МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 3 • 2004

УДК 531.383

© 2004 г. Ю.М. УРМАН

ВЛИЯНИЕ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ПОДВЕСА НА ЭВОЛЮЦИОННЫЕ ДВИЖЕНИЯ НЕКОНТАКТНОГО ГИРОСКОПА

Неконтактное вывешивание ротора гироскопа обеспечивается системой автоматического регулирования (САР). При идеальной сферической форме сбалансированного ротора САР откликается на поступательные смещения и нечувствительна к его угловым движениям. Однако при отклонениях формы поверхности ротора от сферической возникает автомодуляция поддерживающего поля, приводящая к появлению моментов, существенным образом влияющих на динамику гироскопа.

Некоторые результаты влияния САР подвеса на угловые движения ротора гироскопа рассматривались в [1–3]. В публикуемой работе изучаются эволюционные движения несферичного ротора, обусловленные влиянием САР изотропного подвеса. Проводится анализ стационарных режимов, исследуется устойчивость нутационных колебаний и характер движения кинетического момента.

1. Модель подвеса и его силовые характеристики. Рассмотрим подвес, представляющий собой несколько идентичных электромагнитных катушек, расположенных вокруг подвешиваемого тела. Каждая катушка питается от схемы, обеспечивающей возрастание тока в катушке (а, следовательно, и развиваемое катушкой усилие) при удалении тела от катушки. В дальнейшем будем полагать электромагнитные катушки точечными магнитными источниками, которые могут быть непрерывно с постоянной плотностью распределены на некоторых поверхностях окружающих ротор. Также будем считать, что моменты сил, действующие на ротор без влияния САР, имеют только консервативный характер, а диссипативными моментами можно пренебречь.

Обобщенные силы, действующие на ротор гироскопа, определяются по формуле [4]:

$$Q_s = -\sum_{i=1}^{n} f_i \frac{\partial \delta_i}{\partial q_s} \tag{1.1}$$

в которой f_i – усилие развиваемое i-й катушкой, q_s – обобщенная координата, δ_i – зазор между поверхностью тела и i-й катушкой, измеряемый вдоль оси катушки по направлению к поверхности статора подвеса. Усилие f_i связано с зазором δ_i уравнением, описывающим переходные процессы в электрических цепях подвеса. При учете инерционности электрических цепей подвеса зависимость усилия f_i от зазора δ_i можно представить в виде

$$f_i(\delta_i) = f_0 + w(p)(\delta_i - \delta_0), \quad p = d/dt \tag{1.2}$$

Здесь f_0 – растягивающее усилие катушки, δ_0 – зазор, когда ротор находится в центре подвеса и его форма поверхности представляет собой сферу, $w(p)$ – операторная жесткость – передаточная функция, связывающая изменение тягового усилия катушки с изменением зазора. Передаточная функция считается произвольной дробно-рациональной функцией от p и одинаковой для любой из катушек.

Пусть поверхность ротора близка к сферической, тогда ее аналитически можно представить в форме

$$r = R\left[1 + \sum_k (\varepsilon_k \cdot Y_k(\Omega))\right] \tag{1.3}$$

где R – радиус невозмущенной сферы, $Y_k(\Omega)$ – сферические функции, зависящие от сферических углов $\Omega = (\theta, \varphi)$. Выражение в круглых скобках представляет собой скалярное произведение неприводимого тензора формы ε_k и сферической функции Y_k, определяемое по правилу [5]. Компоненты неприводимого тензора ε_k формы тела, вычисляются в системе координат, связанной с телом. Если поверхность ротора обладает осевой симметрией, то тензор ε_k имеет одну компоненту ε_{k0}. Каждому индексу k отвечает определенная форма поверхности ротора; $k = 2$ – эллипсоидальности, $k = 3$ – грушевидности и т.д. Величины ε_k могут рассматриваться как малые параметры.

Момент силы взаимодействия k-й гармоники формы ротора с полем подвеса определяется формулой [6]:

$$M_1^{(k)} = (-1)^k i \sqrt{\frac{k(k+1)(2k-1)}{3}} R\{\varepsilon_k \otimes Q_k\}_1 \tag{1.4}$$

представляющей собой тензорное произведение первого ранга тензора формы тела ε_k и силового тензора Q_k, определяемого интегралом

$$Q_k = \int_S f Y_k dS \tag{1.5}$$

где интегрирование идет по части поверхности S_i сферического ротора, находящегося под поверхностью, содержащей источники. Если источники поля дискретные, то $f = \sum f_i \delta(\Omega - \Omega_i)$, где $\delta(\Omega)$ – дельта-функция, и тогда интеграл (1.5) переходит в сумму ($i = 1, \ldots, N$).

Для k-й гармоники формы ротора, учитывая, что $\delta_i - \delta_0 = R(\varepsilon_k \cdot Y_k)$, получим

$$f = f_0 + Rw(p)(\varepsilon_k Y_k) \tag{1.6}$$

Подставляя формулу (1.6) в интеграл (1.5), будем иметь

$$Q_k = \int_S f_0 Y_k dS + R \sum_{n=0}^{k} (-1)^{k+n} \sqrt{\frac{2n+1}{2k+1}} C_{k0k0}^{n0} w(p) \left\{\varepsilon_k \otimes \int_S Y_n ds\right\}_1 \tag{1.7}$$

Теперь, подставляя формулу для силового тензора (1.7) в выражение момента (1.4), найдем:

$$\begin{aligned} M_1^{(k)} = {} & (-1)^k i \sqrt{\frac{k(k+1)(2k+1)}{3}} R\{\varepsilon_k \otimes \int f_0 Y_k dS\}_1 + \\ & + i \sqrt{\frac{k(k+1)}{3}} R^2 \sum_{n=0}^{k} (-1)^n \sqrt{2n+1} C_{k0k0}^{n0} \left\{\varepsilon_k \otimes \left\{w(p)\varepsilon_k \otimes \int_S Y_n ds\right\}_k\right\}_1 \end{aligned} \tag{1.8}$$

Используя правило преобразования неприводимых тензоров [5], приведем формулу (1.8) к выражению удобному для применения метода осреднения

$$M_1^{(k)} = (-1)^k i\sqrt{\frac{k(k+1)(2k+1)}{3}}R\{\varepsilon_k \otimes \int f_0 Y_k dS\}_1 -$$

$$-i\sqrt{\frac{k(k+1)(2k+1)}{3}}R^2\sum_{n,\,n'}(-1)^n\sqrt{(2n+1)(2n'+1)}C^{n0}_{k0k0}\times \tag{1.9}$$

$$\times\begin{Bmatrix} n & k & k \\ k & 1 & n' \end{Bmatrix}\left\{\{\varepsilon_k \otimes w(p)\varepsilon_k\}_{n'} \otimes \int\limits_S Y_n ds\right\}_1$$

Как видно из выражения (1.9), момент состоит из двух частей: одна часть связана с несферичностью ротора без влияния САР, а вторая – с несферичностью ротора и влиянием САР. Коэффициенты C^{n0}_{k0k0} и $\begin{Bmatrix} n & k & k \\ k & 1 & n' \end{Bmatrix}$ – коэффициенты Клебша – Гордана и $6-j$ символы [5].

2. Уравнения эволюционных движений ротора гироскопа. Для описания движения ротора используем фазовые переменные L, ρ, σ, α, β, γ, определяющие величину кинетического момента L, его положение (ρ, σ) относительно трехгранника OX_i, связанного с подвесом, и углы Эйлера α, β, γ, задающие положение координатного трехгранника OZ_i, связанного с телом, относительно трехгранника OY_i, связанного с кинетическим моментом ($i = 1, 2, 3$).

В случае, когда тело динамически симметрично, моменты инерции ротора $I_1 = I_2 \neq I_3$, уравнения движения имеют вид [7]:

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{M}, \quad \dot\beta = \frac{M_1\cos\alpha + M_2\sin\alpha}{L}$$

$$\dot\gamma = L\cos\beta\left(\frac{1}{I_3} - \frac{1}{I_1}\right) + \frac{M_2\cos\alpha - M_1\sin\alpha}{L\sin\beta} \tag{2.1}$$

$$\dot\alpha = \frac{L}{I_1} + \frac{M_1\sin\alpha - M_2\cos\alpha}{L}\operatorname{ctg}\beta - \frac{M_2}{L}\operatorname{ctg}\rho$$

Уравнения (1.9)–(2.1) представляют собой сложные нелинейные уравнения. Так как на практике в первую очередь обычно представляет интерес эволюция кинетического момента гироскопа, то естественно для анализа уравнений воспользоваться методом осреднения.

Считая ротор динамически симметричным и $M_k = 0$, видим, что L, ρ, σ, β – медленные переменные, а $\alpha = lt + \alpha_0$, $\gamma = \nu t + \gamma_0$, $l = L/I_1$, $\nu = l\chi\cos\beta/(1+\chi)$, $\chi = (I_3 - I_1)/I_1$ – быстрые переменные. Считая, что частоты собственного вращения ν и нутации l не находятся в резонансном соотношении, проведем осреднение момента (1.9) по быстрым переменным и получим уравнения, описывающие эволюцию медленных переменных. Эти уравнения будем называть эволюционными уравнениями движения ротора гироскопа.

При движении тела следующие величины в формуле (1.9) будут изменяющимися со временем: в первом члене формулы – тензор ε_k, а во втором – тензор $\{\varepsilon_k \otimes w(p)\varepsilon_k\}_k$.

Средние значения этих величин равны соответственно

$$\langle \varepsilon_{k\mu} \rangle = \varepsilon_{k0} P_k(\cos\beta) Y_{k\mu}(\mathbf{e}) \tag{2.2}$$

$$\langle \{\varepsilon_k \otimes w(p)\varepsilon_k\}_{n'p'} \rangle = Y_{n'p'}(\mathbf{e}) \langle \{\varepsilon_k \otimes w(p)\varepsilon_k\}_{n'0} \rangle \tag{2.3}$$

$$\langle \{\varepsilon_k \otimes w(p)\varepsilon_k\}_{n'0} \rangle = \sum_{p''} (-1)^{p'} C^{n'0}_{kp'k-p'} \left| d^k_{p'p''}(\cos\beta) \right|^2 w\{-i(kp' - \nu p'')\} \left| \varepsilon_{kp''} \right|^2 \tag{2.4}$$

Подставляя формулы (2.2)–(2.4) в формулу (1.9), представим выражение среднего момента в следующей форме:

$$\langle \mathbf{M}_k \rangle = \left[\mathbf{e} \times \frac{\partial}{\partial \mathbf{e}}\right] V_1^{(k)} + \left[\mathbf{e} \times \frac{\partial}{\partial \mathbf{e}}\right] V_2^{(k)} + \mathbf{e} V_3^{(k)}, \quad \frac{\partial}{\partial \mathbf{e}} = \sum_{i=1}^{3} e_i \frac{\partial}{\partial \gamma_i} \tag{2.5}$$

$$V_1^{(k)} = V^{(k)} + V_0^{(k)}, \quad V^{(k)} = -\varepsilon_{k0} P_k(\cos\beta) R \left(Y_k(\mathbf{e}) \cdot \int_S f_0 Y_k ds \right) \tag{2.6}$$

$$V_{0,2,3}^{(k)} = \sum_n b_n^k(0, 2, 3) \left(Y_n(\mathbf{e}) \cdot \int_S Y_n(\Omega) ds \right) \tag{2.7}$$

$$\begin{aligned} b_n^k(0) = {} & C^{n0}_{k0k0} R^2 \sum_{p'=0,\, p''=0}^{k} (-1)^{p'} C^{n0}_{kp'k-p'} \left|\varepsilon_{kp''}\right|^2 \times \\ & \times \left[\left| d^k_{p'p''}(\cos\beta) \right|^2 \operatorname{Re} w\{i(lp' - \nu p'')\} + \left| d^k_{p'-p''}(\cos\beta) \right|^2 \operatorname{Re} w\{i(lp' + \nu p'')\} \right] \end{aligned} \tag{2.8}$$

$$\begin{aligned} b_n^k(2) = {} & -C^{n0}_{k0k0} R^2 \sum_{p'=0,\, p''=0}^{k} (-1)^{p'} \left|\varepsilon_{kp''}\right|^2 \left(\sqrt{\frac{(2k+n+2)(2k-n)}{(2n+1)(2n+3)}} \times \right. \\ & \left. \times C^{n+10}_{kp'k-p'} - \sqrt{\frac{(2k+n+1)(2k-n+1)}{(2n-1)(2n+1)}} C^{n-10}_{kp'k-p'} \right) \times \\ & \times \left[\left| d^k_{p'p''}(\cos\beta) \right|^2 \operatorname{Im} w\{i(lp' - \nu p'')\} + \left| d^k_{p'p''}(\cos\beta) \right|^2 \operatorname{Im} w\{i(lp' + \nu p'')\} \right] \end{aligned} \tag{2.9}$$

$$\begin{aligned} b_n^k(3) = {} & -2C^{n0}_{k0k0} R^2 \sum_{p'=0,\, p''=0}^{k} p'(-1)^{p'} C^{n0}_{kp'k-p'} \left|\varepsilon_{kp''}\right|^2 \times \\ & \times \left[\left| d^k_{p'p''}(\cos\beta) \right|^2 \operatorname{Im} w\{i(lp' - \nu p'')\} + \left| d^k_{p'-p''}(\cos\beta) \right|^2 \operatorname{Im} w\{i(lp' + \nu p'')\} \right] \end{aligned} \tag{2.10}$$

Здесь $d^k_{p'p''}$ – полиномы Якоби и в силу свойств коэффициентов Клебша – Гордона индекс n в формулах может принимать только четные значения, $\mathbf{e}$ – единичный вектор кинетического момента.

Следуя общей теории, для составления эволюционных уравнений (уравнения первого приближения метода осреднений) осталось найти средний момент, действующий вдоль оси динамической симметрии тела.

Для его отыскания воспользуемся формулой момента (1.9). Из нее следует, что в системе координат связанной с телом, меняется тензор $\{w(p)\varepsilon_k \otimes \int Y_n ds\}_k$. Осредняя его по траекториям свободного движения Эйлера–Пуансо, найдем

$$\left\langle \left[w(P)\varepsilon_k \otimes \int_S Y_n ds \right]_{k\mu'} \right\rangle = \\ = \sum_q (-1)^k \sqrt{\frac{2k+1}{2n+1}} Y^*_{n-q} Y_{nq} \sum_{\mu'} (-1)^{\mu'} C^{n0}_{k\mu k-\mu'} \left| d^k_{\mu'\mu''}(\cos\beta) \right|^2 w\{l\mu' - \nu\mu''\}\varepsilon_{k\mu''} \tag{2.11}$$

Теперь, учитывая (2.11), получаем проекцию среднего момента на ось динамической симметрии.

$$\langle M_\gamma \rangle = \sum_n b_n^{(k)} \left(Y_n(\mathbf{e}) \int_S Y_n ds \right) \tag{2.12}$$

$$b_n^{(k)} = -2R^2 C^{n0}_{k0k0} \sum_{\mu' = 0,\, \mu'' = 0}^{k} \mu''(-1)^{\mu''} C^{n0}_{k\mu' k\mu''} |\varepsilon_{k\mu''}|^2 \times \tag{2.13}$$

$$\times \left[\left| d^k_{\mu'\mu''}(\cos\beta) \right|^2 \operatorname{Im} w\{i(l\mu' - \nu\mu'')\} + \left| d^k_{\mu' - \mu''} \right|^2 \operatorname{Im} w\{i(l\mu' + \nu\mu'')\} \right]$$

Итак, эволюционные уравнения движения вектора кинетического момента ротора неконтактного гироскопа, несферичность которого описывается k-ой гармоникой формы, имеют вид

$$d\mathbf{L}/dt = \langle \mathbf{M}_k \rangle, \quad L\dot{\beta} = \langle M_\gamma \rangle \tag{2.14}$$

где $\langle M_k \rangle$ и $\langle M_\gamma \rangle$ определяются формулами, найденными выше.

Если поверхность ротора обладает осью симметрии, совпадающей с динамической осью, то во всех формулах надо положить $\mu'' = 0$. Тогда из (2.13) следует, что $\langle M_\gamma \rangle = 0$ и сохраняется проекция кинетического момента на ось симметрии тела.

Анализ полученных уравнений показывает, что влияние инерционности подвеса выражается в торможении или разгоне ротора при одновременном изменении амплитуды нутации и дополнительных уходах кинетического момента.

3. Изотропный подвес. В приведенных выше уравнениях подвес не конкретизировался. Рассмотрим изотропный подвес, то есть будем считать, что источники распределены непрерывно с постоянной плотностью по сферической поверхности, окружающей ротор. Интегрируя в формулах момента $\int Y_n ds$ по всей поверхности сферы, видим, что функции V_1, V_2, V_3 и $\langle M_\gamma \rangle$ не зависят от вектора $\mathbf{e}$ и эволюционные уравнения приобретают вид

$$\dot{L} = -\frac{8\pi R^4}{2k+1} \sum_{p' = 0,\, p'' = 0}^{k} p' |\varepsilon_{kp''}|^2 \times$$

$$\times \left[\left| d^k_{p'p''}(\cos\beta) \right|^2 \operatorname{Im} w\{i(lp' - \nu p'')\} + \left| d^k_{p' - p''}(\cos\beta) \right|^2 \operatorname{Im} w\{i(lp' + \nu p'')\} \right]$$

$$L\dot{\beta} = \frac{8\pi R^4}{2k+1}\sum_{p'p''}^{k}\{d^k_{p'p''}(\cos\beta)(\sqrt{(k+p')(k-p'+1)}d^k_{p'-1p''}(\cos\beta) +$$
$$+\sqrt{(k-p')(k+p'+1)}d^k_{p'+1p''}(\cos\beta))\mathrm{Im}w\{i(lp'-\nu p'')+$$
$$+d^k_{p'-p''}(\cos\beta)(\sqrt{(k+p')(k-p'+1)}d^k_{p'-1p''}(\cos\beta)+$$
$$+\sqrt{(k-p')(k+p'+1)}d^k_{p'+1-p''}(\cos\beta))\mathrm{Im}w\{i(lp'+\nu p'')\}\}|\varepsilon_{kp''}|^2 \tag{3.1}$$

Сразу же отметим, что при $k = 1$ уравнения (3.1) переходят в уравнения движения несбалансированного шара в изотропном подвесе [1] без учета моментов гравитационных сил. Поэтому рассмотрим гармонику индекса $k = 2$ (эллипсоидальная несферичность). Расписывая второе уравнение (3.1) для $k = 2$, получим

$$L\dot{\beta} = \frac{8\pi R^4}{5}\sin\beta\Big[-|\varepsilon_{20}|^2 3\cos\beta\Big(2\cos^2\beta\mathrm{Im}w\{il\}+$$
$$+\sin^2\beta\mathrm{Im}w\{2il\}\Big)+|\varepsilon_{21}|^2\Big(-6\cos^2\beta\mathrm{Im}w\{i\nu\}+\frac{1}{2}(2\cos\beta-1)^2(1+\cos\beta)\mathrm{Im}w\{i(l-\nu)\}+$$
$$+\frac{1}{2}(2\cos\beta+1)(\cos\beta-1)\mathrm{Im}w\{i(l+\nu)\}-\frac{1}{2}(1+\cos\beta)^2(2\cos\beta-1)\mathrm{Im}w\{i(2l-\nu)\}-$$
$$-\frac{1}{2}(1-\cos\beta)^2(2\cos\beta+1)\mathrm{Im}w\{i(2l+\nu)\}\Big)+|\varepsilon_{22}|^2 3\sin^2\beta\mathrm{Im}w(2i\nu)+$$
$$+\frac{1}{2}(1+\cos\beta)^2(2-\cos\beta)\mathrm{Im}w\{i(l-2\nu)\}-\frac{1}{2}(1-\cos\beta)^2(2+\cos\beta)\mathrm{Im}w\{i(l+2\nu)\}+$$
$$+\frac{1}{4}(1+\cos\beta)^3\mathrm{Im}w\{2i(l-\nu)\}-\frac{1}{4}(1-\cos\beta)^3\mathrm{Im}w\{2i(l+\nu)\}\Big] \tag{3.2}$$

Пусть угол между вектором кинетического момента и осью динамической симметрии тела $\beta \ll 1$. Будем считать, что система координат, связанная с телом, выбрана так, что оси динамической и геометрической симметрии тела совпадают, тогда коэффициент $\varepsilon_{21} = 0$. С точностью до членов второго порядка малости по β из (3.2) в этом случае получаем

$$L\dot{\beta} = \frac{8\pi R^4}{5}\beta[-6|\varepsilon_{20}|^2\mathrm{Im}w\{li\}+2|\varepsilon_{22}|^2(\mathrm{Im}w\{i\omega(1-\chi)\}+\mathrm{Im}w\{2i\omega\})] \tag{3.3}$$

Из (3.3) следует достаточное условие асимптотической устойчивости нутационных колебаний ротора

$$3|\varepsilon_{20}|^2\mathrm{Im}w\{\omega(il)\} > |\varepsilon_{22}|^2(\mathrm{Im}w\{i\omega(1-\chi)\}+\mathrm{Im}w\{2i\omega\}) \tag{3.4}$$

Первое уравнение (3.1) при $k = 2$ и $\beta = 0$ переходит в уравнение

$$\dot{L} = -\frac{16\pi R^4}{5}|\varepsilon_{22}|^2\mathrm{Im}w\{2i\omega\} \tag{3.5}$$

Следовательно, если скорость вращения такова, что $\mathrm{Im}w\{2i\omega\} > 0$, то при экваториальной несферичности будет происходить торможение ротора, если же $\mathrm{Im}w\{2i\omega\} < 0$, то кинетический момент начнет увеличиваться – твердое тело начнет разгоняться. Здесь $\omega = l(1+\chi)^{-1}$ – скорость вращения тела вокруг оси симметрии. Заметим, что условия разгона и торможения несбалансированного ротора в равножестком неконтактном подвесе имеют вид: для торможения – $\mathrm{Im}w\{i\omega\} > 0$, для разгона – $\mathrm{Im}w\{i\omega\} < 0$ [1], т.е. зависят от одинарной, а не от двойной частоты вращения.

Положительные корни уравнения $\mathrm{Im}w\{2i\omega\} = 0$ определяют стационарные скорости вращения ротора. Для произвольной гармоники k при β малом имеем

$$\dot{L} = -\frac{8\pi R^4}{2k+1}\sum_{p'=0}^{k} p'|\varepsilon_{kp'}|^2 \mathrm{Im}w\{ip'\omega\}$$

$$L\dot{\beta} = \frac{8\pi R^4}{2k+1}\beta\left\{\frac{1}{2}\sum_{p'}|\varepsilon_{kp'}|^2 p'\mathrm{Im}w\{ip'\omega\} + \right. \tag{3.6}$$

$$\left. + \sum_{p',p''}(p''-p')|\varepsilon_{kp''}|^2\left\{\frac{d}{d\beta}\left|d^k_{p'-p''}\right|_{\beta=0}\right\}^2 \mathrm{Im}w\ \{i(lp'+p''\omega\chi)\}\right\}$$

Поэтому условие нутационных затуханий для ротора, форма которого определяется гармоникой индекса k, состоит в следующем неравенстве:

$$\begin{aligned}&\frac{1}{2}\sum_{p'}|\varepsilon_{kp}|^2 p'\mathrm{Im}w\{ip'\omega\} + \\ &+\sum_{p'p''}(p''-p')|\varepsilon_{kp''}|^2\left[\frac{d}{d\beta}(d^k_{p'-p''}(\cos\beta))_{\beta=0}\right]^2 \mathrm{Im}w\{i(lp'+p''\omega\chi)\} < 0\end{aligned} \tag{3.7}$$

При

$$\sum_{p'}^{k} p'|\varepsilon_{kp'}|^2 \mathrm{Im}w\{ip'\omega\} > 0 \tag{3.8}$$

ротор будет тормозиться, при обратном неравенстве – раскручиваться. Равенство выражения (3.8) нулю определяет стационарные скорости вращения ротора.

Для асимптотической устойчивости вращения ротора со скоростью $\omega = \omega_s$ достаточно выполнения неравенства

$$\sum_{p'=0}^{k} p'|\varepsilon_{kp'}|^2 \frac{d}{d\omega}[\mathrm{Im}w\{ip'\omega\}]_{\omega=\omega_s} > 0 \tag{3.9}$$

Обратимся теперь к случаю, когда ротор имеет геометрическую ось симметрии, и она совпадает с динамической. Тензор формы ε_k имеет только одну компоненту ε_{k0}, а уравнение (3.1) имеет первый интеграл $L\cos\beta = \mathrm{const}$, выражающий постоянство проекции вектора кинетического момента на ось симметрии тела. Условие $\sum p'\left|d^k_{p'0}(\cos\beta)\right|^2 \mathrm{Im}w(ip'l) < 0$ ($p' = 0, \ldots k$) приводит к росту кинетического момента тела, притом, в силу наличия интеграла, угол нутации β будет увеличиваться. Условие устойчивости нутационных колебаний ротора для всех гармоник совпадает с условием устойчивости нутационных колебаний несбалансированного ротора $\mathrm{Im}w(il) > 0$.

Исследование уравнений (3.1) показывает, что при определенных наборах параметров возможны стационарные режимы, при которых угол нутации может иметь стационарное значение, отличное от нуля и $\pi/2$. Такие режимы представляют собой регулярную прецессию тела с постоянным углом нутации вокруг направления, определяемого вектором кинетического момента.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 01-01-00465).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Мартыненко Ю.Г.* Движение несбалансированного гироскопа с неконтактным подвесом // Изв. АН СССР. МТТ. 1974. № 4. С. 13–19.
2. *Линьков Р.В., Урман Ю.М.* Влияние системы регулирования подвеса на угловые движения несбалансированного ротора неконтактного гироскопа // Изв. АН СССР. МТТ. 1986. № 4. С. 5–12.
3. *Комаров В.Н., Урман Ю.М.* Влияние инерционности подвеса на уходы неконтактного гироскопа // Изв. АН СССР. МТТ. 1986. № 5. С. 22–29.
4. *Сорин В.М.* Моменты, действующие на несферичное тело в электромагнитном подвесе // Инж. ж. МТТ. 1968. № 2. С. 1–9.
5. *Варшалович Д.А., Москалев А.Н., Херсонский В.К.* Квантовая теория углового момента. Л.: Наука, 1975. 436 с.
6. *Урман Ю.М.* Неприводимые тензоры и их применение в задачах движения твердого тела в силовых полях // Механика твердого тела. Киев: Наук. думка, 1983. Вып. 15. С. 75–87.
7. *Белецкий В.В.* Движение спутника относительно центра масс в гравитационном поле. М.: Изд-во МГУ, 1975. 308 с.

Н. Новгород

Поступила в редакцию
30.11.2001