

УДК 539.3

© 2004 г. В.М. АЛЕКСАНДРОВ, М.И. ЧЕБАКОВ

К ТЕОРИИ РАСЧЕТА ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ПОДШИПНИКА

Рассматривается плоская контактная задача теории упругости о взаимодействии абсолютно жесткого цилиндра с внутренней поверхностью тонкого цилиндрического слоя, внешняя поверхность которого закреплена (задача 1) либо взаимодействует с гладкой жесткой обоймой (задача 2). Такие задачи достаточно хорошо моделируют работу цилиндрического подшипника скольжения особенно при нагрузках, когда угловой размер площадки контакта соизмерим с диаметром подшипника, а модуль упругости вкладыша значительно ниже модуля упругости других деталей подшипника.

Для поставленных задач теории упругости построены асимптотически точные решения для случая относительно малых толщин упругого цилиндрического слоя, произведен расчет контактных напряжений, области контакта и перемещения шипа.

В отличие от ранее рассмотренных подобных задач (см., например, [1, 2]), здесь обращено внимание на построение простых асимптотически точных расчетных формул для относительно тонкого цилиндрического слоя.

1. Постановка задач теории упругости. В цилиндрической системе координат (r, φ, z) рассмотрим цилиндрический слой $R_1 \leq r \leq R_2$, у которого поверхность $r = R_2$ неподвижна (задача 1) либо взаимодействует без трения с жесткой поверхностью (задача 2), а в поверхность $r = R_1$ силой P вдавливается штамп в форме цилиндра радиуса $R_0 = R_1 - \Delta$ с точкой первоначального касания $\varphi = 0, r = R_1$ (фигура). Предполагается, что трение между штампом и цилиндрическим слоем отсутствует, сила P направлена вдоль луча $\varphi = 0$, а величина Δ мала. В этом случае приходим к решению плоской краевой задачи для уравнений Ламе (плоская деформация) со следующими граничными условиями:

$$\begin{aligned} u_r &= \delta \cos \varphi - \Delta(1 - \cos \varphi) \quad (r = R_1, |\varphi| \leq \theta) \\ \sigma_r &= 0 \quad (r = R_1, |\varphi| > \theta), \quad \tau_{r\varphi} = 0 \quad (r = R_1) \end{aligned} \quad (1.1)$$

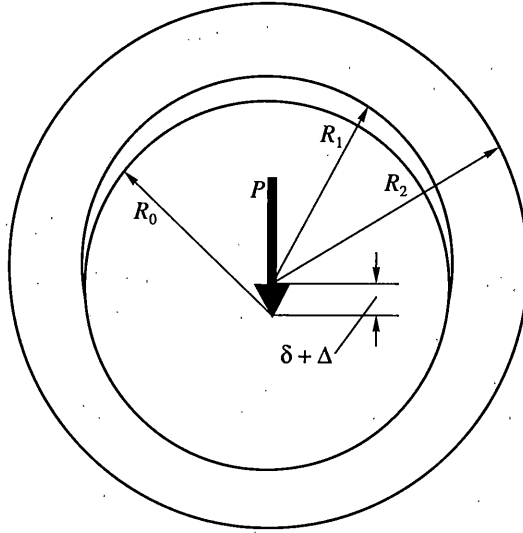
$$\text{задача 1: } u_r = u_\varphi = 0 \quad (r = R_2) \quad (1.2)$$

$$\text{задача 2: } u_r = 0, \quad \tau_{r\varphi} = 0 \quad (r = R_2) \quad (1.3)$$

где δ – смещение штампа; u_r – перемещение в слое вдоль оси r ; $\sigma_r, \tau_{r\varphi}$ – компоненты тензора напряжений; $|\varphi| \leq \theta$ – область контакта.

Разыскивая решение уравнений Ламе в виде

$$u_r = \sum_{k=0}^{\infty} a_k W_k(r) \cos k\varphi, \quad u_\varphi = \sum_{k=1}^{\infty} a_k V_k(r) \sin k\varphi \quad (1.4)$$



Фигура

где u_φ – перемещение в упругом слое вдоль оси φ , и удовлетворяя граничным условиям (1.1)–(1.3), найдем неизвестные функции $W_k(r)$ и $V_k(r)$, а для нахождения неизвестных коэффициентов a_k получим парный ряд-уравнение

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k K(k) \cos k\varphi = f(\varphi) \quad (0 \leq \varphi \leq \theta) \tag{1.5}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k \cos k\varphi = 0 \quad (\theta < \varphi < \pi)$$

$$f(\varphi) = \frac{G}{R_1(1-\nu)} [(\delta + \Delta) \cos \varphi - \Delta] - a_0 k_0^* \tag{1.6}$$

$$K(u) = \frac{L_1(u)}{2(1-u^2)(1-\nu)L_2(u)}, \quad k_0^* = k_0 - K(0) \tag{1.7}$$

$$k_0 = \frac{(1-\kappa^2)(1-2\nu)}{2(1-\nu)(\kappa^2+1-2\nu)}, \quad \kappa = R_1/R_2$$

для задачи 1:

$$L_1(u) = -(1-2\nu)(3-4\nu)(\kappa^{2u} + \kappa^{-2u}) + 2(1-\nu)(3-4\nu)u(\kappa^{2u} - \kappa^{-2u}) + u^2[2(1-2\nu) - \kappa^2(3-4\nu) + \kappa^{-2}] + 8(1-\nu)(1-2\nu)\kappa^{-2} - 2(1-2\nu) \tag{1.8}$$

$$L_2(u) = (3-4\nu)(\kappa^{2u} + \kappa^{-2u}) + u^2(\kappa^2 + \kappa^{-2} - 2) + 8(1-\nu)(1-2\nu)\kappa^{-2} + 2$$

для задачи 2:

$$L_1(u) = [(1-2\nu)^2 - 4u^2(1-\nu)^2](\kappa^{2u} + \kappa^{-2u}) +$$

$$\begin{aligned}
 &+ u^2[(\kappa^2 + \kappa^{-2})(3 - 4\nu) + 2(1 - 2\nu)^2] - 2(1 - 2\nu)^2 \\
 L_2(u) = &-(1 - 2\nu)(\kappa^{2u} + \kappa^{-2u}) - 2u(1 - \nu)(\kappa^{2u} - \kappa^{-2u}) + \\
 &+ u^2[-2(1 - 2\nu) + (3 - 4\nu)\kappa^{-2} - \kappa^2] + 2(1 - 2\nu)
 \end{aligned} \tag{1.9}$$

где G – модуль сдвига, ν – коэффициент Пуассона.

Отметим, что для задачи 1 величина $k_0^* = 0$, а для задачи 2 величина $k_0^* \neq 0$, что делает алгоритм получения решения задачи 2 несколько более сложным, чем задачи 1.

Контактные напряжения $q(\varphi) = -\sigma_r(R_1, \varphi)$ через неизвестные коэффициенты парного ряда (1.5) выражаются соотношением

$$q(\varphi) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \cos k\varphi \tag{1.10}$$

Для получения решения парного ряда (1.5) используем метод сведения его к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений (БСЛАУ) с сингулярной матрицей коэффициентов [3], который в сочетании со специальным методом решения получаемой БСЛАУ [4], позволяет исследовать задачи при любых значениях их параметров. Вместе с тем метод позволяет получить достаточно простое асимптотическое решение при относительно малых толщинах кольцевого слоя.

2. Решение парного ряда. Представим неизвестную функцию $q(\varphi)$ в виде

$$q(\varphi) = \frac{G}{R_1(1 - \nu)} \{(\delta - \Delta)q_1(\varphi) - \Delta q_0(\varphi)\} - a_0 k_0^* q_0(\varphi) \tag{2.1}$$

$$q_{i\varepsilon}(\varphi) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k^{i\varepsilon} \cos k\varphi \quad (i\varepsilon = 0; 1) \tag{2.2}$$

где коэффициенты $a_k^{i\varepsilon}$ подлежат определению из парного ряда (1.5), когда

$$f(\varphi) = \cos i\varepsilon\varphi \quad (i\varepsilon = 0; 1) \tag{2.3}$$

В соответствии с упомянутым выше методом парный ряд (1.5), (2.3) может быть сведен к решению следующей БСЛАУ:

$$\sum_{n=1}^{\infty} x_n^{i\varepsilon} b_{mn} = -d_m^{i\varepsilon} K^{-1}(i\varepsilon) \quad (m = 1, 2, \dots, \infty) \tag{2.4}$$

$$b_{mn} = B(\gamma_m, \delta_n), \quad d_m^{i\varepsilon} = B(\gamma_m, \varepsilon)$$

$$B(\gamma_m, \delta_n) = \frac{\gamma_m \operatorname{ch} \delta_n \theta + \delta_n \operatorname{sh} \delta_n \theta}{(\delta_n^2 - \gamma_m^2) \operatorname{ch} \delta_n \theta} \tag{2.5}$$

$$\frac{\exp(-\gamma_m(\pi - \theta))(\gamma_m \operatorname{ch} \delta_n \theta \operatorname{sh} \gamma_m \theta + \delta_n \operatorname{sh} \delta_n \theta \operatorname{ch} \gamma_m \theta)}{(\delta_n^2 - \gamma_m^2) \operatorname{sh} \gamma_m \theta \operatorname{ch} \delta_n \theta}$$

где $i\delta_n$ и $i\gamma_m$ – соответственно нули и полюса функции $K(u)$.

Функция $q_{i\varepsilon}$, определяемая формулой (2.2), через решение БСЛАУ (2.4) будет выражаться следующим соотношением:

$$q_{i\varepsilon} = \frac{\cos i\varepsilon\theta}{K(i\varepsilon)} + \sum_{n=1}^{\infty} x_n^{i\varepsilon} \frac{\operatorname{ch} \delta_n \theta}{\operatorname{ch} \delta_n \theta} \quad (2.6)$$

Отметим, что функция $K(u)$ для обеих задач обладает свойствами

$$\lim_{u \rightarrow 0} K(u) = A = \operatorname{const}, \quad \lim_{u \rightarrow \infty} uK(u) = 1 \quad (2.7)$$

Это позволяет ее аппроксимировать на интервале $(0, \infty)$ функцией

$$K^*(u) = u^{-1} \operatorname{th} Au \quad (2.8)$$

Предельные значения функций $K(u)$ и $K^*(u)$ при больших и малых u совпадают, а максимальная относительная погрешность в наихудшем случае (малые k) не превышает 11%. Числовые расчеты показывают, что с уменьшением относительной толщины слоя ($k \rightarrow 1$) наибольшая погрешность аппроксимации (2.7) уменьшается и достигается при больших значениях аргумента u . Учитывая этот факт, можно утверждать [5], что при использовании аппроксимации с уменьшением относительной толщины слоя точность получаемого решения будет увеличиваться.

В дальнейшем, когда речь будет идти о функции $K(u)$, ее нулях и полюсах, будем иметь в виду функцию $K^*(u)$, ее нули и полюса, не меняя обозначения. Используя аппроксимацию (2.8), найдем

$$\delta_n = \pi n/A, \quad \gamma_m = \pi(m - 1/2)/A \quad (2.9)$$

Отметим важный для дальнейшего факт, что при $k \rightarrow 1$ ($R_1 \rightarrow R_2$) величина $A \rightarrow 0$. Поэтому рост абсолютных значений нулей и полюсов с уменьшением относительной толщины упругого слоя позволяет асимптотически упростить систему (2.5), (2.6) и другие соотношения.

При малых значениях A система (2.5), (2.6) асимптотически будет эквивалентна системе

$$\sum_{n=2}^{\infty} x_n^{i\varepsilon} (\delta_n - \gamma_m)^{-1} = -d_m^{i\varepsilon} K^{-1}(i\varepsilon) \quad (m = 1, 2, \dots, \infty) \quad (2.10)$$

$$d_m^{i\varepsilon} = \frac{\gamma_m \operatorname{ch} \varepsilon \theta + \varepsilon \operatorname{sh} \varepsilon \theta}{\varepsilon^2 - \gamma_m^2} \quad (2.11)$$

Бесконечная система (2.10), (2.11) имеет точное решение [5]:

$$x_n^0 = \frac{s_n}{\sqrt{A} \delta_n}, \quad x_n^1 = s_n \operatorname{Re} \left(\frac{\exp(-i\theta)}{(\delta_n + i) K_+(1)} \right) \quad (2.12)$$

$$s_n = \frac{\pi (2n-1)!!}{A \sqrt{A} 2(2n-2)!!}, \quad K_+(u) = \sqrt{\frac{A \Gamma(1/2 - iuA/\pi)}{\pi \Gamma(1 - iuA/\pi)}}$$

где $\Gamma(x)$ – гамма-функция.

3. Исследование контактных задач. Соотношения (2.1) совместно с (2.6) и (2.12) дают достаточно простую зависимость распределения контактных напряжений в поставленных контактных задачах, если будут известны постоянная a_0 (для задачи 2) и величина θ , характеризующая величину области контакта.

Уравнение для отыскания величины a_0 может быть получено из условия

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\theta} q(\varphi) d\varphi \quad (3.1)$$

Получим

$$a_0 = \frac{GQ}{R_1(1-\nu)}, \quad Q = \frac{(\delta + \Delta)Q_1 - \Delta Q_0}{\pi + k_0^* Q_0}, \quad Q_m = \int_0^{\theta} q_m(\varphi) d\varphi \quad (3.2)$$

С учетом соотношений (2.12) можно показать, что ряды в (2.4) расходятся. Можно также показать, что

$$q_{ie}(\varphi) = O((\theta - \varphi)^{-1/2}) \quad (\varphi \rightarrow \theta) \quad (3.3)$$

Предполагая, что контактные напряжения ограничены во всей области контакта, приравняем нулю коэффициент при корневой особенности в формуле (2.1). С учетом (2.4), (2.12) получим уравнение

$$(\delta + \Delta) \operatorname{Re} \left(\frac{\exp(-i\theta)}{K_+(1)} \right) - \frac{1}{\sqrt{A}} (\Delta + k_0^* Q) = 0 \quad (3.4)$$

которое позволит найти величины θ и δ , если к нему добавить условие статики

$$P = 2R_1 \int_0^{\theta} q(\varphi) \cos \varphi d\varphi \quad (3.5)$$

Последнее соотношение можно преобразовать к виду

$$(\delta + \Delta)P_1 + (\Delta + k_0^* Q)P_0 = P(1 - \nu)/(2G) \quad (3.6)$$

$$P_m = 2R_1 \int_0^{\theta} q_m(\varphi) \cos \varphi d\varphi \quad (3.7)$$

Таким образом имеем два уравнения (3.4) и (3.6) для определения θ и δ , при этом сила P , действующая на штамп, предполагается заданной.

С учетом соотношений (3.1), (3.4) формулу (2.1) для расчета контактных напряжений можно преобразовать к виду

$$q(\varphi) = \frac{G}{R_1(1-\nu)} [(\delta + \Delta)\hat{q}_1(\varphi) - (\Delta + k_0^* Q)\hat{q}_0(\varphi)] \quad (3.8)$$

$$\hat{q}_1 = \frac{\cos \varphi}{K(1)} + \sum_{n=1}^{\infty} \hat{x}_n^1 \frac{\operatorname{ch} \delta_n \varphi}{\operatorname{ch} \delta_n \theta}, \quad \hat{q}_0(\varphi) = \frac{1}{A} \quad (3.9)$$

$$\hat{x}_n^1 = \frac{s_n}{\delta_n} \operatorname{Re} \left(\frac{i \exp(i\theta)}{(\delta_n - i)K_-(1)} \right) \quad (3.10)$$

Отметим, что ряд в (3.9) при $\varphi = \theta$ сходится.

В расчетных формулах (3.4), (3.6), (3.8) участвуют величины, вычисляемые по формулам (3.2) и (3.7). Теперь с учетом (3.8)–(3.10), их можно переписать в виде

$$\begin{aligned} P_0 &= \frac{\sin\theta}{A}, \quad P_1 = \frac{2\theta + \sin 2\theta}{4K(1)} + F_1(\theta) \\ Q_0 &= \theta/A, \quad Q_1 = \sin\theta/K(1) + F_2(\theta) \end{aligned} \quad (3.11)$$

В (3.11) функции $F_m(\theta)$ – содержит сходящиеся ряды, члены которых при больших номерах n ведут себя как $O(n^{-5/2})$. После улучшения их сходимости и с учетом того, что при сделанных предположениях относительно геометрических параметров задач $\delta_n \theta = 1 + O(\exp(-2\delta_n \theta))$ при $\delta_n \rightarrow \infty$ ($n \geq 1$), функции $F_m(\theta)$ запишем в виде

$$\begin{aligned} F_1(\theta) &= \cos\theta \frac{\eta A \sqrt{A}}{\pi^2} \operatorname{Re} \left(\frac{i \exp(i\theta)}{K_+(-1)} \right) + \sin\theta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\hat{x}_n^1}{1 + \delta_n^2} - \\ &- \cos\theta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{s_n}{\delta_n^3 (\delta_n^2 + 1)} \operatorname{Re} \left(\frac{(\delta_n^2 + i\delta_n + 1) \exp(i\theta)}{(\delta_n - i) K_+(-1)} \right) \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$F_2(\theta) = \frac{\eta A \sqrt{A}}{\pi^2} \operatorname{Re} \left(\frac{i \exp(i\theta)}{K_+(-1)} \right) - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{s_n}{\delta_n^3} \operatorname{Re} \left(\frac{\exp(i\theta)}{(\delta_n - i) K_+(-1)} \right) \quad (3.13)$$

$$\eta = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!!}{(2n)!! n^2} \sim 0.684016$$

В формулах (3.12), (3.13) члены рядов при больших номерах ведут себя как $O(n^{-7/2})$ и для их вычисления с относительной погрешностью не хуже 0.1% достаточно 10 членов. Одновременно отметим, что члены, содержащие ряды в формулах (3.12), (3.13) при малых A эквивалентны $O(A^2)$ и поэтому в случаях, когда значения величины A достаточно малы, такими членами можно пренебречь.

4. Числовые расчеты. Проведем числовые расчеты области контакта (величина θ), перемещения штампа δ и контактных напряжений в зависимости от величины $P^* = P/G$ при различных значениях параметров R_1 , h , Δ и ν . Величины θ и δ находились с использованием формул (3.4), (3.6), (3.10)–(3.13). В рядах формул (3.12), (3.13) удерживалось 10 членов, что позволяло их считать с относительной погрешностью не хуже 0.1%. Контактные напряжения вычислялись по формулам (3.8)–(3.10) в точках $\varphi = \varphi_k = k\theta/5$ ($k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$). Члены рядов (3.9) затухают экспоненциально при $\varphi < \theta$, при $\varphi = \theta$ напряжения должны обращаться в ноль.

В табл. 1 приведены результаты расчетов величин θ (в градусах), δ , $q_k = G^{-1}q(\varphi_k)$ ($k = 0, 1, 2, 3, 4$), $q_5^* = q(\theta)/q(0)$ и A для задачи 1, а в табл. 2 – для задачи 2 для некоторых значений параметров P^* , h , Δ , ν ($R_1 = 10.0$). Относительная величина q_5^* , как видно из таблиц, достаточно мала, но не обращается в ноль и ее значения могут служить показателем относительной погрешности используемых расчетных формул. Видно, что погрешность уменьшается с увеличением параметра k и является приемлемой при $k > 0.5$. Величина A , приведенная в таблицах, значительно меньше единицы, что в соответствии с (2.9) дает дополнительное подтверждение правомерности используемых выше предельных переходов при получении асимптотического решения БСЛАУ при используемых в расчетах значениях параметров задач.

Таблица 1

P^*	θ	δ	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5^*
$v = 0.3 \quad \Delta = 0.05 \quad h = 0.5 \quad A = 0.0203$								
1	40.2	0.0159	0.112	0.107	0.0939	0.0716	0.0410	0.00115
5	61.5	0.0565	0.397	0.380	0.329	0.247	0.138	0.00098
10	70.4	0.103	0.725	0.692	0.597	0.445	0.245	0.000894
20	77.7	0.194	1.37	1.30	1.12	0.829	0.451	0.000827
$v = 0.3 \quad \Delta = 0.01 \quad h = 0.5 \quad A = 0.0203$								
1	61.5	0.0113	0.0795	0.0760	0.0659	0.0495	0.0276	0.000980
5	79.6	0.0480	0.337	0.321	0.276	0.204	0.111	0.000203
10	83.9	0.0933	0.656	0.625	0.535	0.393	0.212	0.000772
20	86.5	0.184	1.29	1.23	1.05	0.770	0.413	0.000750
$v = 0.3 \quad \Delta = 0.01 \quad h = 1.0 \quad A = 0.0404$								
1	69.9	0.0205	0.0725	0.0693	0.0599	0.0449	0.0251	0.00160
5	83.4	0.0928	0.328	0.313	0.268	0.198	0.108	0.00149
10	86.0	0.183	0.646	0.616	0.527	0.388	0.211	0.00146
20	87.4	0.363	1.28	1.22	1.04	0.768	0.417	0.00145

Таблица 2

P^*	θ	δ	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5^*
$v = 0.3 \quad \Delta = 0.05 \quad h = 0.5 \quad A = 0.0244$								
1	42.4	0.0177	0.107	0.102	0.0894	0.0682	0.0391	0.00165
5	64.55	0.0629	0.384	0.367	0.318	0.238	0.133	0.00122
10	73.7	0.115	0.703	0.672	0.579	0.431	0.237	0.00107
20	81.0	0.217	1.33	1.27	1.09	0.805	0.437	0.000974
$v = 0.3 \quad \Delta = 0.01 \quad h = 0.5 \quad A = 0.0244$								
1	64.6	0.0126	0.0767	0.0734	0.0635	0.0476	0.0265	0.00122
5	82.9	0.0535	0.330	0.314	0.269	0.198	0.107	0.000951
10	87.2	0.104	0.643	0.612	0.523	0.383	0.206	0.000897
20	89.8	0.205	1.27	1.21	1.03	0.753	0.402	0.000867
$v = 0.3 \quad \Delta = 0.01 \quad h = 1.0 \quad A = 0.0476$								
1	72.7	0.0226	0.0706	0.0675	0.0583	0.0437	0.0245	0.00194
5	86.3	0.102	0.322	0.307	0.263	0.194	0.106	0.00173
10	88.9	0.202	0.636	0.606	0.518	0.380	0.207	0.00169
20	90.3	0.401	1.26	1.20	1.03	0.754	0.408	0.00167

Таблица 3

ν	0.1	0.2	0.3	0.4	0.1	0.2	0.3	0.4
h	0.5	0.5	0.5	0.5	1.0	1.0	1.0	1.0
θ	85.6	85.0	83.9	81.0	86.8	86.5	86.0	84.5
δ	0.0707	0.0602	0.0466	0.0281	0.137	0.118	0.0914	0.0555
A	0.0242	0.0231	0.0203	0.0140	0.0474	0.0456	0.0404	0.0281

Таблица 4

ν	0.1	0.2	0.3	0.4	0.1	0.2	0.3	0.4
h	0.5	0.5	0.5	0.5	1.0	1.0	1.0	1.0
θ	85.7	86.0	87.2	91.1	86.9	87.2	88.9	93.8
δ	0.0710	0.0622	0.0521	0.0398	0.138	0.121	0.101	0.0769
A	0.0244	0.0244	0.0244	0.0244	0.0476	0.0476	0.0476	0.0476

Таблица 5

h	0.1	0.5	1.5	4.0	0.1	0.5	2.5	5.0
ν	0.1	0.1	0.1	0.1	0.4	0.4	0.4	0.4
θ	75.7	85.6	86.9	85.2	64.1	81.0	86.2	85.4
δ	0.0154	0.0707	0.201	0.480	0.00647	0.0281	0.140	0.284
A	0.00492	0.0242	0.0696	0.166	0.00278	0.0140	0.0714	0.143

Из таблиц также видно, что при одних и тех же значениях параметров в задаче 2 значение перемещения штампа δ и угол контакта θ больше, чем в задаче 1. При расчетах также наблюдается увеличение δ при уменьшении коэффициента Пуассона ν в обеих задачах, но θ в задаче 1 также уменьшается, а в задаче 2 увеличивается. В табл. 3 и 4 приведены соответственно для задач 1 и 2 некоторые результаты числовых расчетов величины θ , δ и A в зависимости от ν при $h = 0.5$ и $h = 1.0$, $\Delta = 0.005$, $R_1 = 10.0$, $P^* = 5.0$.

Отдельно было проведено численное исследование величины области контакта θ в зависимости от толщины слоя h при фиксированных значениях других параметров.

Здесь при некоторых значениях параметров была обнаружена немонотонная зависимость величины θ от h . А именно, при увеличении h от значения, близкого к нулю,

Таблица 6

h	0.1	0.5	1.5	4.0	0.1	0.5	1.5	4.0
ν	0.1	0.1	0.1	0.1	0.4	0.4	0.4	0.4
θ	75.9	85.7	86.9	85.3	74.6	91.1	94.1	91.4
δ	0.0155	0.0710	0.201	0.480	0.00924	0.0398	0.113	0.280
A	0.00498	0.0244	0.0698	0.167	0.00498	0.0244	0.0699	0.167

вначале область контакта растет, а начиная с некоторого значения $h = h^*$ область контакта начинает уменьшаться. Большее уменьшение области контакта при $h > h^*$ наблюдается при больших значениях коэффициента Пуассона, а также в задаче 2 по сравнению с задачей 1. Значение величины h^* зависит также и от других параметров задач. При малых значениях величины Δ и некоторых значениях других параметров расчеты показывают, что возможны ситуации, когда область контакта (величина 2θ) больше 180° . В табл. 5 и 6 приведены соответственно для задач 1 и 2 некоторые результаты числовых расчетов величины θ , δ и A в зависимости от h при $\nu = 0.1$ и $\nu = 0.4$, $\Delta = 0.005$, $R_1 = 10.0$, $P^* = 5.0$.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты 02-01-00346, 02-01-01146).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров В.М., Бабешко В.А., Белоконь А.В., Ворович И.И., Устинов Ю.А. Контактная задача для кольцевого слоя малой толщины // Инж. ж. МТТ. 1966. № 1. С. 135–139.
2. Теплый М.И. Контактные задачи для областей с круговыми границами. Львов: Вища шк., 1983. 176 с.
3. Александров В.М. О решении одного класса парных уравнений // Докл. АН СССР. 1973. Т. 210. № 1. С. 55–61.
4. Цветков А.Н., Чебаков М.И. Эффективный способ решения одного класса бесконечных систем в контактных задачах теории упругости // ПММ. 1991. Т. 55. Вып. 2. С. 344–348.
5. Ворович И.И., Александров В.М., Бабешко В.А. Неклассические смешанные задачи теории упругости. М.: Наука, 1974. 456 с.

Москва, Ростов н/Д

Поступила в редакцию
29.05.2003