

УДК 534.1

© 2002 г. М.Я. ИЗРАИЛОВИЧ

УПРАВЛЯЕМОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ АВТОКОЛЕБАНИЙ С ПАРАМЕТРИЧЕСКИМ И СИЛОВЫМ ИСТОЧНИКАМИ

Рассматривается задача об управляемом возбуждении автоколебаний в одномерной механической системе с нелинейностью локального типа. В систему вводят два источника возбуждения: параметрический и силовой, при этом обе функции возбуждения предполагаются зависящими от координаты и скорости. В предположении, что задаваемая частота автоколебаний соответствует резонансным либо фильтрующим свойствам неизменяемой части системы и решение может быть адекватно аппроксимировано в первом гармоническом приближении, законы возбуждения получены на основе сочетания метода гармонической линеаризации и вариационных методов и определены в замкнутой форме. На конкретных примерах показана возможность реализации устойчивых режимов автоколебаний высокой интенсивности.

Задачи синтеза автоколебательных систем с применением методов теории управления рассматривались в работах [1–4] в случае силового источника возбуждения, а в [5, 6] – в случае параметрического источника возбуждения.

Однако наиболее перспективным с точки зрения синтеза новых высокоэффективных структур систем генерации автоколебаний является использование одновременно двух управляемых источников возбуждения – как параметрического, так и силового. В силу мультипликативного взаимодействия двух управляемых возбуждающих воздействий такая схема позволяет реализовать колебания существенно более высокой интенсивности по сравнению с наличием только одного источника возбуждения. Кроме того, преимуществом такой схемы по сравнению со схемой только параметрического возбуждения является возможность генерации устойчивых колебаний в тех случаях, когда без введения силового управляющего воздействия это неосуществимо (например, при отсутствии нелинейности в пассивной части системы).

1. Уравнение динамики системы имеет вид:

$$Q(s)x + R(s)f(x, sx) + L(s)ux = N(s)u \quad (1.1)$$

где $Q(s)$, $R(s)$, $L(s)$, $N(s)$ – полиномы от оператора дифференцирования s , $f(x, sx)$ – заданная нелинейность симметричного типа, v и u – соответственно параметрическое и силовое управляющие воздействия, подлежащие определению как функции x , sx .

На интенсивность управляющих воздействий налагается ограничение

$$\frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} (\gamma_1 v^2 + \gamma_2 u^2) dt \leq W \quad (1.2)$$

где ω – задаваемая частота колебаний, γ_1 , γ_2 – весовые коэффициенты.

Неравенство (1.2) имеет смысл ограничения на величину взвешенной мощности источников возбуждения v и u . Требуется найти $v^*(x, sx)$, $u^*(x, sx)$ удовлетворяющие (1.2) и обеспечивающие в системе (1.1) периодический режим с частотой ω и максимальной амплитудой.

Предполагается, что частота ω такова, что система (1.1) обладает резонансными (либо фильтрующими) свойствами, т.е. при любых v, u ее решение адекватно может быть аппроксимировано в гармоническом приближении

$$x = A \sin \psi + \varepsilon g(t) \quad (1.3)$$

где $\psi = \omega t + \varphi$, ε – малый параметр, $g(t)$ – суммарная составляющая высших гармоник.

В силу этого для решения задачи используется процедура, включающая сочетание метода гармонической линеаризации [7] и вариационных методов. Аналогичная схема использовалась в [4] в случае силового возбуждения автоколебаний, а в [5] – в случае параметрического возбуждения.

В результате применения процедуры гармонической линеаризации уравнение (1.1) принимает вид

$$Q(s)x + R(s)\left(f_1 + \frac{s}{\omega} f_2\right)x + L(s)\left(v_1 + \frac{s}{\omega} v_2\right)x = N(s)\left(u_1 + \frac{s}{\omega} u_2\right)x \quad (1.4)$$

$$f_1 = \frac{1}{\pi A} \int_0^{2\pi} f(A \sin \psi, \omega A \cos \psi) \sin \psi d\psi, \quad f_2 = \frac{1}{\pi A} \int_0^{2\pi} f(A \sin \psi, \omega A \cos \psi) \sin \psi d\psi,$$

$$u_1 = \frac{1}{\pi A} \int_0^{2\pi} u(A \sin \psi, \omega A \cos \psi) \sin \psi d\psi, \quad u_2 = \frac{1}{\pi A} \int_0^{2\pi} u(A \sin \psi, \omega A \cos \psi) \cos \psi d\psi$$

$$v_1 = -\frac{1}{\pi A} \int_0^{2\pi} v(A \sin \psi, \omega A \cos \psi) \cos 2\psi d\psi, \quad v_2 = \frac{1}{\pi A} \int_0^{2\pi} v(A \sin \psi, \omega A \cos \psi) \sin 2\psi d\psi$$

где v_1, v_2 – коэффициенты гармонической линеаризации нелинейности $v x$; f_1, f_2 и u_1, u_2 – коэффициенты гармонической линеаризации соответственно функций $f(x, sx)$ и $u(x, sx)$. При этом искомые функции $v(x, sx), u(x, sx)$ также как $f(x, sx)$ предполагаются симметричными, т.е. с точностью до малого параметра ε :

$$u_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(A \sin \psi, \omega A \cos \psi) d\psi = 0$$

$$v_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} v(A \sin \psi, \omega A \cos \psi) d\psi = 0, \quad f_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(A \sin \psi, \omega A \cos \psi) d\psi = 0$$

Периодическому режиму соответствует значение $s = j\omega$. В результате отделения в характеристическом уравнении, соответствующем уравнению (1.4), вещественных и мнимых частей определяются изоперметрические условия, налагаемые на v и u :

$$D_1(A) + L_1 v_1 - L_2 v_2 - N_1 u_1 + N_2 u_2 = 0$$

$$D_2(A) + L_2 v_1 + L_1 v_2 - N_2 u_1 - N_1 u_2 = 0 \quad (1.5)$$

$$D_1(A) = Q_1 + R_1 f_1 - R_2 f_2, \quad D_2(A) = Q_2 + R_2 f_1 + R_1 f_2$$

$$Q_1 = \operatorname{Re} Q(j\omega), \quad R_1 = \operatorname{Re} R(j\omega)$$

$$L_1 = \operatorname{Re} L(j\omega), \quad N_1 = \operatorname{Re} N(j\omega)$$

$$Q_2 = \operatorname{Im} Q(j\omega), \quad R_2 = \operatorname{Im} R(j\omega)$$

$$L_2 = \operatorname{Im} L(j\omega), \quad N_2 = \operatorname{Im} N(j\omega)$$

Для определения оптимальных законов v^*, u^* сначала рассматривается вспомогательная задача¹. Предполагается, что амплитуда A есть заданная величина, и требу-

¹ Эта задача может представлять и самостоятельный интерес.

ется найти такие функции v_0, u_0 , которые минимизируют функционал

$$I(v, u) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\gamma_1 v^2 + \gamma_2 u^2) d\psi \quad (1.6)$$

при выполнении изопериметрических условий (1.5).

Ее решение определяется с использованием метода множителей Лагранжа

$$v_0(\psi) = \frac{1}{2\gamma_1} [(\lambda_1^0 L_1 + \lambda_2^0 L_2) \cos 2\psi + (\lambda_1^0 L_2 - \lambda_2^0 L_1) \sin 2\psi] \quad (1.7)$$

$$u_0(\psi) = \frac{1}{\gamma_2 A} [(\lambda_1^0 N_1 + \lambda_2^0 N_2) \sin \psi + (-\lambda_1^0 N_2 + \lambda_2^0 N_1) \cos \psi] \quad (1.8)$$

$$\lambda_1^0(A) = \frac{D_1(A)}{|L|^2 / (4\gamma_1) + |N|^2 / (\gamma_2 A^2)} \quad (1.9)$$

$$\lambda_2^0(A) = \frac{D_2(A)}{|L|^2 / (4\gamma_1) + |N|^2 / (\gamma_2 A^2)} \quad (1.10)$$

Для решения исходной задачи, определения максимальной амплитуды A^* , определяется значение функционала $I_0(A)$ (1.6) в соответствии с (1.7)–(1.10):

$$\begin{aligned} I_0(A) &= I_0(v_0, u_0) = \frac{1}{2} (\lambda_1^{02} + \lambda_2^{02}) [|L|^2 / (4\gamma_1) + |N|^2 / (\gamma_2 A^2)] = \\ &= \frac{1}{2} \frac{D_1^2(A) + D_2^2(A)}{|L|^2 / (4\gamma_1) + |N|^2 / (\gamma_2 A^2)} \end{aligned} \quad (1.11)$$

Ограничению (1.2) (выполняемому как равенство) соответствует уравнение

$$I_0(A) = W \quad (1.12)$$

Максимальная амплитуда A^* определяется как максимальный положительный корень уравнения (1.12). С учетом этого из (1.7)–(1.10) определяются законы управления $v^*(\psi), u^*(\psi)$, обеспечивающие A^* :

$$v^*(\psi) = \frac{1}{2\gamma_1} [(\lambda_1^* L_1 + \lambda_2^* L_2) \cos 2\psi + (\lambda_1^* L_2 - \lambda_2^* L_1) \sin 2\psi] \quad (1.13)$$

$$u^*(\psi) = \frac{1}{\gamma_2 A^*} [(\lambda_1^* N_1 + \lambda_2^* N_2) \sin \psi + (-\lambda_1^* N_2 + \lambda_2^* N_1) \cos \psi] \quad (1.14)$$

$$\lambda_1^* = \lambda_1^0(A^*), \quad \lambda_2^* = \lambda_2^0(A^*)$$

Решение задачи синтеза, т.е. построение $v^*(x, sx), u^*(x, sx)$ осуществляется следующим образом. Поскольку в гармоническом приближении, в соответствии с (1.3) $\sin \psi = x/A^*$, а далее $\cos 2\psi = 1 - 2\sin^2 \psi$, $\sin 2\psi = 2\sin \psi \sqrt{1 - \sin^2 \psi} \operatorname{sign} \cos \psi$, то из (1.13), (1.14) определяется следующее решение задачи синтеза:

$$v^*(x, sx) = \frac{1}{2\gamma_1} \left[(\lambda_1^* L_1 + \lambda_2^* L_2) \left(1 - 2 \frac{x^2}{A^{*2}} \right) + 2(\lambda_1^* L_2 - \lambda_2^* L_1) \frac{x}{A^*} \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^{*2}}} \operatorname{sign}(sx) \right] \quad (1.15)$$

$$u^*(x, sx) = \frac{1}{\gamma_2 A^*} \left[(\lambda_1^* N_1 + \lambda_2^* N_2) \frac{x}{A^*} + (-\lambda_1^* N_2 + \lambda_2^* N_1) \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^{*2}}} \operatorname{sign}(sx) \right] \quad (1.16)$$

Следует отметить, что решение задачи синтеза в виде (1.15), (1.16) не является единственным.

Действительно, в силу того что $\sin 2\psi = 2 \sin \psi \cos \psi$ вместо выражений (1.15), (1.16) содержащих радикалы, можно использовать выражение $x\dot{x}$, $s\dot{x}$. Однако, как показывает анализ, динамические свойства замкнутых систем с такими законами возбуждения отличаются от систем с законами вида (1.15), (1.16). Системы с законами возбуждения (1.15), (1.16) обеспечивают мягкое возбуждение автоколебаний, т.е. в них существует единственный устойчивый предельный цикл, соответствующий расчетному оптимальному режиму.

В системах же с законами возбуждения, содержащих выражение $x\dot{x}$, $s\dot{x}$, возможно возникновение других режимов, отличных от расчетного оптимального. Ниже это показано на конкретном примере.

Возможно также решение задачи синтеза с использованием производных более высокого порядка. Действительно, поскольку в гармоническом приближении $\sin \psi = -s^2 x / (\omega^2 A^*)$, $\cos \psi = -s^3 x / (\omega^3 A^*)$, то возможно построение законов, в частности вида (1.15), (1.16), в которых вместо x и $s\dot{x}$ фигурирует $s^2 x$ и $s^3 x$. В гармоническом приближении динамические свойства таких систем эквивалентны свойствам систем с законами возбуждения (1.15), (1.16).

Для системы (1.1) при отсутствии нелинейности $f(x, s\dot{x})$:

$$\lambda_1^0 = [|L|^2 / (4\gamma_1) + |N|^2 / (\gamma_2 A^2)]^{-1} Q_1 \quad (1.17)$$

$$\lambda_2^0 = [|L|^2 / (4\gamma_1) + |N|^2 / (\gamma_2 A^2)]^{-1} Q_2 \quad (1.18)$$

При этом уравнение (1.12) имеет единственное решение

$$A^* = \left\{ \frac{1}{\gamma_2} [|Q|^2 / (2W) - |L|^2 / (4\gamma_1)] \right\}^{-1/2} |N| \quad (1.19)$$

$$|Q| = |Q(j\omega)| \quad \text{если } \gamma_1 > \frac{1}{2} W |L|^2 / |Q|^2$$

В результате подстановки A^* в (1.17), (1.18) определяются

$$\lambda_1^* = 2 \frac{Q_1}{|Q|} W, \quad \lambda_2^* = 2 \frac{Q_2}{|Q|} W$$

С учетом этого, в соответствии с (1.15), (1.16):

$$v^*(x, s\dot{x}) = \frac{W}{\gamma_1 |Q|^2} \left[(Q_1 L_1 + Q_2 L_2) \left(1 - \frac{2x^2}{A^{*2}} \right) + 2(Q_1 L_2 - Q_2 L_1) \frac{x}{A^*} \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^{*2}}} \operatorname{sign}(s\dot{x}) \right] \quad (1.20)$$

$$u^*(x, s\dot{x}) = \frac{2W}{\gamma_2 A^* |Q|^2} \left[(Q_1 N_1 + Q_2 N_2) \frac{x}{A^*} + (Q_2 N_1 - Q_1 N_2) \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^{*2}}} \operatorname{sign}(s\dot{x}) \right] \quad (1.21)$$

Недостатком законов вида (1.15), (1.16), (1.20), (1.21) является наличие разрывных составляющих, хотя соответствующие им программные законы (1.13), (1.14) являются непрерывными функциями времени. Поэтому далее предлагается следующий принцип построения законов $v^*(x, s\dot{x})$, $u^*(x, s\dot{x})$.

На основе программных законов (1.13), (1.14) строятся следующие соответствующие им синтезирующие функции:

$$v^*(x, s\dot{x}) = \frac{1}{2\gamma_1} \left[(\lambda_1^* L_1 + \lambda_2^* L_2) \left(1 - 2 \frac{x^2}{A^{*2}} \right) + 2(\lambda_1^* L_2 - \lambda_2^* L_1) \frac{x\dot{x}}{\omega A^{*2}} \right] \quad (1.22)$$

либо

$$v^*(x, sx) = \frac{1}{2\gamma_1 A^{*2}} \left\{ (\lambda_1^* L_1 + \lambda_2^* L_2) \left[\left(\frac{sx}{\omega} \right)^2 - x^2 \right] + 2(\lambda_1^* L_2 - \lambda_2^* L_1) \frac{xsx}{\omega} \right\} \quad (1.23)$$

$$u^*(x, sx) = \frac{1}{\gamma_2 A^{*2}} \left[(\lambda_1^* N_1 + \lambda_2^* N_2) x + (-\lambda_1^* N_2 + \lambda_2^* N_1) \frac{sx}{\omega} \right] \quad (1.24)$$

Система (1.1) с непрерывными законами возбуждения $v^*(x, sx)$ (1.22), либо (1.23) и $u^*(x, sx)$ (1.24) как показывает анализ, не обеспечивает единственность и устойчивость номинального режима A^*, ω .

В частности, при $f(x, sx) = 0$ устойчивым является положение равновесия, а автоколебательный режим A^*, ω оказывается неустойчивым. Аналогичная ситуация имеет место для ряда классов нелинейностей $f(x, sx)$. Это объясняется тем, что силовой закон возбуждения $u^*(x, sx)$ является линейным, и функции (1.22) (либо (1.23) и (1.24)) не обеспечивают свойств притяжения к заданному предельному циклу с параметрами A^*, ω .

Поэтому вместо $u^*(x, sx)$ (1.24) вводится расширенное управление, задаваемое в виде:

$$u_p^* = [1 + \rho(A^2 - A^{*2})] u^*(x, sx) \quad (1.25)$$

где A – текущее значение амплитуды: $A = [x^2 + (sx/\tilde{\omega})^2]^{1/2}$, $\tilde{\omega}$ – текущее значение частоты, измеряемое в процессе функционирования системы², ρ – постоянный параметр.

В силу (1.25) $u_p^* = u^*(x, sx)$ при функционировании системы (1.1), (1.22) либо (1.23), (1.25) в номинальном режиме, а при отклонении от него значения u_p^* (1.25) и $u^*(x, sx)$ (1.24) могут существенно различаться между собой, поскольку значение $|\rho|$ может быть выбрано сколь угодно большим.

Таким образом, закон возбуждения u_p^* (1.25) представляет собой искусственный аттрактор со сколь угодно сильной степенью притяжения к номинальному предельному циклу A^*, ω . В силу этого обеспечивается единственность и устойчивость номинального режима A^*, ω , что иллюстрируется ниже на конкретных примерах.

2. В качестве первого примера рассматривается система с жесткой упругостью квадратичного типа:

$$(s^2 + 2ks + \omega_0^2)x + \mu |x| x + p_0 v x = u \quad (2.1)$$

При этом предполагается, что задаваемая частота автоколебаний $\omega = \omega_0$. В данном случае $D_1(A, \omega_0) = (8/3\pi)\mu A$, $D_2(A, \omega_0) = 2k\omega_0$, $R_1 = 1$, $R_2 = 0$, $L_1 = p_0$, $L_2 = 0$, $N_1 = 1$, $N_2 = 0$.

Уравнение (1.12) для определения A^* имеет вид:

$$\frac{1}{2} \frac{((8/3\pi)\mu A)^2 + 4k^2\omega_0^2}{p_0^2/(4\gamma_1) + 1/(\gamma_2 A^2)} = W \quad (2.2)$$

² Для упрощения реализации закона (1.25) можно полагать $\tilde{\omega} = \omega$.

Его единственный положительный корень:

$$A^* = \left(\frac{c}{2} + \sqrt{\frac{c^2}{4} + \frac{2W}{\gamma_2 \mu_1}} \right)^{1/2}$$

$$c = \left(\frac{p_0^2 W}{2\gamma_1} - 4k^2 \omega_0^2 \right) \frac{1}{\mu_1}, \quad \mu_1 = \left(\frac{8}{3\pi} \mu \right)^2 \quad (2.3)$$

Законы программного управления (1.13), (1.14) с учетом (1.9), (1.10), (2.2) имеют вид

$$v^*(\psi) = a_1^* \cos 2\psi + a_2^* \sin 2\psi \quad (2.4)$$

$$u^*(\psi) = b_1^* \sin \psi + b_2^* \cos \psi \quad (2.5)$$

$$a_1^* = \frac{p_0}{2\gamma_1 M^*} \frac{8}{3\pi} \mu A^*, \quad a_2^* = -\frac{p_0}{2\gamma_1 M^*} 2k\omega_0$$

$$b_1^* = \frac{1}{\gamma_2 M^*} \frac{8}{3\pi} \mu, \quad b_2^* = \frac{1}{\gamma_2 M^* A^*} 2k\omega_0,$$

$$M^* = \frac{p_0^2}{4\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2 A^{*2}}$$

Законы возбуждения с обратной связью (1.23), (1.24), соответствующие программным законам (2.4), (2.5) в данном случае определяются по формулам

$$v^*(x, sx) = \frac{1}{A^{*2}} \left\{ a_1^* \left[\left(\frac{sx}{\omega_0} \right)^2 - x^2 \right] + 2a_2^* \frac{xsx}{\omega_0} \right\} \quad (2.6)$$

$$u^*(x, sx) = \frac{1}{A^*} \left(b_1^* x + b_2^* \frac{sx}{\omega_0} \right) \quad (2.7)$$

Динамика замкнутой системы (2.1), (2.6), (2.7) в гармоническом приближении в соответствии с [7], сводится к анализу системы уравнений относительно амплитуды A частоты ω :

$$X(A, \omega) = \omega_0^2 - \omega^2 + \frac{8}{3\pi} \mu A + p_0 \nu_1(A, \omega) - u_1(A, \omega) = 0 \quad (2.8)$$

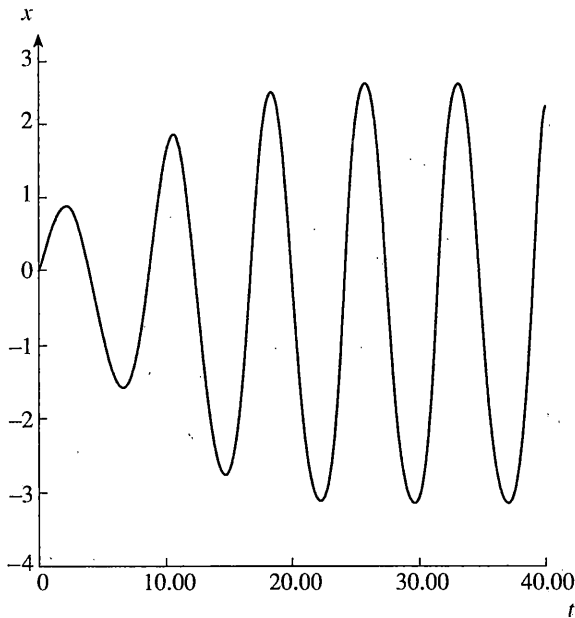
$$Y(A, \omega) = 2k\omega + p_0 \nu_2(A, \omega) - u_2(A, \omega) = 0 \quad (2.9)$$

где $\nu_1(A, \omega)$, $\nu_2(A, \omega)$, $u_1(A, \omega)$, $u_2(A, \omega)$ – коэффициенты гармонической линеаризации функций $v(x, sx)x$, $u(x, sx)$, определяемые для произвольных значений A , ω .

Система (2.8), (2.9) имеет решение A^* , ω_0 , которое соответствует номинальному режиму. Однако оно не является единственным. Второе решение $A = 0$, $\omega = \omega_0$ соответствует положению равновесия. Анализ устойчивости этих двух решений проведен в соответствии с критерием [7]:

$$\frac{\partial X}{\partial A} \frac{\partial Y}{\partial \omega} - \frac{\partial X}{\partial \omega} \frac{\partial Y}{\partial A} > 0 \quad (2.10)$$

где производные вычисляются в силу уравнений (2.8), (2.9) для значений A , ω , соответствующих анализируемому режиму.



Фиг. 1

В соответствии с критерием (2.10) режим A^* , ω_0 неустойчив. Устойчивым является положение равновесия. Поэтому вместо линейного закона $u^*(x, sx)$ (2.7) используется u_p^* (1.25):

$$u_p^* = [1 + \rho(A^2 - A^{*2})] \frac{1}{A^*} \left(b_1 x + b_2 \frac{sx}{\omega_0} \right) \quad (2.11)$$

Как показывает анализ, при достаточно больших значениях $|\rho|$ ($\rho < 0$) в системе (2.1), (2.6), (2.11) имеет место единственный устойчивый режим A^* , ω_0 (положение равновесия при этом неустойчиво).

Численное моделирование системы (2.1), (2.6), (2.11) осуществлялось при $\gamma_1 = \gamma_2 = \rho_0 = \omega_0 = 1$, $k = 0.1$, $\mu = 0.1$, $W = 0.1$, $\rho = -0.8$ и начальных условиях: $x(0) = 0$, $sx(0) = 0.5$. При этом значение $A^* = 2.506$.

Текущее значение амплитуды A определялось по формуле

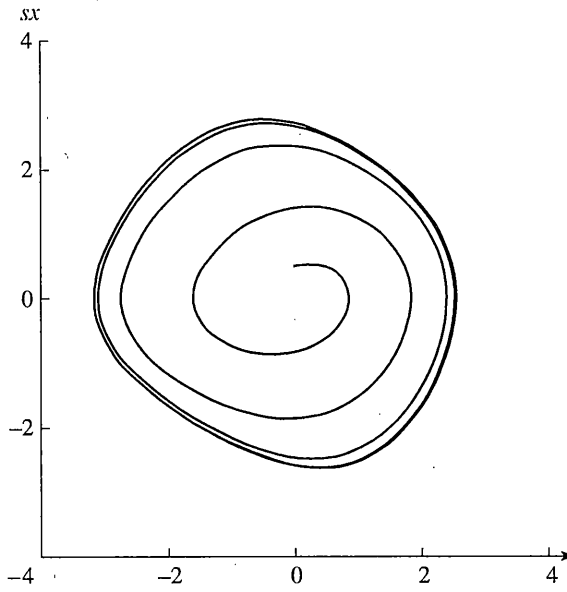
$$A = [x^2 + (sx/\omega_0)^2]^{1/2}$$

На фиг. 1 представлен график $x(t)$, а на фиг. 2 изображена соответствующая траектория на фазовой плоскости x, sx .

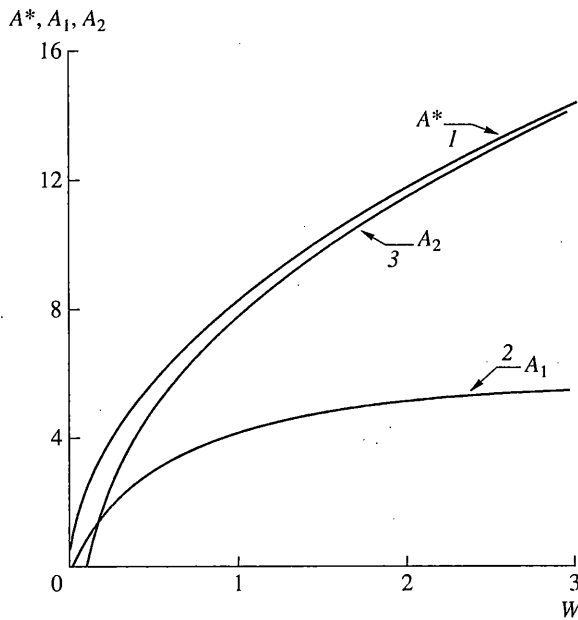
На фиг. 3 представлен график зависимости A^* от W (кривая 1), а также соответствующие графики зависимости

$$A_1(W) = \left[-\frac{2k^2\omega_0^2}{\mu_1} + \sqrt{\left(\frac{2k^2\omega_0^2}{\mu_1} \right)^2 + \frac{2W}{\mu_1}} \right]^{1/2}$$

при использовании только силового возбуждения (кривая 2) и зависимости $A_2(W) = \sqrt{c}$ (кривая 3) при использовании только параметрического возбуждения.



Фиг. 2

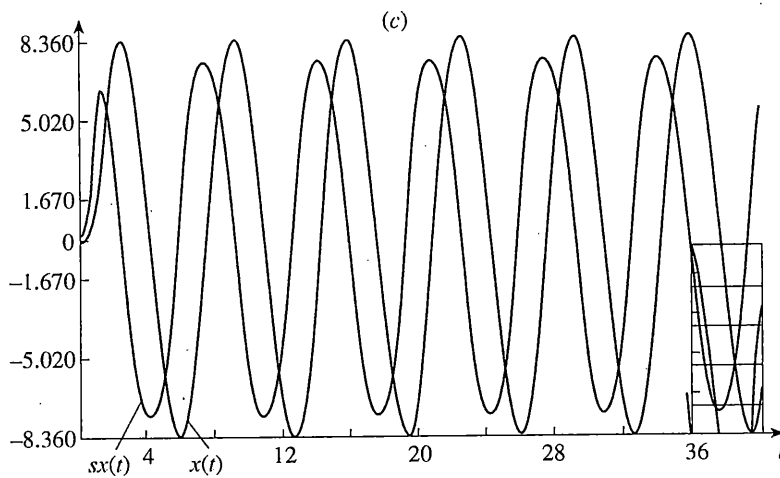
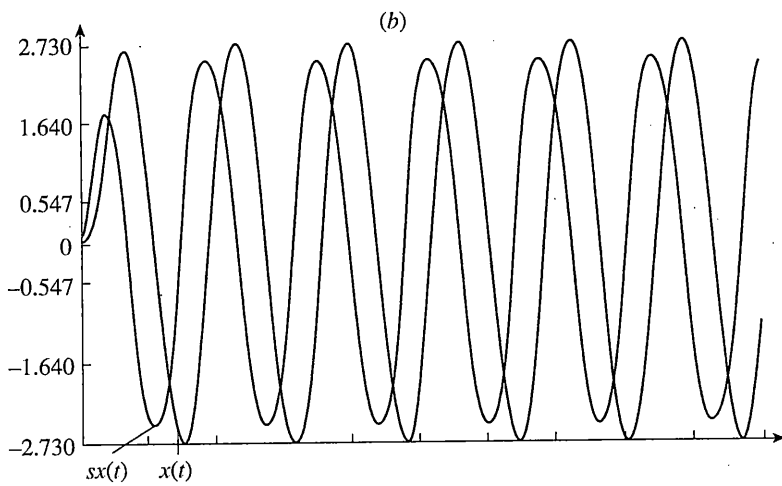
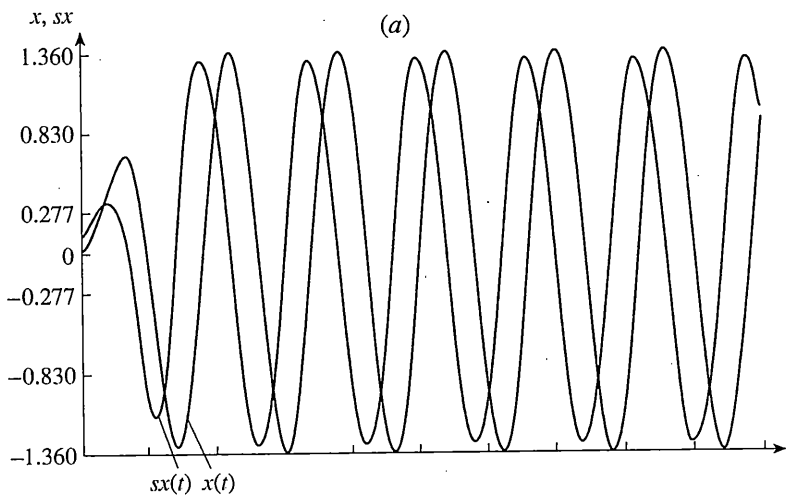


Фиг. 3

3. В качестве второго примера рассматривается система с одной степенью свободы при отсутствии пассивной нелинейности

$$(s^2 + 2ks + \omega_0^2)x + p_0 \dot{x} = u \quad (3.1)$$

В соответствии с (1.13), (1.14), (1.17), (1.18) программные законы возбуждения при



Фиг. 4

$\omega = \omega_0$ определяются по формулам

$$v^*(\psi) = -\frac{Wp_0}{\gamma_1 2k\omega_0} \sin 2\psi \quad (3.2)$$

$$u^*(\psi) = \frac{W}{\gamma_2 A^* k\omega_0} \cos \psi \quad (3.3)$$

где значение A^* , в соответствии с (1.19):

$$A^* = \frac{1}{\sqrt{\gamma_2}} \left(\frac{2k^2 \omega_0^2}{W} - \frac{p_0^2}{4\gamma_1} \right)^{-1/2}, \quad \gamma_1 > \frac{8k^2 \omega_0^2}{p_0^2 W}$$

Законы возбуждения с обратной связью (1.23), (1.24), определяемые на основе (3.2), (3.3), имеют следующую структуру:

$$v^*(x, sx) = -\frac{Wp_0}{\gamma_1 k\omega_0^2 A^{*2}} xsx \quad (3.4)$$

$$u^*(sx) = \frac{W}{\gamma_2 k\omega_0^2 A^{*2}} sx \quad (3.5)$$

Как показывает анализ замкнутой системы (3.1), (3.4), (3.5), она имеет единственный предельный цикл A^* , ω_0 , однако в соответствии с критерием (2.9), номинальный режим неустойчив. Устойчивым является положение равновесия. Поэтому вместо $u^*(sx)$ (3.5) вводится расширенное управляющее воздействие

$$u_p^* = [1 + \rho(A^2 - A^{*2})] u^*(sx) \quad (3.6)$$

$$A = [x^2 + (sx / \omega_0)^2]^{1/2}$$

На фиг. 4 изображены результаты численного моделирования системы (3.1), (3.4), (3.6) реализованного при $\gamma_1 = \gamma_2 = p_0 = \omega_0 = 1$, $k = 0.1$, $\rho = -3$ при различных значениях W : (a) — $W = 0.1$; (b) — $W = 0.2$; (c) — $W = 0.3$ и начальных условиях $x(0) = 0$, $sx(0) = 0.1$

Из анализа фиг. 4 следует, что изложенный метод возбуждения позволяет обеспечить быстроустанавливающийся процесс автоколебаний высокой интенсивности.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 97-01-00538 и № 00-01-00217).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Репников А.В. Колебания в оптимальных системах автоматического регулирования. М.: Машиностроение, 1968. 239 с.
2. Красовский А.А. Синтез автоколебательных систем с приложениями к ветроэнергетической установке нового класса // Изв. РАН. Тех. кибернетика. 1994. № 6. С. 5–15.
3. Израилович М.Я., Морозова Н.И. Оптимальное управление периодическими движениями нелинейных механических систем с одной степенью свободы // Машиноведение. 1981. № 2. С. 39–46.
4. Израилович М.Я. Управление автоколебаниями резонансных систем // Изв. РАН. Теория и система управления. 1995. № 6. С. 55–65.
5. Израилович М.Я. Синтез автоколебательных систем с параметрическим возбуждением // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1996. № 4. С. 20–28.
6. Израилович М.Я. Параметрическое возбуждение автоколебаний // Изв. РАН. МТТ. 1997. № 3. С. 54–63.
7. Попов Е.П. Прикладная теория процессов управления в нелинейных системах. М.: Наука, 1973. 583 с.

Москва

Поступила в редакцию
30.12.1999