

УДК 531.8

© 2002 г. И.В. НОВОЖИЛОВ, В.Н. ФИЛИППОВ

К ОЦЕНКЕ УСЛОВИЙ ВКАТЫВАНИЯ ГРЕБНЯ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОЙ КОЛЁСНОЙ ПАРЫ НА ГОЛОВКУ РЕЛЬСА

Гребни колесной пары ограничивают ее боковые смещения относительно рельсового пути. Вкатывание гребня на головку рельса – крайне опасный режим движения, чреватый катастрофой.

Определение условий, порождающих такой режим, осложнено высокой размерностью задачи, сильным разнесением ее спектра и существенной нелинейностью. Движение вагонов исследуется как при помощи упрощенных моделей (например, [1, 2]), так и с использованием многомассовых моделей (например, [3]). Контактные силы между колесом и рельсом могут задаваться моделью кулонова трения. Возможность проскальзывания тогда доопределяется дополнительными условиями [1, 2]. Если контактные силы в рамках многомассовой модели задаются гипотезой Картера, то задача усложняется ее высокой размерностью и многопараметричностью [3]. Анализ аварийных ситуаций свидетельствует, что наибольшее число сходов вагонов с рельсов происходит на криволинейных участках пути [4].

В данной работе при помощи методов разделения движений строится приближенная математическая модель невысокой размерности и объема параметрических данных, позволяющая провести аналитическую оценку возникновения аварийных ситуаций при рельсовом движении.

1. Рассмотрим простейшую модель рельсового экипажа с одной колесной парой (фиг. 1). Примем следующие допущения: экипаж образован колесной парой и “корпусом”. Корпус не совершает движений по продольному углу галопирования. Конструкция экипажа и рельсовый путь недеформируемы. Экипаж симметричен относительно продольной плоскости по геометрическим и массовым характеристикам.

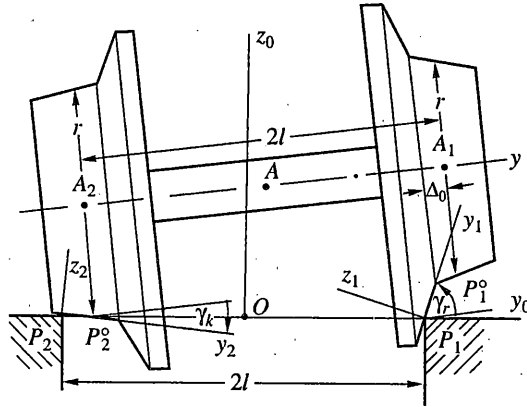
Поверхности контакта с рельсом каждого из колес образованы двумя сопряженными коническими поверхностями: с малым углом конусности $\gamma_k \ll 1$ для рабочей поверхности качения и большим $\gamma_r \sim 1$ для гребня.

Точки P_1, P_2 контакта обоих колес с рельсами единственны и лежат на одинаковом расстоянии l от средней линии рельсовой колеи. (Здесь и далее индексы 1 и 2 придаются обозначениям, относящимся к левому и правому по ходу движения колесам.) Рельсовый путь плоский, горизонтальный, криволинейный, с поворотом для определенности вправо.

Выберем нормальную плоскость к средней линии колеи, проходящую через центр масс экипажа C . Обозначим через O точку пересечения этой плоскости со средней линией, R – радиус кривизны линии в точке O и V – величину скорости точки O .

Введем правую ортогональную систему координат $Ox_0y_0z_0$ с началом в точке O , ось x_0 – по касательной к средней линии колеи вперед по ходу движения и ось z_0 – вверх по вертикали.

Назовем невозмущенным движение, когда продольная плоскость симметрии экипажа касательна средней линии колеи. Пусть точки P_1^0, P_2^0 контакта колес в этом



Фиг. 1

движении лежат на оси Oy_0 , т.е. центр масс C лежит над осью пары. Его возмущенное положение зададим координатами $O, y, H + z$, где H – высота центра масс над плоскостью Ox_0y_0 в невозмущенном движении.

Введем одинаково ориентированные, жестко связанные с корпусом системы координат $Sxyz$ с началом в центре масс и $Axyz$ с началом в средней точке A колесной пары. Их ориентацию относительно $Ox_0y_0z_0$ зададим углами рысканья ψ и крена γ , переводящими ось Ay к совпадению с возмущенным положением оси колесной пары. Угловую скорость вращения колесной пары относительно корпуса обозначим через ω .

Введем трехгранники $P_1x_1y_1z_1, P_2x_2y_2z_2$ с началом в точках контакта колес. Их ориентацию относительно системы $Axyz$ зададим поворотами на углы γ_1, γ_2 вокруг оси Ax , которыми ось Az приводится к совпадению с направлением нормали P_1z_1 к поверхности качения в точке контакта первого колеса и, соответственно, P_2z_2 – второго.

Условие контакта колес с неподвижным рельсовым путем запишем в виде кинематических уравнений связей

$$V_{P_1z_1} = 0, \quad V_{P_2z_2} = 0 \quad (1.1)$$

Здесь $V_{P_1z_1}, V_{P_2z_2}$ – проекции на оси z_1, z_2 скоростей точек колес, совпадающих в данный момент времени с точками P_1, P_2 . Силы, приложенные к экипажу в точках контакта со стороны рельсового пути, зададим проекциями $(X_1, Y_1, Z_1), (X_2, Y_2, Z_2)$ в осях трехгранников $P_1x_1y_1z_1, P_2x_2y_2z_2$, где Z_1, Z_2 – нормальные составляющие реакций связей (1.1), а касательные составляющие, так называемые силы крипа, задаются соотношениями Картера:

$$X_i = -K(Z_i) \frac{V_{P_i x_i}}{V_{A_i x_i}}, \quad Y_i = -K(Z_i) \frac{V_{P_i y_i}}{V_{A_i x_i}} \quad (i=1,2) \quad (1.2)$$

Здесь $V_{P_i x_i}, V_{P_i y_i}, V_{A_i x_i}$ – проекции на соответствующие оси скоростей точек P_1, P_2 и A_1, A_2 , принадлежащих оси колесной пары и расположенных на расстоянии l по обе стороны от ее средней точки A ; $V_{P_i x_i} / V_{A_i x_i}, V_{P_i y_i} / V_{A_i x_i}$ – так называемые “псевдо-скольжения”; $K(Z_1), K(Z_2)$ – коэффициенты крипа, зависящие от нормальных реакций.

Величины сил крипа при качении без проскальзывания должны удовлетворять

условиям

$$\sqrt{X_i^2 + Y_i^2} < v_i Z_i \quad (i=1,2) \quad (1.3)$$

где v_i – коэффициенты кулонова трения скольжения. При нарушении условий (1.3) в точке контакта возникает проскальзывание, и касательная составляющая контактной силы определяется как кулонова сила трения скольжения.

Таким образом, рассматриваемая система описывается набором позиционных y, z, ψ, γ и скоростных V, ω переменных.

Поставим задачу оценки таких условий движения, при котором боковое смещение точки контакта может достигать опасных значений порядка 15 мм, когда гребень вкатывается своей вершиной на головку рельса [5]. Оговорим упрощения, которые позволят продвинуться в ее решении.

Известно, что движение рельсового экипажа складывается из составляющих, которые развиваются в сильно разнесенных временных масштабах. Это $T_1 \sim 10^2$ с – характерное время изменения продольной скорости экипажа под действием тяговых сил и сил сопротивления; $T_2 \sim 1$ с – характерное время поперечных так называемых “кинематических влияний”; $T_3 \sim 10^{-3}$ с – характерные времена, определяемые большой величиной коэффициентов крипа [1, 2]. В [6, 7] показано, что при изучении процессов, развивающихся во временном масштабе T_2 , систему дифференциальных уравнений движения экипажа можно привести к сингулярно возмущенной форме, когда при старших производных системы появляется малый параметр $\mu = T_3/T_2$. Вырождение $\mu = 0$ по А.Н. Тихонову этой системы дает приближенную модель, образованную квазистатическими уравнениями баланса сил. В них самая медленная переменная V считается параметром. Погрешность вырождения оценивается величиной порядка $\mu \sim 10^{-2}$ на конечных временах порядка T_2 [7, 8].

Из большой жесткости сил крипа следует также малость величин аргументов этих сил – “псевдоскольжений”. Если движение удовлетворяет ограничениям (1.3), то характерное значение “псевдоскольжения”, а, вместе с тем, и порядок величины линейной зоны сил (1.2) оцениваются по (1.3) соотношением

$$\varepsilon = v_* Z_* / K_* \sim 10^{-3} \quad (1.4)$$

Здесь и далее звездочкой обозначается характерное значение соответствующей величины. Так, в (1.4) $v_* = \max\{v_1, v_2\}$, $K_* = \max\{K(Z_1), K(Z_2)\}$, $Z_* = \max\{Z_1, Z_2\} \sim M g/2$, где M – масса экипажа.

Малыми будут, далее, считаться отношения $y_*/l, z_*/l, \psi_*, \gamma_*, \gamma_k, l/R$ и $\Delta r_i/r$, где $\Delta r_i = r_i - r$ – отклонение мгновенного значения r_i радиуса i -го колеса в точке контакта от его значения r в невозмущенном положении системы. Для рассматриваемого класса движения на временах порядка T_2 справедливы оценки $\psi_* = \psi_*/T_2$, $\gamma_* = \gamma_*/T_2$.

Далее считаются малыми отношения ψ_*/ω_* , γ_*/ω_* . Малость перечисленных отношений для рельсового движения оценивается величиной $\varepsilon_1 \sim 10^{-2}$. Не проводя формальной нормализации [6, 7] уравнений движения, вводящей малые параметры $\mu, \varepsilon, \varepsilon_1$, будем в дальнейшем пренебрегать величинами этого порядка по сравнению с удерживаемыми в уравнениях членами. Погрешность этих пренебрежений – величина порядка $\mu, \varepsilon, \varepsilon_1$ на интервале времени порядка T_2 .

Составим с оговоренной точностью уравнения системы. При движении в зоне свободного хода Δ_0 от гребня до гребня, где $|y| \leq \Delta_0 \sim 15$ мм, будем полагать $\gamma_1 = -\gamma_2 = \gamma_k \ll 1$. При выходе на гребень левого колеса $\gamma_1 = \gamma_r$, $\gamma_2 = -\gamma_k$, на гребень правого $\gamma_1 = \gamma_k$, $\gamma_2 = -\gamma_r$. Для принятого выше правого поворота рельсовой колеи колесная пара выходит на гребень только внешним, левым колесом. Поэтому далее уравнения выписываются только для $\gamma_1 = \gamma_r$, $\gamma_2 = -\gamma_k$. Уравнения для зоны свободного хода получаются из них заменой γ_r на γ_k и соответствующими $\gamma_k \ll 1$ пренебрежениями.

Квазистатические уравнения составляются по уравнениям движения центра масс в проекциях на оси x, y, z для экипажа в целом и его уравнениям кинетического момента в проекциях на оси x, z трехгранника $Sxyz$:

$$\begin{aligned} X_1 + X_2 + F_x &= 0, & Y_1 \cos \gamma_r - Z_1 \sin \gamma_r + Y_2 + M\Omega^2 R + F_y &= 0 \\ Z_1 \cos \gamma_r + Y_1 \sin \gamma_r + Z_2 - Mg &= 0 \\ (Z_1 \cos \gamma_r + Y_1 \sin \gamma_r)l - Z_2 l - (M\Omega^2 R + F_y)H + M_x &= 0 \\ -X_1 l + X_2 l + M_z &= 0 \end{aligned} \quad (1.5)$$

Здесь F_x, F_y, M_x, M_z – соответствующие проекции внешних, помимо контактных, сил и моментов; Ω – величина угловой скорости трехгранника $Ox_0y_0z_0$, а $M\Omega^2 R$ – центробежная сила. Уравнения связей (1.1) перейдут в

$$V_{P_{1z_1}} = -(-V\dot{\psi} + y' + H\dot{\gamma}') \sin \gamma_r + (z' + l\dot{\gamma}') \cos \gamma_r = 0 \quad (1.6)$$

$$V_{P_{2z_2}} = z' - l\dot{\gamma}' = 0$$

Выражения (1.2) для сил крива примут вид

$$X_1 = -K(Z_1) \frac{V_{P_{1x_1}}}{V}, \quad X_2 = -K(Z_2) \frac{V_{P_{2x_2}}}{V} \quad (1.7)$$

$$Y_1 = -K(Z_1) \frac{V_{P_{1y_1}}}{V}, \quad Y_2 = -K(Z_2) \frac{V_{P_{2y_2}}}{V} \quad (1.8)$$

$$V_{P_{1x_1}} = -l(-\Omega + \dot{\psi}') + (V - \omega r_1) \quad (1.9)$$

$$V_{P_{2x_2}} = l(-\Omega + \dot{\psi}') + (V - \omega r_2)$$

$$V_{P_{1y_1}} = (-V\dot{\psi} + y' + H\dot{\gamma}') \cos \gamma_r + (z' + l\dot{\gamma}') \sin \gamma_r \quad (1.10)$$

$$V_{P_{2y_2}} = -V\dot{\psi} + y' + H\dot{\gamma}'$$

В уравнениях (1.9) (см. фиг. 1):

$$r_1 = r + \Delta r_1, \quad \Delta r_1 = \Delta_0 \gamma_k + (y_1 - \Delta_0) \operatorname{tg} \gamma_r \quad (1.11)$$

$$r_2 = r + \Delta r_2, \quad \Delta r_2 = -y_2 \gamma_k$$

Здесь y_1, y_2 – боковые смещения точек P_1^0, P_2^0 колесной пары, которые находились бы в контакте с рельсом при невозмущенном движении.

2. Исследуем составленную систему уравнений. Подставим выражения (1.7) в первое и пятое уравнения из (1.5). Поделим полученные соотношения на величину K_* – характерное значение коэффициента крива. Оценим характерные значения F_x, M_z , величинами $F_* \leq (Mg/2)\epsilon_2$ и $M_* = F_* l$, где $\epsilon_2 \ll 1$. Тогда по (1.4):

$$-k(Z_1) \frac{V_{P_{1x_1}}}{V} - k(Z_2) \frac{V_{P_{2x_2}}}{V} = O(\epsilon)\epsilon_2 \quad (2.1)$$

$$k(Z_1) \frac{V_{P_{1x_1}}}{V} - k(Z_2) \frac{V_{P_{2x_2}}}{V} = O(\epsilon)\epsilon_2$$

где $k(Z_i) = K(Z_i)/K_*$ – величины порядка единицы. В силу однородности и линейной

независимости левых частей (2.1) по $V_{P_1x_1}/V$, $V_{P_2x_2}/V$ из (2.1) с погрешностью $V \cdot O(\varepsilon)\varepsilon_2$ следует $V_{P_1x_1} = 0$, $V_{P_2x_2} = 0$. Подставив сюда (1.9), (1.11), получим

$$-l(-\Omega + \dot{\psi}') + (V - \omega r) - \omega \Delta r_1 = 0 \quad (2.2)$$

$$l(-\Omega + \dot{\psi}') + (V - \omega r) - \omega \Delta r_2 = 0$$

Вычтем и сложим почленно уравнения (2.2). Тогда

$$-2l(-\Omega + \dot{\psi}') - \omega(\Delta r_1 - \Delta r_2) = 0 \quad (2.3)$$

$$2(V - \omega r) - \omega(\Delta r_1 + \Delta r_2) = 0 \quad (2.4)$$

Из (2.4) с погрешностью $O(\varepsilon_1)$ имеем в продольном движении

$$V - \omega r = 0 \quad (2.5)$$

Перейдем к исследованию бокового движения. На принятом уровне точности мгновенный центр скоростей экипажа в его плоском, в плоскости Oy_0z_0 , движении лежит на вертикали точки P_2 . Поэтому боковые скорости точек контакта связаны соотношением

$$V_{P_1y_1} = V_{P_2y_2} / \cos \gamma_r \quad (2.6)$$

Величины $V_{P_1y_1}$, $V_{P_2y_2}$ по (1.10) зависят от y' , z' , $\dot{\gamma}'$. Последние, в свою очередь, должны удовлетворять уравнениям связей (1.6).

Рассмотрим сначала случай, когда определитель коэффициентов

$$\Delta = \begin{vmatrix} -H \sin \gamma_r + l \cos \gamma_r & \cos \gamma_r \\ -l & 1 \end{vmatrix} = -H \sin \gamma_r + 2l \cos \gamma_r \quad (2.7)$$

при $\dot{\gamma}'$, z' в (1.6) отличен от нуля. Тогда из (1.6) следует

$$\dot{\gamma}' = (-V\dot{\psi} + y') \sin \gamma_r / \Delta, \quad z' = l\dot{\gamma}' \quad (2.8)$$

Подстановка (2.8) в (1.10) дает

$$V_{P_2y_2} = (-V\dot{\psi} + y') \frac{2l \cos \gamma_r}{\Delta}, \quad V_{P_1y_1} = (-V\dot{\psi} + y') \frac{2l}{\Delta} \quad (2.9)$$

Последнее соотношение, впрочем, следует и из (2.6).

Рассмотрим теперь вырожденный для (1.6) случай $\Delta = 0$. Уравнения (1.6) тогда надо дополнить условием совместности

$$-V\dot{\psi} + y' = 0 \quad (2.10)$$

а двумя связями (1.6) налагается лишь одно ограничение на y' , z' , $\dot{\gamma}'$. Принимая за независимые величины y' , z' , получим из (1.6), (1.10), (2.10):

$$V_{P_2y_2} = H\dot{\gamma}', \quad V_{P_1y_1} = H\dot{\gamma}' / \cos \gamma_r = V_{P_2y_2} / \cos \gamma_r \quad (2.11)$$

Как и в невырожденном случае, $V_{P_1y_1}$, $V_{P_2y_2}$ и здесь, естественно, согласуются с (2.6).

Подставим (2.6) в (1.8) и, далее, во второе, третье и четвертое уравнения из (1.5). Полученные уравнения образуют замкнутую систему относительно переменных Z_1 , Z_2 , $V_{P_2y_2}$.

В традиционном для транспортной механики случае движения в зоне свободного хода нормальные реакции определяются независимо от Y_1 из третьего и четвертого

уравнений (1.5). Оставшиеся уравнения из (1.5) совместно с (1.7)–(1.10) тогда определяют так называемые "кинематические влияния" рельсового экипажа [6, 7]. В рассматриваемом случае, при выходе колеса на гребень, величины нормальных реакций и кинематические переменные связаны нетрадиционной, нелинейной, только что составленной системой уравнений.

Чтобы продвинуться в ее исследовании, надо задаться явной зависимостью для функций $K(Z_i)$. Будем считать величины коэффициентов крива в (1.8) линейными функциями нормальных реакций

$$K(Z_1) = KZ_1, \quad K(Z_2) = KZ_2 \quad (2.12)$$

С учетом (2.12), перечисленные только что уравнения из (1.5) несложными преобразованиями приводятся к системе нелинейных алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} -Z_1 U - Z_1 \sin \gamma_r - Z_2 U + M\Omega^2 R + F_y &= 0 \\ Z_1 \cos \gamma_r - Z_1 U \operatorname{tg} \gamma_r + Z_2 - Mg &= 0 \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} Z_1 \cos \gamma_r - Z_1 U \operatorname{tg} \gamma_r - Z_2 - (M\Omega^2 R + F_y + M_x / H)H / l &= 0 \\ U = KV_{p_2, y_2} / V \end{aligned} \quad (2.14)$$

Из (2.13) получим

$$Z_2 = G(1 - \delta), \quad Z_1 = G[-(1 - \delta)U_0 \sin \gamma_r + (1 + \delta) \cos \gamma_r + 2n \sin \gamma_r] \quad (2.15)$$

$$G = Mg / 2, \quad n = (M\Omega^2 R + F_y) / Mg, \quad \delta = (n + M_x / HMg)h, \quad h = H / l$$

где U_0 – корень уравнения

$$\begin{aligned} U^2(1 - \delta) \sin \gamma_r - U[2n \sin \gamma_r + (1 + \delta) \cos \gamma_r + (1 - \delta) \cos^2 \gamma_r] + \\ + [-(1 - \delta) \sin \gamma_r + 2n \cos \gamma_r] \cos \gamma_r = 0 \end{aligned} \quad (2.16)$$

Из (1.8), (2.6), (2.12), (2.14) получим

$$Y_1 = Z_1 U_0 / \cos \gamma_r, \quad Y_2 = Z_2 U_0 \quad (2.17)$$

Проверим условия (1.3) реализуемости этого режима. При этом примем $X_1 = X_2 = 0$, что даст наибольшее значение предельной боковой силы. Из (1.3), (2.17) следует, что условия (1.3) выполняются, если

$$|U_0 / \cos \gamma_r| < v_1, \quad |U_0| < v_2 \quad (2.18)$$

При выполнении обоих условий (2.18) гребень левого колеса катится без соскальзывания по рельсу. При нарушении обоих условий – соскальзывает с него. Пусть в (2.18) не выполняется одно, положим, более жесткое, первое, условие: $|U_0 / \cos \gamma_r| > v_1$. Тогда из (2.17) будет $|Y_1| = v_1 Z_1 < |U_0 / \cos \gamma_r| Z_1$. Такое ограничение величины Y_1 должно привести к увеличению силы Y_2 , которая могла бы удерживать гребень от соскальзывания. Действительно, замена в (2.13) величины $Z_1 U / \cos \gamma_r$ на $Z_1 v_1 \operatorname{sign} U$ приводит, по крайней мере для $v_1 = v_2$, к резкому увеличению абсолютной величины корня того уравнения, в которое перейдет (2.16). Отсюда следует, что нарушение одного из условий (2.18) приводит (при $v_1 = v_2$) к нарушению и второго из них.

Проведем численные оценки корней уравнения (2.16). В тривиальном случае, без выхода колесной пары на гребень, в (2.16) следует заменить γ_r на γ_k . Тогда корнями (2.16) будут $U_{01} \approx n$, $U_{02} \approx 2 / (1 - \delta) \gamma_k \gg 1$. Величина U_{01} , будучи подставлена в (2.17), определяет предельное значение боковых возмущающих сил: $n \approx \min\{v_1, v_2\}$. Величина U_{02} соответствует по (2.15) отрицательным значениям Z_1 , что нереализуемо при неударяющих связях в точках контакта.

Рассмотрим случай касания гребня в отсутствие возмущений: $\Omega = 0$, $n = 0$, $\delta = 0$. В соответствии с [5], примем $\gamma_r = 60^\circ$, $2l = 1.58$ м. Тогда корнями уравнения (2.16) будут $U_{01} = -0.29$, $U_{02} = 1.13$. Положительные значения корня здесь и далее дают по (2.15) отрицательные значения нормальной реакции Z_1 , что нереализуемо при неудерживающих связях. Отрицательное значение корня не противоречит этим связям. Величины $|U_{01}| = 0.29$ для правого и $|U_{01}/\cos\gamma_r| = 0.59$ – для левого колеса значительно превосходят ограничения (2.18), поскольку в литературе по рельсовому движению в качестве номинального значения коэффициента кулонова трения принято $v_1 = v_2 = 0.25$.

При величине угла конусности гребня, близкой к номинальной, $\gamma_r \sim 60^\circ$ и номинальных диапазонах изменения параметров n и h из [5] значения корней уравнения (2.16) изменяются слабо. Так, при $\gamma_r = 60^\circ$, $n = 0.2$, $M_x = 0$ и $h = h_* = 1.12$ имеем $U_{01} = -0.22$, $U_{01}/\cos\gamma_r = -0.44$, где h_* – корень по h уравнения $\Delta = 0$, что отвечает случаю вырождения уравнений связей (1.6).

Проведенные оценки показывают, что при номинальных условиях движения ограничения (2.18), вообще говоря, не выполняются. Колесная пара при этом не вкатывается на головку рельса.

Предположим теперь, что вследствие экстраординарных обстоятельств условия (2.18) соблюдаются. Опишем движение экипажа в этом случае. Как и в (2.1), с погрешностью $O(\epsilon)\epsilon_2$ из (2.14), (2.18) вытекает

$$V_{P_2 y_2} = 0 \quad (2.19)$$

В невырожденном случае (2.9) из (2.19) следует

$$-V\psi + y' = 0 \quad (2.20)$$

В вырожденном случае из (2.11), (2.19) с той же погрешностью $O(\epsilon)\epsilon_2$ имеем $y' = 0$, а соотношение (2.20) появляется как условие совместности (2.10).

Таким образом, боковое движение экипажа по переменным y , ψ описывается уравнениями (2.3), (1.11), (2.20). Боковые смещения y_1 , y_2 в (1.11) точек P_1^0 , P_2^0 зависят, вообще говоря, от всех исходных переменных y , z , ψ , γ . Эти переменные и их производные связаны неинтегрируемыми кинематическими уравнениями (1.6), реализуемыми за счет большой жесткости позиционных сил по нормали в точках контакта, и соотношениями (2.1), (2.19), реализуемыми за счет большой жесткости касательных сил крива. При движении по этим связям, как было показано, с погрешностью $O(\epsilon)\epsilon_2$ выполняются соотношения $-V\psi + y' = 0$, $\gamma' = 0$, $z' = 0$. Дополнив сказанное весьма необременительным условием $\gamma(0) = 0$, получим $y_1 = y_2 = y$.

При движении в зоне свободного хода $|y| \leq \Delta_0$ имеем $\Delta r_1 = y\gamma_k$, $\Delta r_2 = -y\gamma_k$, и (2.3), (2.19) переходят в известные уравнения "кинематических влияний"

$$y' - V\psi = 0, \quad \psi' + \frac{V\gamma_k}{rl} y = 0 \quad (2.21)$$

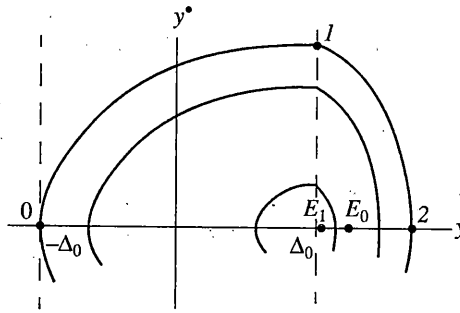
При выходе на гребень левого колеса $y > \Delta_0$ из (1.11), (2.3), (2.20) получим

$$y' - V\psi = 0, \quad \psi' + \frac{V\gamma_0}{2rl} (y - \bar{y}) = \Omega \quad (2.22)$$

$$\gamma_0 = \text{tg } \gamma_r + \gamma_k, \quad \bar{y} = \Delta_0 (\text{tg } \gamma_r - \gamma_k) / (\text{tg } \gamma_r + \gamma_k)$$

Динамическая система, описываемая уравнениями (2.21), (2.22), имеет разрывную структуру. Рассмотрим случай, когда в этих уравнениях $\Omega = \text{const}$.

Построим на плоскости (y, y') фазовые траектории системы путем стыковки интегралов энергии для (2.21), (2.22) на прямой $y = \Delta_0$. Для обеих систем фазовые



Фиг. 2

траектории – эллипсы (фиг. 2). На отрезках траекторий внутри зоны $|y| \leq \Delta_0$ изображающая точка движется по эллипсам с центром в точке $E_0(y_{E_0}, 0)$, где $y_{E_0} = \Omega r / V \gamma_k = r / R \gamma_k$. Для отрезков траекторий при $y > \Delta_0$ центр эллипсов находится в точке $E_1(y_{E_1}, 0)$, где $y_{E_1} = \Delta_0(\gamma_0 - 2\gamma_k)/\gamma_0 + 2r / R \gamma_0$. На фиг. 2 выделена траектория 0 – 1 – 2 для начальных условий, худших по величине выброса за пределы зоны: $y(0) = 0, \psi(0), y'(0) = 0$.

Максимальный выброс за границу зоны свободного хода достигается в точке 2. Несложные выкладки по стыковке отрезков эллиптических траекторий дают ее координату

$$y^{(2)} = y_{E_1} + \sqrt{8\Delta_0 y_{E_0} \gamma_k / \gamma_0 + (\Delta_0 - y_{E_1})^2} \quad (2.23)$$

Заметим, что величина $y^{(2)}$ не зависит от скорости экипажа V . Оценим величину $y^{(2)}$ для числовых значений из [5]: $\Delta_0 = 0.015$ м, $r = 0.475$ м, $l = 0.78$, $\gamma_k = 0.1$, $\gamma_r = \pi/3 = 60^\circ$, $R = 200$ м. Их подстановка в (2.23) дает $y^{(2)} = 0.026$ м. Величина выброса $y^{(2)} - \Delta_0$ за границу зоны свободного хода при этом равна 0.011 м. Ширина зоны по y , в которой для гребня выполняется соотношение $\gamma_1 \sim \gamma_r$ – величина порядка 0.015 м. Полученная оценка для $y^{(2)} - \Delta_0$ весьма близка к этому значению. Учет реальной геометрии поверхности качения – гладкость кривой профиля, меньшие, чем 60° , значения локальных углов коничности профиля вблизи основания и вершины гребня – могут еще более сблизить эти числа.

Таким образом, в работе показано, что боковые смещения гребня колесной пары могут достигать критических значений при совпадении ряда неблагоприятных факторов. К ним относятся увеличение в полтора-два раза против номинала величины коэффициента кулонова трения скольжения, малый радиус кривизны пути, плохое сглаживание отрезков пути с разной кривизной, "неудачные" значения координат в моменты резкого изменения кривизны.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 01-0100619).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Данилов В.Н., Хусидов В.Д., Филиппов В.Н. Извилистое движение экипажа с нелинейными силовыми и кинематическими связями // Вестн. ВНИЖТ. 1971. № 3. С. 20–24.
2. Радченко Н.А. Криволинейное движение транспортных средств. Киев: Наук. думка, 1988. 212 с.
3. Петров Г.И. Методы идентификации причин крушений и аварий поездов с использованием компьютерных технологий // 2-я научно-практ. конф. Безопасность движения поездов. Труды конф. М.: МИИТ, 2000. С. 18–24.

4. Недорчук Б.Л. Общая оценка состояния вопроса безопасности перевозок опасных грузов // Научно-практ. конф. Безопасность движения поездов. Труды. М.: МИИТ, 1999. С. 7.
5. Вагоны. Конструкция, теория и расчет / Под ред. Л.А. Шадура. М., Транспорт, 1980. 439 с.
6. Новожилков И.В. Разделение движений рельсового экипажа // Изв. АН СССР. МТТ. 1980. № 1. С. 55–59.
7. Новожилков И.В. Фракционный анализ. М.: Изд-во мех-мат. ф-та МГУ, 1991. 188 с.
8. Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений. М.: Высш. шк., 1990. 208 с.

Москва

Поступила в редакцию
7.05.2001