

УДК 539.3

© 2003 г. Ю. Ю. МАХОВСКАЯ

ДИСКРЕТНЫЙ КОНТАКТ УПРУГИХ ТЕЛ ПРИ НАЛИЧИИ АДГЕЗИИ

Исследуется взаимодействие периодической системы штампов с упругим полупространством при наличии адгезии. Адгезия связана с молекулярным притяжением поверхностей, либо с находящейся в зазоре жидкостью, которая образует мениски вокруг каждого штампа. Задача решается с помощью метода локализации [1]. Изучаются распределение контактных давлений, форма упругого полупространства, размер областей контакта, зависимость между силой, действующей на штампы, и их внедрением в полупространство и другие характеристики в зависимости от параметров шероховатости (форма штампов и расстояние между ними) и толщины пленки жидкости, покрывающей полупространство.

1. Введение. При моделировании сопряжений, характеризующихся высокой степенью гладкости взаимодействующих поверхностей и малыми размерами области контакта (например, сопряжения в микромашинах или взаимодействие магнитного диска с головкой считывающего устройства), необходимо учитывать силы адгезии между поверхностями. Эти силы могут иметь различную природу, в частности, связанную с молекулярным притяжением поверхностей.

Задачи об адгезии в контакте двух упругих тел решались в [2–5], где потенциал молекулярного взаимодействия поверхностей моделировался различными приближенными зависимостями. В работах [6–8] исследовалось взаимодействие двух упругих тел при наличии в зазоре между ними мениска жидкости (капиллярная адгезия).

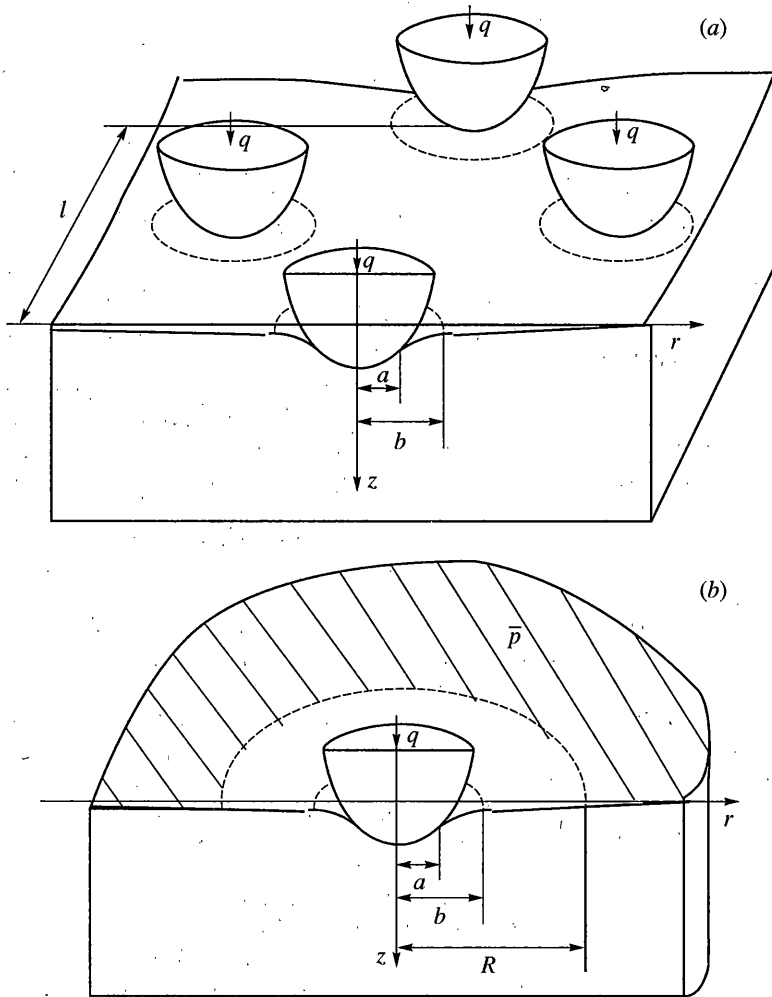
Шероховатость поверхностей существенно влияет на характеристики адгезионного взаимодействия. Контактное взаимодействие шероховатых упругих тел при наличии капиллярной адгезии, т.е., стягивающих поверхности менисков жидкости, изучалось в [9, 10] в приближенной постановке. В этих работах не учитывалось влияние давления жидкости на геометрию зазора и взаимное влияние неровностей.

В настоящей работе адгезия шероховатых поверхностей исследуется с помощью модели взаимодействия периодической системы штампов с упругим полупространством.

2. Постановка задачи. Рассматривается взаимодействие упругого полупространства с периодической системой осесимметричных штампов, расположенных в узлах гексагональной решетки с шагом l (фиг. 1, а). Пусть начало локальной цилиндрической системы координат (r, z, φ) совпадает с точкой, в которой недеформированное полупространство соприкасается с одним из штампов. Ось z направлена вглубь полупространства. В данной системе координат форма штампа описывается функцией $f(r) = Ar^{2n}$, где n – целое число.

К каждому штампу приложена нормальная сила q . Будем считать распределение нормальных давлений и упругих смещений полупространства в окрестности каждого штампа осесимметричным. Величину зазора между контактирующими поверхностями представим в виде

$$h(r) = f(r) - f(a) + u(r) - u(a) \quad (2.1)$$



Фиг. 1

где $u(r)$ – нормальное упругое смещение поверхности полупространства, a – радиус области контакта.

Для того, чтобы учесть адгезионное взаимодействие, введем отрицательное давление $-p_0$, действующее на полупространство в кольце $a < r \leq b$ вокруг каждого штампа. Будем рассматривать два вида адгезионного взаимодействия.

Адгезия сухих поверхностей. Сила молекулярного притяжения поверхностей на единицу площади аппроксимируется кусочно-постоянной функцией [2] $P(z) = p_0$ ($z \leq z_0$), $P(z) = 0$ ($z > z_0$), где z_0 – максимальное расстояние между поверхностями, при котором они еще испытывают взаимное притяжение, т.е., $z_0 = h(b)$. Поверхностная энергия γ определяется соотношением

$$\gamma = \int_0^{\infty} P(z) dz = p_0 z_0$$

откуда следует

$$h(b) = \gamma/p_0 \quad (2.2)$$

Величины γ и p_0 считаются заданными.

Таким образом, в задаче об адгезии сухих поверхностей требуется по заданным значениям периода l , нагрузки q , поверхностной энергии γ , давления p_0 и функции $f(r)$ определить давления в контакте $p(r)$ ($r \leq a$), смещения границы упругого полупространства вне области контакта $u(r)$, и размеры a и b .

Капиллярная адгезия. Пусть поверхность полупространства до взаимодействия покрыта тонким слоем жидкости толщины h_1 . Предполагается, что при взаимодействии со штампами вся жидкость стягивается в мениски, окружающие области контакта. Тогда объем жидкости в каждом мениске будет равен $v = \frac{1}{2}\sqrt{3}l^2h_1$. В этом случае кольцевая область $a < r \leq b$ вокруг каждого штампа занята жидкостью. Равномерное давление $-p_0$, действующее на поверхность упругого полупространства в этой области, представляет собой капиллярное давление под искривленной поверхностью жидкости,

$$p_0 = \sigma(1/r_1 + 1/r_2)$$

где σ – поверхностное натяжение жидкости, r_1, r_2 – радиусы кривизны боковой поверхности мениска. В [7] показано, что если угол смачивания равен нулю и $b/d \ll 1$ ($d = A^{-1/(2n-1)}$ – характерный размер взаимодействующих тел), то это выражение сводится к виду $p_0 = 2\sigma/h(b)$.

Вводя обозначение $\gamma = 2\sigma$, получим выражение, совпадающее по форме с (2.2), где величина p_0 является неизвестной. Для объема жидкости v в каждом мениске имеем соотношение

$$v = \int_0^{2\pi b} \int_a^b rh(r) dr d\varphi \quad (2.3)$$

Итак, в задаче о капиллярной адгезии по заданным величинам l, q, σ, h_1 и функции $f(r)$ необходимо определить функции $p(r)$ ($r \leq a$), $u(r)$ ($a < r \leq b$) и величины a, b и p_0 .

3. Применение метода локализации. Для решения поставленных задач воспользуемся методом локализации [1]. Согласно этому методу, для определения напряженно-деформированного состояния вблизи отдельного пятна контакта учитываются реальные условия контактирования на ближайших пятнах контакта, а влияние остальных пятен заменяется действием осредненного по поверхности давления.

Рассмотрим простейший случай, в котором учитывается взаимодействие с полупространством одного штампа при наличии пригрузки в виде равномерного давления $\bar{p}$, действующего в области $r \geq R$ (фиг. 1, б).

Аналогичное приближение для анализа дискретного контакта использовалось в [11], где проводилось сравнение с результатами, полученными при учете реальных условий контактирования для шести пятен контакта, окружающих рассматриваемое пятно контакта. Оказалось, что даже при максимальной плотности контакта ($a/l = 0.5$) результаты различаются не более, чем на 8–10%.

Среднее давление $\bar{p}$ рассчитывается по формуле

$$\bar{p} = 2q/(\sqrt{3}l^2) \quad (3.1)$$

Величина R определяется из условия равенства среднего давления в области $r \leq R$ и вне ее, т.е., $\bar{p} = q/(\pi R^2)$, откуда с учетом (3.1) получаем

$$R = l(\frac{1}{2}\sqrt{3}/\pi)^{1/2} \quad (3.2)$$

В результате, имеем задачу о нагружении упругого полупространства со следующими граничными условиями:

$$\begin{aligned} u(r) &= -f(r) + c, \quad r \leq a \\ p(r) &= -p_0, \quad a \leq r \leq b \\ p(r) &= 0, \quad b < r \leq R \\ p(r) &= \bar{p}, \quad r > R \end{aligned} \quad (3.3)$$

где c – постоянная, равная максимальному внедрению штампа в упругое полупространство.

Упругие смещения $u(r)$ и давления $p(r)$ на границе упругого полупространства связаны соотношением [12]

$$u(r) = \frac{4(1-\nu^2)}{\pi E} \int_0^\infty p(r') K\left(\frac{2\sqrt{rr'}}{r+r'}\right) \frac{r' dr'}{r+r'} \quad (3.4)$$

где E – модуль Юнга, ν – коэффициент Пуассона, $K(x)$ – полный эллиптический интеграл первого рода.

Кроме того, выполняется условие равновесия для штампа

$$q = 2\pi \int_0^b r p(r) dr \quad (3.5)$$

Таким образом, задача об адгезии при дискретном контакте сухих поверхностей приводится к системе уравнений (2.1), (2.2), (3.1) – (3.5), а задача о капиллярной адгезии в дискретном контакте – к системе (2.1) – (2.3), (3.1) – (3.5).

4. Вывод основных соотношений. Воспользуемся методом, изложенным в [7] при решении задачи о контакте упругого полупространства с одним штампом при наличии в зазоре мениска. Представляя функцию $p(r)$ при $0 \leq r \leq a$ как

$$p(r) = p_1(r) - p_0 \quad (4.1)$$

и используя условия (3.3), преобразуем соотношение (3.4) к виду

$$\begin{aligned} -f_1(r) + c_a &= \frac{4(1-\nu^2)}{\pi E} \int_0^a p_1(r') K\left(\frac{2\sqrt{rr'}}{r+r'}\right) \frac{r' dr'}{r+r'}, \quad r \leq a \\ f_1(r) &= f(r) - \frac{4(1-\nu^2)}{\pi E} \left[p_0 b E \left(\frac{r}{b}\right) + \bar{p} R E \left(\frac{r}{R}\right) \right] \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$c_a = c - \frac{4(1-\nu^2)}{\pi E} \bar{p} \int_0^\infty K\left(\frac{2\sqrt{rr'}}{r+r'}\right) \frac{r' dr'}{r+r'}$$

Заметим, что внедрение c бесконечно, так как полупространство нагружено по бесконечной области. Однако постоянная c_a является конечной величиной, поскольку она представляет собой разность между внедрением c и смещением границы полупространства в случае, когда оно всюду нагружено равномерным давлением $\bar{p}$. Величину c_a назовем дополнительным внедрением штампа в полупространство по сравнению с внедрением остальных штампов.

Соотношение (4.2) можно рассматривать как уравнение для определения давления $p_1(r)$ под гладким штампом, форма поверхности которого описывается функцией $f_1(r)$, при отсутствии других нагрузок на упругое полупространство. Решая эту задачу с помощью метода разложений в ряды, изложенного в [7], получим для искомых давлений и смещений на границе упругого полупространства, а также для дополнительного внедрения, следующие выражения

$$p(r) = \frac{AEa^{2n-1}}{\pi(1-\nu^2)} \left[\frac{(2n)!!}{(2n-1)!!} \right]^2 \sqrt{1 - \left(\frac{r}{a}\right)^2} \sum_{k=1}^n \frac{(2k-3)!!}{(2k-2)!!} \left(\frac{r}{a}\right)^{2(n-k)} -$$

$$- p_0 \left(1 - \frac{2}{\pi} \arctg \sqrt{\frac{a^2 - r^2}{b^2 - a^2}} \right) + \frac{2}{\pi} \bar{p} \arctg \sqrt{\frac{a^2 - r^2}{R^2 - a^2}}, \quad r \leq a \quad (4.3)$$

$$u(r) = \frac{2}{\pi} (c_a - Ar^{2n}) \arcsin \frac{a}{r} + \frac{2Ar^{2n}}{\pi} \sqrt{\left(\frac{r}{a}\right)^2 - 1} \sum_{k=1}^n \frac{(2k-2)!!}{(2k-1)!!} \left(\frac{a}{r}\right)^{2k} -$$

$$- \frac{4(1-\nu^2)\bar{p}R}{\pi E} \left[E\left(\frac{r}{R}\right) - E\left(\arcsin \frac{a}{r}, \frac{r}{R}\right) \right] + c - c_a - \quad (4.4)$$

$$- \frac{4(1-\nu^2)p_0}{\pi E} \left\{ b \left[E\left(\frac{r}{b}\right) - E\left(\arcsin \frac{a}{r}, \frac{r}{b}\right) \right], \quad a < r \leq b \right.$$

$$\left. r \left[E\left(\frac{b}{r}\right) - E\left(\arcsin \frac{a}{b}, \frac{b}{r}\right) - \left[1 - \left(\frac{b}{r}\right)^2 \right] \left[K\left(\frac{b}{r}\right) - F\left(\arcsin \frac{a}{b}, \frac{b}{r}\right) \right] \right\}, \quad r > b$$

$$c_a = \frac{(2n)!!}{(2n-1)!!} Aa^{2n} - \frac{2(1-\nu^2)p_0b}{E} \sqrt{1 - \left(\frac{a}{b}\right)^2} - \frac{2(1-\nu^2)\bar{p}R}{E} \sqrt{1 - \left(\frac{a}{R}\right)^2} \quad (4.5)$$

Нагрузка имеет вид

$$q = \frac{(2n)!!}{(2n+1)!!} \frac{4EAna^{2n+1}}{1-\nu^2} - 2p_0b^2 \left(\arccos \frac{a}{b} + \frac{a}{b} \sqrt{1 - \left(\frac{a}{b}\right)^2} \right) +$$

$$+ 2\bar{p}R^2 \left(\arcsin \frac{a}{R} - \frac{a}{R} \sqrt{1 - \left(\frac{a}{R}\right)^2} \right) \quad (4.6)$$

Подставляя в (4.6) формулу (3.1) для среднего давления $\bar{p}$, представим нагрузку q в виде

$$q = \frac{(2n)!!}{(2n+1)!!} \frac{2\pi EAna^{2n+1}}{1-\nu^2} - \pi p_0b^2 \left(\arccos \frac{a}{b} + \frac{a}{b} \sqrt{1 - \left(\frac{a}{b}\right)^2} \right) \left(\arccos \frac{a}{R} + \frac{a}{R} \sqrt{1 - \left(\frac{a}{R}\right)^2} \right) \quad (4.7)$$

Полученные соотношения (4.3), (4.4), (4.7) совместно с выражениями (2.1), (2.2), (3.1), (3.2), определяют решение задачи об адгезии сухих поверхностей. В случае капиллярной адгезии к этим соотношениям добавляется условие (2.3).

С целью определения неизвестных постоянных a и b преобразуем полученные соотношения. Подставляя смещения $u(r)$ из (4.4) в выражение для зазора (2.1) между контактирующими поверхностями, будем иметь

$$h(r) = \left(Ar^{2n} - \frac{(2n)!!}{(2n-1)!!} Aa^{2n} - \frac{2(1-v^2)p_0b}{E} \sqrt{1 - \left(\frac{a}{b}\right)^2} \right) \left(1 - \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{a}{r} \right) +$$

$$+ \frac{2Ar^{2n}}{\pi} \sqrt{\left(\frac{r}{a}\right)^2 - 1} \sum_{k=1}^n \frac{(2k-2)!!}{(2k-1)!!} \left(\frac{a}{r}\right)^{2k} -$$

$$- \frac{4(1-v^2)}{\pi E} \left\{ p_0b \left[E\left(\frac{r}{b}\right) - E\left(\arcsin \frac{a}{r}, \frac{r}{b}\right) \right] + \bar{p}R \left[E\left(\frac{r}{R}\right) - E\left(\arcsin \frac{a}{r}, \frac{r}{R}\right) \right] \right\} \quad (4.8)$$

Учитывая условие (2.2), из (4.8) при $r = b$ получаем уравнение, которое совместно с соотношением (4.6) служит для определения величин a и b в задаче об адгезии сухих поверхностей.

Для случая капиллярной адгезии, где имеется еще одна неизвестная величина – давление в жидкости p_0 , преобразуем условие постоянства объема жидкости (2.3) с помощью выражения (4.8). В результате для объема жидкости в мениске имеем

$$v = 2Aa^{2n+2} \left\{ \sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1} \left[\frac{(2n)!!(2n-1)}{(2n+1)!!} + \frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n \frac{(2k)!!}{(2k+1)!!} \left(\frac{b}{a}\right)^{2(n-k)} \right] + \right.$$

$$+ \left. \left(\frac{b}{a}\right)^2 \left[\frac{(2n)!!}{(2n-1)!!} + \left(\frac{b}{a}\right)^{2n} \frac{1}{n+1} \right] \arccos \frac{a}{b} \right\} -$$

$$- \frac{4(1-v^2)p_0b^3}{3E} \left[4 - 3\frac{a}{b} - \left(\frac{a}{b}\right)^3 - 3\sqrt{1 - \left(\frac{a}{b}\right)^2} \arccos \frac{a}{b} \right] -$$

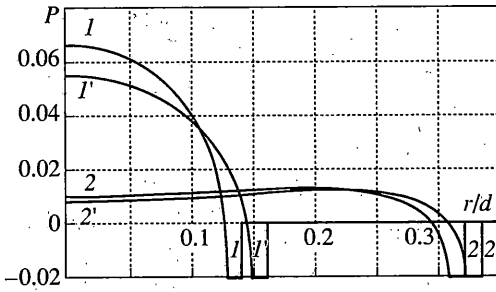
$$- \frac{4(1-v^2)\bar{p}R}{E} \left[(R^2 - a^2)K\left(\frac{a}{R}\right) - (R^2 + a^2)E\left(\frac{a}{R}\right) - (R^2 - b^2)K\left(\frac{b}{R}\right) + \right.$$

$$+ \left. (R^2 + b^2)E\left(\frac{b}{R}\right) - (b^2 - a^2)K\left(\frac{a}{b}\right) + (b^2 + a^2)E\left(\frac{a}{b}\right) - 3ab + \frac{a^3}{b} \right] \quad (4.9)$$

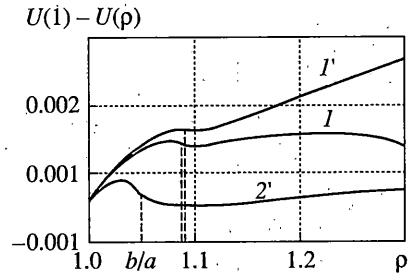
Таким образом, в случае капиллярной адгезии система уравнений (4.6), (4.8) (с учетом (2.2)), (4.9) служит для определения неизвестных величин a , b , и p_0 .

Случай отсутствия контакта. Решение значительно упрощается в случае, когда полупространство не контактирует со штампами, но испытывает к ним адгезионное притяжение. В этом случае на упругое полупространство действует только адгезионное давление $-p_0$ по периодически расположенным круговым областям радиуса b . Полагая $a = 0$, из соотношений (2.1), (2.2), (3.1) – (3.5) после несложных преобразований получим следующие выражения для нагрузки и дополнительного внедрения при адгезии сухих поверхностей:

$$q = -\pi p_0 b^2, \quad c_a = Ab^{2n} - \frac{4(1-v^2)}{\pi E} p_0 b \left[1 - \frac{b}{R} E\left(\frac{b}{R}\right) \right] - \frac{\gamma}{p_0} \quad (4.10)$$



Фиг. 2



Фиг. 3

В случае капиллярной адгезии к этим соотношениям добавляется условие сохранения объема жидкости, полученное из (2.3):

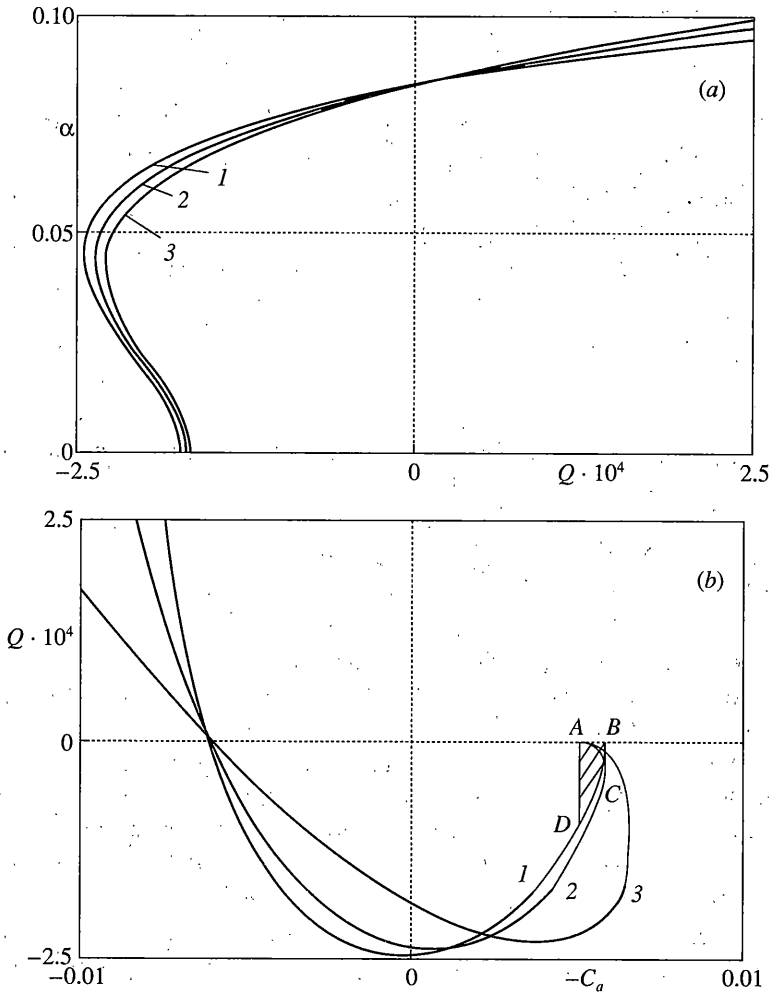
$$v = \pi b^2 \left(\frac{A b^{2n}}{n+1} - c_a \right) - \frac{8(1-v^2)}{3E} p_0 b^2 R \left[2 \frac{b}{R} + K \left(\frac{b}{R} \right) \left(1 - \frac{b^2}{R^2} \right) - E \left(\frac{b}{R} \right) \left(1 + \frac{b^2}{R^2} \right) \right] \quad (4.11)$$

5. Результаты расчетов. При численном анализе полученных соотношений определялись следующие безразмерные величины: контактные давления $P = p/E^*$ ($E^* = \pi E/(1-v^2)$), смещения границы упругого полупространства $U = u/d$ ($d = A^{-1/(2n-1)}$), нагрузка на один штамп $Q = q/(E^* d^2)$, дополнительное внедрение штампа в упругое полупространство $C_a = c_a/d$, радиус области контакта $\alpha = a/d$ и внешний радиус $\beta = b/d$ области, в которой действует адгезионное давление. При этом задаваемыми параметрами были число n , определяющее форму штампов безразмерное расстояние между ними $\lambda = 3^{1/4} l/(\sqrt{2\pi} d) = R/d$, а также параметры $K = \gamma/(2E^* d)$ и $P_0 = p_0/E^*$, описывающие поверхностную энергию и упругость полупространства. В случае капиллярной адгезии величина P_0 представляет собой безразмерное давление в жидкости и определяется в ходе решения задачи. Параметр K в этом случае характеризует поверхностное натяжение жидкости. При этом еще одним задаваемым параметром является безразмерная толщина пленки жидкости $H_1 = h_1/d$.

Заметим, что решения задачи об адгезионном взаимодействии двух упругих выступов были получены в [6, 7, 8] для случая капиллярной адгезии и в [2, 3] для адгезии сухих поверхностей. В этих работах были исследованы напряженно-деформированное состояние взаимодействующих тел и контактные характеристики в зависимости от упругих характеристик взаимодействующих тел, их формы, поверхностной энергии (или поверхностного натяжения жидкости, образующей мениск), а также объема жидкости в мениске. Поэтому в данной работе изучается главным образом роль шероховатости поверхностей при адгезионном взаимодействии.

В рассматриваемой задаче шероховатость описывается формой выступов и плотностью их расположения, т.е., параметрами n и λ . Влияние последнего параметра на параметры адгезионного взаимодействия ранее не изучалось и представляет особый интерес. Полученные решения сравниваются со случаем адгезионного взаимодействия полупространства с одним штампом ($\lambda \rightarrow \infty$).

Адгезия сухих поверхностей. На фиг. 2 представлены распределения контактных давлений P при $K = 0.00005$ и $P_0 = 0.02$ и одной и той же нагрузке $Q = 0.002$, применен-



Фиг. 4

ной к одному штампу, для различных форм штампа; $n = 1$ (кривые 1, 1') и $n = 2$ (кривые 2, 2'). Кривая 1 соответствует безразмерному расстоянию между штампами $\lambda = 0.15$, кривая 2 – значению $\lambda = 0.35$. Кривые 1' и 2' построены для случаев единичного штампа ($\lambda \rightarrow \infty$). Результаты показывают, что учет влияния других штампов приводит к уменьшению радиуса области контакта α и внешнего радиуса β области, в которой действует адгезионное давление, при этом максимальное давление в контакте увеличивается.

На фиг. 3 приведены графики зависимости $U(1) - U(p)$, $\rho = r/a$, которые иллюстрируют форму упругого полупространства вне области контакта со штампом при тех же значениях K , P_0 , Q и $n = 1$ (кривые 1, 1'), $n = 2$ (кривая 2'). Кривая 1 построена при $\lambda = 0.2$, кривые 1' и 2' при $\lambda = 0.5$. Видно, что по мере уменьшения расстояния между штампами поверхность полупространства вне штампов прогибается сильнее.

На фиг. 4 представлены графики контактных характеристик, построенные при $K = 0.00005$, $P_0 = 0.02$, $n = 1$ для различных величин безразмерного расстояния между

штампами: $\lambda = 0.12$ и $\lambda = 0.15$ (кривые 1 и 2, соответственно). Кривые 3 описывают случай единичного штампа ($\lambda \rightarrow \infty$). Зависимости безразмерного радиуса области контакта α от нагрузки на один штамп Q , представленные на фиг. 4, а, показывают, что при положительных нагрузках уменьшение расстояния между штампами приводит к уменьшению размера области контакта, как и в случае дискретного контакта без адгезии [1]. Однако, в области отрицательных нагрузок, в которой контакт поверхностей еще имеет место, уменьшение расстояния между штампами приводит к увеличению радиуса области контакта α .

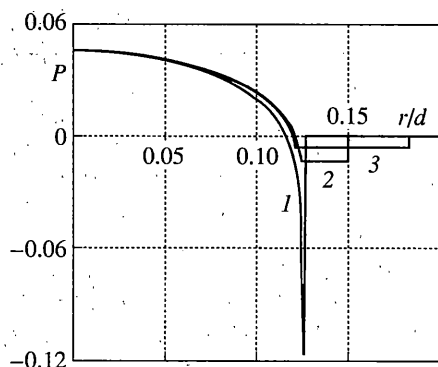
На фиг. 4, б приведены зависимости нагрузки Q от дополнительного внедрения S_a , взятого с обратным знаком. Толстые линии соответствуют контакту поверхностей, т.е., рассчитаны по соотношениям (4.3) – (4.5), (4.7). Тонкие соответствуют отсутствию контакта и соотношениям (4.10). Результаты показывают, что зависимость дополнительного внедрения от расстояния между штампами λ имеет вид, аналогичный зависимости радиуса области контакта α : при $Q > 0$ с уменьшением λ внедрение уменьшается, а при $Q < 0$ – возрастает.

Представленные зависимости нагрузки, действующей на один штамп, от дополнительного внедрения этого штампа являются неоднозначными. В работе [13] аналогичные зависимости исследовались в случае взаимодействия двух осесимметричных упругих тел и было показано, что указанная неоднозначность приводит к гистерезису в процессе сближения и удаления тел. Другими словами, работа, совершаемая при сближении тел, не равна работе, необходимой для их разделения, то есть, происходит потеря энергии. Например, для кривой 1 на фиг. 4, б величина потери энергии за цикл сближения – удаления тел соответствует площади заштрихованной области ABCD. Результаты расчетов показывают, что при уменьшении расстояния между штампами λ величина потери энергии уменьшается. Подчеркнем, что в этих расчетах фиксировалась нагрузка Q , приложенная к каждому штампу.

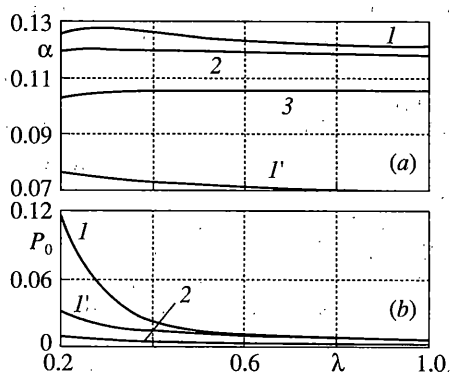
Капиллярная адгезия. На фиг. 5 представлены распределения давлений P в области взаимодействия при $n = 1$, $K = 0.00005$, $H_1 = 0.00001$, $Q = 0.001$ для различных расстояний между штампами. Кривые 1, 2, 3 соответствуют $\lambda = 0.2$, $\lambda = 0.5$ и $\lambda = 1$. Вследствие постоянства количества жидкости в зазоре между телами, уменьшение расстояния между штампами означает уменьшение объема жидкости в мениске вокруг каждого штампа, что приводит к резкому возрастанию величины капиллярного давления в жидкости и уменьшению ширины $\beta - \alpha$ области, занятой жидкостью. При этом контактные давления изменяются незначительно.

Анализируя результаты, представленные на фиг. 5, можно также заметить, что радиус области контакта α немонотонно зависит от расстояния между неровностями λ . Это подтверждается полученными зависимостями α от λ (фиг. 6, а). Кривые 1 и 2 соответствуют тем же значениям n , K и Q , что и для фиг. 5, и построены для различных значений толщины пленки жидкости: $H_1 = 0.0001$ (кривые 1) и $H_1 = 0.001$ (кривые 2). Кривая 3 соответствует контакту без адгезии ($H_1 = 0$). Кривые 1' построены при $H_1 = 0.0001$ и отрицательной нагрузке $Q = -0.0001$.

Характер зависимостей, представленных на фиг. 6, а, объясняется наличием двух эффектов, проявляющихся при изменении расстояния между штампами. Это взаимное влияние штампов через упругое полупространство. В случае контакта без адгезии при уменьшении расстояния между штампами взаимное влияние приводит к уменьшению размера области контакта (кривая 3). При наличии капиллярной адгезии взаимное влияние штампов при положительных нагрузках приводит к уменьшению размера области контакта с уменьшением расстояния λ (кривые 1 и 2 при малых λ), а при отрицательных нагрузках – к противоположному эффекту (кривая 1' при малых λ). Этот результат аналогичен полученному в случае адгезии сухих поверхностей. Второй эффект имеет место только при капиллярной адгезии и связан с тем, что при уменьше-



Фиг. 5



Фиг. 6

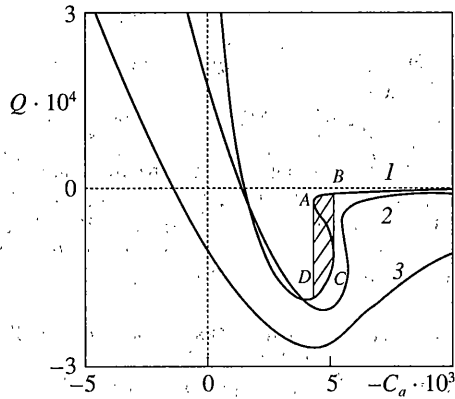
нии расстояния между штампами количество жидкости в мениске вокруг каждого штампа уменьшается. Вследствие этого размер области контакта увеличивается с уменьшением расстояния λ , независимо от знака нагрузки Q (кривые 1, 2 и I' при больших значениях λ). Таким образом, указанные два эффекта оказывают противоположное влияние на размер области контакта при $Q > 0$, что объясняет немонотонный характер кривых 1 и 2. При $Q < 0$ эти эффекты действуют в одном направлении (монотонная кривая I').

На фиг. 6, б приведены зависимости безразмерной величины давления в жидкости P_0 от λ . Кривые 1, 2, I' построены при тех же значениях параметров, что и соответствующие кривые на фиг. 6, а. Видно, что при любых нагрузках величина давления в жидкости P_0 растет с уменьшением расстояния между штампами λ . Результаты расчетов показали также, что внешний радиус β области, занятой жидкостью монотонно уменьшается с уменьшением λ при любых значениях нагрузки Q . Два последних результата связаны с уменьшением количества жидкости в каждом мениске.

Сравнение кривых 1 и 2 на фиг. 6 позволяет заключить, что уменьшение толщины пленки жидкости приводит к увеличению размера области контакта и величины давления в жидкости, а также к более быстрому росту этих величин при уменьшении λ .

На фиг. 7 представлены графики безразмерной нагрузки на один штамп Q в зависимости от дополнительного внедрения S_a , взятого с обратным знаком, при $n = 1$, $K = 0.00005$, $H_1 = 0.00001$ и различных расстояниях между штампами: $\lambda = 0.2$, $\lambda = 0.4$, $\lambda = 2$ (кривые 1, 2, 3, соответственно). Толстые линии соответствуют контакту поверхностей и рассчитаны из соотношений (4.3) – (4.5), (4.7), (4.9). Тонкие линии соответствуют отсутствию контакта и построены по соотношениям (4.10), (4.11). Как и при адгезии сухих поверхностей, полученные зависимости нагрузки от внедрения имеют неоднозначный характер, однако не при всех значениях параметров. В частности, как следует из представленных результатов, неоднозначность имеет место лишь при достаточно малых расстояниях между штампами λ . В этом случае при сближении и удалении поверхностей происходит потеря энергии, величина которой для кривой 1 соответствует площади заштрихованной области ABCD.

В заключение отметим, что, как показали проведенные расчеты, форма штампов, определяемая параметром n , оказывает существенное влияние лишь на распределение контактных давлений (см. фиг. 2). Характер остальных зависимостей при изменении n качественно не меняется.



Фиг. 7

6. Выводы. Рассмотрена задача о взаимодействии упругого полупространства с периодической системой штампов при наличии адгезии. Решение этой задачи позволило изучить роль шероховатости при адгезионном взаимодействии упругих тел, а именно, исследовать влияние на контактные характеристики формы выступов и расстояния между ними. Результаты показали, что форма выступов существенно сказывается только на распределении давлений в контакте. Влияние расстояния между выступами имеет следующие особенности:

1. Взаимное влияние соседних выступов проявляется лишь при достаточно малых расстояниях между ними в случае адгезии, связанной с молекулярным притяжением поверхностей (адгезии сухих поверхностей). При капиллярной адгезии поверхностей, покрытых пленкой жидкости, взаимное влияние выступов имеет место при любых расстояниях между ними.

2. Уменьшение расстояния между выступами оказывает различный эффект на контактные характеристики в зависимости от знака приложенной нагрузки.

При адгезии сухих поверхностей: если сила, действующая на один выступ, положительна (прижимает взаимодействующие тела друг к другу), то уменьшение расстояния между выступами приводит к увеличению контактных давлений, уменьшению размеров области контакта и области, по которой действует адгезионное притяжение, а также уменьшению дополнительного внедрения выступа по отношению к другим выступам. При отрицательной силе (разрывающей взаимодействующие тела) уменьшение расстояния между выступами приводит к противоположным эффектам. Сила, действующая на каждый выступ, неоднозначно зависит от дополнительного внедрения выступа.

При капиллярной адгезии: в случае, когда на каждый выступ действует отрицательная сила, размер области контакта возрастает с уменьшением расстояния между выступами. При положительной приложенной нагрузке размер этой области немонотонно зависит от расстояния между выступами. Кроме того, при уменьшении расстояния между выступами размер менисков уменьшается, а величина давления в них увеличивается независимо от знака приложенной силы. Зависимость силы, действующей на один штамп, от его дополнительного внедрения становится неоднозначной лишь при достаточно близко расположенных выступах.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 98-01-00901) и INTAS (грант 99-0671).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Горячева И.Г. Периодическая контактная задача для упругого полупространства // ПММ. 1998. Т. 62. Вып. 6. С. 1036–1044.
2. Maugis D. Adhesion of spheres: The JKR-DMT transition using a Dugdale model // J. Colloid Interface Sci. 1991. № 150. P. 243–269.
3. Greenwood J.A., Johnson K.L. An alternative to the Maugis model of adhesion between elastic spheres // J. Phys. D: Appl. Phys. 1998. V. 31. № 22 P. 3279–3290.
4. Иванова Е.Б., Кравчук А.С. Вариационный подход к решению контактных задач с учетом адгезии // Расчеты на прочность. М.: Машиностроение, 1989. Вып. 30. С. 156–165.
5. Greenwood J.A. Adhesion of elastic spheres // Proc. Roy. Soc. London, Ser. A. 1997. V. 453. № 1961. P. 1277–1297.
6. Maugis D., Gauthier-Manuel B. JKR-DMT transition in the presence of a liquid meniscus // J. Adhesion Sci. Technol. 1994. V. 8. № 11. P. 1311–1322.
7. Горячева И.Г., Маховская Ю.Ю. Контактное взаимодействие упругих тел при наличии капиллярной адгезии // ПММ. 1999. Т. 63. Вып. 1. С. 128–137.
8. Makhovskaya Yu.Yu., Goryacheva I.G. The combined effect of capillarity and elasticity in contact interaction // Tribology International. 1999. V. 32. № 9. P. 507–515.
9. Чижик С.А. Капиллярный механизм адгезии и трения шероховатых поверхностей, разделенных тонким слоем жидкости // Трение и износ. 1994. Т. 15. № 1. С. 11–26.
10. Matthewson M.J., Mamin H.J. Liquid mediated adhesion of ultra-flat solid surfaces // Mater. Res. Soc. Symp. Proc. 1988. V. 119. P. 87–92.
11. Горячева И.Г., Торская Е.В. Периодическая контактная задача для системы штампов и упругого слоя, сцепленного с упругим основанием // Трение и износ. 1995. Т. 16, № 4, С. 642–652.
12. Галин Л.А. Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости. М.: Наука, 1980. 303 с.
13. Горячева И.Г., Маховская Ю.Ю. Адгезионное взаимодействие упругих тел // ПММ. 2001. Т. 65. Вып. 2. С. 279–289.

Москва

Поступила в редакцию
9.04.2001