

## **АНАЛИЗ НЕМОНОТОННОЙ ЗАВИСИМОСТИ НАПРЯЖЕНИЙ ОТ ДЕФОРМАЦИЙ В ВЯЗКОУПРУГИХ МАТЕРИАЛАХ**

Приводятся результаты теоретического анализа экспериментов, показывающих немонотонную зависимость напряжений от деформаций при низких постоянных скоростях деформирования наполненных полимерных материалов. Анализ проводился на основе нелинейной эндохронной теории стареющих вязкоупругих материалов. Аппроксимация экспериментальных зависимостей с использованием структурных составляющих удельной работы внутренних сил позволила достичь хорошего согласования теоретических и опытных значений напряжений и деформаций вплоть до момента разрушения образцов. Изменение в процессе деформирования составляющих удельной внутренней энергии показано в графическом изображении, облегчающем структурно-энергетический анализ результатов экспериментов.

Установлено, что рост скоростей деформаций приводит к запаздыванию процесса повреждаемости и начала убывания напряжений при продолжающемся росте деформаций. Это объясняется ростом удельной поглощенной энергии при снижении скоростей деформирования. Условие разрушения соответствует определенной зависимости между мгновенно обратимой (упругой) удельной энергией и удельной поглощенной энергией, вызывающей необратимое изменение внутренней структуры материала.

**1. Введение.** Немонотонная зависимость напряжений от деформаций при одноосном напряженном состоянии характерна для различных материалов. В металлах это связано с появлением “шейки”, предшествующей разрушению материала и приводящей к представлению об “истинных” напряжениях. Это явление хорошо изучено и связывается с неустойчивостью процесса деформирования на участке, где растягивающие напряжения падают при продолжающемся росте деформаций.

В высоконаполненных полимерных материалах, имеющих зернистую структуру кристаллического наполнителя и каучукообразную матрицу связующего, немонотонная зависимость напряжений от деформаций наблюдается без заметного появления “шейки”, так как наличие жесткого наполнителя уменьшает поперечную деформацию образца. Эта зависимость, как и в металлах, предшествует разрушению материала, но ее происхождение имеет другую природу. Разрушение подобных материалов может происходить при разных соотношениях адгезионной и когезионной прочности. При более низкой адгезионной прочности вначале отслаивается наполнитель от связующего, а при низкой когезионной прочности – рвется связующее. В реальных условиях проявляются оба механизма деформирования и разрушения, в частности, они наблюдаются в опытах на растяжение с постоянными скоростями деформаций. Во всех подобных случаях падение номинальных растягивающих напряжений вызывается уменьшением площади поперечного сечения образца за счет образования внутренних пустот.

Внимание к участку с убывающим напряжением в вязкоупругих материалах объясняется двумя причинами.

Первая связана с возможностью наглядно убедиться в существовании накопленных повреждений, под которыми понимается необратимое изменение внутренней структу-

ры материала, сопровождаемое падением его сопротивления. Опыты показывают, что при низких скоростях деформирования накопление повреждений во времени происходит медленнее и начинается позже, чем при высоких скоростях. Поэтому при низких скоростях деформирования легче вести замеры напряжений и деформаций на участке уменьшающихся напряжений, а следовательно, можно точнее находить между ними зависимость вплоть до разрушения. Это позволяет оценивать границы применимости существующих вариантов нелинейной теории вязкоупругости.

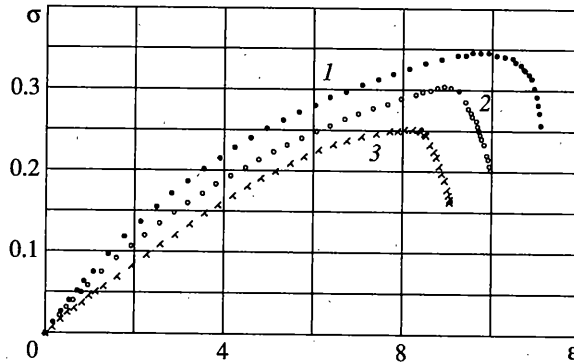
Вторая причина имеет практический характер. Известно, что при малых нагрузках микротрещины в полимерных материалах развиваются медленно. Увеличение их длин связано с достижением предельных деформаций, поэтому ориентировка только на максимальные напряжения может давать погрешности, в первую очередь по скоростям развития трещин. Другим примером могут служить горящие полимерные материалы, находящиеся под действием напряженного состояния. При их разрушении открываются новые поверхности горения и повышается газовыделение, что в ограниченных объемах приводит к повышению давления. Учет этого обстоятельства также должен производиться с использованием истинной, т.е. немонотонной зависимости напряжений от деформаций. И, наконец, применение вязкоупругих материалов в качестве конструкционных, когда критерии прочности выражаются только через максимальные напряжения, а максимальные деформации не учитываются, оставляет открытым вопрос о резервах прочности материалов. Эти резервы тем больше, чем больше разница между максимальной деформацией и деформацией, соответствующей максимальному напряжению.

Из вышеизложенного становится понятен интерес к указанной особенности сопротивления вязкоупругих материалов.

**2. Эксперименты, показывающие немонотонную зависимость напряжений от деформаций.** Опыты на растяжение, которые проводились с образцами из наполненного полимерного материала НПМ-5, позволили установить немонотонную зависимость напряжений от деформаций при трех различных скоростях деформирования. Образцы имели размеры рабочей части, где производились замеры:  $50 \times 10 \times 10$  мм. Температура образцов и окружающей среды была  $25^\circ\text{C}$ . Осевое растяжение велось со скоростями деформаций:  $\dot{\epsilon}_1 = 0.145$  1/мин,  $\dot{\epsilon}_2 = 0.0147$  1/мин,  $\dot{\epsilon}_3 = 0.00365$  1/мин. Усилия в осевом направлении измерялись с помощью динамометра.

Результаты опытов показаны на фиг. 1, где значения осевых напряжений  $\sigma$  [МПа] отложены по вертикальной оси, а деформаций  $\epsilon$  [%] – по горизонтальной. Экспериментально найденные величины напряжений показаны: темными точками (кривая 1) при скорости деформаций  $\dot{\epsilon}_1$ , светлыми точками (кривая 2) при скорости деформаций  $\dot{\epsilon}_2$  и крестами (кривая 3) при скорости деформаций  $\dot{\epsilon}_3$ .

Видно, что повышение скорости деформаций приводит к повышению напряжений при фиксированных деформациях, а также к возрастанию максимальных напряжений и максимальных деформаций. Такая зависимость соответствует существенно различным скоростям деформаций. При изображении зависимости напряжений  $\sigma(t)$  от времени  $t$  моменты достижения максимальных напряжений и деформаций оказались бы наибольшими при самой низкой скорости деформаций  $\dot{\epsilon}_3$  и наименьшими – при самой высокой скорости деформаций  $\dot{\epsilon}_1$ . Наибольшая разность между временем достижения максимальной деформации и временем достижения максимального напряжения оказалась бы при  $\dot{\epsilon}_3$ , а наименьшая – из трех реализованных скоростей деформаций – при  $\dot{\epsilon}_1$ .



Фиг. 1

Таким образом, наилучшие условия для исследования ниспадающих участков кривых зависимости напряжений от деформаций возникают при низких скоростях деформирования. Высокие скорости деформаций приводят к сокращению времени испытаний, что затрудняет замеры и анализ полученных результатов, и поэтому здесь они не рассматриваются.

**3. Структурно-энергетический анализ результатов экспериментов.** Приведенные результаты позволяют установить теоретические зависимости напряжений от деформаций на основе нелинейной эндохронной теории стареющих вязкоупругих материалов [1]. Согласно этой теории, удельная работа внутренних сил  $A(t)$  представляется суммой ее структурных составляющих

$$A(t) = A_e(t) + A_v(t) + A_*(t) + A_c(t) + A_T(t) \quad (3.1)$$

Здесь  $A_e(t)$  – удельная упругая (мгновенно обратимая) энергия,  $A_v(t)$  – удельная вязкоупругая (замедленно обратимая) энергия,  $A_*(t)$  – удельная рассеянная энергия,  $A_c(t)$  – удельная энергия старения,  $A_T(t)$  – удельная работа среднего напряжения на объемном температурном расширении материала. В дальнейшем будем полагать  $A_T(t) = 0$ .

Удельная рассеянная энергия расходуется на образование тепла и необратимое изменение внутренней структуры материала, которое в дальнейшем считается его повреждением. Условия теплообмена с окружающей средой ограничивают ту часть рассеянной энергии, которая вызывает изменение внутренней структуры. Существует “пороговая” мощность удельной рассеянной энергии, ниже которой вся рассеянная энергия уходит только на изменение тепла.

Зная величину  $A_*(t)$ , можно находить удельную поглощенную энергию  $A_a(t)$ , расходуемую на необратимое изменение внутренней структуры материала, из уравнения

$$\frac{dA_a(t)}{dt} = k_a(W_*(t) - W_s)h(W_*(t) - W_s), \quad W_*(t) = \frac{dA_*(t)}{dt} \quad (3.2)$$

Здесь  $W_*(t)$  – мощность удельной рассеянной энергии,  $W_s$  – пороговая мощность удельной рассеянной энергии,  $h(t)$  – функция Хэвисайда,  $k_a$  – коэффициент поглощения, с помощью которого выделяется та часть “избыточной” мощности рассеяния  $W_*(t) - W_s$ , которая поглощается в процессе накопления повреждений ( $0 < k_a \leq 1$ ). Характеристики материала  $W_s$  и  $k_a$  в общем случае зависят от его поврежденности, т.е. от  $A_a(t)$ , что делает уравнение (3.2) нелинейным. Для облегчения дальнейших исследований примем, что  $W_s$  и  $k_a$  зависят только от скоростей деформаций, которые, как показывается ниже, влияют на изменение  $A_a(t)$ , но при этом остаются постоянными в каждом опыте. При этом допущении уравнение (3.2) становится линейным.

Выражения компонент  $A_e(t)$ ,  $A_v(t)$ ,  $A_*(t)$ ,  $A_c(t)$  находятся, если известны механические характеристики материала и закон изменения деформаций во времени. Эти характеристики выбираются с помощью теоретических представлений нелинейной эндохронной теории стареющих вязкоупругих материалов, исходя из наилучшего приближения экспериментально найденных зависимостей между напряжениями и деформациями в указанных опытах и дополнительном опыте на релаксацию.

Основными механическими характеристиками материала в указанной теории являются: ядра сдвиговой и объемной релаксации  $R(t)$  и  $R_0(t)$ , функции “старения”  $\varphi(t)$  и “приведенного” времени  $t_1(t)$ . Структурные компоненты  $A_e(t)$ ,  $A_v(t)$ ,  $A_*(t)$ ,  $A_c(t)$  выражаются с помощью этих функций. Физический смысл функций  $\varphi(t)$  и  $t_1(t)$  известен:  $\varphi(t)$  учитывает изменение упругой жесткости связующего, а  $t_1(t)$  учитывает отслоение наполнителя от связующего, приводящее к вязкости материала. Зная, как меняются структурные составляющие удельной работы внутренних сил, можно судить об изменениях во времени функций  $\varphi(t)$ ,  $t_1(t)$  и их производных.

Таким образом, если при любом опыте анализировать, как изменяются  $A_e(t)$ ,  $A_v(t)$ ,  $A_*(t)$ ,  $A_c(t)$ , то можно будет делать заключение об изменении механических свойств и сопротивлении наполненного полимерного материала в этом опыте. В частности, малое значение  $A_c(t)$  будет свидетельствовать о малом изменении упругих свойств материала и, следовательно, о его высокой когезионной прочности. В свою очередь повышение удельной рассеянной энергии  $A_*(t)$  будет указывать на низкую адгезионную прочность материала. По указанной причине проводимые опыты после их структурно-энергетического анализа могут использоваться для выдачи рекомендаций изготовителям материала о необходимости совершенствовать технологию его производства.

Изложенная суть метода структурно-энергетического анализа иллюстрируется ниже на примере опытов, указанных в предыдущем разделе.

Вначале приведем здесь зависимости, необходимые для вычисления напряжений, а также составляющих удельной работы внутренних сил при известных деформациях. При одноосном напряженно-деформированном состоянии эти зависимости упрощаются и имеют вид [1]:

$$\sigma(t) = \varphi(t) \int_0^t R(t_1(t) - t_1(\tau)) d\varepsilon(\tau) \tag{3.3}$$

$$A_e(t) = \frac{\sigma^2(t)}{2R(0)\varphi(t)} \tag{3.4}$$

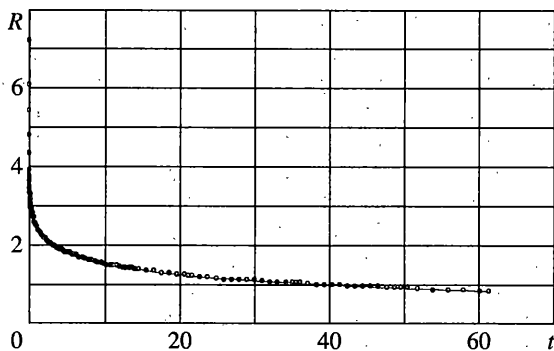
$$A_v(t) = \frac{\varphi(t)}{2} \iint_{00}^{tt} R(2t_1(t) - t_1(\tau_1) - t_1(\tau_2)) d\varepsilon(\tau_1) d\varepsilon(\tau_2) - A_e(t) \tag{3.5}$$

$$A_*(t) = - \int_0^t \frac{\varphi^2(\tau)}{f(\tau)} \iint_{00}^{\tau\tau} R'(2t_1(\tau) - t_1(\tau_1) - t_1(\tau_2)) d\varepsilon(\tau_1) d\varepsilon(\tau_2) d\tau \tag{3.6}$$

$$A_c(t) = - \frac{1}{2} \iiint_{000}^{t\tau\tau} R(2t_1(\tau) - t_1(\tau_1) - t_1(\tau_2)) d\varepsilon(\tau_1) d\varepsilon(\tau_2) d\varphi(\tau) \tag{3.7}$$

$$A(t) = \int_0^t \sigma(\tau) d\varepsilon(\tau) = A_e(t) + A_v(t) + A_*(t) + A_c(t) \tag{3.8}$$

$$R'(t) = dR(t)/dt, \quad dt_1(t)/dt = \varphi(t)/f(t) \tag{3.9}$$



Фиг. 2

Используя обобщенную модель Максвелла, можно представить ядро релаксации  $R(t)$  в виде суммы убывающих экспоненциальных функций

$$R(t) = \sum_{k=1}^N E_k e^{-\alpha_k t} + E_\infty \quad (3.10)$$

Положительные коэффициенты  $E_k$ ,  $\alpha_k$ ,  $E_\infty$  выбираются из условия минимума квадратичного отклонения функции  $R(t)$  в заданном интервале времени от экспериментально определенного ядра релаксации [2]. На фиг. 2 светлыми точками показаны экспериментальные значения ядра релаксации, определенного при  $\varepsilon = 0.89\%$ , а сплошной линией – его теоретическая аппроксимация, соответствующая представлению

$$R(t) = 0.3823 + 26.97e^{-336.8t} + 3.568e^{-0.026t} + 0.74e^{-32.64t} + 1.404e^{-5.068t} + \\ + 1.071e^{-0.279t} + 0.802e^{-0.822t} + 0.106e^{-0.435t} + 0.018e^{-0.016t} \quad (3.11)$$

Ядра релаксации для материала НПМ-5 на фиг. 2 и в (3.11) приведены в МПа, а время  $t$  – в минутах. Как видно из фиг. 2, теоретические и опытные значения ядра релаксации хорошо согласуются.

Для вычисления напряжений и составляющих удельной работы внутренних сил помимо ядра  $R(t)$  необходимо знать функции  $\varphi(t)$ ,  $f(t)$ , а также  $k_a(t)$  и  $W_s$ , входящие в (3.2). Их определение производилось, исходя из условий наилучшей аппроксимации экспериментально найденных напряжений, показанных на фиг. 1. Учитывая ограниченную изменяемость экспоненциальных функций при отрицательных аргументах, искомые функции разыскивались в виде

$$\varphi(t) = e^{-\lambda(\dot{\varepsilon})\varepsilon(t)}, \quad f(t) = \exp[-p(\dot{\varepsilon})\varepsilon(t) - q(\dot{\varepsilon})A_a(t)], \quad k_a(t) = e^{-\beta\varepsilon} \\ A_a(t) = \int_0^t k_a(\dot{\varepsilon})(W_*(\tau) - W_s(\dot{\varepsilon}))h(W_*(\tau) - W_s(\dot{\varepsilon}))d\tau, \quad W_s = W_*(t_s(\dot{\varepsilon})) \quad (3.12)$$

Здесь  $t_s$  – время достижения пороговой мощности удельной рассеянной энергии; скорости деформаций  $\dot{\varepsilon}$  принимали значения  $\dot{\varepsilon}_1$ ,  $\dot{\varepsilon}_2$ ,  $\dot{\varepsilon}_3$  соответственно проведенным опытам.

Величины  $\lambda(\dot{\epsilon})$ ,  $p(\dot{\epsilon})$ ,  $q(\dot{\epsilon})$ ,  $\beta$ ,  $t_s(\dot{\epsilon})$ ,  $A_*(t_s(\dot{\epsilon}))$ , а также  $A_a(t_{\max}(\dot{\epsilon}))$ , где  $t_{\max}(\dot{\epsilon})$  – время разрушения образцов, приведены ниже.

$\dot{\epsilon}$ [1/мин]	0.00365	0.0147	0.145
$\lambda$	0.411	2.176	2.971
$p$	1.675	9.424	29.17
$q$ [МПа <sup>-1</sup> ]	2305	2540	3673
$\beta$ [мин]	1.75	1.75	1.75
$t_s$ [мин]	20.3	5.96	0.7
$W_s$ [МПа/мин]	0.00042	0.0015	0.0214
$A_*(t_s)$ [МПа]	0.0039	0.0043	0.0066
$t_{\max}$ [мин]	24.9	6.81	0.77
$A_a(t_{\max})$ [МПа]	0.0067	0.0063	0.0048

При найденных значениях материальных функций удастся с высокой точностью описать экспериментальные зависимости напряжений от деформаций вплоть до разрушения материала. На фиг. 3–5 показаны значения осевых напряжений  $\sigma$  [МПа], а также структурных составляющих удельной работы внутренних сил  $A$  [МПа]:  $A_c - 1$ ,  $A_v - 2$ ,  $A_e - 3$ ,  $A_* - 4$ ,  $A_a - 5$ , определенных при скоростях деформаций  $\dot{\epsilon}_1$ ,  $\dot{\epsilon}_2$ ,  $\dot{\epsilon}_3$  соответственно.

Верхние кривые соответствуют теоретическим значениям напряжений, вычисленным по формуле (3.3) с использованием найденных материальных функций. Светлыми точками показаны их экспериментальные значения, приведенные на фиг. 1. Видно, что теоретические и опытные результаты хорошо согласуются.

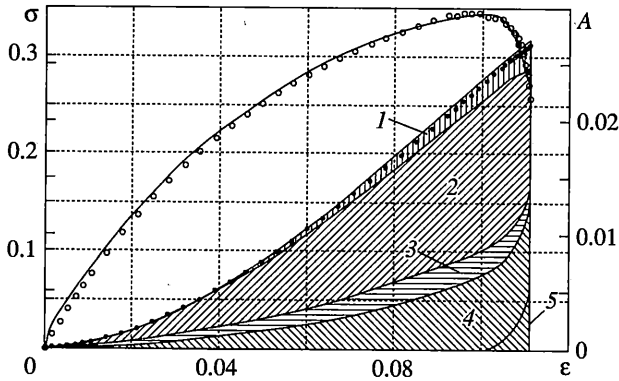
На левой вертикальной оси ординат указаны величины напряжений, а на правой – величины составляющих удельной работы внутренних сил. При подсчете  $A_c(\epsilon)$ ,  $A_v(\epsilon)$ ,  $A_e(\epsilon)$ ,  $A_*(\epsilon)$ ,  $A_a(\epsilon)$  следует при фиксированных значениях деформаций  $\epsilon$  брать разности верхних и нижних ординат граничных точек заштрихованных областей с маркировками 1, 2, 3, 4, 5 – соответственно.

Например, при  $\epsilon = 8\%$  на фиг. 3 имеем:  $\sigma = 0.33$  [МПа],  $A_c = 0.0011$  [МПа],  $A_v = 0.0099$  [МПа],  $A_e = 0.0019$  [МПа],  $A_* = 0.0039$  [МПа],  $A_a = 0$  [МПа], а при  $\epsilon = \epsilon_{\max} = 11.13\%$ :  $\sigma = 0.258$  [МПа],  $A_c = 0.0024$  [МПа],  $A_v = 0.0106$  [МПа],  $A_e = 0.0014$  [МПа],  $A_* = 0.0128$  [МПа],  $A_a = 0.0048$  [МПа].

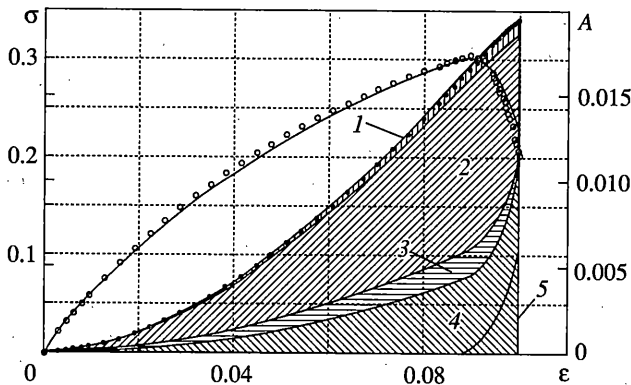
Увеличение разностей ординат показывает рост, а их уменьшение – падение величин  $A_c$ ,  $A_v$ ,  $A_e$ ,  $A_*$ ,  $A_a$ . Следует заметить, что удельная поглощенная энергия  $A_a(\epsilon)$  является составной частью удельной рассеянной энергии  $A_*(\epsilon)$ . Обе они монотонно возрастают с ростом деформаций, что видно на фиг. 3–5.

В то же время наблюдается уменьшение значений  $A_v(\epsilon)$  и  $A_e(\epsilon)$  на участках падения напряжений. Это качественно согласуется с результатами, приведенными в [1] и [3], где показано, что при полной разгрузке замедленно обратимая удельная энергия уменьшается, переходя в удельную рассеянную энергию. Таким образом, рост  $A_*(\epsilon)$  и  $A_a(\epsilon)$  сопровождается падением  $A_v(\epsilon)$  и  $A_e(\epsilon)$  при уменьшающихся напряжениях. Из этого следует вывод: в момент разрушения, когда поврежденность материала, характеризующая величиной  $A_a$ , достигает максимума, мгновенно обратимая удельная энергия достигает минимума.

На фиг. 3–5 видно, что удельная энергия старения  $A_c(\epsilon)$  монотонно возрастает с ростом деформаций, что указывает на возрастающую деструкцию связующего в наполненном полимерном материале в процессе испытаний, поскольку, согласно (3.7), именно снижение функции  $\phi(t)$ , влияющей на его упругие свойства [1], обеспечивает рост  $A_c(t)$ . Сопоставление фиг. 3–5 показывает, что с повышением скорости дефор-



Фиг. 3

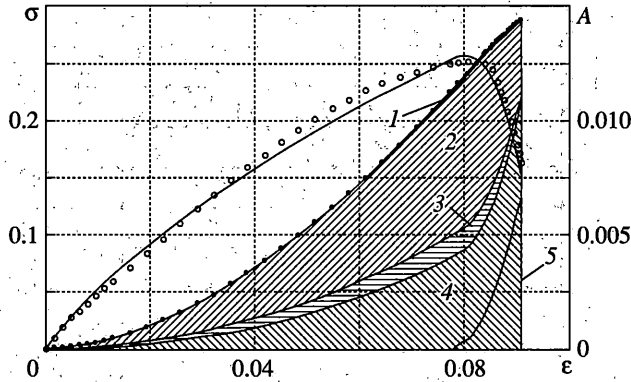


Фиг. 4

маций  $A_c(\epsilon)$  увеличивается, а  $A_*(\epsilon)$  и  $A_a(\epsilon)$  – уменьшается. Это объясняется недостаточностью времени для развития поврежденности материала при больших скоростях деформаций. В то же время уменьшаются его упругие жесткостные характеристики и происходит перераспределение адгезионного и когезионного сопротивления. Из этого следует, что при выборе технологии изготовления наполненных полимерных материалов необходимо учитывать диапазон изменения эксплуатационных скоростей деформаций.

Точность проведенного структурно-энергетического анализа контролировалась двумя способами.

Первый способ позволял оценивать погрешность вычислений. На фиг. 3–5 темными точками показан уровень удельной внутренней энергии  $A(t)$ , определенной путем непосредственного вычисления интеграла в формуле (3.8) с использованием (3.3). Видно, что соответствующие значения близки к определенным по формуле (3.1), в которой  $A_c(t)$ ,  $A_v(t)$ ,  $A_e(t)$ ,  $A_*(t)$  находились согласно (3.4)–(3.7). Погрешности вычислений при максимальных значениях деформаций не превосходили 1.69% при  $\dot{\epsilon}_1$ , 0.87% при  $\dot{\epsilon}_2$  и 0.11% при  $\dot{\epsilon}_3$ .



Фиг. 5

Второй способ контроля основывался на учете неоднородности деформированного состояния образцов. Используя замеряемые в опытах поперечные деформации, вместо зависимости (3.3) записывалось девиаторное соотношение

$$\sigma_{11}(t) = \varphi(t) \int_0^t R(t_1(t) - t_1(\tau)) d[\varepsilon_{11}(\tau)(1 + \nu(\tau))] \quad (3.13)$$

Здесь  $\nu(t)$  – переменное во времени значение коэффициента Пуассона. Из (3.13) выражение (3.3) следует при  $\nu(t) = 0$ .

Считая  $R(t)$  ядром сдвиговой релаксации и выражая  $\nu(t)$  через  $\varepsilon_{11}(t)$  согласно данным экспериментов, можно найти  $\sigma_{11}(t)$  по формуле (3.13) при произвольных скоростях деформаций. Результаты опытов при  $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_1$  и  $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_2$  показали, что зависимости  $\nu(t)$  от  $\varepsilon_{11}(t)$  можно приближенно считать линейными в области  $0 \leq \varepsilon_{11}(t) \leq \varepsilon_{\max}$ :

$$\nu(t) = \nu_0 - (\nu_0 - \nu_m) \varepsilon_{11}(t) / \varepsilon_{\max} \quad (3.14)$$

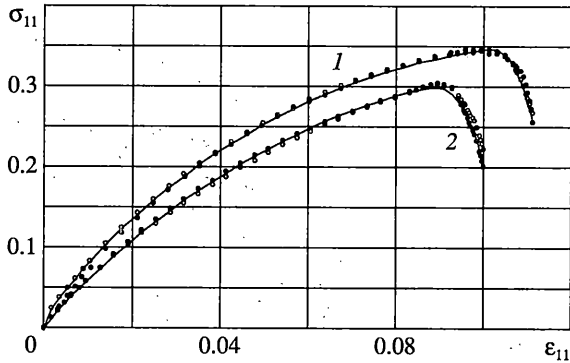
где  $\nu_0 = \nu(0)$ ,  $\nu_m = \nu(\varepsilon_{\max})$ ,  $\varepsilon_{\max}$  – деформация разрушения при соответствующей скорости деформирования. Зависимость  $\nu(t)$  от  $\varepsilon_{11}(t)$  при  $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_3$  была нелинейной и в дальнейшем не рассматривалась.

При  $\nu_0 = 0.48$ ,  $\nu_m = 0.32$ ,  $\varepsilon_{\max} = 11.13\%$ ,  $\dot{\varepsilon}_1 = 0.145$  1/мин находились функции  $\varphi(t)$ , и  $f(t)$ , обеспечивающие наилучшее согласование напряжений, определенных экспериментально и вычисленных по формуле (3.13). Их параметры имели значения, соответствующие формулам (3.12):  $\lambda = 3.584$ ,  $p = 24.75$ ,  $q$  [МПа] $^{-1} = 4510$ ,  $\beta$  [мин] = 1.75,  $t_s = 0.7$  мин.

При  $\nu_0 = 0.48$ ,  $\nu_m = 0.32$ ,  $\varepsilon_{\max} = 10.0\%$ ,  $\dot{\varepsilon}_2 = 0.0147$  1/мин эти параметры равнялись:  $\lambda = 0.064$ ,  $p = 19.29$ ,  $q$  [МПа] $^{-1} = 1898$ ,  $\beta$  [мин] = 1.75,  $t_s = 5.96$  мин.

На фиг. 6 сплошными линиями показаны величины  $\sigma_{11}(t)$  [МПа], определенные по формуле (3.13), темными точками – их экспериментальные значения, а светлыми точками показаны значения  $\sigma_{11}(t)$ , вычисленные по одномерной зависимости (3.3). Как видно из этих графиков, результаты расчетов при  $\dot{\varepsilon}_1$  (кривые 1) и  $\dot{\varepsilon}_2$  (кривые 2) мало отличаются от напряжений, найденных в предположении об одноосном напря-





Фиг. 6

женно-деформированном состоянии, и хорошо согласуются с данными экспериментов. Это позволяет сделать вывод о достаточно высокой точности проведенного анализа.

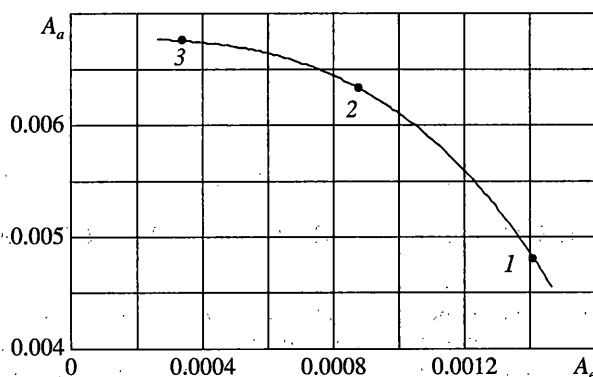
**4. Выводы.** Рассмотренный выше структурно-энергетический анализ базировался на знании механических характеристик, необходимых для использования нелинейной эндохронной теории стареющих вязкоупругих материалов. Эти характеристики определялись путем согласованного описания данных четырех экспериментов: одного опыта на релаксацию и трех опытов на растяжение с различными скоростями деформаций.

Опыт на релаксацию проводился при малом уровне деформации, обеспечивающем отсутствие повреждений в рассматриваемом интервале времени [4]. Полученное ядро релаксации использовалось при обработке результатов трех других экспериментов, в которых фиксировалось накопление повреждений, предшествующее разрушению образцов. Выбор функций старения и приведенного времени достигался из условий наилучшего приближения экспериментальных зависимостей напряжений от деформаций вплоть до разрушения материала.

Использование трех опытов с фиксированными скоростями деформаций позволило установить зависимости механических характеристик от скоростей деформаций, которые во всех случаях оказались монотонными. В результате хорошей точности, достигнутой при описании всех экспериментальных зависимостей, был сделан вывод о целесообразности анализа составляющих удельной работы внутренних сил, определяемых после идентификации указанным способом рассматриваемой теории.

Как показывает выполненный анализ, изменение во времени структурных составляющих  $A_e(t)$ ,  $A_v(t)$ ,  $A_c(t)$ ,  $A_*(t)$ ,  $A_d(t)$ , находится в соответствии с представлениями о процессе накопления повреждений и разрушении наполненных полимерных материалов. С физической точки зрения правомерно предположение о том, что при большей поврежденности материала требуются меньшие напряжения для его разрушения. Именно такая зависимость между  $A_e$  и  $A_d$  [МПа] наблюдается на фиг. 7, где по трем точкам, полученным путем обработки экспериментальных результатов в моменты разрушения образцов, найдено соответствие между разрушающими напряжениями и уровнями поврежденности.

Разумеется, эта зависимость нуждается в дальнейшей проверке и расширении пределов применимости как по скоростям деформаций, так и по виду напряженно-деформированного состояния.



Фиг. 7

Можно дополнительно отметить также то обстоятельство, что из условий наилучшей аппроксимации опытных данных оказалось, что величина  $A_d(t)$  должна учитываться только на участках падения напряжений. Это согласуется с результатами, приведенными в [5], где при подсчете скоростей роста трещин использовалось время:  $t_{\max} - t_s$ , т.е. разность между моментами достижения максимальных деформаций и максимальных напряжений.

В заключение можно обратить внимание на практическое значение примененного здесь структурно-энергетического анализа. Если допустить, что идентификация используемой нелинейной теории вязкоупругости не вызывает сомнений, для чего необходимо расширение объема экспериментальных исследований, то по характеру изменения составляющих удельной работы внутренних сил можно будет судить о процессах деформирования, поврежденности и разрушения, непосредственно зависящих от изменения соотношений когезионной и адгезионной прочности наполненных полимерных материалов. Это позволит в случае необходимости давать рекомендации по повышению соответствующих характеристик до требуемого уровня.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 03-01-00667).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Быков Д.Л., Коновалов Д.Н. Нелинейная эндохронная теория стареющих вязкоупругих материалов // Изв. АН. МТТ. 2002. № 4. С. 63–76.
2. Polak E. Optimization: Algorithms and Consistent Approximations. N.Y.: Springer-Verlag; 1997. 779 p.
3. Быков Д.Л. Использование структурных составляющих удельной работы внутренних сил для описания сопротивления вязкоупругих материалов // Изв. АН. МТТ. 2003. № 3. С. 99–111.
4. Быков Д.Л., Коновалов Д.Н. Определение материальных функций нелинейной теории термовязкоупругости с использованием ее иерархической структуры // Изв. АН. МТТ. 1999. № 5. С. 189–205.
5. Зезин М.Ю., Зезин Ю.П. Влияние гидростатического давления на скоростную зависимость трещиностойкости высоконаполненного полимерного материала // Проблемы прочности. 2001. № 3. С. 38–45.