

УДК 539.3

© 2002 г. В.Г. БАЖЕНОВ, С.В. ЗЕФИРОВ, В.Л. КОТОВ,
А.В. КОЧЕТКОВ

**ДЕЙСТВИЕ ПРОДОЛЬНОЙ ВОЛНОВОЙ НАГРУЗКИ
НА ТРУБОПРОВОД В МЯГКОМ ГРУНТЕ**

Рассмотрена реакция трубопровода на подвижную волновую нагрузку в связанной постановке, учитывающей контактное взаимодействие оболочки с окружающей упругоупругой средой при различных условиях контакта. Приведены результаты сравнения с аналитическим решением, исследована возможность применения упрощенных подходов к решению задачи, анализируется влияние на процессы деформирования трубопровода заполняющей его жидкости.

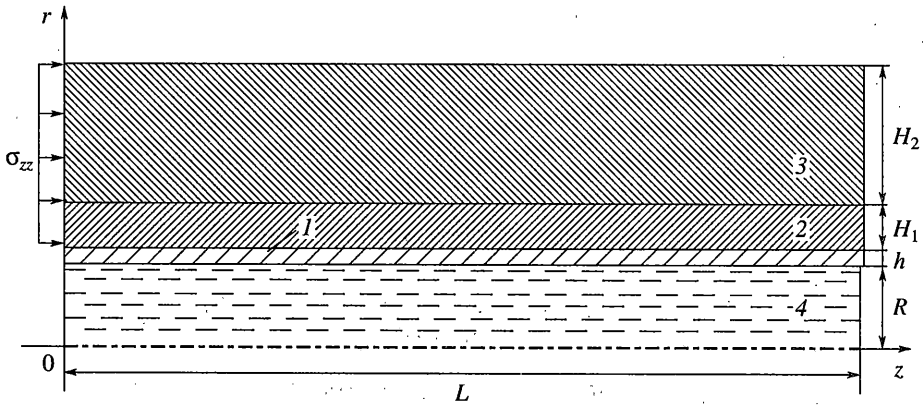
Динамическое взаимодействие упругих цилиндрических оболочек с деформируемыми средами изучалось и ранее. Обзор работ, посвященный этой проблеме, приведен в [1]. Одной из важных для практики задач является задача расчета подземных трубопроводов при воздействии движущейся вдоль оси нагрузки. Действие осесимметричной волны неизменного профиля (подвижной нагрузки) на бесконечно длинную цилиндрическую оболочку изучалось в [2]. Радиальное давление на оболочку прикладывалось к ее внутренней поверхности. Окружающая среда и оболочка скреплены между собой жестко. Полуаналитическими методами были определены перемещения и напряжения в оболочке для больших моментов времени. Показано, что основной вклад в перемещение оболочки при нагружении подвижной осесимметричной нагрузкой вносит безмоментное решение.

В данной работе рассмотрена реакция трубопроводов на подвижную волновую нагрузку в связанной постановке, учитывающей контактное взаимодействие оболочки с окружающей средой при различных условиях контакта. Приведены результаты сравнения с решением [2], исследована возможность применения упрощенных подходов к решению задачи, анализируется влияние на процессы деформирования трубопровода заполняющей его жидкости.

1. Постановка задачи и методика численного решения. Рассматривается осесимметричная задача взаимодействия цилиндрической оболочки (1) с грунтовой средой (фиг. 1), к границе $z = 0$ которой приложена постоянная нагрузка. Волна сжатия, распространяющаяся по грунтовой среде (2, 3) вдоль поверхности оболочки, воздействует на нее в радиальном и в продольном направлениях в силу сцепления с грунтом (4 – жидкость).

Решение задачи динамического деформирования цилиндрической оболочки, контактирующей с окружающей (2, 3) и заполняющей (4) средами (фиг. 1), осуществляется с позиций механики сплошных сред. Движение среды описывается в переменных Лагранжа вариационным уравнением [3], следующим из принципа Журдена, в цилиндрической (r, β, z) системе координат (Oz – ось вращения):

$$\iint_{\Omega} \left[\sigma_{rr} \delta v_{r,r} + \sigma_{zz} \delta v_{z,z} + \sigma_{rz} (\delta v_{r,z} + \delta v_{z,r}) - \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\beta\beta}}{r} \delta v_r - \frac{\sigma_{rz}}{r} \delta v_z + \rho (\ddot{u}_r \delta v_r + \ddot{u}_z \delta v_z) \right] d\Omega - \int_{G_p} (p_r \delta v_r + p_z \delta v_z) ds - \int_{G_q} (q_r \delta v_r + q_z \delta v_z) ds = 0 \quad (1.1)$$



Фиг. 1

Здесь $\dot{v}_\alpha = r\dot{u}_\alpha, \dot{u}_\alpha, p_\alpha, q_\alpha$ – компоненты вектора скорости перемещений, поверхностной нагрузки и контактного давления ($\alpha = r, z$), запятая означает дифференцирование по соответствующей переменной. Компоненты тензора скоростей деформаций, выраженные через функцию скоростей перемещений \dot{v}_α , имеют вид [3]:

$$\dot{e}_{rr} = \frac{1}{r}\dot{v}_{r,z} - \frac{1}{r^2}\dot{v}_r, \quad \dot{e}_{zz} = \frac{1}{r}\dot{v}_{z,z}, \quad \dot{e}_{\beta\beta} = \frac{1}{r^2}\dot{v}_r, \quad \dot{e}_{rz} = \left(\frac{1}{r}\dot{v}_{r,z} + \frac{1}{r}\dot{v}_{z,r} - \frac{1}{r^2}\dot{v}_z \right) / 2 \quad (1.2)$$

При такой формулировке вариационного уравнения движения метрический множитель r присутствует лишь при вариациях функций скоростей перемещений $\delta\dot{v}_\alpha$ и отсутствует при вариациях их производных, а также инерционных, внешних и контактных силах. Уравнение (1.1) для осесимметричной задачи гидродинамики ничем не отличается от уравнения для плоской задачи. Данная форма записи вариационного уравнения движения позволяет получить консервативную разностную схему для задач гидродинамики, повысить точность решения задач теории упругости и реализовать единый алгоритм формирования дискретных уравнений движения для всех узлов разностной сетки, включая ось вращения ($r = 0$), на которой задаются условия точно такие же, как и на оси симметрии. Упругопластическое деформирование грунтовой среды описывается на основе соотношений С.С. Григоряна [4]. Составляющие тензора – девиатора скоростей деформации представляются в виде $\dot{e}_{ij} = \dot{e}_{ij}^e + \dot{e}_{ij}^p$, где $\dot{e}_{ij}^e, \dot{e}_{ij}^p$ – упругие и пластические деформации соответственно. Девиаторные составляющие тензора упругой деформации связаны с составляющими девиатора напряжений законом Гука $s_{ij} = 2G\dot{e}_{ij}^e$, где G – модуль сдвига. Пластические деформации определяются ассоциированным законом пластического течения $\dot{e}_{ij}^p = \lambda s_{ij}$ и условием текучести Мизеса $\frac{1}{2}s_{ij}s^{ij} = \frac{1}{3}\sigma_T(p)^2$, где σ_T – предел текучести, в общем случае зависящий от давления p [5]; λ – скалярный множитель, пропорциональный скорости приращения работы пластических деформаций или равный нулю при упругом деформировании [6].

Пространственные производные в четырехугольных ячейках аппроксимируются билинейными функциями формы [7]. Определение перемещений узлов дискретной модели по явной схеме "крест" сводится к рекуррентному счету по формулам

$$\dot{\mathbf{U}}^{k+1/2} = \dot{\mathbf{U}}^{k-1/2} + (\mathbf{F} + \mathbf{Q})^k \Delta t^{k+1/2} / M \quad (1.3)$$

$$\mathbf{U}^{k+1} = \mathbf{U}^k + \dot{\mathbf{U}}^{k+1/2} \Delta t^{k+1}$$

$$\mathbf{Q} = q < \Delta s >, \quad \Delta t^{k+1/2} = (\Delta t^{k+1} + \Delta t^k) / 2$$

Здесь $\dot{\mathbf{U}}$ – вектор скоростей перемещений, \mathbf{Q} – вектор узловых контактных сил, (Δs) – грузовая площадь узла, Δt^{k+1} – временной шаг.

Контактное давление q в (1.1), (1.3) заранее неизвестно и определяется в ходе решения задачи [3]. На контактных границах наряду с общей системой координат вводится местный координатный базис s, ξ (s – направление касательной, ξ – нормали). На поверхности контакта оболочки и среды ставится одно из условий

а) "жесткая склейка"

$$\dot{u}'_{\alpha} = \dot{u}''_{\alpha}, \quad q'_{\alpha} = -q''_{\alpha} \quad (\alpha = r, z) \quad (1.4)$$

б) непроникание по нормали со скольжением по касательной без трения ($q_s = 0$):

$$\dot{u}'_{\xi} = \dot{u}''_{\xi} q'_{\xi} = -q''_{\xi}, \quad q_{\xi} = q'_{\xi} = \begin{cases} 0, & q_{\xi} \geq 0 \\ q_{\xi}, & q_{\xi} < 0 \end{cases} \quad (1.5)$$

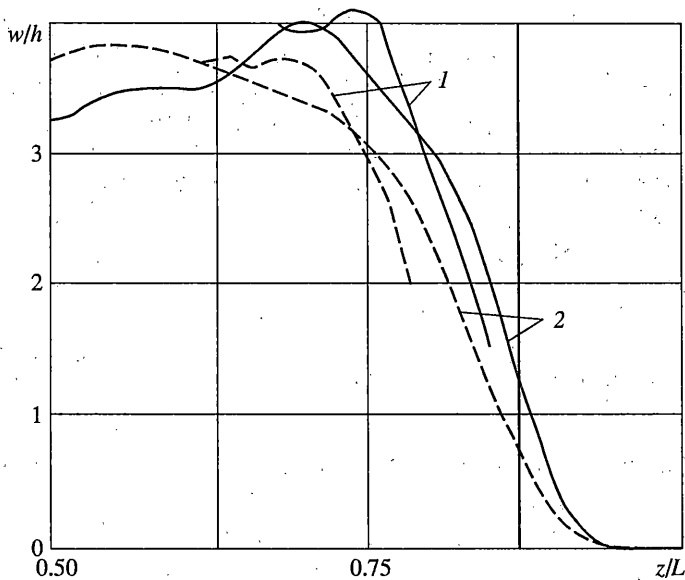
с) непроникание по нормали со скольжением по касательной с сухим трением в соответствии с законом Кулона

$$\dot{u}'_s = \dot{u}''_s, \quad q'_s = -q''_s, \quad q_s = q'_s = \begin{cases} q_s, & |q_s| \leq k_{\xi} |q_{\xi}| \\ k_{\xi} |q_{\xi}| \operatorname{sign}(q_s), & |q_s| > k_{\xi} |q_{\xi}| \end{cases} \quad (1.6)$$

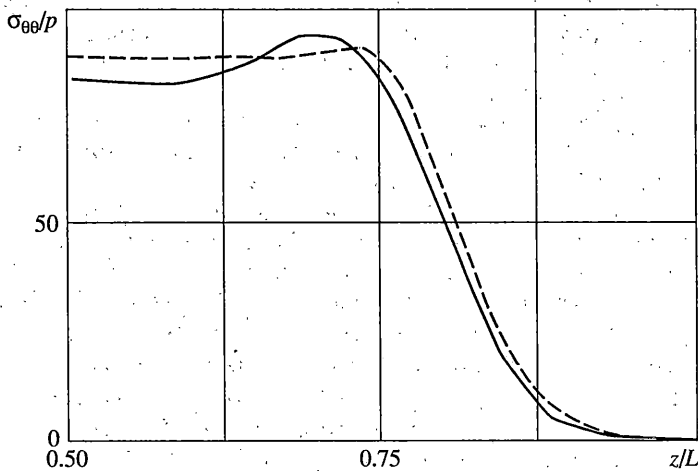
Граничные условия на линии $z = 0$: для грунта $\sigma_{zz} = \sigma_0$, $\sigma_{rz} = 0$, для жидкости и трубы – $\sigma_{zz} = 0$, $\sigma_{rz} = 0$. Аналогичное условие применяется на границе $z = L$ для всех взаимодействующих сред. Контакт трубы и жидкости рассчитывается с использованием условия (1.5) – "свободное проскальзывание", взаимодействие трубы и грунта реализуется в соответствии с условиями (1.4)–(1.6). При этом предусмотрена возможность отрыва сред и последующее их схлопывание. Модифицированная явная вариационно-разностная схема типа "крест" второго порядка точности [3] реализована в рамках пакета прикладных программ "Динамика-2" [8].

2. Результаты численных расчетов. Для оценки точности приведенной выше методики численного расчета была решена задача [2] в предположении жесткого соединения трубы и упругой среды при распространении волны по внутренней поверхности трубной оболочки. Определялись радиальные перемещения w и окружные напряжения σ в стальной оболочке с параметрами $E = 206$ ГПа, $\rho = 7.8$ г/см³, $\nu = 0.3$, $R/h = 85.8$, где E , ρ , ν – модуль упругости, коэффициент Пуассона и плотность материала оболочки; R , h – радиус и толщина стенки оболочки, $L = 30 R$ – длина трубы. Оболочка погружена в упругую среду с параметрами $E = 205.4$ МПа, $\nu = 0.3$, $\rho = 1.55$ г/см³. Размеры области грунта принимались $H_1 = 0$, $H_2 = L$. Скорость фронта волны равна 423.5 м/с (скорость продольных волн в упругом грунте) в первом случае и 800 м/с во втором случае. Действующая нагрузка – ступенчатая, давление на фронте волны $p = 1$ МПа. Результаты сравнения радиальных перемещений в виде графика безразмерных величин w/h приведены на фиг. 2.

На фиг. 2 номером 1 обозначены результаты работы [2], номером 2 – результаты численного расчета на момент времени 50 мс. Сплошная кривая соответствует расчетам при скорости фронта волны 423.5 м/с, штриховая – 800 м/с. Наблюдается удовлетворительное соответствие максимумов смещений волновых профилей. Передний фронт кривых 2 более пологий, что объясняется влиянием искусственной вязкости в численном решении, "размазывающей" волновые профили. В данной постановке также исследовалась возможность применения упрощенного подхода к решению задачи. На фиг. 3 показано окружное напряжение, отнесенное к давлению p на фронте бегущей волны. Штрихом изображено решение задачи, где воздействие грунта моделировалось с использованием гипотезы плоского отражения. Наблюдается хорошее



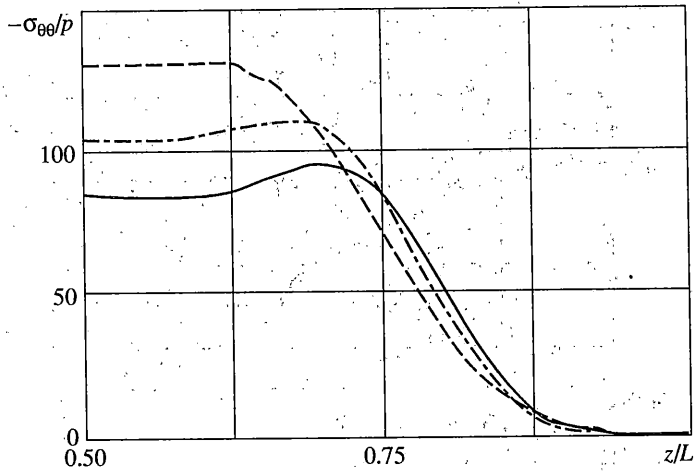
Фиг. 2



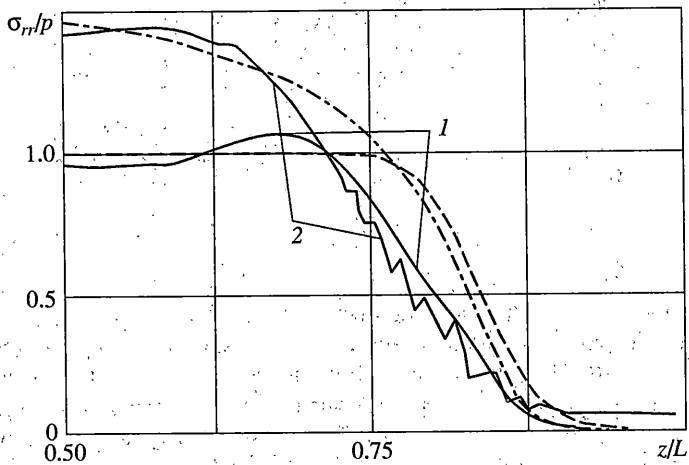
Фиг. 3

соответствие результатов. Как было отмечено в [1], превалирует безмоментная составляющая решения, уровень окружных напряжений за фронтом волны соответствует статическому решению задачи о нагружении цилиндрической оболочки постоянным давлением изнутри.

Далее рассмотрим решение задачи, в которой к границе $z = 0$ упругой среды прикладывалось постоянное напряжение $\sigma_{zz} = -\sigma_{rr} \nu / (1 - \nu)$, соответствующее радиальному напряжению $\sigma_{rr} = -p$. Результаты расчетов показали, что при контактном условии (1.5) между трубой и грунтом решение данной задачи практически не отличается от рассмотренного выше случая нагружения трубопровода изнутри. Такое условие может применяться, например, при расчетах трубопроводов, проложенных в водонасыщенных грунтах. Приведенные параметры среды в рассматриваемом диапазо-

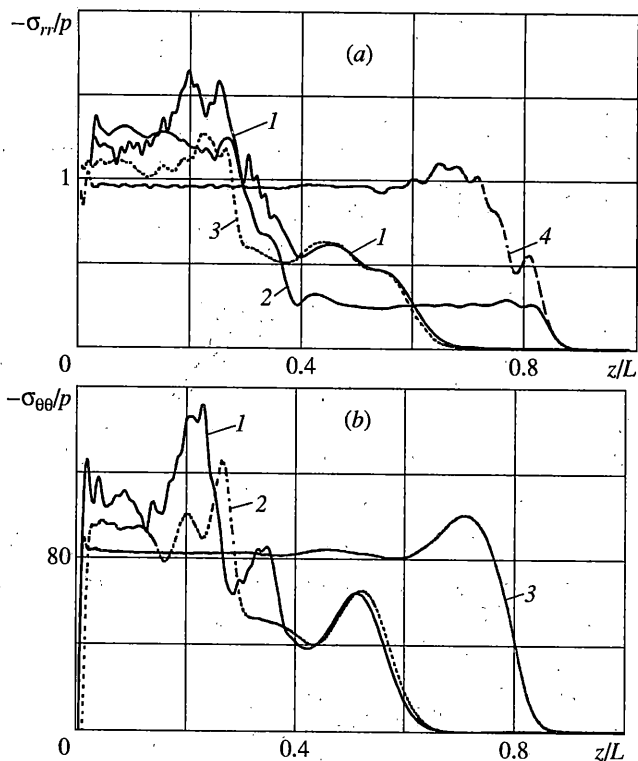


Фиг. 4



Фиг. 5

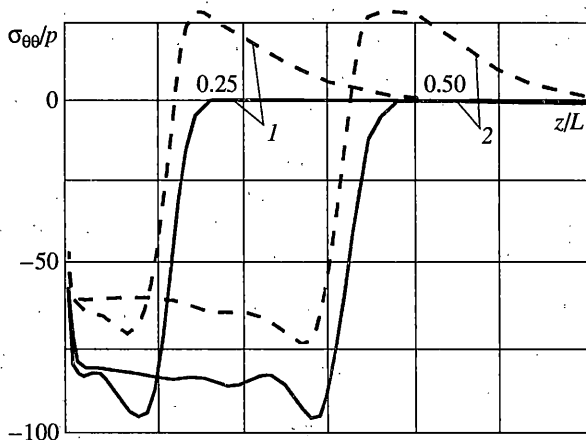
не напряжений соответствуют суглинистому грунту. Влияние различных условий контакта иллюстрирует фиг. 4. Сплошной линией нанесено окружное напряжение (с обратным знаком) в трубе при контактном условии (1.5), штрихом – при условии (1.4), штрихпунктиром – (1.6) (коэффициент трения 0.3). При жестком соединении грунта и стенки трубы напряжение за фронтом волны практически постоянно. В случае проскальзывания максимум достигается на фронте волны, далее напряжение уменьшается до постоянного уровня, соответствующего статическому нагружению. Различия в максимумах напряжений за фронтом волны достигают 40%. Фиг. 5 иллюстрирует контактные напряжения σ_{rr} , действующие на оболочку. Кривая 1 соответствует контактному напряжению в грунте при использовании условия (1.5), кривая 2 – условия (1.4). Штриховая кривая изображает напряжение σ_{rr} в проходящей волне на периферии ($r = R + h + H_2$), где влияние оболочки не сказывается. Как было отмечено выше для окружных напряжений, влияние взаимодействия с оболочкой сказывается в значительной мере в окрестности фронта волны в сторону уменьшения уровня контактных напряжений, действующих по нормали к оболочке. Локальный



Фиг. 6

максимум при этом несколько превышает амплитуду напряжения $\sigma_{rr} = -p$ в упругой волне. Далее за фронтом волны наблюдается установление уровня напряжений ниже амплитудного значения. В случае увеличения жесткости оболочки (уменьшения R/h), различие в уровнях напряжений в области контакта и в упругой волне уменьшается. Сказанное можно отнести и к контактнм задачам в случае жесткого сцепления оболочки со средой. Повышение уровня контактных (а следовательно, и окружных) напряжений в значительной мере объясняется свойствами упругой среды, а не влиянием деформируемости оболочки, что следует из расчета движения волны вдоль жесткой стенки с прилипанием к ней (фиг. 5, штрихпунктирная кривая). Увеличение жесткости оболочки аналогично приводит к сближению кривых 2 и штрихпунктирной на фиг. 5. Следует отметить, что напряжения в окрестности фронта волны в случае контактного условия (1.5) удовлетворительно описываются с использованием гипотезы плоского отражения.

Также было получено решение более сложной задачи, схематично изображенной на фиг. 1. Труба находится в песчаной засыпке толщиной $H_1 = R/4$. Уравнение состояния песчаного грунта в прослойке включало в себя упругий участок с параметрами $E = 24$ МПа, $\nu = 0.3$. Скорость распространения упругих продольных волн в три раза меньше, чем в слое суглинка. При превышении предела упругости ($p_e = 0.2$ МПа) используется нелинейное уравнение состояния вида $p - p_e = M(1 - \rho_0/\rho)^n$, с константами, соответствующими песку нарушенной структуры [5] $M = 1.5$ ГПа, $n = 2.5$, $\rho_0 = 1.45$ г/см³. Разгрузка осуществляется параллельно упругому участку. Значение предела текучести для корректировки девиаторных компонент тензора напряжений изменяется в зависимости от давления по формуле $\sigma_T = kp + b$, где $k = 1.25$, $b = 0.05$ МПа [5]. На фиг. 6, а приведены распределения



Фиг. 7

безразмерных радиальных напряжений вдоль поверхности трубы (кривая 1) и вдоль линии $r = R + h + H_1$ (кривая 2). Значения напряжения отнесены к p , координата отнесена к длине трубы. Отчетливо проявляется двухволновая структура действующего на стенку трубы напряжения. Первая волна имеет амплитуду $0.5p$, которая падает до значения $0.3p$ при удалении от стенки трубы (при $r = R + h + H_1$). Скорость распространения первой волны (кривая 2) совпадает со скоростью продольных волн в суглинке. Передний фронт волны, действующий непосредственно на стенку трубы распространяется с несколько меньшей скоростью, за счет размывания волны от суглинка в песчаной прослойке. Вторая волна, амплитудой несколько превышающей p , движется со скоростью волны в песке. Повышение амплитуды можно объяснить значительным уплотнением прослойки в окрестности трубы. В меньшей степени превышение уровня напряжения p отмечается при использовании упругой модели деформирования песка. Соответствующее контактное напряжение изображено кривой 3 на фиг. 6, а. Первая волна практически не изменяется, различие наблюдается во второй части импульса. Для сравнения под номером 4 нанесено контактное напряжение, полученное при отсутствии песчаной прослойки, условие контакта соответствует свободному проскальзыванию. Интегральное значение импульса напряжения, действующего на трубу, значительно больше, чем при наличии прослойки. Различие объясняется отличием в скоростях распространения волн в песчаной прослойке и окружающем суглинке. Напряженно-деформированное состояние трубы отражают распределения по длине трубы окружного напряжения, отнесенного к p (фиг. 6, в). Кривая 1 соответствует напряжению при моделировании песчаной прослойки упругопластическим УРС, кривая 2 – при моделировании песка упругой средой, кривая 3 соответствует напряжению при отсутствии прослойки. Наблюдается нестационарный рост напряжения на фронтах волн при практически постоянном уровне за фронтом. Максимальный уровень напряжений получен при учете пластической сжимаемости песка.

Влияние заполняющей трубопровод жидкости отражают кривые на фиг. 7 (решение задачи проводилось без учета песчаной засыпки). Сплошной кривой показаны окружные напряжения в трубопроводе без жидкости, штрихом – в заполненном жидкостью трубопроводе в моменты времени 20 и 50 мс (номера кривых 1 и 2 соответственно). Видно, что решение имеет двухволновую структуру. Это основной фон сжимающих напряжений, распространяющийся со скоростью продольных волн в грунте и положительный предвестник с плавным изменением напряжения, генери-

руемый волной давления, образующейся в жидкости. Воздействие жидкости приводит к уменьшению сжимающих напряжений на 20–25%, что приблизительно соответствует амплитуде окружающего напряжения в предвестнике.

3. Заключение. Большую роль при действии подвижной нагрузки на трубопровод в сплошной среде играют контактные условия. Разница в уровне напряжений при выполнении условия "свободного проскальзывания" и "жесткой склейки" в зависимости от свойств среды может достигать 40% и более. Условие контакта "скольжение с трением" приводит к промежуточным по уровню напряжений результатам.

Влияние деформируемости оболочки на контактные напряжения особенно заметно в окрестности фронта бегущей волны. В случае контактного условия "свободное проскальзывание" удовлетворительные результаты получаются с использованием гипотезы плоского отражения.

Учет в решении упругопластических свойств песка (как для девиатора, так и для шарового тензора напряжений) приводит к локальному превышению максимума окружного напряжения по сравнению с заложением трубы непосредственно в грунт без песчаной прослойки. Наличие песчаной прослойки в целом снижает действующий на трубу импульс сжатия в несколько раз, в зависимости от отношения жесткостей слоев окружающего грунтового массива.

При распространении волны в упругой среде вдоль водонаполненного трубопровода решение приобретает двухволновую структуру. Воздействие заполняющей трубопровод жидкости приводит к уменьшению сжимающих напряжений на 20–25%, что приблизительно соответствует величине амплитуды напряжения предвестника.

Работа выполнена при частичном финансировании Программы поддержки ведущих школ России (грант 00-15-99029), грантов РФФИ № 99-01-00132, 01-01-06125, а также гранта Минобразования РФ по фундаментальным исследованиям в области естественных наук (№ Е00-12.0-99).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Горшков А.Г. Нестационарное взаимодействие пластин и оболочек со сплошными средами // Изв. АН СССР. МТТ. 1981. № 4. С. 177–189.
2. Якунов Р.Г. Действие подвижной нагрузки на цилиндрическую оболочку в упругой среде // Изв. АН СССР. МТТ. 1979. № 3. С. 152–157.
3. Баженов В.Г., Зефирова С.В., Цветкова И.Н. Численное моделирование задач нестационарного контактного взаимодействия деформируемых конструкций // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Численное моделирование физико-механических процессов. Н. Новгород: Изд-во Нижегород. ун-та, 1995. С. 154–160.
4. Григорян С.С. Об основных представлениях динамики грунтов // Прикладная математика и механика. 1960. Т. 24. Вып. 6. С. 1057–1072.
5. Баженов В.Г., Котов В.Л., Кочетков А.В. и др. Исследование волновых процессов в грунтовой среде при взрыве накладного заряда // Изв. РАН. МТТ. 2001. № 2. С. 70–77.
6. Баженов В.Г., Брагов А.М., Котов В.Л. и др. Анализ применимости модифицированного метода Кольского для динамических испытаний грунтовых сред в деформируемой обойме // ПМТФ. 2000. Т. 41. № 3. С. 155–162.
7. Баженов В.Г., Зефирова С.В., Кибец А.И. О численной реализации вариационно-разностной моментной схемы решения нелинейных задач динамики нетонких оболочек при импульсных воздействиях // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Методы решения. Горький: Изд-во Горьк. ун-та, 1988. С. 66–73.

8. *Баженов В.Г., Зефилов С.В., Кочетков А.В. и др.* Пакет программ "Динамика-2" для решения плоских и осесимметричных нелинейных задач нестационарного взаимодействия конструкций со сжимаемыми средами // *Мат. моделирование.* 2000. Т. 12. № 6. С. 67–72.

Н. Новгород

Поступила в редакцию
30.11.2000