

УДК 539.3

© 2002 г. ВАТУЛЬЯН А.О., КРАСНИКОВ В.В.

КОЛЕБАНИЯ ОРТОТРОПНОЙ ПОЛУПЛОСКОСТИ С КРИВОЛИНЕЙНОЙ ТРЕЩИНОЙ

Статья посвящена разработке эффективного подхода для решения задачи об установившихся колебаниях ортотропной полуплоскости с криволинейной трещиной. Для рассматриваемой задачи сформулирована система граничных интегральных уравнений (ГИУ). Дискретизация получаемых ГИУ проведена на основе подхода метода граничных элементов (МГЭ). В работе представлены зависимости коэффициентов интенсивности напряжений от частоты колебаний для трещин различной геометрии. Проведено сравнение получаемых зависимостей для изотропных и анизотропных материалов.

Распределению напряжений в упругих телах после появления в них трещин и изучению работоспособности таких конструкций в сложных динамических условиях посвящено большое число работ. Обзор разработанных методов решения, а также наиболее полную библиографию опубликованных работ можно найти в [1, 2]. Несмотря на разнообразие подходов, применяемых к анализу колебаний тел с трещинами, большинство из них эффективны при исследовании задач теории упругости для областей с простой геометрией (трещина прямолинейна и параллельна или перпендикулярна канонической границе области) и имеют ограниченный диапазон применимости при решении задач об исследовании волновых полей в телах, содержащих приповерхностные дефекты неканонической формы (криволинейные и ветвящиеся трещины). Наиболее эффективным для решения таких классов задач является применение метода граничных интегральных уравнений и основанного на нем метода граничных элементов.

1. Постановка задачи. Рассматриваются установившиеся колебания ортотропного упругого полупространства $x_3 \leq 0$, ослабленного криволинейным туннельным разрезом L , лежащим строго внутри полупространства. Предполагается, что оси упругой симметрии материала совпадают с осями координат, ось разреза сонаправлена с осью x_2 , а берега разреза свободны от напряжений и не контактируют. Колебания вызываются осциллирующей нагрузкой $p(x_1)e^{-i\omega t}$, приложенной на границе полупространства. Предполагая, что из компонент вектора перемещений отличны от нуля $u_1 = u_1(x_1, x_3)e^{-i\omega t}$ и $u_3 = u_3(x_1, x_3)e^{-i\omega t}$, после отделения временного множителя $e^{-i\omega t}$, получим следующую краевую задачу:

$$\sigma_{ij,j} + \rho\omega^2 u_i = 0 \quad (1.1)$$

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} u_{k,l} \quad (1.2)$$

$$x_3 = 0, \quad \sigma_{j3} = p_j(x_1) \quad (1.3)$$

$$\sigma_{ij}^{\pm} n_j^{\pm} \Big|_{L^{\pm}} = 0 \quad (i = 1, 3; j = 1, 3) \quad (1.4)$$

где C_{ijkl} – компоненты тензора упругих постоянных материала, L^{\pm} – берега трещины-разреза, n_j^{\pm} – компоненты единичных векторов нормали к берегам трещины.

Замыкают постановку задачи условия излучения, при формулировке которых использовался принцип предельного поглощения [3].

2. Сведение задачи к системе ГИУ. Ключевым моментом при сведении задачи к системе интегральных уравнений является построение фундаментальных решений для неограниченной ортотропной среды. Фундаментальные решения для анизотропной среды даже для самых простых случаев анизотропии не могут быть представлены в явном виде. Однако, для получения систем ГИУ и их эффективной дискретизации, достаточно использовать интегральное представление фундаментальных решений для ортотропной полуплоскости, полученное в работе [4]:

$$U_j^{(m)}(x, \xi) = U_j^{o(m)}(x, \xi) + S_j^{(m)}(x, \xi) \quad (2.1)$$

$$U_j^{o(m)}(x, \xi) = \frac{1}{4\pi C_{55} \sigma} \int_{\sigma} \frac{e^{i\alpha_1(\xi_1 - x_1)}}{\lambda_2^2 - \lambda_1^2} \sum_{n=1}^2 (-1)^{n+1} B_j^{(m)}(\lambda_n, \alpha_1, x_3, \xi_3) e^{-\lambda_n |\xi_3 - x_3|} d\alpha_1$$

$$S_j^{(m)}(x, \xi) = \frac{1}{4\pi C_{55} \sigma} \int_{\sigma} \frac{e^{i\alpha_1(\xi_1 - x_1)}}{(\lambda_2^2 - \lambda_1^2) \Delta(\alpha_1)} \sum_{n=1}^2 r_{jn}(\alpha_1) [\Psi_{n1}^{(m)}(\alpha_1) e^{\lambda_1 \xi_3} - \Psi_{n2}^{(m)}(\alpha_1) e^{\lambda_2 \xi_3}] e^{\lambda_n x_3} d\alpha_1$$

$$(j, m = 1, 3)$$

Здесь $U_j^{o(m)}(x, \xi)$ – фундаментальное решение для неограниченной ортотропной среды; $S_j^{(m)}(x, \xi)$ – регулярная всюду, за исключением границы полуплоскости добавка, в сумме с которой полученное решение отвечает условиям отсутствия напряжений на границе полупространства; λ_j – корни характеристического уравнения для ортотропной среды, для которых справедливы представления

$$\lambda_{1,2} = \left(\frac{-b_o(\alpha_1) \pm \sqrt{d_o(\alpha_1)}}{2\gamma_5} \right)^{1/2}, \quad d_o(\alpha_1) = b_o^2(\alpha_1) - 4\gamma_5 c_o(\alpha_1)$$

$$b_o(\alpha_1) = k^2 - \gamma_1 \alpha_1^2 + \gamma_5 (k^2 - \gamma_5 \alpha_1^2) + (\gamma_7 + \gamma_5)^2 \alpha_1^2$$

$$c_o(\alpha_1) = (k^2 - \gamma_1 \alpha_1^2)(k^2 - \gamma_5 \alpha_1^2)$$

$$\gamma_1 = C_{11} C_{33}^{-1}, \quad \gamma_5 = C_{55} C_{33}^{-1}, \quad \gamma_7 = C_{13} C_{33}^{-1}, \quad k^2 = \rho \omega^2 C_{33}^{-1}$$

Формальное выделение ветвей λ_j фиксированием знака вещественной части для ортотропных материалов может привести к получению неаналитического решения. Далее представим λ_j в виде

$$\lambda_j = \theta_j(\alpha_1) \mu_j(\alpha_1)$$

$$\theta_j = \left(\frac{-b_o(\alpha_1) + (-1)^{j+1} \sqrt{d_o(\alpha_1)}}{2\gamma_5(\alpha_1^2 - a_j^2)} \right)^{1/2}, \quad \mu_j = (\alpha_1^2 - a_j^2)^{1/2}$$

где $\pm a_j$ – точки ветвления внешних радикалов в выражениях для λ_j , $a_1 = k\gamma_1^{-1/2}$, $a_2 = k\gamma_5^{-1/2}$.

Для выделения однозначных ветвей функций θ_j и μ_j возьмем следующие условия: $\text{Re } \mu_j > 0$, если $\text{Re } \mu_j = 0$, то $\text{Im } \mu_j < 0$; $\text{Re } \theta_j > 0$, если $\text{Re } \theta_j = 0$, то $\text{Im } \theta_1 > 0$, $\text{Im } \theta_2 < 0$ ($j = 1, 2$).

Серия численных расчетов показала, что такие условия, вне зависимости от типа материала, позволяют выделить аналитические во втором и четвертом квадрантах комплексной плоскости ветви функций θ_j , μ_j и, следовательно, выделить аналити-

ческие ветви функций λ_j однозначным образом определяющие решение рассматриваемой задачи. Следует отметить, что аналогичное представление корней характеристического уравнения использовалось в [5].

Подынтегральная функция в (2.1) регулярна всюду на вещественной оси, за исключением пары релейевских полюсов $\pm\alpha_R$, определяемых уравнением $\Delta(\alpha_1) = 0$ и двух пар вещественных точек ветвления $a_1 = \pm k\gamma_1^{-1/2}$ и $a_2 = \pm k\gamma_5^{-1/2}$. Контур σ в представлении в соответствии с принципом предельного поглощения всюду совпадает с вещественной осью, за исключением вещественных особенностей подынтегральной функции, которые он огибает, отклоняясь в комплексную плоскость, причем положительные особенности огибаются снизу, а отрицательные сверху.

Остальные функции, используемые в подынтегральных выражениях в (2.1), зависят от констант материала, корней характеристического уравнения λ_j , координаты α_1 и их представления получены в [4].

Сведение задачи к системе граничных интегральных уравнений может быть проведено на основании подхода теории дислокаций, в соответствии с которым действие трещин заменяется действием фиктивных массовых сил [6]:

$$f_j^{(L)} = -C_{jkrm} \partial \varepsilon_m^{(L)} / \partial x_k, \quad \varepsilon_{rm}^{(L)} = 0.5(n_r^- \chi_m + n_m^- \chi_r) \delta(\zeta) \quad (2.2)$$

Здесь C_{jkrm} – тензор упругих постоянных материала, $\chi_m = (u_m^+ - u_m^-)|_L$ – скачки компонент вектора перемещений на трещине, n_m^- – компоненты единичного вектора нормали, направленные от берега (-) к берегу (+) трещины, $\delta(\zeta)$ – дельта-функция Дирака с носителем на трещине.

В случае плоской задачи фиктивные массовые силы будут иметь вид

$$\begin{aligned} f_1^{(L)} &= -[(C_{11} n_1^- \chi_1 + C_{13} n_3^- \chi_3) \delta(\zeta)]_{,1} - [C_{55} (n_1^- \chi_3 + n_3^- \chi_1) \delta(\zeta)]_{,3} \\ f_3^{(L)} &= -[(C_{13} n_1^- \chi_1 + C_{33} n_3^- \chi_3) \delta(\zeta)]_{,3} - [C_{55} (n_1^- \chi_3 + n_3^- \chi_1) \delta(\zeta)]_{,1} \end{aligned} \quad (2.3)$$

На основании теоремы взаимности [7], с учетом вида фиктивных массовых сил и того, что трещина не выходит на границу, могут быть получены интегральные представления для перемещений во внутренней точке ξ полупространства

$$u_m(\xi) = u_m^*(\xi) + \int_L \sum_{kr}^{(m)}(x, \xi) n_r^-(x) \chi_k(x) dl_x \quad (2.4)$$

$$u_m^*(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_k(x_1) U_k^{(m)}(x', \xi) dx_1, \quad x' = (x_1, 0)$$

Здесь $u_m^*(\xi)$ – эталонное решение для задачи без дефекта, $\sum_{kr}^{(m)}(x, \xi)$ – компоненты тензора напряжений, соответствующего фундаментальному решению.

На основании вида (2.4) может быть получено представление для вектора напряжений на площадке с нормалью \mathbf{n} во внутренней точке полупространства:

$$\begin{aligned} t_i(\xi) &= \sigma_{ij}(\xi) n_j(\xi) = C_{ijms} \frac{\partial u_m}{\partial \xi_s}(\xi) n_j(\xi) = t_i^*(\xi) + \int_L R_{ik}(x, \xi) \chi_k(x) dl_x \\ R_{ik}(x, \xi) &= C_{ijms} \frac{\partial \sum_{kr}^{(m)}}{\partial \xi_s} n_j(\xi) n_r^-(x) \quad (i = 1, 3) \end{aligned} \quad (2.5)$$

где $t_i^*(\xi)$ – эталонный вектор напряжений для задачи без дефекта, $\xi \in V$.

Для получения системы граничных интегральных уравнений необходимо рассмотреть предельный переход при $\xi \rightarrow u \in L$, при этом следует учитывать, что функции

$R_{ik}(x, \xi)$ имеют на линии интегрирования L особенность вида $(x-\xi)^{-2}$ и получаемые в результате перехода интегралы должны пониматься в смысле конечного значения по Адамару [8]. Рассматривая равномерный предельный переход, с учетом граничных условий (1.4), получим следующую систему гиперсингулярных интегральных уравнений относительно неизвестных функций компонент вектора скачков перемещений на трещине:

$$\int_L K_{ij}(x, y) \chi_j(x) dl_x = Q_i(y), \quad y \in L \quad (2.6)$$

$$K_{ij}(x, y) = C_{ikms} \frac{\partial \sum_{jr}^{(m)}}{\partial \xi_s} n_k^+(y) n_r^-(x)$$

Здесь $Q_i(y) = -t_i^*(y)$ – вектор напряжений на площадке с нормалью $n^+(y)$ для задачи без дефекта. При этом интеграл в (2.6) понимается в смысле конечного значения по Адамару.

3. Дискретизация системы ГИУ. Эффективное численное решение системы (2.6) может быть получено путем дискретизации интегральных уравнений на основе подходов метода граничных элементов (МГЭ) [9, 10]. Согласно подходам данного метода трещина L аппроксимируется N -звенной ломаной, на каждом звене которой неизвестные функции разрывов смещений интерполируются при помощи набора базисных функций, в простейшем случае – постоянных. Узловые неизвестные определяются методом коллокаций, согласно которому записывается дискретная форма интегральных уравнений и требуется их выполнение для узловых точек, распределенных внутри каждого элемента. Рассматривая постоянные граничные элементы и выбирая в качестве точек коллокаций середины соответствующих граничных элементов, получим следующую систему линейных алгебраических уравнений:

$$\sum_{n=1}^N A_{ijmn} \chi_{jn} = B_{im} \quad (i = 1, 3; \quad m = 1, \dots, N) \quad (3.1)$$

$$A_{ijmn} = \int_{l_n} K_{ij}(x, y_m) dl_x, \quad B_{im} = Q_i(y_m), \quad \chi_{jn} = \chi_j(y_n) \quad (j = 1, 3)$$

Здесь l_n – n -й элемент, на котором введена следующая параметризация:

$$x_k = \beta_{kn} t + y_{kn}, \quad t \in [-1, 1]$$

$$y_{kn} = 0.5(x_{kn}^+ + x_{kn}^-), \quad \beta_{kn} = 0.5(x_{kn}^+ - x_{kn}^-) \quad (k = 1, 3; \quad n = 1, \dots, N) \quad (3.2)$$

где x_{kn}^+ и x_{kn}^- ($k = 1, 3$) – соответственно координаты точки конца и начала n -го элемента. По повторяющемуся индексу $j = 1, 3$ в формуле (3.1) ведется суммирование.

В случае постоянных граничных элементов интегрирование по элементу в коэффициентах системы (3.1) может быть проведено явным образом, а сами коэффициенты системы представлены в виде однократных интегралов по контуру в комплексной плоскости.

Запишем коэффициенты системы (3.1) в виде:

$$A_{ijmn} = A_{ijmn}^{\circ} + A_{ijmn}^*, \quad A_{ijmn}^{\circ} = \int_{l_n} K_{ij}^{\circ}(x, y_m) dl_x, \quad A_{ijmn}^* = \int_{l_n} K_{ij}^*(x, y_m) dl_x$$

где A_{ijmn}° – соответствуют фундаментальному решению для неограниченной среды, A_{ijmn}^* – определяются соответствующей регулярной добавкой. При $m = n$ интеграл по элементу в коэффициенте A_{ijmn}° становится гиперсингулярным и понимается в смысле

конечного значения по Адамару. Численные алгоритмы вычисления интегралов с сильной особенностью в случае, когда особенность выражена явным образом, рассмотрены в [8]. Так как в рассматриваемом случае особенность явным образом не выражена, то вычисление интеграла в смысле конечного значения необходимо производить аналитически, в соответствии с определением, как предел

$$A_{ijmn}^{\circ} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{I_n \setminus I_{\varepsilon}} K_{ij}^{\circ}(x, y_n) dl_x - \frac{1}{\varepsilon} I_{ij}(y_n)$$

где I_{ε} – ε -окрестность точки y_n , $I_{ij}(y_n)$ – величина, которая имеет в общем случае интегральное представление.

Проведенные расчеты привели к следующему виду сингулярных частей коэффициентов системы (3.1) (δ_{mn} – символ Кронекера):

$$A_{ijmn}^{\circ} = \int_{\sigma} \left\{ (\lambda_2^2 - \lambda_1^2)^{-1} \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \left[\frac{\Phi_{ij}^{\circ}(\alpha_1, \lambda_r, x_n^+, y_m)}{D_0(\alpha_1, \lambda_r, x_n^+, y_m)} [e_0(\alpha_1, \lambda_r, x_n^+, y_m) - 1] - \frac{\Phi_{ij}^{\circ}(\alpha_1, \lambda_r, x_n^-, y_m)}{D_0(\alpha_1, \lambda_r, x_n^-, y_m)} [e_0(\alpha_1, \lambda_r, x_n^-, y_m) - 1] - \delta_{mn} x_{ijn} \right] d\alpha_1 \right\} \quad (3.3)$$

($i, j = 1, 3; m, n = 1, \dots, N$)

$$x_{ijn} = \lim_{\alpha_1 \rightarrow +\infty} \left\{ (\lambda_2^2 - \lambda_1^2)^{-1} \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \left[\frac{\Phi_{ij}^{\circ}(\alpha_1, \lambda_r, x_n^+, y_m)}{D_0(\alpha_1, \lambda_r, x_n^+, y_m)} - \frac{\Phi_{ij}^{\circ}(\alpha_1, \lambda_r, x_n^-, y_m)}{D_0(\alpha_1, \lambda_r, x_n^-, y_m)} \right] \right\}$$

$$e_0(\alpha_1, \lambda_r, x_n, y_m) = \exp[-\lambda_r |y_{3m} - x_{3n}| + i\alpha_1(y_{1m} - x_{1n})]$$

$$D_0(\alpha_1, \lambda_r, x_n, y_m) = \lambda_r \beta_{3n} \operatorname{sgn}(y_{3m} - x_{3n}) - i\alpha_1 \beta_{1n}$$

Вид функций $\Phi_{ij}^{\circ}(\alpha_1, \lambda_r, x_n, y_m)$ определяется соответствующей частью ядра $K_{ij}^{\circ}(x, y_m)$.

Для коэффициентов A_{ijmn}^* интегрирование по элементу не вызывает затруднений, и они также могут быть представлены в виде интегралов по контуру в комплексной плоскости

$$A_{ijmn}^* = \int_{\sigma} \sum_{r=1}^2 \frac{\Phi_{ijmn}^*(\alpha_1, \lambda_r, y_m)}{(\lambda_2^2 - \lambda_1^2) \Delta(\alpha_1) D_n^*(\alpha_1, \lambda_r)} [e_*(\alpha_1, \lambda_r, x_n^+, y_m) - e_*(\alpha_1, \lambda_r, x_n^-, y_m)] d\alpha_1 \quad (3.4)$$

($i, j = 1, 3; m, n = 1, \dots, N$)

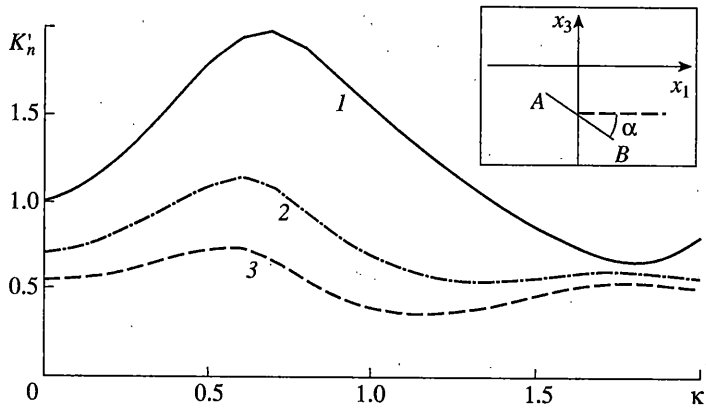
$$e_*(\alpha_1, \lambda_r, x_n, y_m) = \exp[\lambda_r x_{3m} + i\alpha_1(y_{1m} - x_{1n})],$$

$$D_n^*(\alpha_1, \lambda_r) = \lambda_r \beta_{3n} - i\alpha_1 \beta_{1n}$$

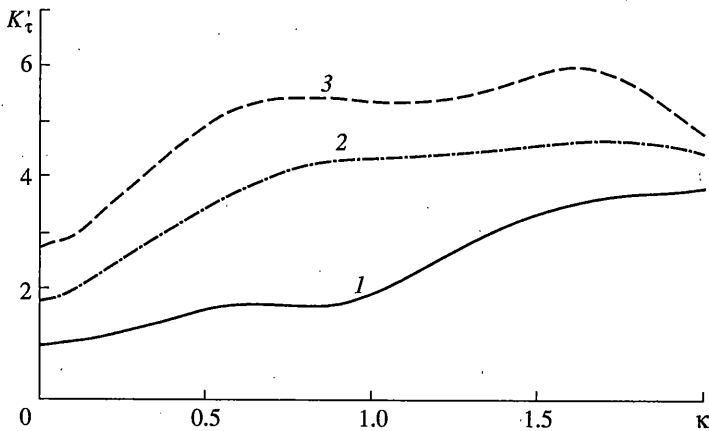
Вид функций $\Phi_{ij}^*(\alpha_1, \lambda_r, y_m)$ определяется соответствующей частью ядра $K_{ij}^*(x, y_m)$.

Полученный вид коэффициентов системы (3.1) позволяет провести численные расчеты и определить значения неизвестных функций скачков перемещений в узловых точках.

4. Численные результаты. Для численной реализации задачи был разработан пакет программ. Численное интегрирование по комплексному контуру проводилось с использованием квадратурных формул Гаусса по 16 узлам с заданной точностью. Получаемые системы линейных алгебраических уравнений, несмотря на достаточно большой размер, имеют диагональное преобладание и, таким образом, хорошо обусловлены.



Фиг. 1



Фиг. 2

Для описания напряженно-деформированного состояния в окрестности вершин трещины в рассмотрение были введены следующие коэффициенты:

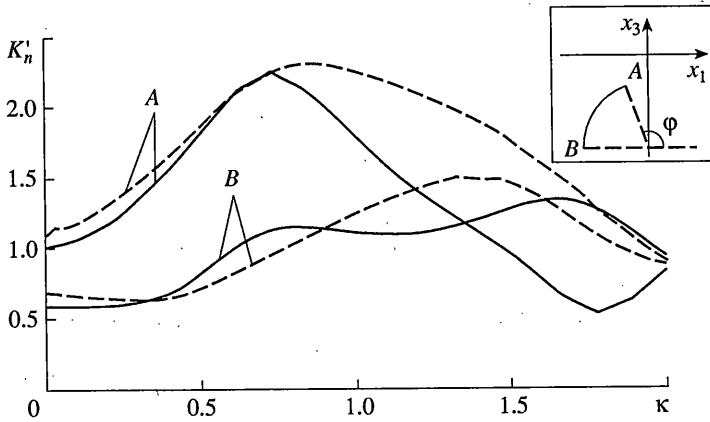
$$K_n = C_{33} \sqrt{\pi} \frac{\chi \mathbf{n}}{\sqrt{r}}, \quad K_\tau = C_{33} \sqrt{\pi} \frac{\chi \boldsymbol{\tau}}{\sqrt{r}}$$

где $\chi = (\chi_1, \chi_3)$ – значение вектора раскрытия трещины в узле конечного граничного элемента, \mathbf{n} – вектор нормали в той же точке, $\boldsymbol{\tau}$ – вектор касательной, r – расстояние от вершины трещины до узловой точки конечного граничного элемента.

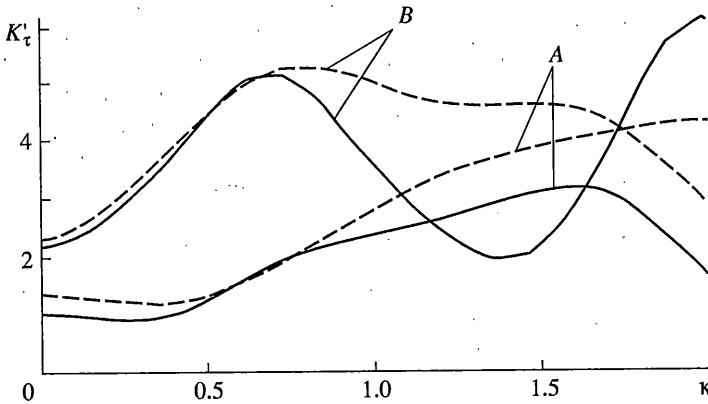
Введенные коэффициенты, с точностью до постоянных множителей, имеют смысл коэффициентов интенсивности напряжений для рассматриваемой задачи.

При численной реализации были рассмотрены наклонные прямолинейные трещины и трещины в виде дуги окружности. На фиг. 1, 2 приведены графики задачи о наклонной прямолинейной трещине единичной длины с центром в точке $(x_{1C}, x_{3C}) = (0, -1.5)$. Предполагалось, что колебания вызываются вертикальной сосредоточенной единичной нагрузкой $P_0 = |\mathbf{P}| C_{33}^{-1} = 1$, приложенной в точке $x_{1p} = 0$.

Расчеты проводились для аустенитной стали с константами $\gamma_1 = C_{11} C_{33}^{-1} \approx 1.216$, $\gamma_5 = C_{55} C_{33}^{-1} \approx 0.597$, $\gamma_7 = C_{13} C_{33}^{-1} \approx 0.671$. На фиг 1 приведены графики зависимости



Фиг. 3



Фиг. 4

модуля безразмерного коэффициента $K'_n = |K_n| / K_n^{st}$ от безразмерного волнового числа $k = kl$, где $k = \omega/c_1$, $c_1 = \sqrt{C_{33}/\rho}$, l – длина трещины, для вершины трещины А. Сплошная линия 1 соответствует углу наклона $\alpha = 180^\circ$, кривая 2 – $\alpha = 150^\circ$, кривая 3 – $\alpha = 135^\circ$. На фиг. 2 приведены аналогичные графики для модуля тангенциального коэффициента $K'_\tau = |K_\tau| / K_\tau^{st}$. При обезразмеривании в качестве статического коэффициента брался соответствующий коэффициент задачи с углом поворота трещины $\alpha = 180^\circ$ (трещина параллельна границе). При расчетах использовалось 20 граничных элементов. Как показывают полученные графики, динамический нормальный коэффициент для рассматриваемых задач превышает статический почти в 2 раза, тангенциальный динамический коэффициент превышает статический более, чем в 3 раза.

На фиг. 3, 4 и в таблице представлены результаты, полученные для задачи о колебаниях ортотропного полупространства с трещиной в форме дуги окружности. При численной реализации брались следующие параметры: радиус окружности $R = 1$, координаты точки центра $(x_{1c}, x_{3c}) = (1, -2)$, внутренний угол изменялся в пределах $2/3\pi \leq \varphi \leq \pi$. Предполагалось, что колебания вызываются сосредоточенной нагрузкой приложенной в точке $x_{1p} = -1.5$ под углом 135° к положительному направлению оси x_1 ; величина сосредоточенной нагрузки $P_0 = 1$. Расчеты проводились для аустенитной стали, а также для соответствующего данной стали эффективного изотропного материала с соотношением модулей $\gamma_1 = 1$, $\gamma_5 \approx 0.315$, $\gamma_7 \approx 0.370$. На фиг. 3

| κ | $N = 10$ | $N = 20$ | $N = 30$ | $N = 40$ |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0.52 | 1.94 | 1.90 | 1.88 | 1.87 |
| 1.05 | 1.70 | 1.70 | 1.70 | 1.70 |
| 1.57 | 0.84 | 0.83 | 0.82 | 0.82 |
| 2.09 | 1.04 | 1.01 | 1.00 | 0.99 |

приведены графики зависимости модуля безразмерного коэффициента K'_n от безразмерного волнового числа κ . На фиг. 4 приведены соответствующие графики для коэффициента K'_n . В качестве статического коэффициента брался коэффициент, полученный для аустенитной стали в вершине А (ближней к границе). Сплошная линия на графиках соответствует результатам, полученным для аустенитной стали, штриховая – эффективному изотропному материалу. Расчет производился с использованием 30 граничных элементов. Волновое число κ является волновым числом для аустенитной стали. Из полученных расчетов следует, что замена анизотропной среды на изотропную в рассматриваемой задаче приводит с ростом частоты к возникновению значительной погрешности и качественно другому виду получаемой зависимости.

В таблице приведена зависимость модуля безразмерных коэффициентов интенсивности напряжений K'_n в вершине трещины А от количества используемых граничных элементов для различных значений безразмерного волнового числа κ . В первом столбце таблицы указано значение волнового числа, для которого производился расчет, далее в строке – полученные значения коэффициента для различного числа используемых элементов. Полученные результаты свидетельствуют о стабилизации значений коэффициента интенсивности с увеличением числа используемых граничных элементов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (коды проектов 02-01-01124, 00-15-96087).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Партон В.З., Борисковский В.Г. Динамическая механика разрушения. М.: Машиностроение, 1985. 263 с.
2. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений / Под ред. Ю. Мураками. М.: Мир, 1990. Т. 1. 448 с.; Т. 2. С. 449–1013.
3. Ворovich И.И., Бабешико В.А. Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей. М.: Наука, 1979. 319 с.
4. Ватутьян А.О., Гусева И.А., Сюнякова И.М. О фундаментальных решениях для ортотропной среды и их применениях // Изв. СКНЦ ВШ. Сер. Естеств. науки. 1989. № 2. С. 81–85.
5. Будаев В.С. Об одном классе решений для системы уравнений в частных производных второго порядка динамики упругих анизотропных сред // Изв. АН СССР. МТТ. 1976. № 5. С. 127–135.
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 7. Теория упругости. М.: Наука, 1987. 248 с.
7. Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975. 872 с.
8. Белоцерковский С.М., Лифанов И.К. Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях и их применение в аэродинамике, теории упругости, электродинамике. М.: Наука, 1985. 253 с.
9. Бенерджи П., Баттерфилд Р. Методы граничных элементов в прикладных науках. М.: Мир, 1984. 494 с.
10. Бреббия К., Теллес Ж., Вроубел Л. Методы граничных элементов. М.: Мир, 1987. 524 с.