

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ АГРЕССИВНОЙ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ НА ПОЛЗУЧЕСТЬ И ДЛИТЕЛЬНУЮ ПРОЧНОСТЬ МЕТАЛЛОВ ПРИ СЛОЖНОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ

Предложен новый подход к описанию деформирования и длительного разрушения металлов при одновременном воздействии внешних механических нагрузок при сложном напряженном состоянии и агрессивной окружающей среды. Для моделирования этого воздействия используется структурно-феноменологический подход, при котором материал представляется состоящим из большого количества структурных элементов. Для описания явления длительной прочности вводится понятие вероятности разрушения отдельных элементов, на основании которого выводится кинетическое уравнение для плотности неразрушенных структурных элементов. Для характеристики сложного напряженного состояния используется понятие эквивалентного напряжения в структурном элементе, в качестве которого рассматривается интенсивность напряжений. Для частного случая нагружения цилиндрической оболочки рассмотрены условия возникновения и развития фронта разрушения. Рассмотрен переход от микроразрушения на уровне структурных элементов к макроразрушению тела в целом. Проведен детальный анализ ползучести и длительной прочности толстостенной трубы, находящейся под действием внутреннего давления и агрессивной среды, расположенной в ее внутренней полости. Полученная система уравнений используется при анализе известных экспериментальных данных по масштабному эффекту длительной прочности тонкостенных трубчатых образцов.

1. Введение. Испытания на ползучесть и длительную прочность элементов металлических конструкций, находящихся в агрессивных средах при высоких температурах, свидетельствуют о том, что агрессивные среды оказывают значительное разупрочняющее влияние на механические характеристики металлов. Сказанное в особенности относится к тонкостенным элементам конструкций. Трудности в изучении влияния агрессивной среды на ползучесть и длительную прочность металлов связаны с недостатком систематических экспериментальных исследований. Технические трудности при проведении экспериментальных исследований обуславливают необходимость построения математических моделей, позволяющих качественно и количественно описывать разупрочняющее действие среды.

2. Постановка задачи. При построении модели используется структурно-феноменологический подход [1]. В рамках этого подхода обычно рассматриваются два уровня структуры: тело в целом (макроуровень) представляется состоящим из большого количества структурных элементов (микроуровень). Постулируются свойства структурных элементов и характер взаимодействия этих элементов между собой, и на основе этой информации изучаются особенности деформирования тела вплоть до разрушения. В получаемые определяющие соотношения входит параметр, аналогичный параметру поврежденности, который увязывается с теми или иными физическими параметрами повреждающегося материала.

В данной модели материал представляет собой набор структурных элементов. Под структурными элементами понимаются зерна, если разрушение происходит преимущественно по телу зерна, или фрагмент границы с примыкающими к нему частями зерен, если разрушение происходит по межзеренным границам. В рассматриваемой модели влияние среды связывается с проникновением компонентов среды в тело вследствие процесса диффузии. Количественной мерой степени присутствия вещества среды в теле является концентрация в нем компонентов этого вещества. В качестве уравнения, характеризующего распределение концентрации агрессивной среды в теле, используется параболическое уравнение диффузии

$$\partial c / \partial t = \operatorname{div}(D \operatorname{grad}(c))$$

с нулевым начальным условием $c(\mathbf{r}, 0) = 0$ и граничным условием следующего вида:

$$c(\mathbf{r}, t)|_{\mathbf{r} \in S} = 1$$

где t – время, \mathbf{r} – пространственная координата точки тела, S – поверхность, ограничивающая рассматриваемое тело, c – концентрация компонентов среды в данной точке, отнесенная к значению концентрации на границе тела. Предполагается, что свойства структурных элементов зависят от присутствия в теле компонентов окружающей среды. Эта зависимость может проявляться с одной стороны в уменьшении предела кратковременной прочности элемента и увеличении вероятности его разрушения под действием нагрузки, а с другой стороны – в увеличении скорости ползучести.

В теле, находящемся под нагрузкой, часть структурных элементов постепенно разрушается, в связи с этим внешняя нагрузка перераспределяется между оставшимися элементами. Уравнение равновесия может быть записано в следующем виде:

$$\int_V F_i \delta u_i dV + \int_S T_i \delta u_i dS - \frac{1}{2} \int_V \lambda_{ij} (\delta u_{i,j} + \delta u_{j,i}) dV = 0$$

$$\delta e_{ij} = 1/2 (\delta u_{i,j} + \delta u_{j,i}) \quad (i, j = 1, 2, 3)$$

Здесь F_i – объемные силы, T_i – поверхностные силы, действующие на тело, занимающее объем V . Тензор $(-\lambda_{ij})$ имеет смысл множителей Лагранжа [2]. Подынтегральное выражение $\lambda_{ij} \delta e_{ij} dV$ есть работа внутренних сил на обобщенных перемещениях δe_{ij} . Пусть в структурном элементе действует тензор напряжений σ_{ij} , рассматриваемый как обобщенная сила. Здесь, как и всюду ниже, предполагается несжимаемость материала. Если принять, что разрушенные элементы деформируются без совершения работы, то работа внутренних сил по деформированию элементов в объеме dV имеет следующий вид:

$$\delta A = \lambda_{ij} \delta e_{ij} dV = \delta_0^3 N(\mathbf{r}, t) \sigma_{ij} \delta e_{ij}$$

где $N(\mathbf{r}, t)$ – количество неразрушенных структурных элементов в объеме dV , расположенном в точке \mathbf{r} в момент времени t , δ_0^3 – средний объем элемента, который можно считать неизменным при заданной температуре ($\delta_0^3 = \text{const}$).

Введем функцию плотности структурных элементов $\psi(\mathbf{r}, t)$ в элементарном объеме dV :

$$\psi(\mathbf{r}, t) = N(\mathbf{r}, t) / N_0, \quad N_0 = dV / \delta_0^3$$

где через N_0 обозначено количество структурных элементов в объеме dV в начальный момент времени (когда в материале еще нет разрушенных элементов). Так как пара-

метр $\delta_0^3 = \text{const}$, то работу внутренних сил можно выразить с учетом плотности структурных элементов $\psi(\mathbf{r}, t)$:

$$\delta A = \frac{N(\mathbf{r}, t)}{N_0} \sigma_{ij} \delta e_{ij} dV = \psi \sigma_{ij} \delta e_{ij} dV$$

Уравнение равновесия можно переписать в следующем виде:

$$\int_V F_i \delta u_i dV + \int_S T_i \delta u_i dS - \frac{1}{2} \int_V \psi \sigma_{ij} (\delta u_{i,j} + \delta u_{j,i}) dV = 0$$

Полагая $F_i = 0$ и применяя стандартную процедуру, можно получить уравнения равновесия и граничные условия на поверхности [2]:

$$(\psi \sigma_{ij})_{,j} = 0 \tag{2.1}$$

$$(\psi \sigma_{ij} n_j)|_S = T_i \tag{2.2}$$

В работе всюду принимается, что мгновенными деформациями можно пренебречь по сравнению с деформациями ползучести. Для деформаций ползучести p_{ij} (и, естественно, для скоростей деформаций ползучести \dot{p}_{ij}) имеют место условия совместности деформаций. Гипотеза пропорциональности девиаторов напряжений и скоростей деформаций ползучести структурного элемента при учете несжимаемости материала принимает следующий вид:

$$\dot{p}_{ij} = \frac{3 \dot{p}_e}{2 \sigma_e} \left(\sigma_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_{kk} \right) \tag{2.3}$$

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{3}{2} N} \left(\sigma_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_{kk} \right) \left(\sigma_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_{kk} \right), \quad \dot{p}_e = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\dot{p}_{ij} \dot{p}_{ij}} \tag{2.4}$$

где σ_e и \dot{p}_e обозначают эквивалентное напряжение и эквивалентную скорость деформаций ползучести, имеющие смысл соответствующих интенсивностей. Ниже предполагается, что интенсивность скоростей деформаций ползучести \dot{p}_e связана с интенсивностью напряжений σ_e степенным законом и, кроме того, линейно зависит от концентрации элементов среды c :

$$\dot{p}_e = \frac{1}{t_p} (1 + \alpha c) \left(\frac{\sigma_e}{\sigma_{b0}} \right)^m \tag{2.5}$$

где σ_{b0} – предел кратковременной прочности структурного элемента при рассматриваемой высокой температуре в отсутствие агрессивной среды; m , t_p , α – константы.

3. Длительная прочность. Уровень напряженного состояния структурного элемента характеризуется эквивалентным напряжением σ_e . В качестве условия разрушения структурного элемента, находящегося в агрессивной среде, следует принять условие достижения этим напряжением σ_e предела кратковременной прочности σ_b при заданной температуре в присутствии среды

$$\sigma_e = \sigma_b \tag{3.1}$$

При этом предполагается, что если σ_e достигает предельного значения, то элемент разрушается мгновенно. Однако структурный элемент может разрушиться и под воз-

действием меньшей нагрузки вследствие накопления внутренних повреждений, случайных отклонений предела прочности и других факторов. В рассматриваемой модели по аналогии с [3] данный факт моделируется введением вероятности разрушения структурного элемента на интервале времени $[t, t + \Delta t)$:

$$g\left(\frac{\sigma_e}{\sigma_b}(\mathbf{r}, t)\right)\Delta t + o(\Delta t)$$

Введенная таким образом вероятность разрушения структурного элемента позволяет вывести кинетическое уравнение для плотности неразрушенных элементов ψ [4]:

$$\partial\psi/\partial t = -\psi g(\sigma_e/\sigma_b), \quad \psi(\mathbf{r}, 0) = 1 \quad (3.2)$$

Параметр плотности $\psi(\mathbf{r}, t)$ можно рассматривать как меру поврежденности материала в точке \mathbf{r} в момент времени t . Параметр ψ изменяется от единицы для неповрежденного материала до нуля для полностью разрушенного. Введенный таким образом параметр плотности структурных элементов можно рассматривать как аналогию параметра сплошности ψ , введенного Л.М. Качановым [5], и параметра поврежденности ω , введенного Ю.Н. Работновым [6] (в последнем случае надо рассматривать $1 - \omega$).

В данной модели предполагается, что интенсивность разрушения g зависит от эквивалентного напряжения в структурном элементе, концентрации компонентов среды в материале и предела прочности материала в этих условиях

$$g\left(\frac{\sigma_e}{\sigma_b}\right) = \frac{1}{t_0}(1 + \beta c)\left(\frac{\sigma_e}{\sigma_b}\right)^n \quad (3.3)$$

где n , t_0 , β – константы. Предел кратковременной прочности σ_b является функцией концентрации c ; в данной модели принята линейная аппроксимация зависимости $\sigma_b(c)$:

$$\sigma_b(c) = \sigma_{b0}(1 - \gamma c) \quad (3.4)$$

Разрушение отдельных структурных элементов с течением времени способствует росту напряжений на неразрушенных элементах и приводит к неоднородному распределению напряжений σ_e в теле. В то же время предел прочности σ_b , определяемый соотношением (3.4), также зависит от координат тела. Очаг разрушения возникает в некоторый момент времени t_1 в точке сечения, в которой впервые выполняется условие (3.1). Выполнение этого условия означает возникновение в материале области полного разрушения ($\psi = 0$). В зависимости от значений материальных констант очаг разрушения может возникнуть в произвольной точке тела. После этого в теле возникает и начинает двигаться поверхность разрушения (фронт разрушения), отделяющая область тела, где еще есть неразрушенные структурные элементы, от области полного разрушения. Рассматриваемое тело разрушается, когда скорость движения поверхности разрушения обращается в бесконечность. Ниже приведено подробное исследование условий возникновения и характера движения фронта разрушения для частного случая стационарного распределения концентрации компонентов среды в тонкостенной цилиндрической оболочке.

4. Стационарное распределение концентрации в тонкостенной цилиндрической оболочке. Исследуются условия возникновения и роста поверхности разрушения (или фронта разрушения). Для этого в качестве примера рассматривается тонкостенная цилиндрическая оболочка длины L с днищем под внутренним давлением q (средний радиус оболочки R , толщина h , выполняется условие $h \ll R \ll L$). При этом предполагается, что в оболочке имеет место установившееся распределение концентрации элементов среды

$$c(x) = 1 - x/h \quad (4.1)$$

где координата x изменяется от $x = 0$ на внутренней стороне оболочки до $x = h$ на внешней стороне. Кроме этого, предполагается, что среда непосредственно не влияет на скорость ползучести (т.е. $\alpha = 0$). Если ввести безразмерную номинальную нагрузку $s_0 = \sqrt{3} qR/(2h\sigma_{b0})$, то из гипотезы плоских сечений $\partial p_e/\partial x = 0$ и уравнения (2.5) следует, что эквивалентное напряжение σ_e в структурном элементе не зависит от координаты x :

$$\sigma_e(t) = \sigma_{b0} \frac{s_0}{\bar{\Psi}(t)}, \quad \bar{\Psi}(t) = \frac{1}{h} \int_0^h \Psi(x, t) dx \quad (4.2)$$

Ниже рассматривается фронт разрушения $l(t)$, отделяющий полностью разрушенную часть сечения ($\Psi = 0$) от части сечения, содержащей неразрушенные структурные элементы. На фронте разрушения при $x = l(t)$ должно выполняться условие локального разрушения

$$\sigma_e(t) = \sigma_{b0}(1 - \gamma c(l(t))) \quad (4.3)$$

которое с учетом (4.1) и (4.2) преобразуется к виду

$$s_0/\bar{\Psi} = 1 - \gamma(1 - l(t)/h)$$

Из этого выражения следует уравнение для фронта разрушения $l(t)$

$$l(t) = \frac{h \left[\frac{s_0}{\bar{\Psi}} - (1 - \gamma) \right]}{\gamma} \quad (4.4)$$

Введенное выше обозначение $\bar{\Psi}$ имеет смысл среднего по сечению значения плотности структурных элементов, эта величина включает полностью разрушенную часть сечения. Представляет интерес ввести среднюю плотность неразрушенных элементов $\tilde{\Psi}$, подсчитанную только для неразрушенной части

$$\tilde{\Psi}(t) = \frac{1}{(h - l(t))} \int_{l(t)}^h \Psi dx$$

Величины $\bar{\Psi}$ и $\tilde{\Psi}$ связаны очевидным соотношением

$$\bar{\Psi} = [1 - l/h] \tilde{\Psi} \quad (4.5)$$

С помощью (4.4) и (4.5) можно представить $\tilde{\Psi}$ как функцию фронта разрушения l :

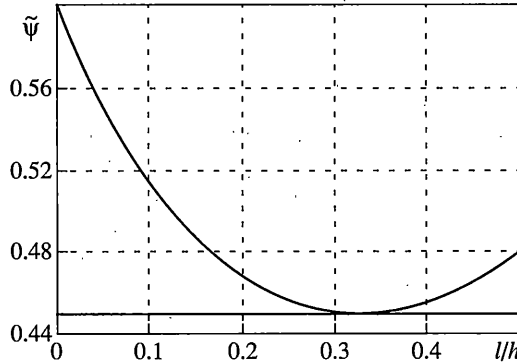
$$\tilde{\Psi}(l) = s_0(1 - l/h)^{-1}(1 - \gamma + \gamma l/h)^{-1}$$

Функция $\tilde{\Psi}(l)$ не является монотонной: вначале она убывает, достигая минимума, а затем начинает возрастать. На фиг. 1 приведена зависимость $\tilde{\Psi}(l)$ при $s_0 = 0.15$, $\gamma = 0.75$. Минимум функций $\tilde{\Psi}(l)$ достигается в точке l^* , определяемой соотношением

$$l^* = h(1 - 0.5/\gamma) \quad (4.6)$$

Физически обоснована только убывающая ветвь зависимости $\tilde{\Psi}(l)$, соответствующая неравенству $l(t) < l^*$. Таким образом, при достижении фронтом разрушения критического значения $l = l^*$ происходит мгновенное разрушение оболочки.

Ниже рассматриваются необходимые условия возникновения фронта разрушения. Фронт появляется на внутренней поверхности оболочки ($x = 0$) в момент времени t_1 ,



Фиг. 1

когда впервые выполняется условие (4.3), которое с учетом (4.1) и (4.2) может быть представлено в виде $s_0/\bar{\Psi}(t_1) = 1 - \gamma$. Так как средняя плотность $\bar{\Psi}$ всегда меньше единицы или равна ей, то имеет место неравенство

$$s_0 \leq 1 - \gamma \quad (4.7)$$

Другое ограничение возникает из рассмотрения (4.6): если фронт существует, то, очевидно, должно выполняться неравенство $l^* \geq 0$, которое с учетом (4.6) преобразуется к виду

$$\gamma \geq 0.5 \quad (4.8)$$

Сопоставление (4.7) и (4.8) приводит к неравенству

$$s_0 \leq 0.5 \quad (4.9)$$

Невыполнение неравенства (4.8) означает, что оболочка разрушается в момент образования очага разрушения, т.е. при $t = t_1$, невыполнение же неравенства (4.7) означает мгновенное разрушение оболочки после приложения нагрузки.

Из проведенного анализа можно сделать несколько существенных выводов. Прежде всего, условие (4.8) достаточно сильно: например, при анализе экспериментальных данных, параметр γ не превышает 0.03. Условие (4.9) также накладывает существенные ограничения на существование фронта. Еще одно замечание касается сделанного упрощения относительно параметра α . Параметр α отвечает за возникновение неравномерного поля напряжений на структурных элементах, при $\alpha > 0$ материал оболочки оказывается более поврежденным по сравнению со случаем $\alpha = 0$. Эти соображения позволяют сделать вывод, что положительное значение параметра α может только сузить область изменения параметров задачи, в которой возможно существование фронта разрушения. Следовательно, сделанный анализ позволяет заключить, что указанные диапазоны изменения параметров являются необходимыми условиями существования фронта разрушения. Вне этих диапазонов оболочка будет разрушаться в момент возникновения очага разрушения.

5. Упрощенный критерий длительной прочности. В общем случае проанализировать движение поверхности разрушения вплоть до мгновенного разрушения невозможно из-за возникающих математических трудностей, поэтому в данной работе в качестве времени до разрушения конструкции принимается время возникновения первого очага разрушения t_1 . Для обоснования такого подхода можно привести следующие соображения. Анализ фронта разрушения, проведенный выше, показал, что фронт

имеет фазу устойчивого роста только при выполнении определенных (достаточно сильных) ограничений на параметр γ и на уровень номинальной нагрузки; если эти ограничения не выполняются, то тело разрушается при $t = t_1$ (разумеется, сказанное полностью справедливо только в отношении рассмотренного частного случая). С другой стороны, при $t > t_1$ структурные элементы, находящиеся в окрестности точки g_1 (очага разрушения), разрушаются, что вызывает перераспределение нагрузки и способствует ускоренному разрушению оставшихся элементов. Кроме этого, после возникновения очага разрушения, в окрестности точки g_1 определяющую роль начинают играть не учитываемые в данной модели концентраторы напряжений. Эти обстоятельства позволяют рассматривать время возникновения очага разрушения t_1 как нижнюю оценку времени до разрушения тела в целом. В дальнейшем под временем разрушения тела в целом t^* будет пониматься момент времени t_1 , при котором впервые выполняется условие (3.1).

6. Толстостенная труба под внутренним давлением. В данном параграфе рассматривается задача о толстостенной трубе, находящейся под действием внутреннего давления q в условиях плоской деформации. Пусть внутренний и внешний радиусы трубы равны a и b соответственно ($a < b$), а длина трубы равна L . Примем, что продольный размер трубы значительно больше поперечного ($L \gg b$). Концентрация $c(r, t)$ компонентов среды в трубе удовлетворяет уравнению диффузии

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial c}{\partial r} \right), \quad D = \text{const} \quad (6.1)$$

при нулевом начальном условии, нулевом граничном условии на внешней поверхности трубы и условии $c = 1$ на ее внутренней поверхности: $c(r, 0) = 0$, $c(a, t) = 1$, $c(b, t) = 0$. Граничные условия (2.2) в структурном элементе в цилиндрических координатах имеют следующий вид:

$$(\sigma_r \psi) \Big|_{r=a} = -q \quad (6.2)$$

$$(\sigma_r \psi) \Big|_{r=b} = 0 \quad (6.3)$$

Уравнение равновесия (2.1) в цилиндрических координатах примет форму

$$\frac{\partial(\psi \sigma_r)}{\partial r} + \frac{(\sigma_r - \sigma_\theta) \psi}{r} = 0 \quad (6.4)$$

Условие совместности деформаций при учете плоского деформированного состояния приводит к следующей связи скоростей деформаций ползучести:

$$\partial \dot{p}_\theta / \partial r + (\dot{p}_\theta - \dot{p}_r) / r = 0 \quad (6.5)$$

Уравнения (2.3), (2.4) приводят к следующим соотношениям:

$$\dot{p}_\theta = -\dot{p}_r = \frac{3\dot{p}_e}{4\sigma_e} (\sigma_\theta - \sigma_r), \quad \sigma_e = \frac{\sqrt{3}}{2} (\sigma_\theta - \sigma_r) \quad (6.6)$$

Условие несжимаемости $\dot{p}_r + \dot{p}_\theta = 0$ в сочетании с уравнением совместности (6.5) позволяет определить \dot{p}_θ :

$$\frac{\partial \dot{p}_\theta}{\partial r} = -\frac{2}{r} \dot{p}_\theta, \quad \dot{p}_\theta = A(t) r^{-2} \quad (6.7)$$

Подстановка (2.5) в (6.6) позволяет получить следующее соотношение для функции $A(t)$:

$$A(t) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{m+1} \frac{r^2}{t_p} (1 + \alpha c) \left[\frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{\sigma_{b0}}\right]^m \quad (6.8)$$

Выражая разность $(\sigma_\theta - \sigma_r)$ с помощью (6.8), подставляя ее в уравнение равновесия (6.4) и учитывая граничное условие (6.2), можно определить радиальное напряжение σ_r :

$$\sigma_r = -\frac{q}{\psi} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-(m+1)/m} \frac{\sigma_{b0}}{\psi} [t_p A(t)]^{1/m} \int_a^r \Phi(r, t) dr$$

$$\Phi(r, t) = \psi r^{-(m+2)/m} (1 + \alpha c)^{-1/m}$$

С помощью второго граничного условия (6.3) можно определить функцию $A(t)$, а затем напряжения σ_r , σ_θ и σ_e :

$$\sigma_r = -\frac{q}{\psi} \int_r^b \Phi(r, t) dr / \bar{\Phi}(t), \quad \sigma_\theta = \frac{q}{\psi} \left[\psi [(1 + \alpha c) r^2]^{-1/m} - \int_r^b \Phi(r, t) dr \right] / \bar{\Phi}(t) \quad (6.9)$$

$$\sigma_e = \frac{\sqrt{3}}{2} q [(1 + \alpha c) r^2]^{-1/m} / \bar{\Phi}(t), \quad \bar{\Phi}(t) = \int_a^b \Phi(r, t) dr$$

Из (3.2) при учете (3.3), (3.4) и (6.9) можно привести кинетическое уравнение для ψ к следующему виду:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -\psi \frac{(1 + \beta c)}{t_0} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{q}{\sigma_{b0}}\right)^n r^{-2n/m} \left[(1 - \gamma c) (1 + \alpha c)^{1/m} \int_a^b \Phi(r, t) dr \right]^{-n} \quad (6.10)$$

Подстановка (6.8) в (6.5) приводит к следующим соотношениям для скоростей ползучести \dot{p}_r , \dot{p}_θ :

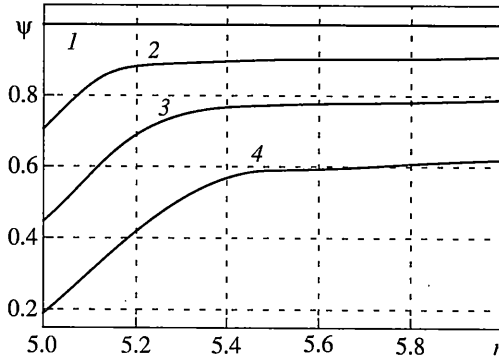
$$\dot{p}_\theta = -\dot{p}_r = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{q}{\sigma_{b0}}\right)^m \frac{1}{t_p r^2} \left[\int_a^b \Phi(r, t) dr \right]^m \quad (6.11)$$

Время разрушения t^* , определяемое как время до образования очага разрушения, вычисляется с помощью равенства

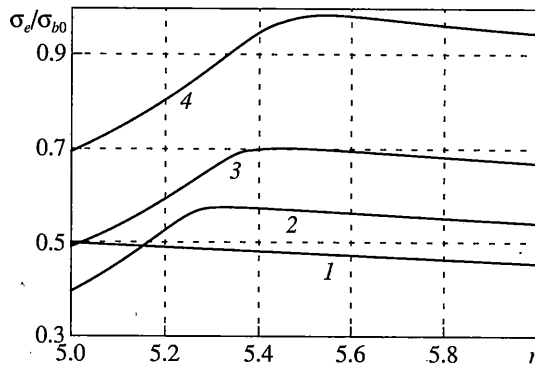
$$\sigma_e(r^*, t^*) = \sigma_b(r^*, t^*) \quad (6.12)$$

В общем случае очаг разрушения $r = r^*$ может возникнуть в произвольном месте сечения.

Численный анализ проводился для цилиндрической трубы, изготовленной из модельного материала со следующими значениями параметров: $D = 10^{-4}$ мм²/час, $t_0 = 200$ час, $n = 2$, $t_p = 16$ час, $m = 4$, $\alpha = 4$, $\beta = 5$, $\gamma = 0.025$. Относительная величина внутреннего давления $q/\sigma_{b0} = 0.1$, радиусы трубы $a = 5$ мм, $b = 6$ мм. При проведении вычислений на каждом временном шаге следует сначала рассчитывать зависимость интенсивности напряжений σ_e от радиальной координаты r с помощью соотношения (6.9), при этом используются известные из предыдущих вычислений распределения концентрации c и плотности ψ вдоль r . Для вычисления распределений c и ψ на следующем временном шаге используются уравнение диффузии (6.1) и кинетическое уравнение (6.10) соот-



Фиг. 2



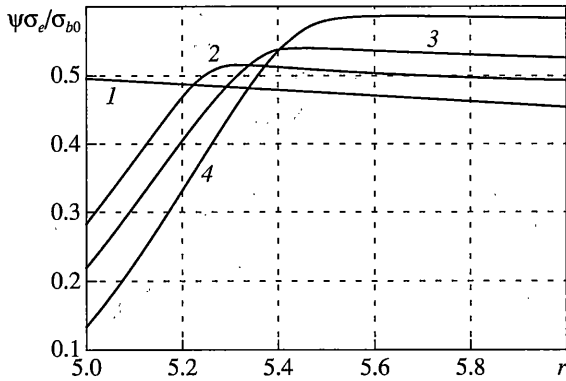
Фиг. 3

ответственно. Для определения времени разрушения трубы t^* необходимо на каждом шаге по времени проверять во всем сечении трубы выполнение условия (6.12), в котором распределение предела прочности материала σ_b вдоль r вычисляется с помощью уравнения (3.4). Вычисления показали, что целостность трубы нарушается при $r^* = a$, при этом время разрушения $t^* = 238$ час.

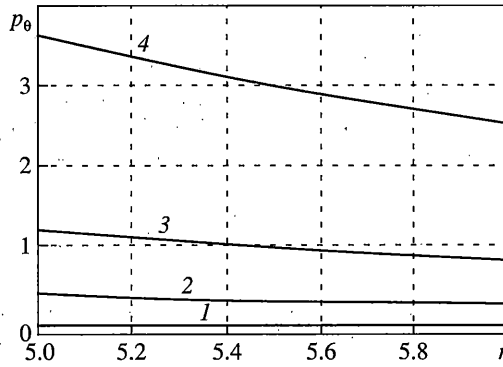
Распределение плотности структурных элементов ψ вдоль радиуса трубы r [мм] для моментов времени $t = 0, t^*/3, 2t^*/3$ и t^* показано на фиг. 2 линиями 1–4 соответственно. Эволюция во времени распределений вдоль r [мм] эквивалентного напряжения σ_e в структурных элементах и эквивалентной нагрузки $\psi\sigma_e$ показана соответственно на фиг. 3–4. На фиг. 5 построено распределение окружных деформаций ползучести p_θ [%], полученное с помощью уравнений (6.7), (6.8).

7. Тонкостенная цилиндрическая оболочка под внутренним давлением. Анализ экспериментальных данных. Полученные уравнения использованы ниже для анализа поведения тонкостенной цилиндрической оболочки. Пусть $R = 0.5(b + a)$ – средний радиус оболочки, $h = b - a$ – толщина ее стенки, при этом выполнено неравенство $R \gg h$. Если ввести координату $x = r - a$, то в этом случае уравнение диффузии (6.1) относительно концентрации $c(x, t)$ принимает следующий вид:

$$D \frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}, \quad c(x, 0) = 0, \quad c(0, t) = 1, \quad c(h, t) = 0 \quad (7.1)$$



Фиг. 4



Фиг. 5

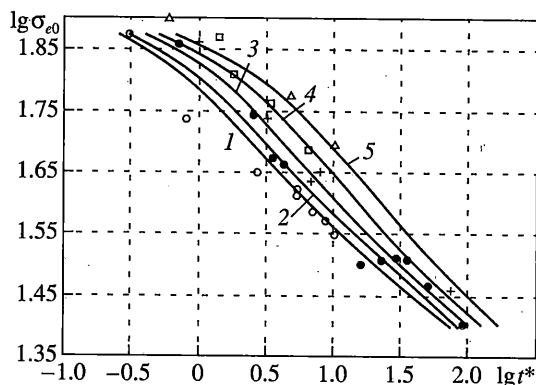
Уравнение (6.9) для эквивалентного напряжения σ_e в структурном элементе, кинетическое уравнение (6.10) и уравнения для скоростей деформаций ползучести (6.11) в случае тонкостенной цилиндрической оболочки принимают следующий вид:

$$\sigma_e = \frac{\sqrt{3}qR}{2h} [(1 + \alpha c)^{1/m} \varphi]^{-1}, \quad \varphi = \varphi(t) = \frac{1}{h} \int_0^h \psi (1 + \alpha c)^{-1/m} dx$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -\psi \frac{(1 + \beta c)}{t_0} \left(\frac{\sqrt{3}qR}{2\sigma_{b0}h} \right)^n [(1 - \gamma c)(1 + \alpha c)^{1/m} \varphi]^{-n} \quad (7.2)$$

$$\dot{p}_\theta = -\dot{p}_r = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1}{t_p} \left(\frac{\sqrt{3}qR}{2\sigma_{b0}h} \right)^m$$

В [7] приведены результаты экспериментального исследования длительной прочности тонкостенных трубчатых образцов под действием внутреннего давления q . Испытания проводились в воздушной среде вплоть до разрушения при температуре 850°C. Все образцы были изготовлены из стали X18H10T. Они имели рабочую длину 120 мм, различные радиусы R (от 6 до 21 мм) и различные толщины стенки h (от 0.38 до 1.5 мм). Всего было испытано 30 образцов. Эквивалентное номинальное напряжение $\sigma_{e0} = \sqrt{3} qR/(2h)$, рассчитанное по формуле (7.2), изменялось от 25 до 79 МПа. Результаты



Фиг. 6

испытаний, приведенные на фиг. 6, свидетельствуют о значительном масштабном эффекте длительной прочности (символами \circ , \bullet , $+$, \square и \triangle обозначены экспериментальные данные для образцов с толщиной стенки $h = 0.38, 0.5, 0.7, 1$ и 1.5 мм соответственно).

Моделирование наблюдаемого масштабного эффекта проводилось с помощью системы уравнений (7.1), (7.2). Так как внутреннее давление в различных образцах изменялось в диапазоне от 2 до 13 МПа, а внешнее давление составляло 0.1 МПа, то при определении концентрации агрессивной среды правомерно использовать уравнение диффузии в постановке (7.1).

Ограничиваясь рассмотрением длительной прочности, можно принять параметр α равным нулю. В этом случае в рассматриваемой модели остаются четыре подлежащие определению константы: t_0, n, γ, β . При этом первые два параметра t_0 и n характеризуют длительную прочность в вакууме, а вторые два параметра γ, β определяют степень влияния среды. Для данного анализа приняты следующие значения предела длительной прочности σ_{b0} и коэффициента диффузии D : $\sigma_{b0} = 85$ МПа, $D = 8 \cdot 10^{-4}$ мм²/час.

Параметры модели t_0, n, γ, β подбирались из условия минимума характеристики суммарного разброса экспериментальных t_{exp}^* и теоретических t^* значений времен разрушения S :

$$S = \sum_i [(t_{\text{exp}}^* - t^*) / (t_{\text{exp}}^* + t^*)]_i^2$$

где суммирование проводится при учете всех 30 испытаний. В результате указанные параметры принимают следующие значения: $t_0 = 6.75$ час, $n = 7.75$, $\gamma = 0.022$, $\beta = 160$. На фиг. 6 приведены расчетные кривые длительной прочности, линиями 1–5 показаны кривые длительной прочности, соответствующие значениям $h = 0.38, 0.5, 0.7, 1.0$ и 1.5 мм. Из фиг. 6 следует хорошее соответствие экспериментальных и теоретических значений времен разрушения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 02-01-00289 и 03-01-06005).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Болотин В.В. Ресурс машин и конструкций. М.: Машиностроение, 1990. 448 с.
2. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1988. 712 с.

3. *Богданов Дж., Козин Ф.* Вероятные модели накопления повреждений. М.: Мир, 1989. 344 с.
4. *Кулагин Д.А., Локощенко А.М.* Анализ влияния окружающей среды на длительную прочность с помощью вероятностного подхода // Изв. АН. МТТ. 2001. № 1. С. 124–133.
5. *Качанов Л.М.* О времени разрушения в условиях ползучести // Изв. АН СССР. ОТН. 1958. № 8. С. 26–31.
6. *Работнов Ю.Н.* О механике длительного разрушения // Вопросы прочности материалов и конструкций. М.: Изд-во АН СССР, 1959. С. 5–7.
7. *Куров В.Д., Мельников Г.П., Токарев В.Д.* Влияние масштабного фактора на время разрушения в условиях ползучести труб из стали X18H10T при температуре 1123 К // Машиноведение. 1967. № 6. С. 107–108.

Москва

Поступила в редакцию
14.10.2003