \frac{\text{sh}(\delta\gamma)}{Z_{033}}, \quad Z_{033} = \frac{s_0\gamma}{s_{33}}$$

Для составного пьезопреобразователя (фиг. 1) имеем соответственно входные параметры: $\xi_k(t)$ – смещение и $F_k(t)$ – силу, действующие на входной грани k -ой пластины, а выходные параметры: $\xi_{k+1}(t)$ – смещение и $F_{k+1}(t)$ – силу, действующие на выходной грани k -ой пластины и являющиеся входным смещением и силой для входной грани $k+1$ -ой пластины.

Сила на выходной (*out*) грани k -ой пластины равна по величине и противоположна по направлению силе на входной (*inp*) грани $(k+1)$ -ой пластины (фиг. 2) $F_{k+1\text{out}} = -F_{k+1\text{inp}}$.

Следовательно, получаем матричное уравнение для преобразований Лапласа соответствующих сил и смещений

$$\begin{Bmatrix} -F_{k+1\text{inp}} \\ \Xi_{k+1} \end{Bmatrix} = \|M\| \begin{Bmatrix} F_{k+2\text{out}} \\ \Xi_{k+2} \end{Bmatrix}$$

Учитывая это уравнение, получаем

$$\begin{Bmatrix} -F_{k\text{inp}} \\ \Xi_k \end{Bmatrix} = \|M\| \|M\| \begin{Bmatrix} F_{k+2\text{out}} \\ \Xi_{k+2} \end{Bmatrix} = \|M\|^2 \begin{Bmatrix} F_{k+2\text{out}} \\ \Xi_{k+2} \end{Bmatrix}$$

далее умножая матрицы [7], преобразуем матричное уравнение для n -пьезопластин в составном пьезопреобразователе к виду

$$\begin{Bmatrix} -F_{1\text{inp}} \\ \Xi_1 \end{Bmatrix} = \|M\|^n \begin{Bmatrix} F_{n\text{out}} \\ \Xi_n \end{Bmatrix}$$

Элементы матрицы $\|M\|^n$ находим по методу математической индукции

$$\|M\|^n = \left\| \begin{array}{cc} \operatorname{ch}(n\delta\gamma) & Z_{033} \operatorname{sh}(n\delta\gamma) \\ \frac{\operatorname{sh}(n\delta\gamma)}{Z_{033}} & \operatorname{ch}(n\delta\gamma) \end{array} \right\|$$

Полученному матричному уравнению для составного пьезопреобразователя с учетом входящего в него выражения для матрицы $\|M\|^n$ соответствует эквивалентный четырехполюсник составного пьезопреобразователя.

Эквивалентному четырехполюснику составного пьезопреобразователя соответствует система уравнений

$$\frac{S_0\gamma}{s_{33} \operatorname{sh}(l\gamma)} \{-\Xi_1(p) \operatorname{ch}(l\gamma) + \Xi_n(p)\} = F_1(p), \quad l = n\delta$$

$$\frac{S_0\gamma}{s_{33} \operatorname{sh}(l\gamma)} \{-\Xi_1(p) + \Xi_n(p) \operatorname{ch}(l\gamma)\} = -F_n(p),$$

где l – длина составного пьезопреобразователя, упругая податливость $s = s_{33}^E$ и скорость звука $c = c^E$ при управлении по напряжению, упругая податливость $s = s_{33}^D$ и скорость звука $c = c^D$ при управлении по току [4, 5].

Уравнения для преобразований Лапласа сил [8], действующих на гранях составного пьезопреобразователя, будут

$$T_3(0, p)S_0 = F_1(p) + M_1 p^2 \Xi_1(p) \quad \text{при } x = 0$$

$$T_3(l, p)S_0 = -F_2(p) - M_2 p^2 \Xi_2(p) \quad \text{при } x = l$$

где для n -ой пьезопластины составного пьезопреобразователя принимаем $\Xi_n(p) = \Xi_2(p)$, $F_n(p) = F_2(p)$.

Построим математическую модель составного пьезопреобразователя при продольном пьезоэффекте с управлением по напряжению. В этом случае преобразование Лапласа силы, возбуждающей колебания составного пьезопреобразователя, находится из уравнения обратного пьезоэффекта [4] $F(p) = d_{33} S_0 E_3(p) / s_{33}^E$, где $E_3(p)$ – преобразование Лапласа напряженности электрического поля по оси 3.

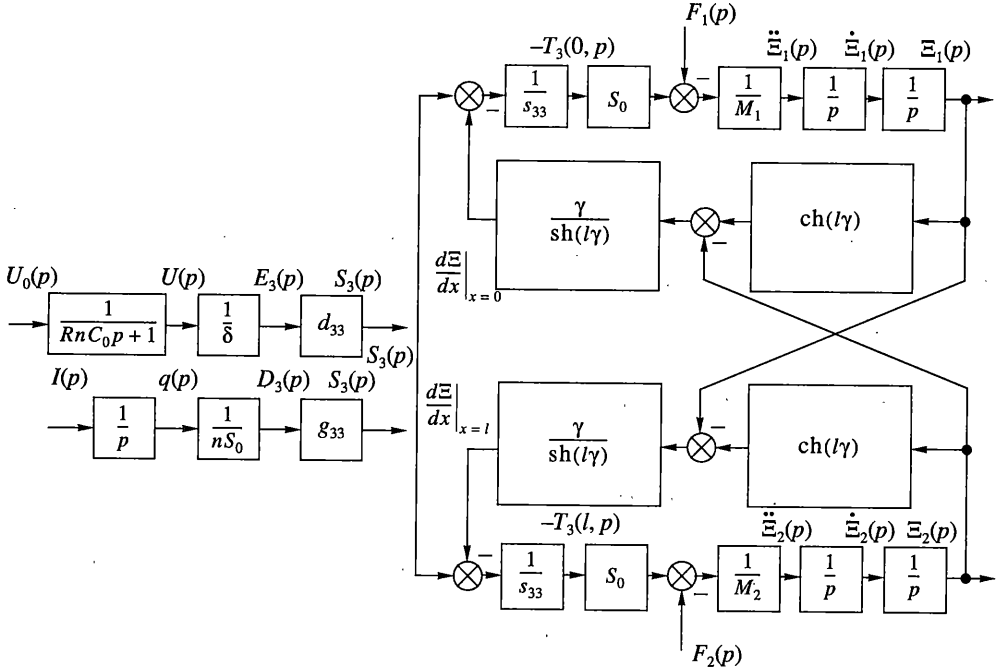
Совместное рассмотрение системы уравнений для эквивалентного четырехполюсника составного пьезопреобразователя, уравнения сил на гранях составного пьезопреобразователя и уравнения силы, возбуждающей колебания, дает систему уравнений

$$\frac{S_0\gamma}{s_{33}^E \operatorname{sh}(l\gamma)} \{-\Xi_1(p) \operatorname{ch}(l\gamma) + \Xi_2(p)\} = \frac{d_{33}}{s_{33}^E} S_0 E_3(p) + F_1(p) + M_1 p^2 \Xi_1(p) \quad \text{при } x = 0$$

$$\frac{S_0\gamma}{s_{33}^E \operatorname{sh}(l\gamma)} \{-\Xi_1(p) + \Xi_2(p) \operatorname{ch}(l\gamma)\} = \frac{d_{33}}{s_{33}^E} S_0 E_3(p) - F_2(p) - M_2 p^2 \Xi_2(p) \quad \text{при } x = l$$

$$S_0 / s_{33}^E = m_n (c^E)^2 / l$$

где m_n – масса составного пьезопреобразователя.



Фиг. 3

Преобразование этих уравнений дает систему уравнений для изображений Лапласа перемещений двух граней составного пьезопреобразователя. Соответственно получаем следующую систему уравнений, описывающую структурно-параметрическую модель составного пьезопреобразователя наноперемещений при продольном пьезоэффекте:

$$\Xi_1(p) = \frac{1}{M_1 p^2} \left\{ -F_1(p) + \frac{S_0}{\frac{E}{s_{33}}} \left[d_{33} E_3(p) - \frac{\gamma}{\text{sh}(l\gamma)} [\text{ch}(l\gamma) \Xi_1(p) - \Xi_2(p)] \right] \right\}$$

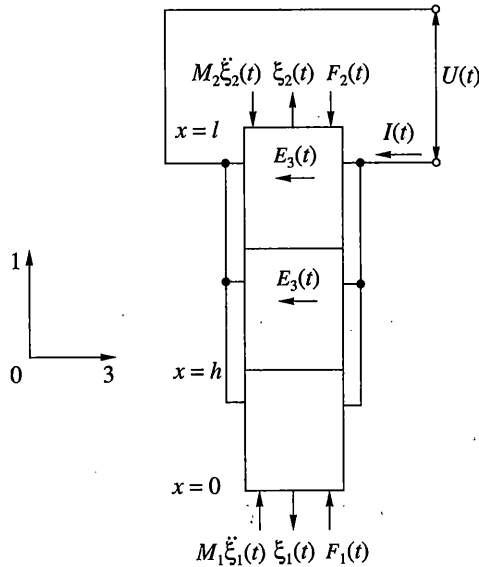
$$\Xi_2(p) = \frac{1}{M_2 p^2} \left\{ -F_2(p) + \frac{S_0}{\frac{E}{s_{33}}} \left[d_{33} E_3(p) - \frac{\gamma}{\text{sh}(l\gamma)} [\text{ch}(l\gamma) \Xi_2(p) - \Xi_1(p)] \right] \right\}$$

Этой системе уравнений соответствует параметрическая структурная схема составного пьезопреобразователя с управлением по напряжению, представленная на фиг. 3.

Параметрическая структурная схема составного пьезопреобразователя дополнена уравнением внешней цепи $U(p) = U_0(p)/(RC_n p + 1)$, где $U_0(p)$ – напряжение источника, R – сопротивление внешней цепи, $C_n = C_0 n$ – емкость составного пьезопреобразователя, C_0 – емкость пьезопластины, n – число пьезопластин в составном пьезопреобразователе.

Аналогично строится математическая модель составного пьезодвижителя при продольном пьезоэффекте с управлением по току. В этом случае преобразования Лапласа силы, возбуждающей колебания составного пьезопреобразователя, находится из уравнения обратного пьезоэффекта [4]:

$$F(p) = \frac{g_{33} S_0 D_3(p)}{\frac{D}{s_{33}}} = \frac{g_{33} I(p)}{p n s_{33}} = \frac{d_{33} S_0 I(p)}{p C_n \delta s_{33}^E}, \quad C_n = n \epsilon_{33}^T S_0 / \delta$$



Фиг. 4

Рассмотрим совместно систему уравнений для эквивалентного механического четырехполюсника составного пьезопреобразователя, уравнения сил на гранях составного пьезопреобразователя и уравнение силы, возбуждающей колебания. В результате получим при управлении по току параметрическую структурную схему составного пьезопреобразователя при продольном пьезоэффекте (фиг. 3), соответствующую следующей системе уравнений:

$$\Xi_1(p) = \frac{1}{M_1 p^2} \left\{ -F_1(p) + \frac{S_0}{s_{33}} \left[g_{33} D_3(p) - \frac{\gamma}{\text{sh}(l\gamma)} [\text{ch}(l\gamma) \Xi_1(p) - \Xi_2(p)] \right] \right\}$$

$$\Xi_2(p) = \frac{1}{M_2 p^2} \left\{ -F_2(p) + \frac{S_0}{s_{33}} \left[g_{33} D_3(p) - \frac{\gamma}{\text{sh}(l\gamma)} [\text{ch}(l\gamma) \Xi_2(p) - \Xi_1(p)] \right] \right\}$$

которая дополняется уравнением внешней цепи $D_3(p) = I(p)/(pnS_0)$.

3. Параметрическая структурная схема составного пьезопреобразователя при поперечном пьезоэффекте. Аналогично строится структурно-параметрическая модель составного пьезопреобразователя для поперечного пьезоэффекта. Составной пьезопреобразователь при поперечном пьезоэффекте (фиг. 4) имеет длину l , а каждая из составляющих его n пьезопластин имеет толщину h , ширину b и площадь поперечного сечения S_0 , где $l = nh$ – длина составного пьезодвигателя. Электроды нанесены на грани пьезопластин, перпендикулярные оси 3.

Для вывода системы уравнений эквивалентного механического четырехполюсника составного пьезопреобразователя при поперечном пьезоэффекте рассмотрим соответствующие матричные уравнения. Эквивалентный четырехполюсник пьезопластины, имеющей порядковый номер k в составном пьезопреобразователе, составлен исходя из уравнения колебаний и уравнения сил [6], действующих на гранях пьезопластины. Следовательно, получаем матричное уравнение

$$\begin{Bmatrix} -F_k \\ \Xi_k \end{Bmatrix} = \|M\| \begin{Bmatrix} F_{k+1} \\ \Xi_{k+1} \end{Bmatrix}$$

Матрица $\|M\|$ имеет вид

$$\|M\| = \begin{vmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 + \frac{Z_{111}}{Z_{211}} & Z_{111} \left(2 + \frac{Z_{111}}{Z_{211}} \right) \\ \frac{1}{Z_{211}} & 1 + \frac{Z_{111}}{Z_{211}} \end{vmatrix}$$

$$m_{11} = m_{22} = 1 + \frac{Z_{111}}{Z_{211}} = \operatorname{ch}(h\gamma), \quad m_{12} = Z_{111} \left(2 + \frac{Z_{111}}{Z_{211}} \right) = Z_{011} \operatorname{sh}(h\gamma)$$

$$m_{21} = \frac{1}{Z_{211}} = \frac{\operatorname{sh}(h\gamma)}{Z_{011}}, \quad Z_{011} = \frac{S_0 \gamma}{s_{11}}$$

Для составного пьезопреобразователя при поперечном пьезоэффекте (фиг. 4) получаем матричное уравнение

$$\begin{vmatrix} -F_{1\text{inp}} \\ \Xi_1 \end{vmatrix} = \|M\|^n \begin{vmatrix} F_{n\text{out}} \\ \Xi_n \end{vmatrix}$$

$$\|M\|^n = \begin{vmatrix} \operatorname{ch}(nh\gamma) & Z_{011} \operatorname{sh}(nh\gamma) \\ \frac{\operatorname{sh}(nh\gamma)}{Z_{011}} & \operatorname{ch}(nh\gamma) \end{vmatrix}$$

Построим математическую модель составного пьезопреобразователя при поперечном пьезоэффекте с управлением по напряжению. Преобразование Лапласа силы, возбуждающей колебания составного пьезопреобразователя, находится из уравнения [4] обратного пьезоэффекта $F(p) = d_{31} S_0 E_3(p) / s_{11}^E$.

Совместное рассмотрение соответствующих уравнений для эквивалентного четырехполюсника составного пьезопреобразователя, уравнений сил на его гранях и уравнения силы, возбуждающей колебания, дает систему уравнений, описывающую структурно-параметрическую модель составного пьезопреобразователя при поперечном пьезоэффекте при управлении по напряжению

$$\Xi_1(p) = \frac{1}{M_1 p^2} \left\{ -F_1(p) + \frac{S_0}{s_{11}^E} \left[d_{31} E_3(p) - \frac{\gamma}{\operatorname{sh}(l\gamma)} [\operatorname{ch}(l\gamma) \Xi_1(p) - \Xi_2(p)] \right] \right\}$$

$$\Xi_2(p) = \frac{1}{M_2 p^2} \left\{ -F_2(p) + \frac{S_0}{s_{11}^E} \left[d_{31} E_3(p) - \frac{\gamma}{\operatorname{sh}(l\gamma)} [\operatorname{ch}(l\gamma) \Xi_2(p) - \Xi_1(p)] \right] \right\}$$

$$S_0 / s_{11}^E = m_n (c^E)^2 / l$$

Этой системе уравнений соответствует параметрическая структурная схема составного пьезопреобразователя при поперечном пьезоэффекте с управлением по напряжению аналогичная фиг. 3.

Аналогично строится математическая модель составного пьезопреобразователя при поперечном пьезоэффекте с управлением по току. В этом случае преобразование Лапласа силы, возбуждающей колебания составного пьезопреобразователя, находится из уравнения обратного пьезоэффекта [4]:

$$F(p) = \frac{g_{31}S_0D_3(p)}{s_{11}^D} = \frac{g_{31}I(p)}{pns_{11}^D} = \frac{d_{31}S_0I(p)}{pC_n\delta s_{11}^E}, \quad C_n = n\varepsilon_{33}hb/\delta$$

где C_n – емкость составного пьезопреобразователя, $S_0 = b\delta$ – площадь поперечного сечения составного пьезопреобразователя.

Совместное рассмотрение системы уравнений для эквивалентного четырехполюсника составного пьезопреобразователя, уравнения сил на его гранях и уравнения силы, возбуждающей колебания, дает при управлении по току параметрическую структурную схему составного пьезопреобразователя при поперечном пьезоэффекте аналогичную фиг. 3. Ей соответствует следующая система уравнений:

$$\begin{aligned} \Xi_1(p) &= \frac{1}{M_1p^2} \left\{ -F_1(p) + \frac{S_0}{s_{11}^D} \left[g_{31}D_3(p) - \frac{\gamma}{\text{sh}(l\gamma)} [\text{ch}(l\gamma)\Xi_1(p) - \Xi_2(p)] \right] \right\} \\ \Xi_2(p) &= \frac{1}{M_2p^2} \left\{ -F_2(p) + \frac{S_0}{s_{11}^D} \left[g_{31}D_3(p) - \frac{\gamma}{\text{sh}(l\gamma)} [\text{ch}(l\gamma)\Xi_2(p) - \Xi_1(p)] \right] \right\} \end{aligned}$$

дополняемая уравнением внешней цепи $D_3(p) = I(p)/(pnhb) = I(p)/(plb)$.

4. Передаточные функции составного пьезопреобразователя. Структурно-параметрическая модель составного пьезопреобразователя после алгебраических преобразований позволяет получить передаточные функции составного пьезопреобразователя, как отношение преобразования Лапласа перемещения грани составного пьезопреобразователя к преобразованию Лапласа напряженности электрического поля или к преобразованию Лапласа соответствующей силы при нулевых начальных условиях.

Совместное решение вышеприведенных уравнений для преобразований Лапласа перемещений двух граней составного пьезопреобразователя [4] дает

$$\Xi_1(p) = W_{11}(p)E_3(p) + W_{12}(p)F_1(p) + W_{13}F_2(p)$$

$$\Xi_2(p) = W_{21}(p)E_3(p) + W_{22}(p)F_1(p) + W_{23}F_2(p)$$

$$W_{11}(p) = \frac{\Xi_1(p)}{E_3(p)} = d_{33} \frac{M_2\chi p^2 + \gamma \text{th}(l\gamma/2)}{A}, \quad \chi = \frac{l}{m_n(c^E)^2}$$

$$A = M_1M_2\chi^2 p^4 + \frac{(M_1 + M_2)\chi}{c^E \text{th}(l\gamma)} p^3 + \left[\frac{(M_1 + M_2)\chi\alpha}{\text{th}(l\gamma)} + \frac{1}{(c^E)^2} \right] p^2 + \frac{2\alpha p}{c^E} + \alpha^2$$

$$W_{21}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{E_3(p)} = d_{33} \frac{M_1\chi p^2 + \gamma \text{th}(l\gamma/2)}{A}$$

$$W_{12}(p) = \frac{\Xi_1(p)}{F_1(p)} = - \frac{\chi [M_2\chi p^2 + \gamma/\text{th}(l\gamma)]}{A}$$

$$W_{13}(p) = \frac{\Xi_1(p)}{F_2(p)} = W_{22}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{F_1(p)} = \frac{\chi\gamma/\text{sh}(l\gamma)}{A}$$

$$W_{23}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{F_2(p)} = -\frac{\chi[M_1\chi p^2 + \gamma/\text{th}(l\gamma)]}{A}$$

Следовательно, получаем соответствующее матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} \Xi_1(p) \\ \Xi_2(p) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_{11}(p) & W_{12}(p) & W_{13}(p) \\ W_{21}(p) & W_{22}(p) & W_{23}(p) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_3(p) \\ F_1(p) \\ F_2(p) \end{pmatrix}$$

Если за входную величину принять напряжение источника $U_0(t)$, то с учетом внешней цепи передаточные функции составного пьезопреобразователя $W_{11}(p)$, $W_{21}(p)$ необходимо умножить на выражение

$$W_0(p) = \frac{E_3(p)}{U_0(p)} = \frac{1}{\delta(Rn C_0 p + 1)} = \frac{1}{\delta(RC_n p + 1)}$$

Рассмотрим различные режимы работы составного пьезопреобразователя. Если одна из граней составного пьезопреобразователя жестко закреплена, например, при $x = 0$. Это соответствует $M_1 \rightarrow \infty$, причем $W_{11}(p) = 0$, $\Xi_1(p) = 0$. Тогда при продольном пьезоэффекте получаем передаточные функции

$$W_{21}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{E_3(p)} = \frac{d_{33} \text{th}(l\gamma)}{M_2 \chi \text{th}(l\gamma) p^2 + \gamma}$$

$$W_{23}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{F_2(p)} = -\frac{\chi \text{th}(l\gamma)}{M_2 \chi \text{th}(l\gamma) p^2 + \gamma}$$

Если за входную величину принять изображение Лапласа напряжения $U_0(p)$, то

$$W_2(p) = \frac{\Xi_2(p)}{U_0(p)} = \frac{nd_{33} \text{th}(l\gamma)}{(RC_n p + 1)[M_2 \chi \text{th}(l\gamma) p^2 + l\gamma]}$$

5. Статические характеристики составного пьезопреобразователя при продольном и поперечном пьезоэффекте. Определим величину смещения $\xi_2(\infty)$ составного пьезопреобразователя в установившемся режиме при $U(t) = U_0 1(t)$ и $F_2(t) = 0$ или $F_2(t) = F_0 1(t)$ и $U_0(t) = 0$.

Соответственно статическое перемещение $\xi_2(\infty)$ составного пьезопреобразователя при продольном пьезоэффекте в зависимости от напряжения имеет вид

$$\xi_2(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} \xi_2(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p W_2(p) \frac{U_0}{p} = \lim_{\substack{p \rightarrow 0 \\ \alpha \rightarrow 0}} nd_{33} U_0 \frac{\text{th}(l\alpha)}{l\alpha} = nd_{33} U_0$$

а статическое перемещение в зависимости от силы будет

$$\xi_2(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} \xi_2(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p W_{23}(p) \frac{F_0}{p} = \lim_{\substack{p \rightarrow 0 \\ \alpha \rightarrow 0}} -\frac{l^2 F_0 \text{th}(l\alpha)}{m_n (c^E)^2 l\alpha} = -\frac{l F_0}{\rho (c^E)^2 S_0} = -\frac{n \delta s_{33}^E F_0}{S_0}$$

где ρ – плотность.

Экспериментальные и расчетные характеристики составного пьезопреобразователя совпадают с погрешностью 5%. При $n = 50$, $d_{33} = 4 \cdot 10^{-10}$ м/В, $U = 300$ В статическое перемещение $\xi_2(\infty) = 6$ мкм. При $n = 60$, $\delta = 6 \cdot 10^{-4}$ м, $s_{33}^E = 3.5 \cdot 10^{-11}$ м²/Н, $F_0 = 3000$ Н, $S_0 = 1.75 \cdot 10^{-4}$ м² статическое перемещение $\xi_2(\infty) = 21.6$ мкм.

Аналогично статическое перемещение $\xi_2(\infty)$ составного пьезопреобразователя при поперечном пьезоэффekte в зависимости от напряжения имеет вид

$$\xi_2(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} \xi_2(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p W_2(p) \frac{U_0}{p} = \lim_{\substack{p \rightarrow 0 \\ \alpha \rightarrow 0}} \frac{nh}{\delta} d_{31} U_0 \frac{\text{th}(l\alpha)}{l\alpha} = \frac{nh}{\delta} d_{31} U_0$$

а статическое перемещение в зависимости от силы будет

$$\xi_2(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} \xi_2(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p W_{23}(p) \frac{F_0}{p} = \lim_{\substack{p \rightarrow 0 \\ \alpha \rightarrow 0}} - \frac{l^2 F_0 \text{th}(l\alpha)}{m_n (c^E)^2 l \alpha} = - \frac{l F_0}{\rho (c^E)^2 S_0} = - \frac{n h s_{11}^E F_0}{S_0}$$

При $n = 3$, $h = 3 \cdot 10^{-2}$ м, $\delta = 6 \cdot 10^{-4}$ м, $d_{31} = 2 \cdot 10^{-10}$ м/В, $U = 600$ В статическое перемещение $\xi_2(\infty) = 18$ мкм. При $n = 2$, $h = 3 \cdot 10^{-2}$ м, $s_{11}^E = 2.5 \cdot 10^{-11}$ м²/Н, $F_0 = 48$ Н, $S_0 = 6 \cdot 10^{-6}$ м² статическое перемещение $\xi_2(\infty) = 12$ мкм.

6. Параметрическая структурная схема составного пьезопреобразователя на низких частотах. Рассмотрим работу составного пьезопреобразователя на низких частотах при $\omega \rightarrow 0$ для жестко закрепленной одной грани пьезопреобразователя при $M_1 \rightarrow \infty$ и $M_2/m_n \gg 1$. При управлении по напряжению представим $W_{21}(p)$ и $W_{23}(p)$ в удобном для преобразования виде

$$W_{21}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{E_3(p)} = \frac{d_{33}}{M_2 \chi p^2 + \gamma \text{cth}(l\gamma)}$$

$$W_{23}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{F_2(p)} = - \frac{\chi}{M_2 \chi p^2 + \gamma \text{cth}(l\gamma)}$$

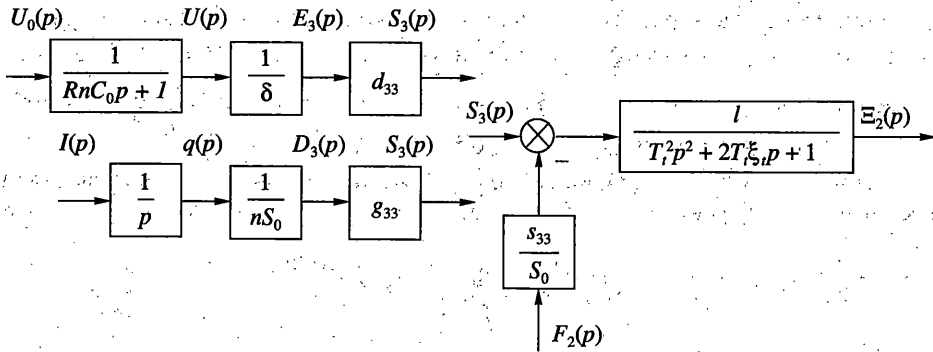
Используя аппроксимацию гиперболического котангенса двумя членами степенного ряда, получаем в диапазоне частот $0 < \omega < 0.01 c^E/l$ следующие выражения при управлении по напряжению

$$W_{21}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{E_3(p)} = \frac{d_{33} l}{T_t^2 p^2 + 2T_t \xi_t p + 1}, \quad T_t = \frac{l}{c^E} \sqrt{\frac{M_2}{m_n}}$$

$$W_{23}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{F_2(p)} = - \frac{\frac{s_{33}^E l}{S_0}}{T_t^2 p^2 + 2T_t \xi_t p + 1}, \quad \xi_t = \frac{\alpha l}{3} \sqrt{\frac{m_n}{M_2}}$$

$$W_2(p) = \frac{\Xi_2(p)}{U_0(p)} = \frac{n d_{33}}{(RC_n p + 1)(T_t^2 p^2 + 2T_t \xi_t p + 1)}$$

где T_t – постоянная времени, ξ_t – коэффициент затухания.



Фиг. 5

При $l = 3 \cdot 10^{-2}$ м, $c^E = 3.6 \cdot 10^3$ м/с, $M_2 = 64$ кг, $m_n = 4 \cdot 10^{-2}$ кг постоянная времени $T_l = 3.3 \cdot 10^{-4}$ с.

Параметрическая структурная схема составного пьезопреобразователя при продольном пьезоэффекте при управлении по напряжению на низких частотах представлена на фиг. 5.

7. Заключение. Полученные структурно-параметрическая модель, параметрическая структурная схема и передаточные функции составного пьезопреобразователя позволяют описывать динамические и статические характеристики составного пьезопреобразователя с учетом его физических параметров, внешней нагрузки и электрического сопротивления согласующих цепей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Афонин С.М. Пьезопреобразователи для приводов микроперемещений // Приборы и системы управления. 1998. № 2. С. 41–42.
2. Афонин С.М. Деформирование, разрушение и механические характеристики составного пьезопреобразователя // Изв. РАН. МГТ. 2003. № 6. С. 97–101.
3. Физическая акустика / Под ред. У. Мэзона. Т. 1. Ч. А. Методы и приборы ультразвуковых исследований. М.: Мир, 1966. 592 с.
4. Афонин С.М. Параметрическая структурная схема пьезопреобразователя // Изв. РАН. МГТ. 2002. № 6. С. 101–107.
5. Домаркас В.И., Кажис Р.-И.Ю. Контрольно-измерительные пьезоэлектрические преобразователи. Вильнюс: Минтис, 1975. 255 с.
6. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. М.: Наука, 1970. 478 с.
7. Бабаков И.М. Теория колебаний. М.: Наука, 1968. 560 с.
8. Полянин А.Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики. М.: Физматлит, 2001. 576 с.

Москва

Поступила в редакцию
15.01.2002