

УДК 539.374

© 2003 г. Р.А. ВАСИН, Ф.У. ЕНИКЕЕВ, А.А. КРУГЛОВ, Р.В. САФИУЛЛИН

ОБ ИДЕНТИФИКАЦИИ ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ СООТНОШЕНИЙ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Предложена общая схема, позволяющая искать решение обратных задач идентификации определяющих соотношений по результатам технологических экспериментов. Основной особенностью данной схемы является разработка упрощенных математических моделей технологических процессов обработки давлением с целью использования их при определении постоянных материала по результатам тестовых экспериментов, которые проводятся непосредственно на технологическом оборудовании. Данная схема реализована на примере сверхпластической формовки цилиндрических и сферических оболочек из листовых заготовок титанового сплава ВТ6с (аналог Ti-6Al-4V).

1. Введение. Обязательным элементом аттестации определяющих соотношений (ОС) является задание способа экспериментального определения всех материальных констант (функций) ОС. Проблема идентификации ОС по сути представляет собой обратную задачу и поэтому оказывается нетривиальной даже тогда, когда в экспериментах удается реализовать однородное напряженно-деформированное состояние (НДС). Задача идентификации ОС существенно усложняется, если НДС в используемых экспериментах неоднородное. В этой ситуации для определения НДС в образцах обычно принимаются те или иные гипотезы, поскольку случаи точной "расшифровки" НДС (т.е. возможности определения НДС образца по формулам или по эффективной численной процедуре) единичны.

При больших деформациях, в частности, при сверхпластичности, эксперименты с однородным или надежнорасшифровываемым НДС почти нереальны (кроме чистого кручения сплошного образца кругового сечения), поэтому встает вопрос о выборе вида эксперимента. В этом случае применительно к математическому моделированию технологических процессов, например, обработки металлов давлением, предлагается проводить идентификацию ОС в специальных технологических экспериментах, которые максимально приближены к моделируемому технологическому процессу (по материалу и геометрии образца, по температурным полям и режимам силового воздействия и т.п.). Для идентификации ОС по результатам такого рода экспериментов должна быть разработана приближенная математическая модель технологического процесса, позволяющая явно (в виде формул или сходящейся численной процедуры) установить связь данных, получаемых в технологическом эксперименте, с материальными константами, входящими в ОС. Очевидно, разработка такой модели связана с закруглением граничных условий, упрощением реальной картины деформирования путем "навязывания" кинематических гипотез и т.д.

Помимо очевидных достоинств обсуждаемой процедуры идентификации ОС, обусловленных близостью условий проведения эксперимента и технологического процесса, следует отметить еще одно обстоятельство. Неточное знание или сознательное упрощение граничных условий (нагрузок, условий контакта и т.д.) в краевой задаче для эксперимента (и соответственно для технологического процесса) может быть частич-

но скомпенсировано и таким образом приближено к точному за счет "подгонки" материальных констант. При этом возможна (и приемлема) ситуация, когда найденные из эксперимента с однородным (или надежно расшифровываемым) НДС материальные константы окажутся иными, чем найденные в технологическом эксперименте. Если известно, что реализуемые в эксперименте траектории деформаций [1] и температуры соответствуют области применимости (адекватности) рассматриваемых ОС, то расхождение значений материальных констант в стандартном и технологическом экспериментах связано исключительно с неадекватностью математической модели технологического эксперимента.

Ниже рассмотрены способы определения постоянных материала K и m , входящих в стандартное ОС сверхпластичности, которое для одноосного нагружения записывается в виде [2–4] $\sigma = K\xi^m$, по результатам сверхпластической формовки (СПФ) цилиндрических и сферических оболочек из соответственно прямоугольных и круглых листовых заготовок [3].

Определение даже стандартных механических свойств листовых материалов при повышенных температурах является нетривиальной задачей. Действительно, стандартное оборудование не предназначено для проведения экспериментов при больших деформациях (что необходимо при испытании сверхпластичных материалов). На практике иногда уменьшают базу образца таким образом, что она может стать меньше его ширины. В этом случае построение кривых напряжение – деформация и определение материальных констант в ОС связано с принципиальными трудностями, обусловленными неоднородностью НДС в таких образцах. Кроме того, проведение испытаний в воздушной среде может приводить к существенному изменению свойств материала в ходе испытания из-за газонасыщения; применение защитных смазок для образцов небольшой толщины не всегда допустимо, поскольку может приводить к заметным погрешностям в определении величины осевого напряжения; проведение экспериментов в вакууме или атмосфере инертного газа требует применения специального оборудования, например, установок типа ИМАШ 20–78. В этой связи представляет интерес использование результатов технологических экспериментов по СПФ оболочек простой формы из листовых заготовок.

Всюду далее предполагается, что материал изотропен и несжимаем; для описания напряженно-деформированного состояния используются тензор напряжений Коши и тензор скоростей деформаций, задаваемый в актуальном ортонормированном базисе (соответствующий тензор деформаций на рассматриваемых классах процессов без поворота главных осей совпадает с тензором логарифмических деформаций).

Тензорный вид рассматриваемых СО задается соотношениями:

$$\xi_{ij} = \frac{3}{2\sigma_e} \left(\frac{\sigma_e}{K} \right)^{1/m} S_{ij} = \frac{3\xi_e}{2\sigma_e} S_{ij} = \frac{3\xi_e}{2K\xi_e^m} S_{ij} \quad (1.1)$$

$$\sigma_e = \sqrt{3/2 S_{ij} S_{ij}}, \quad \xi_e = \sqrt{2/3 \xi_{ij} \xi_{ij}} \quad (1.2)$$

где σ_e, ξ_e – интенсивности напряжений и скоростей деформаций, $S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij}$ – компоненты девиатора напряжений, $\sigma = (1/3)\sigma_{ij}\delta_{ij}$ – среднее напряжение, ξ_{ij} – компоненты девиатора скоростей деформаций, δ_{ij} – символы Кронеккера. Видно, что свертка выражений (1.1) дает

$$\sigma_e = K\xi_e^m \quad (1.3)$$

2. СПФ листовой заготовки в прямоугольную матрицу при постоянном давлении. Рассмотрим процесс деформирования прямоугольной листовой заготовки исходной

толщины s_0 в матрицу глубиной D , шириной $2W$ и длиной L , при этом $W \ll L$. Будем предполагать, что исходный лист тонкий ($s_0 \ll W$) и краевым эффектом можно пренебречь; это позволяет рассматривать листовую заготовку как мембрану и использовать основные уравнения безмоментной теории оболочек [5, 6]. В этом случае в среднем (по длине L матрицы) сечении приближенно реализуется плоскодеформированное состояние, при котором отличными от нуля являются только две компоненты тензора скоростей деформаций: окружная ξ_t и нормальная ξ_n , причем из условия несжимаемости в скоростях следует $\xi_t + \xi_n = 0$, откуда $\xi_t = -\xi_n = -\dot{s}/s$, где точка означает дифференцирование по времени t .

Из условия равновесия элемента прямоугольной мембраны получаем $\sigma_t = \rho r/s$, $d(\sigma_t s) = 0$, где σ_t – окружное напряжение, ρ – радиус кривизны срединной поверхности. Отсюда следует, что выполняются соотношения $\sigma_t s = \rho r = C(t)$, где C постоянна по профилю (но не во времени). В случае равномерного давления радиус кривизны срединной поверхности ρ во всех ее точках один и тот же, т.е. срединная поверхность мембраны при ее деформировании является частью поверхности кругового цилиндра радиуса R с некоторым углом раствора 2α . В таком случае можно заключить (если пренебречь краевым эффектом), что если толщина мембраны до деформации была постоянна, то она будет одинакова во всех точках купола и в течение всего процесса формовки. Тогда условие несжимаемости можно записать в виде $s_0 W = s R \alpha$, откуда с учетом $R = W/\sin \alpha$ следует

$$s = s_0 (\sin \alpha / \alpha) \tag{2.1}$$

Интенсивность скоростей деформаций ξ_e равна по определению:

$$\xi_e = \sqrt{\frac{2}{3} \xi_{ij} \xi_{ij}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \xi_t = \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{1}{\alpha} - \operatorname{ctg} \alpha \right) \dot{\alpha} \tag{2.2}$$

Поскольку в мембране имеет место плоское напряженное состояние, то отличны от нуля только две компоненты тензора напряжения (окружная σ_t и осевая σ_z). Из уравнения (1.1) в силу $\xi_{zz} = 0$ имеем $S_{zz} = 0$, откуда следует, что $\sigma_z = \sigma_t/2$. Тогда интенсивность напряжений σ_e равна

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \sigma_t = \frac{\sqrt{3} p R}{2 s} \tag{2.3}$$

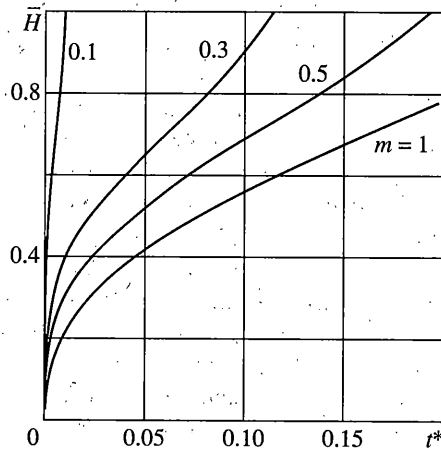
Подставляя (2.2) и (2.3) в (1.3), получаем

$$K \left[\frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{1}{\alpha} - \operatorname{ctg} \alpha \right) \dot{\alpha} \right]^m = \frac{\sqrt{3} p W}{2 s_0} \frac{\alpha}{\sin^2 \alpha} \tag{2.4}$$

Выражение (2.4) представляет собой обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка относительно неизвестной функции $\alpha(t)$, общее решение которого может быть представлено в квадратурах для зависимости давления газа от времени $p(t)$. В частности, для формовки при постоянном давлении $p = p_0 = \text{const}$ оно имеет вид

$$t \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{\sqrt{3} p W}{2 s_0 K} \right)^{1/m} = J_m(\alpha) \stackrel{\text{def}}{=} \int_0^\alpha \left[\frac{\sin^2 x}{x} \right]^{1/m} \left(\frac{1}{x} - \operatorname{ctg} x \right) dx \tag{2.5}$$

Выражение (2.5) дает (в неявном виде) зависимость $\alpha(t)$.



Фиг. 1

Введем характерные значения напряжения σ_q и скорости деформации ξ_q следующим образом

$$\sigma_q = \sqrt{3} p_0 W / (2s_0), \quad \xi_q = (\sigma_q / K)^{1/m} \quad (2.6)$$

Тогда уравнение (2.5) может быть переписано в нормализованном виде

$$t^* \equiv \sqrt{3} \xi_q t / 2 = J_m(\alpha) \quad (2.7)$$

где t^* – безразмерное время.

Зависимость высоты купола H от времени определится выражением

$$H = W \operatorname{tg}(\alpha/2) \quad (2.8)$$

где $\alpha(t)$ вычисляется из соотношения (2.5). Момент окончания формообразования купола t_k находится из условия $H(t_k) = D$. Видно, что величина α_k параметра α в конечной конфигурации определяется выражением $k = 2 \operatorname{arctg}(D/W)$.

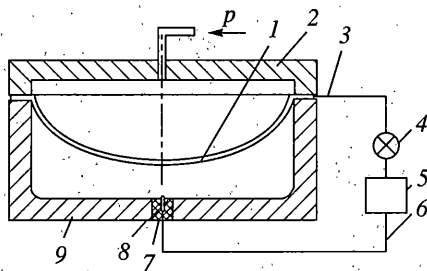
На фиг. 1 представлены зависимости относительной высоты цилиндрического купола $\bar{H} = H/W$ от безразмерного времени $t^* = \sqrt{3} 3 \xi_q t / 2$, вычисленные согласно (2.5), (2.8) для различных значений m (указаны цифры у кривых).

Теперь рассмотрим варианты определения материальных констант по результатам тестовых формовок. Как следует из выражения (2.5), продолжительность формообразования купола до одной и той же высоты при разных постоянных давлениях определяется соотношением $p t^m = \text{const}$. Поэтому величина параметра скоростной чувствительности m может быть определена из двух экспериментов при постоянном давлении $p = p_1 = \text{const}$ и при постоянном давлении $p = p_2 = \text{const}$ по формуле

$$m = \ln(p_2/p_1) / \ln(t_1/t_2) \quad (2.9)$$

где t_1 и t_2 – продолжительности формообразования цилиндрического купола до заданной высоты соответственно, т.е. в первом и втором экспериментах $H_2(t_1) = H_2(t_2) = D$. После нахождения величины m величина постоянной K может быть определена по данным одного эксперимента

$$K_i = \frac{\sqrt{3} p_i W}{2 s_0} \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{t_i}{J_m(\alpha_i)} \right]^m \quad (i = 1, 2) \quad (2.10)$$



Фиг. 2

при этом для большей надежности в качестве значения K можно принять

$$K = (K_1 + K_2)/2 \quad (2.11)$$

В том случае, когда известны продолжительности формообразования двух куполов до разной высоты, можно предложить итерационную процедуру, основанную на использовании получаемого из (2.5) соотношения

$$m = \frac{\ln(p_2/p_1)}{\ln[t_1 J_m(\alpha_2)/t_2 J_m(\alpha_1)]} \quad (2.12)$$

Итерационная процедура организуется следующим образом: задается некоторое значение $m = \hat{m}$ из интервала $[0, 1]$ и для него в соответствии с (2.5) для известных $\alpha_i = 2 \arctg(D_i/W)$ ($i = 1, 2$) вычисляются значения $J_m(\alpha_1)$ и $J_m(\alpha_2)$; после этого вычисляются значения $m = \hat{m}'$ согласно (2.12); если окажется, что $\hat{m} \neq \hat{m}'$, задают новое значение \hat{m} и вычисления повторяют. При этом величину постоянной K определяют, как и в первой методике, по формуле (2.10), в которой уже $\alpha_1 \neq \alpha_2$. В случае $H_1 = H_2$ ($\alpha_1 = \alpha_2$) выражение (2.12) переходит в (2.9).

Технологические эксперименты проводили на установке для СПФ, включающей печь электросопротивления, систему подачи газа (аргона), штамповую оснастку с устройством контроля формообразования [7], схема последних представлена на фиг. 2. Листовая заготовка 1, размещенная между формообразующей матрицей 9 и крышкой 2 штампа, фиксировалась жесткими клиньями (на фиг. 2 не показаны). Керамическая втулка 7 размещалась в центре дна матрицы. Металлический стержень 8, вставленный во втулку, коническим острием был направлен в сторону формируемой заготовки. Электрическим проводником 6 стержень соединялся с сигнальным элементом 4, связанным с источником электрической энергии 5, который с помощью проводника 3 замыкался на заготовку. Формовка заготовки осуществлялась путем подачи аргона под давлением через крышку. Продолжительность формообразования купола определялась по срабатыванию сигнального элемента.

Тестовые формовки осуществлялись в матрицы длиной $L = 120$ мм, шириной $2W = 30$ мм и глубиной $D = 10$ мм и $D = 15$ мм. Прямоугольные заготовки вырезали из листов титанового сплава ВТ6с (аналог Ti-6Al-4V) толщиной 1.0 мм. Температура формовки – 900°C ; давление газа постоянное.

Экспериментальные t_i^e и расчетные t_i^c (определенные по формулам (2.5) и (2.8)) значения продолжительности формообразования двух типов куполов представлены в табл. 1 (в первом случае $D = 10$ мм, $m = 0.484$, $K = 652$ МПа · с^m; во втором случае

Таблица 1

| p_i [МПа] | t_i^e [с] | t_i^c [с] | Δ [%] | t_i^e [с] | t_i^c [с] | Δ [%] |
|-------------|-------------|-------------|--------------|-------------|-------------|--------------|
| 0.6 | 935 | 938 | 0.3 | 2550 | 2536 | 0.5 |
| 0.8 | 524 | 518 | 1.1 | 1290 | 1375 | 6.6 |
| 1.0 | 313 | 326 | 4.2 | 940 | 855 | 9.0 |
| 1.2 | 215 | 224 | 4.2 | 594 | 580 | 2.4 |
| 1.4 | 171 | 163 | 4.7 | 400* | 418 | 4.5 |

$D = 15$ мм, $= 0.470$, $K = 645$ МПа · с^m). По экспериментальным данным были вычислены материальные константы m и K по формулам (2.9) и (2.10) (Δ – погрешность). Детали вычислений изложены в работе [8]. Погрешность определения m и K составляет 5%.

3. СПФ листовой заготовки в цилиндрическую матрицу при постоянном давлении.

Рассмотрим процесс деформирования круглой листовой заготовки исходной толщины s_0 в цилиндрическую матрицу радиуса R_0 глубины $D = R_0$. Будем, как и в п. 2, использовать уравнения безмоментной теории оболочек [5, 6]. На фиг. 3 показано положение круглой мембраны в некоторый момент времени $t > 0$. Предположим, что свободная часть мембраны представляет собой сферический сегмент радиуса R . Поскольку начальная полудлина любого меридиана равна R_0 и $R = R_0/\sin\alpha$, каждый меридиан, проходящий через полюс формируемого купола, растянут в $R\alpha/R_0 = \alpha/\sin\alpha$ раз. Из условий симметрии следует, что в полюсе сферического купола имеет место равномерное двухосное растяжение. Тогда из условия несжимаемости материала для толщины купола в полюсе s_p (точка A на фиг. 3) получаем

$$s_p = s_0(\sin\alpha/\alpha)^2 \quad (3.1)$$

Запишем условие несжимаемости в скоростях

$$\xi_m + \xi_t + \xi_n = 0 \quad (3.2)$$

где ξ_m , ξ_t и ξ_n – меридиональная, окружная и нормальная компоненты тензора скоростей деформаций соответственно. Из симметрии следует, что в полюсе купола $\xi_m = \xi_t$, тогда из (3.2) $\xi_n = -2\xi_m = -2\xi_t$. Интенсивность скоростей деформаций ξ_e равна

$$\xi_e = \sqrt{2\xi_{ij}\xi_{ij}/3} = |\xi_n| = -\dot{s}_p/s_p \quad (3.3)$$

Подставляя (3.1) в (3.3), находим

$$\xi_p = -\dot{s}_p/s_p = 2\dot{\alpha}(1/\alpha - \text{ctg}\alpha) \quad (3.4)$$

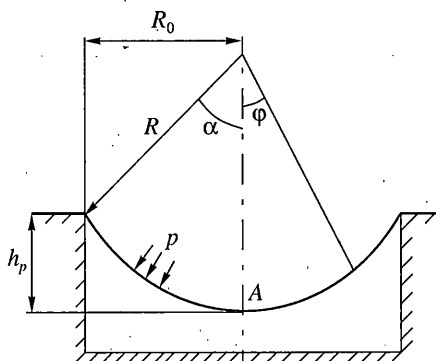
где ξ_p – интенсивность скоростей деформаций в полюсе купола. В соответствии с основными уравнениями теории безмоментных оболочек [5, 6] имеем

$$\sigma_p = \sigma_m = \sigma_t = pR/2s_p \quad (3.5)$$

где σ_m , σ_t – меридиональное и окружное напряжения соответственно, σ_p – интенсивность напряжений в полюсе купола, p – давление газа.

Подставляя (3.4) и (3.5) в (1.3), имеем

$$pR/2s_p = K[2\dot{\alpha}(1/\alpha - \text{ctg}\alpha)]^m \quad (3.6)$$



Фиг. 3

Для режима деформирования при постоянном давлении

$$p = \frac{2s_0}{R_0} K \frac{\sin^3 \alpha}{\alpha} \left[2\alpha \left(\frac{1}{\alpha} - \operatorname{ctg} \alpha \right) \right]^m = p_0 = \text{const} \quad (3.7)$$

Интегрируя, находим

$$\left[\frac{p_0 R_0}{2s_0 K} \right]^m t = I_m(\alpha) = 2 \int_0^\alpha \left[\frac{\sin^3 x}{x^2} \right]^{1/m} \left(\frac{1}{\alpha} - \operatorname{ctg} \alpha \right) dx \quad (3.8)$$

На основании (3.8) величина материальной константы m может быть определена по результатам двух экспериментов из выражения

$$m = \ln(p_2/p_1) / \ln(t_1/t_2) \quad (3.9)$$

в котором t_1 и t_2 – продолжительности формообразования сферического купола до заданной высоты h_p при постоянном давлении $p = p_1 = \text{const}$ и $p = p_2 = \text{const}$ соответственно, т.е. $h_{p1}(t_1) = h_{p2}(t_2) = h$. Видно, что выражение для m совпадает с ранее найденным для случая формовки цилиндрического купола (2.9). Можно ожидать, что оно окажется применимым и для формовки оболочек другой формы.

Величина постоянной K может быть определена по данным одного эксперимента по формуле

$$K_i = \frac{p_i R_0}{2s_0} \left[\frac{t_i}{I_m(\alpha_i)} \right]^m \quad (i = 1, 2) \quad (3.10)$$

причем для большей надежности в качестве значения K можно аналогично (2.11) вновь использовать среднеарифметическое.

Зависимость высоты купола от времени $h_p(t)$ может быть вычислена следующим образом

$$h_p(t) = R_0 \operatorname{tg}[\alpha(t)/2] \quad (3.11)$$

где $\alpha(t)$ вычисляется из (3.8).

Тестовые формовки осуществлялись в цилиндрическую матрицу радиусом $R_0 = 35$ мм и глубиной $D = 35$ мм. Круглые заготовки вырезали из листов титанового сплава ВТ6с

| p_i [МПа] | t_i^e [с] | t_i^c [с] |
|-------------|-------------|-------------|
| 0.5 | 1500 | 1499 |
| 0.7 | 685 | 685 |
| 1.0 | 300 | 299 |

толщиной 1.0 мм. Температура формовки – 900°C. Продолжительность формообразования сферического купола определялась по срабатыванию сигнального элемента.

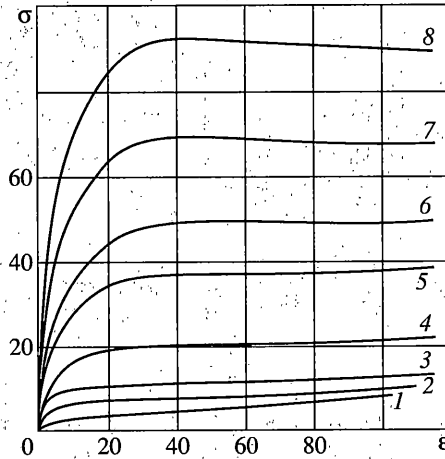
Экспериментальные и расчетные (определенные по формуле 93.8) при $\alpha(t_i) = 2 \arctg[h_p(t_i)/R_0]$ значения продолжительности формообразования сферических куполов при постоянном давлении газа приведены в табл. 2 ($m = 0.431$ и $K = 411$ МПа · с^m). По экспериментальным данным были вычислены материальные константы $m = 0.43$ и $K = 410$ МПа · с^m по формулам (3.9) и (3.10). Погрешность определения m и K составляет 5%. Погрешность в расчетном определении продолжительности формообразования куполов t_i не превышала 1%.

4. Одноосные испытания. Для оценки полученных результатов были проведены стандартные одноосные испытания плоских образцов на растяжение при постоянной скорости движения траверсы. Испытания проводились в вакууме на машине ИМАШ 20–78. Образцы вырезались из листов титанового сплава ВТ6с толщиной 1.0 мм вдоль направления прокатки. Размер рабочей части образцов составлял $1.0 \times 5.0 \times 2.4$ мм. Выбор длины рабочей части (2.4 мм) был вызван необходимостью достижения 100% удлинения в ограниченном пространстве рабочей камеры испытательной машины ИМАШ 20–78. Перед испытаниями все образцы подвергались отжигу при 925°C в течение 1800 с. На фиг. 4 представлены экспериментальные зависимости напряжения σ [МПа] от деформации ε [%] для сплава ВТ6с при 900°C, найденные по результатам одноосных испытаний при постоянной скорости траверсы и различных значениях начальной скорости деформации [с⁻¹] (кривые 1–8 соответствуют скоростям: $8.4 \cdot 10^{-5}$, $5.5 \cdot 10^{-4}$, $8.4 \cdot 10^{-4}$, $1.6 \cdot 10^{-3}$, $3.5 \cdot 10^{-3}$, $6 \cdot 10^{-3}$, $8 \cdot 10^{-3}$, $2 \cdot 10^{-2}$). Показанные на фиг. 4 кривые построены по первичным данным, исходя из стандартных гипотез

$$\sigma = P/A, \quad e = (L - L_0)/L_0 \times 100\%, \quad \xi = v/L \quad (3.12)$$

где P – осевое усилие; A , L – текущие значения площади поперечного сечения и длины рабочей части образца соответственно; v – скорость активной траверсы; L_0 – исходное значение длины рабочей части образца. Как видно из фиг. 4, для исследуемого сплава были получены типичные кривые СП [2–4], что свидетельствует о том, что в данных экспериментах были реализованы температурно-скоростные условия, соответствующие области II СП в исследованном сплаве. С использованием представленных на фиг. 4 диаграмм методом наименьших квадратов были рассчитаны постоянные m и K (см. табл. 3).

Оценки величины эквивалентной деформации на растяжение, соответствующей достигаемой при тестовых формовках, проводились по методике, описанной в работах [9, 10]; она оказалась равной ~30% и ~70% для матриц глубиной $D = 10$ и 15 мм соответственно. После этого были проведены расчеты теоретических зависимостей высоты H от времени t для режима формовки с постоянным давлением и полученные результаты сопоставлены с данными тестовых формовок (см. табл. 4). Как следует из



Фиг. 4

табл. 4, расчетные значения t_i^c , вычисленные при значениях K и m , определенных по результатам одноосных испытаний, оказались в 2...3 раза больше экспериментально измеренных. В то же время в случае, когда материальные константы K и m определялись по результатам тестовых формовок при постоянном давлении (табл. 1), было получено хорошее согласие расчетных и экспериментальных значений продолжительности формообразования цилиндрических куполов t_i (во всех 10 испытаниях погрешность не превышала 10%).

Как следует из табл. 3, значения m и K , найденные из одноосных испытаний с постоянной скоростью траверсы (фиг. 4), значительно расходятся с найденными по результатам тестовых формовок цилиндрических куполов (табл. 1). Так, для $D = 10$ мм из табл. 1 имеем $m = 0.484$, $K = 652$ МПа · с^m в то же время как из табл. 3 при $\epsilon = 30\%$ имеем $m = 0.664$ и $K = 1363$ МПа · с^m. Для $D = 15$ мм из табл. 1 имеем $m = 0.470$, $K = 645$ МПа · с^m, в то время как из табл. 3 при $\epsilon = 70\%$ следует $m = 0.576$ и $K = 870$ МПа · с^m. Поскольку в испытаниях на растяжение были использованы образцы с укороченной рабочей частью (длина рабочей части была меньше ее ширины), соотношения типа (3.12) для них, вообще говоря, неприменимы, поскольку в рабочей части образца реализуется существенно неоднородное напряженно-деформированное состояние.

5. СПФ листовых заготовок при постоянной скорости деформации. В публикуемой работе тестовые формовки при постоянной скорости деформации использовались в качестве контрольных экспериментов, в то время как формовки при постоянном давлении – в качестве базовых экспериментов, в которых определялись материальные константы K и m в ОС (1.2).

Для того чтобы оценить диапазон, в котором изменялась скорость деформации в процессе СПФ куполов из прямоугольной и круглой мембран, воспользуемся выражениями (2.4) и (3.6), из которых следует

$$\xi_e = \left(\frac{\sqrt{3} p W}{2 s_0 K} \right)^n \left(\frac{\alpha}{\sin^2 \alpha} \right)^n \quad (5.1)$$

$$\xi_e^p = \left(\frac{p R_0}{2 s_0 K} \right)^n \left(\frac{\alpha^2}{\sin^3 \alpha} \right)^n, \quad n = 1/m \quad (5.2)$$

Таблица 3

| | | | | | | | | | |
|------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ε [%] | 20 | 30* | 40 | 50 | 60 | 70** | 80 | 90 | 100 |
| m | 0.671 | 0.664 | 0.643 | 0.624 | 0.599 | 0.576 | 0.558 | 0.537 | 0.524 |
| K [МПа · с ^{<i>m</i>}] | 1333 | 1363 | 1243 | 1118 | 984 | 870 | 797 | 711 | 665 |

Таблица 4

| p_i [МПа] | t_i^e [с] | t_i^c [с] | t_i^e/t_i^c | t_i^e [с] | t_i^c [с] | t_i^e/t_i^c |
|-------------|-------------|-------------|---------------|-------------|-------------|---------------|
| 0.6 | 935 | 307 | 3.0 | 2550 | 885 | 2.9 |
| 0.8 | 524 | 199 | 2.6 | 1290 | 537 | 2.4 |
| 1.0 | 313 | 142 | 2.2 | 940 | 365 | 2.6 |
| 1.2 | 215 | 108 | 2.0 | 594 | 266 | 2.2 |
| 1.4 | 171 | 87 | 2.0 | 400* | 203 | 2.0 |

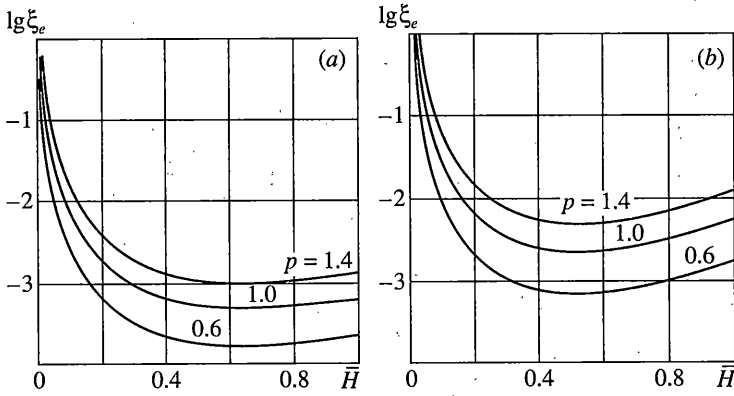
На фиг. 5 представлены зависимости интенсивности скоростей деформаций ξ_e от относительной высоты купола $\bar{H} = \text{tg}(\alpha/2)$ при СПФ в прямоугольную (а) и цилиндрическую (б) матрицы, вычисленные по формулам (5.1) и (5.2) при разных значениях давления p (цифры у кривых). Видно, что скорости деформации являются типичными для СП [11]. В то же время фиг. 5 показывает, что СПФ при постоянном давлении характеризуется значительным (на несколько порядков) изменением величины скорости деформации в ходе формовки как цилиндрического, так и сферического куполов.

Запишем выражения (2.4) и (3.6) в безразмерном виде, для чего используем характерные значения σ_q и ξ_q из (2.6)

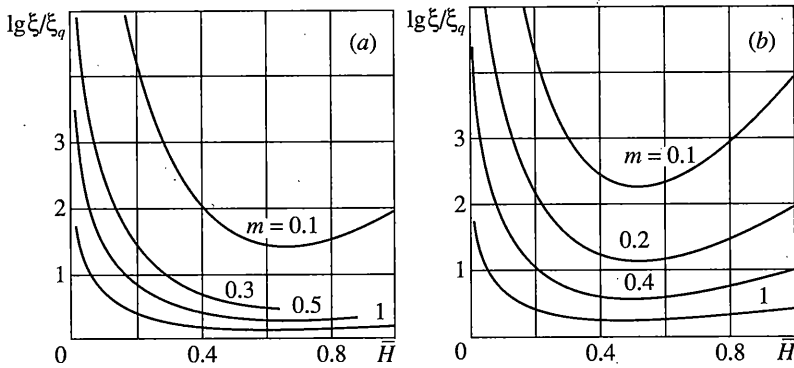
$$\frac{\sigma_e}{\sigma_q} = \left(\frac{\xi_e}{\xi_q}\right)^m = \frac{\alpha}{\sin^2 \alpha} = 2 \arctg \bar{H} \left[\frac{1 + \bar{H}^2}{2\bar{H}} \right]^2 \quad (5.3)$$

$$\frac{\sigma_e}{\sigma_q} = \left(\frac{\xi_e}{\xi_q}\right)^m = \frac{\alpha^2}{\sin^3 \alpha} \quad (5.4)$$

На фиг. 6 представлены зависимости относительной скорости деформации ξ_e/ξ_q от относительной высоты купола $\bar{H} = H/W = \text{tg}(\alpha/2)$, вычисленные согласно (5.3) и (5.4) при разных значениях m (указаны цифрами у кривых) для формовки листовых заготовок в прямоугольную (а) и цилиндрическую (б) матрицы. Как видно из фиг. 6, величина скорости деформации существенно изменяется при формовке с постоянным давлением, причем с уменьшением m размах этих изменений увеличивается. Аналогичный вывод был сделан в [12] при анализе формовки круглой мембраны при постоянном давлении. Для того чтобы в процессе формовок материал не вышел из состояния СП, в [12] предложено проводить нагружение при переменном давлении, причем зависимость давления газа от времени рассчитывать исходя из постоянства скорости деформации в полюсе формируемого купола. В [13] предложен алгоритм расчета зависимости давления газа от времени для СПФ купола из прямоугольной мембраны, обеспечива-



Фиг. 5



Фиг. 6

ющий ее деформирование с постоянной во времени интенсивностью скорости деформации

$$p(t) = \frac{2s_0}{W\sqrt{3}} \sigma_{\text{opt}} \alpha(t) \exp\left(-\frac{\sqrt{3}\xi_{\text{opt}}t}{2}\right) \quad (0 \leq t \leq t_1) \quad (5.5)$$

$$t_1 = \frac{1}{\xi_{\text{opt}}\sqrt{3}} \ln \frac{\pi}{2} \cong \frac{0.521}{\xi_{\text{opt}}}$$

где σ_{opt} и ξ_{opt} – оптимальные значения напряжения и скорости деформации соответственно (параметры точки перегиба сигмоидальной кривой СП [2–4]), t_1 – продолжительность формообразования цилиндрического купола, $\alpha(t)$ – решение трансцендентного уравнения

$$\alpha/\sin \alpha = \exp(\xi_{\text{opt}}t\sqrt{3}/2) \quad (0 \leq \alpha \leq \pi/2) \quad (5.6)$$

Приближенное решение (5.6), точность которого не ниже 5% при $0 \leq \alpha \leq \pi/2$, будет

$$\alpha(t) \approx \sqrt{3\sqrt{3}\xi_{\text{opt}}t} \cong 2.28\sqrt{\xi_{\text{opt}}t} \quad (5.7)$$

Таблица 5

| $\xi_{\text{opt}} [c^{-1}]$ | $\sigma_{\text{opt}} [\text{МПа}]$ | $t_i^e [c]$ | $t_i^c [c]$ | $\Delta [\%]$ |
|-----------------------------|------------------------------------|-------------|-------------|---------------|
| $1 \cdot 10^{-3}$ | 25 | 482 | 434 | 11 |
| $8 \cdot 10^{-4}$ | 23 | 609 | 509 | 21 |
| $4 \cdot 10^{-4}$ | 16 | 1242 | 949 | 31 |

Таблица 6

| $\xi_{\text{opt}} [c^{-1}]$ | $\sigma_{\text{opt}} [\text{МПа}]$ | $t_i^e [c]$ | $t_i^c [c]$ | $\Delta [\%]$ |
|-----------------------------|------------------------------------|-------------|-------------|---------------|
| $4 \cdot 10^{-4}$ | 14 | 2396 | 2256 | 6 |
| $8 \cdot 10^{-4}$ | 19 | 1190 | 1128 | 5 |
| $1.2 \cdot 10^{-3}$ | 23 | 840 | 750 | 11 |

В [14–17] предложен алгоритм расчета зависимости давления газа от времени для СПФ купола из круглой мембраны

$$p = \frac{2s_0}{R_0} \sigma_{\text{opt}} \sin \alpha \exp(-\xi_{\text{opt}} t) \quad (0 \leq t \leq t_1') \quad (5.8)$$

$$t_1' = \frac{2}{\xi_{\text{opt}}} \ln \left(\frac{\pi}{2} \right) \cong \frac{0.9}{\xi_{\text{opt}}}$$

где t_1' – продолжительность формовки сферического купола, $\alpha(t)$ – решение следующего трансцендентного уравнения:

$$\alpha / \sin \alpha = \exp(\xi_{\text{opt}} t / 2) \quad (5.9)$$

Приближенное решение (5.9) можно задать в виде

$$\alpha(t) \cong \sqrt{3\alpha_{\text{opt}} t} \quad (5.10)$$

Результаты тестовых формовок цилиндрических куполов при постоянной скорости деформации приведены в табл. 5. Расхождение между расчетными и экспериментальными значениями продолжительности формообразования составило ~10–30%. Результаты тестовых формовок сферических куполов при постоянной скорости деформации приведены в табл. 6. Расхождение между расчетными и экспериментальными значениями продолжительности формообразования составило не более 11%, что несколько меньше, чем в случае формовки цилиндрического куполов.

Как видно из вышеизложенного, соотношения (5.5) и (5.8) могут быть использованы для расчета зависимости давления газа от времени при СПФ цилиндрических и сферических оболочек из листовых заготовок с постоянными во времени интенсивностью напряжений ($\sigma_e = \sigma_{\text{opt}} = \text{const}$) и интенсивностью скоростей деформаций ($\xi_e = \xi_{\text{opt}} = \text{const}$), что обеспечивает режим сверхпластического деформирования.

6. Заключение. 1. Сформулированы преимущества процедуры идентификации определяющих соотношений (нахождения материальных констант) по результатам технологических экспериментов.

2. Приведены методика и результаты определения материальных констант для стандартного степенного определяющего соотношения сверхпластичности из технологических экспериментов по сверхпластической формовке цилиндрических и сферических оболочек из листовых заготовок.

3. Полученные в приведенных методиках соотношения могут быть использованы в практических расчетах технологических параметров сверхпластической формовки цилиндрических и сферических оболочек.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект 99-01-01032).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ильюшин А.А.* Пластичность. Основы общей математической теории. М.: Изд-во АН СССР, 1963. 271 с.
2. *Смирнов О.М.* Обработка металлов давлением в состоянии сверхпластичности. М.: Машиностроение, 1979. 184 с.
3. Сверхпластическая формовка конструкционных сплавов / Под ред. Н. Пейтона, К. Гамильтона. М.: Металлургия, 1985. 312 с.
4. *Строганов Г.Б., Новиков И.И., Бойцов В.В., Пиширков В.Ф.* Использование сверхпластичности в обработке металлов давлением. М.: Машиностроение, 1989. 107 с.
5. *Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С.* Пластинки и оболочки. М.: Наука, 1966. 635 с.
6. *Феодосьев В.И.* Сопrotивление материалов. М.: Наука, 1986. 512 с.
7. *Круглов А.А.* Контроль формoобразования листовых заготовок в процессах сверхпластической формовки // Кузнечно-штамповочное производство. 1993. № 2. С. 22–23.
8. *Сафиуллин Р.В., Еникеев Ф.У., Мухаметрахимов М.Х.* Методика определения величины параметра скоростной чувствительности тонколистовых сверхпластичных материалов по результатам тестовых формовок при постоянном давлении // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 1999. № 12. С. 41–46.
9. *Сафиуллин Р.В., Еникеев Ф.У., Лутфуллин Р.Я.* Методика определения степени деформации в процессах сверхпластического формoизменения тонколистовых материалов // Кузнечно-штамповочное производство. 1994. № 4. С. 8–10.
10. *Safiullin R.V., Enikeev F.U.* Determination of thinning characteristics during sheet forming processes // Superplasticity and Superplastic Forming 1995 / Eds. A.K. Ghosh' and T.R. Bieler. Warrendake, Penn: The Minerals, Metals & Materials Society. 1995. P. 213–217.
11. *Jovane F.* An approximate analysis of the superplastic forming of a thin circular diaphragm: theory and experiments // Intern. J. Mech. Sci. 1968. V. 10. № 5. P. 403–427.
12. *Кайбышев О.А.* Сверхпластичность промышленных сплавов. М.: Металлургия, 1984. 264 с.
13. *Vasin R.A., Enikeev F.U., Safiullin R.V.* Mathematical modeling of superplastic forming of a long rectangular box section // Materials Science Forum. 1999. V. 304–306. P. 765–770.
14. *Еникеев Ф.У., Бердин В.К.* Определение зависимости давления от времени процесса пневмоформовки круглой мембраны в состоянии сверхпластичности // проблемы прочности. 1993. № 11. С. 71–75.
15. *Enikeev F.U.* An analytical model for superplastic bulge forming of domes // Materials Science Forum. 1994. V. 170–172. P. 681–686.
16. *Еникеев Ф.У.* Расчет оптимального закона подачи давления для процесса сверхпластической формовки круглой мембраны // Проблемы машиностроения и надежность машин. 1995. № 1. С. 64–68.
17. *Enikeev F.U., Kruglov A.A.* An analysis of the superplastic forming of a thin circular diaphragm // Intern. J. Mech. Sci. 1995. V. 37. № 5. P. 473–483.