

УДК 539.375

© 2002 г. Э.С. СИБГАТУЛЛИН

ОБ УНИВЕРСАЛЬНОСТИ КРИТЕРИЯ РАЗРУШЕНИЯ

Рассмотрен случай квазихрупкого разрушения изотропного тела с макротрещиной. Показано, что при использовании "точных" критериев разрушения предельная нагрузка для тела с трещиной определяется независимо от направления развития трещины. При использовании приближенных критериев разрушения значение предельной нагрузки и направление развития трещины предложено определять в результате решения задачи поиска экстремальных значений параметра внешней нагрузки (соответствующую функциональную зависимость определяет критерий разрушения), путем последующего анализа напряженнодеформированного состояния в соответствующих этим экстремальным значениям направлениях от вершины трещины. Исследования проведены с использованием двух "точных" критериев разрушения, аналогичных известным σ_0 -критерию и S -критерию Си. Приведен пример расчета, иллюстрирующий эффективность предлагаемого метода.

Как отмечено в [1], в общем случае критерий разрушения для тела с макротрещиной должен дополняться еще и критерием для нахождения направления развития трещины, т.е. условия локального разрушения у фронта трещины состоят из двух, в общем взаимосвязанных, но имеющих самостоятельное значение, уравнений, т.е. очень часто возникает необходимость привлечения той или иной дополнительной гипотезы, сформулированной на основе экспериментальных наблюдений, для предварительного определения направления развития трещины, что дает возможность последующего нахождения значения предельной нагрузки для тела с трещиной. Этот подход, при использовании многих критериев разрушения, стал традиционным (см., например, [1]). Однако, в некоторых случаях, он может привести к определенным трудностям (например, при определении несущей способности анизотропного тела с макротрещиной в общем случае). В настоящей работе показано, что рациональный переход в предельном условии для материала (основанном на той или иной гипотезе прочности) из пространства напряжений σ_{ij} ($i, j = x, y, z$) в пространство коэффициентов интенсивности напряжений (КИН) K_I, K_{II}, K_{III} позволяет получать точные критерии разрушения, которые самодостаточны для определения несущей способности тела с трещиной, т.е. не требуют для этого предварительного определения направления развития трещины. Но при этом возникает новая проблема, связанная с неопределенностью предельных размеров области деструкции материала в окрестности вершины трещины (эта область становится известной, если известна предельная нагрузка). Предложен способ преодоления возникшей трудности, суть которого заключается в следующем:

1. Осуществить определенную аппроксимацию точного критерия разрушения.
2. Выделить из приближенного критерия разрушения функцию $p(\theta)$, где p – параметр внешней нагрузки (полюс O системы полярных координат r, θ совпадает с вершиной, а полярная ось r_0 – с первоначальным направлением, трещины).
3. Определить все экстремумы функции $p(\theta)$ и соответствующие им критические значения аргумента θ .
4. Исследовать напряженно-деформированное состояние в направлениях, соответствующих критическим значениям аргумента θ .

5. Исходя из того, какой механизм разрушения наиболее вероятен для данного материала, среди критических значений угла θ выбрать направление развития трещины θ_* , определить предельную нагрузку $p_* = p(\theta_*)$.

Отметим, что предлагаемый подход не требует привлечения дополнительного критерия для предварительного определения направления развития трещины.

1. При записи σ_θ -критерия (см., например, [1]) используют гипотезу прочности, согласно которой разрушение в рассматриваемой точке тела возможно, если для нее выполняется равенство

$$\sigma_\theta = \sigma_* \quad (1.1)$$

Здесь σ_* – предельное значение нормальных напряжений при одноосном растяжении тела без макротрещины; σ_θ – окружное нормальное напряжение, определяемое в малой (в сравнении с размерами тела и трещины) упругой области в окрестности вершины трещины формулой (см., например, [2]):

$$\sigma_\theta = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos^2 \frac{\theta}{2} \left(K_I \cos \frac{\theta}{2} - 3K_{II} \sin \frac{\theta}{2} \right) \quad (1.2)$$

Формула (1.2) справедлива, если берега трещины не контактируют между собой и они свободны от распределенных по их поверхности сил.

Следует отметить, что, согласно формуле (1.2), при произвольном значении нагрузки (отличном от нуля) у вершины трещины всегда можно обнаружить совокупность точек, в которых условие (1.1) будет выполнено. Линию, являющуюся границей зоны процесса разрушения [3] у вершины трещины с окружающей эту зону упругой областью тела, назовем линией процесса разрушения. На этой линии выполняется предельное условие для сплошного тела – в частности, (1.1). Предельное состояние тела с макротрещиной будет достигнуто тогда, когда линия процесса разрушения будет располагаться в наибольшем (возможном для данного варианта задачи) удалении от вершины трещины (для всех направлений с $-\pi < \theta < \pi$). С учетом сказанного предельное условие (1.1) для тела с макротрещиной в пространстве КИН имеет следующий вид:

$$\frac{K_I \cos^3(\theta/2) - 3K_{II} \sin(\theta/2) \cos^2(\theta/2)}{\sqrt{2\pi r_*}} = \sigma_* \quad (1.3)$$

Здесь $r_* = r_*(\theta)$ – расстояние от вершины трещины до линии процесса разрушения в предельном состоянии тела (для произвольного направления с углом θ).

Случай, когда только один из K_I , K_{II} , K_{III} отличен от нуля, а два других равны нулю, назовем простым деформированием трещины, а разрушение тела с трещиной в этом случае – простым разрушением. Когда одновременно отличны от нуля два и более из КИН, деформирование трещины и разрушение назовем сложными.

Записывая равенство (1.3) для различных случаев простого разрушения, получаем следующие равенства:

$$\frac{K_{IC}}{\sqrt{2\pi r_{I*}}} = \frac{\sqrt{2} K_{IIc}}{\sqrt{3\pi r_{II*}}} = \sigma_* \quad (1.4)$$

Здесь K_{IC} , K_{IIc} – характеристики трещиностойкости материала, r_{I*} , r_{II*} – предельные расстояния до линий процесса разрушения при нормальном отрыве и поперечном сдвиге берегов трещины соответственно; r_{I*} определяется в направлении с углом $\theta_{I*} = 0$, а r_{II*} – в направлении с $\theta_{II*} = 2 \arcsin(-1/\sqrt{3})$.

Отнесем обе части равенства (1.3) к σ_* ; при этом учтем соотношения (1.4). Получим

$$\cos^2 \frac{\theta}{2} \left(\frac{K_I}{K_{IC}} \sqrt{r_{I*}} \cos \frac{\theta}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{K_{II}}{K_{IIc}} \sqrt{r_{II*}} \sin \frac{\theta}{2} \right) = \sqrt{r_*} \quad (1.5)$$

Здесь угол θ может изменяться в пределах сегмента, где $\sigma_\theta > 0$; $r_{I*} = \text{const}$, $r_{II*} = \text{const}$, $r_* = r_*(\theta)$. Равенство (1.5) является более общей (т.е. для произвольного значения угла θ) формой записи σ_θ^C – критерия [4].

Рассмотрим подход, аналогичный подходу в [5], согласно которому разрушение в рассматриваемой точке тела возможно, если в ней выполнено условие

$$u = u_* \quad (1.6)$$

Здесь u – удельная потенциальная энергия деформации, u_* – предельное значение этой энергии, определяемое по данным относительно простого эксперимента. Энергия деформации u является известной функцией компонент тензора напряжений σ_{ij} (см., например, [6]); в малой упругой области в окрестности вершины трещины σ_{ij} выражаются через КИН известными формулами, аналогичными (1.2). Система координат $Oxuz$ связана с вершиной O трещины (см., например, [2]). Используя вышеупомянутые соотношения, предельное условие (1.6) для тела с макротрещиной можно записать в следующем виде:

$$\frac{a_{11}K_I^2 + 2a_{12}K_I K_{II} + a_{22}K_{II}^2 + a_{33}K_{III}^2}{2\pi E r_*} = u_* \quad (1.7)$$

$$a_{33} = 1 + \nu$$

$$a_{11} = \cos^2 \frac{\theta}{2} \left[1 - \nu - 2\nu^2 + (1 + \nu) \sin^2 \frac{\theta}{2} \right]$$

$$a_{12} = \frac{1}{2} \sin \theta [2\nu^2 + \nu - 1 + (1 + \nu) \cos \theta] \quad (1.8)$$

$$a_{22} = 1 + \nu + \sin^2 \frac{\theta}{2} \left[1 - \nu - 2\nu^2 - 3(1 + \nu) \cos^2 \frac{\theta}{2} \right]$$

Если имеет место обобщенное плоское напряженное состояние ($\sigma_{zz} \equiv 0$), то в формулах (1.8) слагаемые, содержащие в качестве множителя ν^2 , следует принять равными нулю. В этих соотношениях E – модуль упругости, ν – коэффициент Пуассона, $r_*(\theta)$ – функция, графиком которой является линия процесса разрушения в предельном состоянии тела с макротрещиной.

Записывая равенство (1.7) для различных случаев простого разрушения, получаем следующие равенства:

$$\frac{a_{11}^I K_{IC}^2}{r_{I*}} = \frac{a_{22}^{II} K_{IIc}^2}{r_{II*}} = \frac{a_{33} K_{IIIc}^2}{r_{III*}} = 2\pi E u_* \quad (1.9)$$

Здесь $a_{11}^I = a_{11}(\theta_{I*})$, $\theta_{I*} = 0$ – направление роста трещины при нормальном отрыве ее берегов; $a_{22}^{II} = a_{22}(\theta_{II*})$, $\cos \theta_{II*}$ равняется $(1 - 2\nu)/3$ – при плоской деформации, и $(1 - \nu)/(3(1 + \nu))$ – при обобщенном плоском напряженном состоянии; θ_{III*} – направление роста трещины при поперечном сдвиге ее берегов; $r_{I*} = r_{I*}(\theta_{I*})$, $r_{II*} = r_{II*}(\theta_{II*})$ – предельные расстояния от вершины трещины до линии процесса разрушения при простых разрушениях, определяемые для соответствующих, фиксированных, направлений.

Отнесем обе части равенства (1.7) к u_* ; при этом учтем равенства (1.9). Получим

$$\frac{a_{11} K_I^2}{a_{11}^I K_{IC}^2} r_{I*} + \frac{2a_{12}}{\sqrt{a_{11}^I a_{22}^{II}}} \frac{K_I K_{II}}{K_{IC} K_{IIc}} \sqrt{r_{I*} r_{II*}} + \frac{a_{22}}{a_{22}^{II}} \frac{K_{II}^2}{K_{IIc}^2} r_{II*} + \frac{K_{III}^2}{K_{IIIc}^2} r_{III*} = r_* \quad (1.10)$$

Обозначим равенство (1.10) как S_e – критерий (по аналогии с S – критерием Си).

Рассмотрим случай, когда внешняя нагрузка изменяется пропорционально одному параметру p :

$$K_I = b_I p, \quad K_{II} = b_{II} p, \quad K_{III} = b_{III} p \quad (1.11)$$

Здесь b_I, b_{II}, b_{III} – коэффициенты, зависящие от геометрий тела и трещины, от конфигурации внешней нагрузки.

Соотношения (1.5), (1.10), совместно с (1.11), могут рассматриваться как уравнения для построения теоретической кривой процесса разрушения, как графика функции $r_*(\theta)$ для фиксированного значения параметра внешнего нагружения p_* . Отсюда ясно, что значение предельной нагрузки p_* , определенное согласно (1.5) или (1.10), не зависит от значения угла θ . Но функция $r_*(\theta)$ в общем случае входит в число искомых величин задачи.

2. Согласно σ_θ -критерию направление развития трещины (угол θ_*) устанавливается, исходя из условия достижения максимума числителя левой части равенства (1.3). Для изотропного материала σ_* не зависит от угла θ , поэтому функция $r_*(\theta)$, определенная согласно уравнению (1.3), или, что то же самое – согласно (1.5), имеет максимум при $\theta = \theta_*$.

Подставим (1.11) в (1.3) и найдем из полученного уравнения параметр нагрузки p :

$$p = \frac{\sigma_* \sqrt{2\pi r_*}}{b_I \cos^3(\theta/2) - 3b_{II} \sin(\theta/2) \cos^2(\theta/2)} \quad (2.1)$$

Согласно вышеизложенному, при $\theta = \theta_*$ и числитель, и знаменатель правой части (2.1) достигают своих максимальных значений. Если теперь в (2.1) зафиксируем значение $r_* = r_*(\theta_*)$, и положим $\theta = \theta_* + \Delta\theta$, где $|\Delta\theta|$ – достаточно малая величина, то получим $p(\theta) > p(\theta_*) = p_*$. Следовательно, предельная нагрузка p_* для тела с макротрещиной может быть найдена как $\min_\theta p(\theta)$, где функция $p(\theta)$ определена согласно (2.1) при фиксированном значении $r_*(\theta_*)$.

Если следовать концепции Си, то направление развития трещины приходится определять, исходя из условия достижения минимума числителя левой части равенства (1.7). Для изотропного материала u_* не зависит от угла θ , поэтому функция $r_*(\theta)$, определенная согласно (1.7), или, что то же самое – согласно (1.10), имеет минимум при $\theta = \theta_*$.

Подставляя (1.11) в (1.7), найдем

$$p = \frac{2\pi E u_* r_*}{a_{11} b_I^2 + 2a_{12} b_I b_{II} + a_{22} b_{II}^2 + a_{33} b_{III}^2} \quad (2.2)$$

При $\theta = \theta_*$ и числитель, и знаменатель правой части (2.2) достигают своих минимальных значений. Если в (2.2) зафиксируем значение $r_* = r_*(\theta_*)$, и положим $\theta = \theta_* + \Delta\theta$, где $|\Delta\theta|$ – достаточно малая величина, то получим $p(\theta) < p(\theta_*) = p_*$. Следовательно, предельная нагрузка p_* для тела с трещиной может быть найдена как $\max_\theta p(\theta)$, где функция $p(\theta)$ определена согласно (2.2) при фиксированном значении $r_*(\theta_*)$.

В настоящее время в механике разрушения существует концепция, согласно которой r_* является постоянным параметром материала, не зависящим от вида напряженно-деформированного состояния в окрестности вершины трещины [7, 3]. Эта концепция позволяет использовать в критериях (1.5) и (1.10) следующие равенства:

$$r_{I*} = r_{II*} = r_{III*} = r_* \quad (2.3)$$

Использование равенств (2.3) приводит к определенной деформации предельных поверхностей в пространстве КИН, описываемых уравнениями (1.5) и (1.10). Введем в

рассмотрение дополнительного параметра m , определяемый на основе экспериментальных данных, исходя из условия лучшей их аппроксимации. В итоге получим следующую аппроксимацию критерия (1.5)

$$\cos^2 \frac{\theta}{2} \left(\frac{K_I^m}{K_{IC}^m} \cos \frac{\theta}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{K_{II}^m}{K_{IIc}^m} \sin \frac{\theta}{2} \right) = 1 \quad (2.4)$$

и следующую аппроксимацию критерия (1.10):

$$\frac{a_{11}}{a_{11}} \frac{K_I^{2m}}{K_{IC}^{2m}} + \frac{2a_{12}}{\sqrt{a_{11}a_{22}}} \frac{K_I^m K_{II}^m}{K_{IC}^m K_{IIc}^m} + \frac{a_{22}}{a_{22}} \frac{K_{II}^{2m}}{K_{IIc}^{2m}} + \frac{K_{III}^{2m}}{K_{IIIc}^{2m}} = 1 \quad (2.5)$$

Подстановка (1.11) в (2.4) и (2.5) позволяет определить соответствующие функции $p(\theta)$, исследуя экстремальные точки которых можно определить как предельную нагрузку p_* , так и направление развития трещины θ_* .

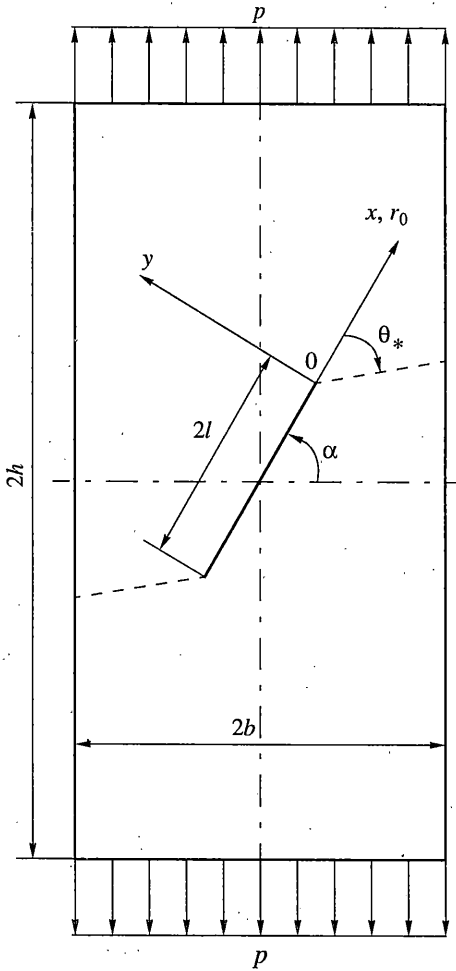
3. В качестве примера рассмотрим задачу о предельном состоянии прямоугольной пластины с центральной наклонной трещиной, находящейся под действием равномерно распределенных одноосных растягивающих сил p (фиг. 1). Материал пластины – алюминиевый сплав 2024-T4 с характеристиками трещиностойкости $K_{IC} = 34.7 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$, $K_{IIc} = 51.8 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$ [8]; $\sigma_* = 490 \text{ МПа}$, $\nu = 0.3$. Пусть пластина и трещина имеют следующие геометрические характеристики: $h/b = 2$; $l/b = 0.6$; $l = 6 \text{ см}$; $\alpha = 60^\circ$. Имеют место следующие формулы (см., например, [9]): $K_I = F_I p \sqrt{\pi l}$, $K_{II} = F_{II} p \sqrt{\pi l}$. Для рассматриваемого варианта задачи $F_I = 0.3332$, $F_{II} = 0.5022$; следовательно, $b_I = 0.1447$, $b_{II} = 0.2180$.

Кривая 1 на фиг. 2 – график функции $p(\theta)$ [МПа], построенный для рассматриваемой пластины с трещиной с использованием уравнения (2.4) при $m = 2$. В данном случае функция $p(\theta)$ имеет минимум, равный 185.9 МПа, при $\theta = -51^\circ$. Если направление развития трещины определим из условия достижения максимума числителя левой части равенства (1.3), то получим $\theta_* = -58.5^\circ$, $p(\theta_*) = 186.8 \text{ МПа}$.

Кривая 2 на фиг. 2 – график функции $p(\theta)$, построенный для рассматриваемой пластины с трещиной с использованием уравнения (2.5) при $m = 2$. Функция $p(\theta)$ в данном случае имеет четыре экстремума. Для критических значений аргумента θ имеем: $\sigma_\theta(-141^\circ) : \sigma_\theta(-50^\circ) : \sigma_\theta(16^\circ) : \sigma_\theta(115^\circ) = 1.4 : 6.5 : 1 : (-2.7)$. Здесь значения σ_θ сопоставляются для случая $p = \text{const}$, $r = \text{const}$. Как видно, наибольшее (среди сравниваемых значений) растягивающее напряжение σ_θ имеет место в направлении с $\theta = -50^\circ$. Следовательно, искомым решением задачи в данном случае является $p(-50^\circ) = 194.5 \text{ МПа}$. Если направление развития трещины определим из условия достижения минимума числителя левой части равенства (1.7), то получим $\theta_* = -56.8^\circ$, $p(\theta_*) = 194 \text{ МПа}$.

Как видно, оценки предельной нагрузки, найденные предлагаемым здесь способом, близки к тем ее значениям, которые получены с использованием традиционного подхода. Что касается оценок для критического угла θ_* , то их среднее значение, полученное с использованием предлагаемого здесь подхода, отличается на 12.4% от среднего значения, полученного с использованием традиционного подхода. Это связано с использованием равенств (2.3) в точных критериях разрушения (1.5), (1.10). Если учесть, что основной искомой величиной при решении задач рассматриваемого типа является значение предельной нагрузки, то можно считать, что предлагаемый метод определения несущей способности тел, имеющих макротрещину, дает вполне удовлетворительные результаты.

Отметим, что определяемые по предлагаемой методике оценки p_* зависят, а оценки θ_* – не зависят от значения m в уравнениях (2.4), (2.5).



Фиг. 1

Рассматриваемый здесь пример решен без обращения к уравнениям (1.5), (1.10). Эти уравнения позволяют, в частности, построить линию процесса разрушения для определенного значения параметра нагрузки p и исследовать напряженно-деформированное состояние на границе зоны процесса разрушения с окружающей ее упругой областью тела. На фиг. 3 приведен график функции $r_*(\theta)$ [мм], построенный для рассматриваемой пластины с использованием уравнения (1.10) при $p_* = 194.5$ МПа (кривая 1). Соответствующий график функции $\sigma_\theta(\theta, r_*)$ имеет максимум (при $\theta = -57.65^\circ$, $r_* = 2.65$ мм), равный 513.7 МПа (кривая 2 на фиг. 3). Согласно гипотезе прочности (1.6) в рассматриваемом случае $\max \sigma_1 = \sigma_* / \sqrt{1 - \nu^2} = 513.7$ МПа, где σ_1 – главное напряжение.

4. В работе [7] предложено принять форму зоны процесса разрушения в предельном состоянии тела с трещиной ("критический объем" по терминологии, принятой в [7]) в виде круга с центром в вершине трещины и с радиусом r_* , постоянным для данного материала – независимо от вида напряженно-деформированного состояния в окрестности вершины трещины. Более логичным является, по-видимому, следующий подход к этой проблеме. Примем, что в общем случае зона процесса разрушения – не круг с радиусом r_* , а некоторая область, имеющая разную форму для разных отношений $|K_{II}|/K_I$, но с постоянным, для данного мате-

риала, размером r_* в критическом направлении с углом θ_* ; этот угол зависит от отношения $|K_{II}|/K_I$. Для иллюстрации сказанного вновь обратимся к равенству (1.3). Записывая его для различных случаев простого разрушения, можно получить следующие равенства:

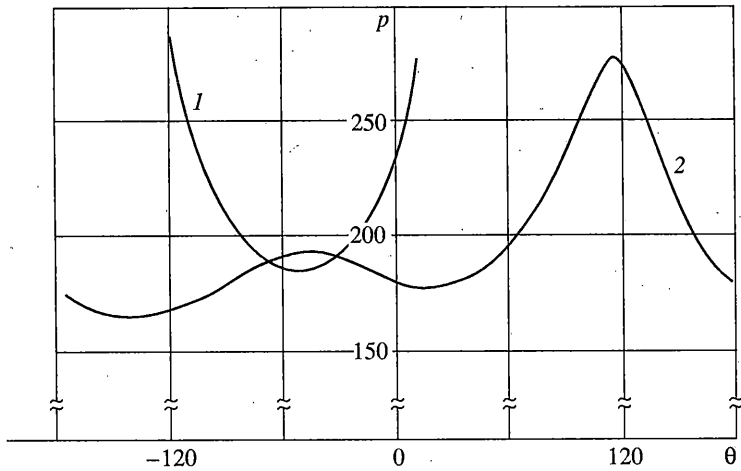
$$\frac{K_{IC} \cos^3(\theta/2)}{\sqrt{2\pi r_{i*}}} = - \frac{3K_{IIc} \sin(\theta/2) \cos^2(\theta/2)}{\sqrt{2\pi r_{II*}}} = \sigma_* \quad (4.1)$$

$$r_{i*} = r_{i*}(\theta), \quad i = I, II$$

Без ущерба для общности выводов, рассмотрим только интервал $-\pi < \theta < 0$, где (при $K_I > 0$, $K_{II} > 0$) всегда выполняется условие $\sigma_\theta > 0$. Разделим обе части равенства (1.3) на σ_* ; при этом учтем равенства (4.1). Получим:

$$\frac{K_I}{K_{IC}} \sqrt{r_{i*}} + \frac{K_{II}}{K_{IIc}} \sqrt{r_{II*}} = \sqrt{r_*}, \quad r_* = r_*(\theta) \quad (4.2)$$

Равенство (4.2) является другой формой записи σ_θ^C -критерия (1.5). Используя равенства (2.3) в (4.2) и вводя в рассмотрение параметр m , получим следующую аппрок-



Фиг. 2

симацию σ_θ^C -критерия:

$$K_I^m / K_{IC}^m + K_{II}^m / K_{IIc}^m = 1 \quad (4.3)$$

Используя (4.3) невозможно определить направление развития трещины. Для рассмотренной выше пластины с трещиной оценка предельной нагрузки согласно (4.3) при $m = 2$ равна 168.8 МПа.

Аналогичным вышеописанному способом можно получить следующую форму записи S_e -критерия:

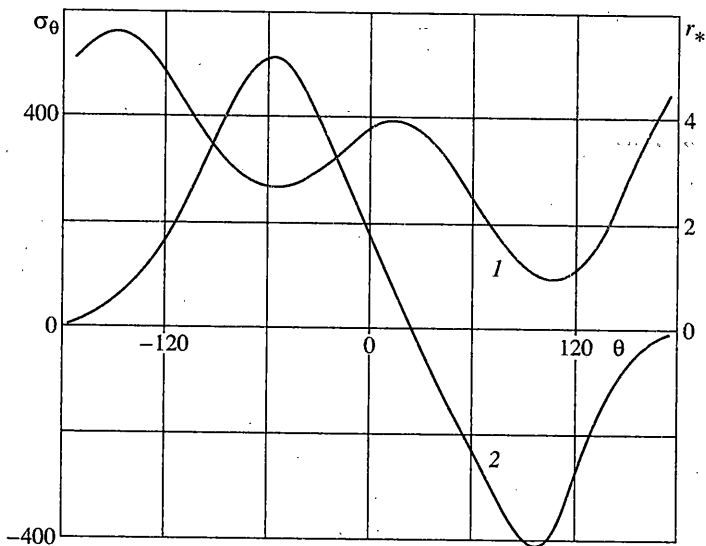
$$\frac{K_I^2}{K_{IC}^2} r_{I*} + \frac{2a_{12}K_I K_{II}}{\sqrt{a_{11}a_{22}} K_{IC} K_{IIc}} \sqrt{r_{I*} r_{II*}} + \frac{K_{II}^2}{K_{IIc}^2} r_{II*} + \frac{K_{III}^2}{K_{IIIc}^2} r_{III*} = r_* \quad (4.4)$$

Здесь $r_{i*} = r_{i*}(\theta)$ ($i = I, II, III$), $r_* = r_*(\theta)$. Используя равенства (2.3) в (4.4) и вводя в рассмотрение параметр m , получим следующую аппроксимацию S_e -критерия:

$$\frac{K_I^{2m}}{K_{IC}^{2m}} + \frac{2a_{12}K_I^m K_{II}^m}{\sqrt{a_{11}a_{22}} K_{IC}^m K_{IIc}^m} + \frac{K_{II}^{2m}}{K_{IIc}^{2m}} + \frac{K_{III}^{2m}}{K_{IIIc}^{2m}} = 1 \quad (4.5)$$

Подставляя (1.11) в (4.5) при $m = 2$, по предлагаемой в настоящей работе методике получаем следующую оценку несущей способности рассмотренной выше пластинки с трещиной: $\max p(\theta) = p(-30^\circ) = 207.1$ МПа. Как видно, результаты увеличились по сравнению с результатами, полученными с использованием (2.5): нагрузка – на 6.5%, угол, определяющий направление роста трещины – на 40%. Учитывая то, что традиционные методы определения направления развития трещины дают результаты, удовлетворительно согласующиеся с соответствующими экспериментальными данными (см., например, [1]), можно сделать вывод о том, что форма (2.5) аппроксимации S_e -критерия является более удачной, чем форма аппроксимации (4.5), полученная в предположении, что равенства (2.3) справедливы для произвольного направления с углом θ . Тем самым подтверждается высказанное выше мнение о целесообразности использования в равенствах (2.3) критических расстояний r_{i*} ($i = I, II, III$), r_* , взятых для соответствующих критических направлений при простых и сложном разрушениях.

В заключение отметим, что и другие критерии разрушения, аналогичные (2.4), (2.5), (4.5), позволяют оценивать несущую способность тела с макротрещиной без привлечения критерия для нахождения направления развития трещины. Для этого, в



Фиг. 3

общем случае, необходимо определить все экстремумы соответствующей функции $r(\theta)$ и исследовать напряженно-деформированное состояние в направлениях, соответствующих критическим значениям угла θ (при отсутствии соотношений типа (1.5), (1.10), определяющих положение линии процесса разрушения для заданного значения параметра нагрузки p , напряжения и деформации можно определить в точках окружности с малым заданным радиусом r). В результате такого исследования может быть определено направление развития трещины, но, в отличие от традиционного подхода, без привлечения для этой цели той или иной дополнительной гипотезы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 99-01-00410) и Академии наук Татарстана.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Механика разрушения и прочность материалов. Т. 1. Панасюк В.В., Андрейкив А.Е., Партон В.З. Основы механики разрушения материалов. Киев: Наук. думка, 1988. 488 с.
2. Механика разрушения и прочность материалов. Т. 2. Саврук М.П. Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами. Киев: Наук. думка, 1988. 620 с.
3. Шлянников В.Н. Плотность энергии деформации и зона процесса разрушения. Сообщ. 1. Теоретические предпосылки // Проблемы прочности. 1995. № 10. С. 3–17.
4. Сибгатуллин Э.С., Терезулов И.Г. Новый вариант σ_θ -критерия в механике разрушения // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Численное моделирование физико-механических процессов. М.: ТНИ КМК, 1999. С. 52–55.
5. Sih G.C. Some basic problems in fracture mechanics and new concepts // Eng. Fract. Mech. 1973. V. 5. № 2. P. 365–377.
6. Терезулов И.Г. Сопротивление материалов и основы теории упругости и пластичности. М.: Высш. шк., 1984. 472 с.
7. Ву Э. Прочность и разрушение композитов // Композиционные материалы / Под ред. Браутмана Л. и Крока Р. Т. 5. Разрушение и усталость. М.: Мир, 1978. С. 206–266.
8. Механика разрушения и прочность материалов. Т. 3. Ковчик С.Е., Морозов Е.М. Характеристики кратковременной трещиностойкости материалов и методы их определения. Киев: Наук. думка, 1988. 436 с.
9. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений. Т. 2 / Под ред. Ю. Мураками. М.: Мир, 1990. 1013 с.

Наб. Челны

Поступила в редакцию
3.04.2000