

УДК 629.7.035.7

© 2002 г. А.Л. БЫКОВ, В.А. ПАВЛОВ

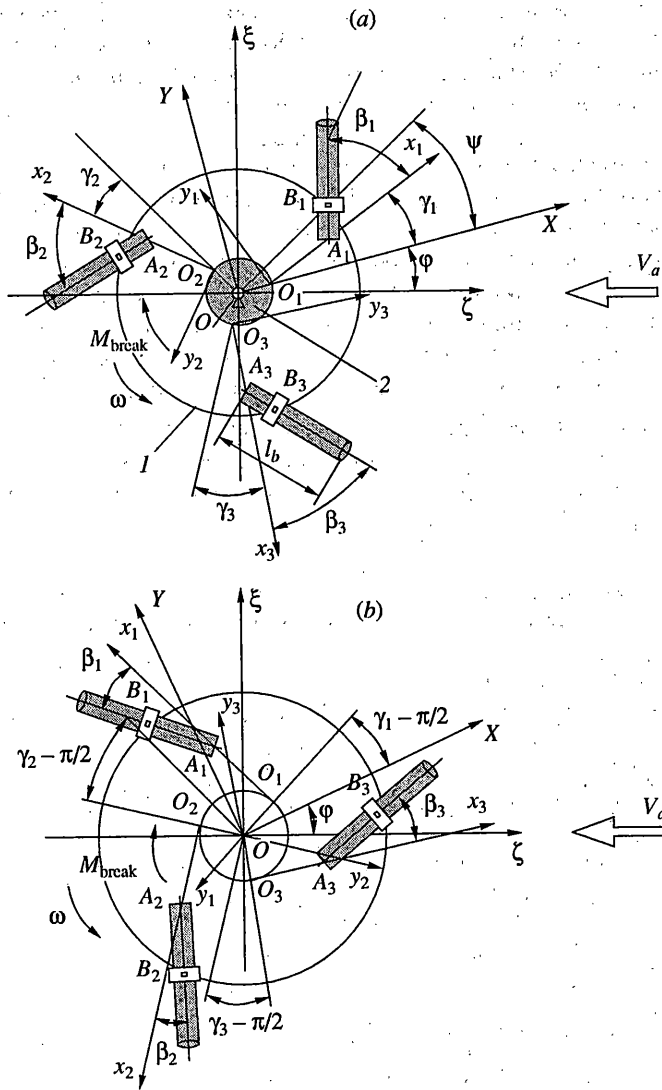
ДИНАМИКА УБОРКИ ЛОПАСТЕЙ НЕСУЩЕГО ВИНТА ПРИ БОКОВОМ ВЕТРЕ

Исследуется уборка лопастей внутрь дискового крыла в летательном аппарате "Турболет" (фиг. 1) при боковом ветре. Для получения уравнений движения используются дифференциальные уравнения Лагранжа второго рода. Приводятся результаты численных исследований сворачивания лопастей. Проведен анализ движения роторной системы и выявлены особенности ее динамики при уборке лопастей в случае набегающего потока воздуха.

Обеспечение вертикального взлета и посадки для самолетов повышает эффективность их эксплуатации, так как приводит к значительной экономии средств на строительство аэродромов и позволяет осуществлять полеты с любых, не подготовленных заранее площадок. Эта задача может быть решена созданием вертикально взлетающего аппарата "Турболет" с убираемым несущим винтом, радиоуправляемая летающая модель которого изготавливается на каф. СМЛА КГТУ им. А.Н. Туполева (фиг. 1). В "Турболете" применяется принципиально новая схема уборки лопастей, делающая конструкцию легкой и компактной, а потому привлекательной для использования.



Фиг. 1



Фиг. 2

На фиг. 2 показан вид сверху на роторную систему этого аппарата, со снятой верхней половиной дискового крыла. Основными элементами роторной системы являются: полое дисковое крыло 1, барабан намотки 2 и n лопастей 3 (на фиг. 2 показан несущий винт с тремя лопастями). Лопасти крепятся к внутреннему барабану тросами – при торможении барабана фрикционный механизм тросы наворачиваются на барабан и лопасти втягиваются внутрь крыла. Уборка несущего винта осуществляется за счет кинетической энергии движения, поэтому для втягивания лопастей не нужны дополнительные энергетические установки, редукторы и трансмиссии.

Настоящая работа посвящена исследованиям уборки лопастей, когда на роторную систему со скоростью V_a набегающий поток воздуха. Принимаются следующие допущения: (1) рассматривается плоское движение роторной системы с n лопастями; (2) несущий винт представлен системой абсолютно твердых тел, соединенных абсолютно гибкими, нерастяжимыми и невесомыми нитями; (3) ось вращения барабана непод-

вижна, совпадает с осью вращения дискового крыла и является для этих тел главной центральной осью инерции; (4) до начала уборки роторная система вращается с постоянной угловой скоростью ω_0 , лопасти расположены радиально, на одной линии с тросами, и неподвижны относительно барабана; (5) лопасти выпускаются в поток через фильеры и движутся внутри них без трения.

Вводится неподвижная инерциальная система координат $O\xi\eta$, оси OXY , связанные с барабаном намотки (фиг. 2), и оси $O_kx_ky_k$ ($k = 1, \dots, n$), связанные с тросами. Полюс O лежит на оси вращения барабана. Направим ось X так, что она проходит через точку крепления троса первой лопасти к барабану. Ось Y перпендикулярна X и направлена как показано на фиг. 2. Координаты $O_kx_ky_k$ ($k = 1, \dots, n$) имеют начало в полюсе O_k – креплении (при наворачивании – касании) троса k -й лопасти к барабану и направлены так: ось x_k – по тросу, ось y_k – перпендикулярно ему, в сторону вращения.

Сворачивание каждой лопасти протекает в две стадии. На первой (фиг. 2, а) несвернутая часть k -го троса (отрезок O_kA_k) имеет постоянную длину $l_k^I = l_0$, а угол γ_k , определяющий отклонение троса от радиального направления, увеличивается до $\pi/2$. На второй стадии (фиг. 2, в) трос k -й лопасти наворачивается на барабан и длина отрезка O_kA_k такова: $l_k^I = l_0 - R_{dr}(\gamma_k - \pi/2)$, где $R_{dr} = OO_1 = OO_2 = OO_3$ – радиус барабана.

Для полного определения конфигурации роторной системы дополнительно введем обобщенные координаты β_k ($k = 1, \dots, n$) и ϕ , которые определяют отклонения лопастей от направлений, задаваемых тросами, и угол поворота барабана намотки относительно неподвижных осей.

Подобно [1] уравнения движения запишем в безразмерном виде. Для этого размерные величины выразим через безразмерные, которые отметим чертой сверху. Масштабами служат: угловая скорость ω_0 ; ρ – плотность воздуха; $R = R_{dr} + l_0 + l_b$ и $S = \pi R^2$ – радиус и площадь несущего винта с выпущенными лопастями (l_b – длина лопасти).

Кинетическая энергия движения барабана через безразмерные величины на обоих этапах определяется выражением:

$$T_{dr} = \frac{1}{2} J_O^{dr} \dot{\phi}^2 = \frac{\omega_0^2 \rho S R^3}{2} \frac{1}{2} J_O^{dr} \bar{\phi}^2, \quad J_O^{dr} = \frac{\rho S R^3}{2} \bar{J}_O^{dr}$$

Здесь J_O^{dr} – момент инерции барабана относительно оси вращения роторной системы, $\dot{\phi} = \omega_0 \bar{\phi}$ – угловая скорость вращения барабана.

Кинетическая энергия движения k -й лопасти запишется так [2]:

$$T_{bk} = \frac{1}{2} M_b V_{Ck}^2 + \frac{1}{2} J_C^b \omega_{bk}^2 = \frac{\omega_0^2 \rho S R^3}{2} \left(\frac{1}{2} \bar{M}_b \bar{V}_{Ck}^2 + \frac{1}{2} \bar{J}_C^b \bar{\omega}_{bk}^2 \right) \quad (k = 1, \dots, n) \quad (1)$$

$$M_b = \frac{\rho S R}{2} \bar{M}_b, \quad V_{Ck} = (\omega_0 R) \bar{V}_{Ck}, \quad J_C^b = \frac{\rho S R^3}{2} \bar{J}_C^b, \quad \omega_{bk} = \omega_0 \bar{\omega}_{bk}$$

Здесь M_b – масса лопасти с концевым грузом (одинакова для всех лопастей); V_{Ck} – скорость движения центра инерции k -й лопасти; J_C^b – момент инерции лопасти относительно оси, проходящей через эту точку и перпендикулярной плоскости движения; ω_{bk} – угловая скорость вращения k -й лопасти относительно этой оси.

Расстояние от точки A_k до сечения лопасти, где находится ее центр инерции, для всех лопастей одинаково: $l_C = (0.5m_b + m_{cg})l_b / M_b$, где m_b – масса лопасти, m_{cg} – масса концевой груза ($M_b = m_b + m_{cg}$).

Радиус-вектор центра инерции k -й лопасти в проекциях на оси OXY на первом этапе равен

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{Ck}^I &= R \left[\bar{R}_{dr} \cos\left(\frac{2\pi}{n}[k-1]\right) + \bar{l}_k^I \cos\left(\frac{2\pi}{n}[k-1] + \bar{\gamma}_k\right) + \bar{l}_C \cos\left(\frac{2\pi}{n}[k-1] + \bar{\gamma}_k + \bar{\beta}_k\right) \right] \mathbf{i} + \\ &+ R \left[\bar{R}_{dr} \sin\left(\frac{2\pi}{n}[k-1]\right) + \bar{l}_k^I \sin\left(\frac{2\pi}{n}[k-1] + \bar{\gamma}_k\right) + \bar{l}_C \sin\left(\frac{2\pi}{n}[k-1] + \bar{\gamma}_k + \bar{\beta}_k\right) \right] \mathbf{j} \quad (k=1, \dots, n) \\ R_{dr} &= R\bar{R}_{dr}, \quad l_k^I = R\bar{l}_k^I, \quad l_C = R\bar{l}_C \end{aligned} \quad (2)$$

где \mathbf{i} и \mathbf{j} – единичные векторы осей OXY .

Абсолютная скорость движения центра инерции лопасти такова:

$$\mathbf{V}_{Ck} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{Ck} + \dot{\mathbf{r}}_{Ck} \quad (k=1, \dots, n)$$

В этом соотношении $\boldsymbol{\omega}$ – угловая скорость вращения системы координат OXY , $\dot{\mathbf{r}}_{Ck}$ – производная по времени от (2) в этих осях. На основании (2) получим

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{Ck}^I &= -\omega_0 R \left[\bar{\Phi} \bar{R}_{dr} \sin\left(\frac{2\pi}{n}[k-1]\right) + (\bar{\Phi} + \bar{\gamma}_k) \bar{l}_k^I \sin\left(\frac{2\pi}{n}[k-1] + \bar{\gamma}_k\right) + \right. \\ &+ \left. (\bar{\Phi} + \bar{\gamma}_k + \bar{\beta}_k) \bar{l}_C \sin\left(\frac{2\pi}{n}[k-1] + \bar{\gamma}_k + \bar{\beta}_k\right) \right] \mathbf{i} + \\ &+ \omega_0 R \left[\bar{\Phi} \bar{R}_{dr} \cos\left(\frac{2\pi}{n}[k-1]\right) + (\bar{\Phi} + \bar{\gamma}_k) \bar{l}_k^I \cos\left(\frac{2\pi}{n}[k-1] + \bar{\gamma}_k\right) + \right. \\ &+ \left. (\bar{\Phi} + \bar{\gamma}_k + \bar{\beta}_k) \bar{l}_C \cos\left(\frac{2\pi}{n}[k-1] + \bar{\gamma}_k + \bar{\beta}_k\right) \right] \mathbf{j} \quad (k=1, \dots, n) \\ \dot{\gamma}_k &= \omega_0 \bar{\gamma}_k, \quad \dot{\Phi} = \omega_0 \bar{\Phi}, \quad \dot{\beta}_k = \omega_0 \bar{\beta}_k \end{aligned}$$

Согласно теореме Штейнера, $J_{Ck}^b = J_{Ak}^b - M_b l_C^2$, где J_{Ak}^b – момент инерции k -й лопасти относительно оси, перпендикулярной плоскости движения и проходящей через точку A_k . Следовательно, для первого этапа выражение кинетической энергии k -й лопасти таково:

$$\begin{aligned} T_{bk}^I &= \frac{1}{2} \frac{\omega_0^2 \rho S R^3}{2} \bar{M}_b [\bar{\Phi}^2 \bar{R}_{dr}^2 + (\bar{\Phi} + \bar{\gamma})^2 (\bar{l}_k^I)^2 + 2(\bar{\Phi} + \bar{\gamma}_k)(\bar{\Phi} + \bar{\gamma} + \bar{\beta}_k) \bar{l}_k^I \bar{l}_C \cos \beta_k + \\ &+ 2\bar{\Phi}(\bar{\Phi} + \bar{\gamma}_k) \bar{R}_{dr} \bar{l}_k^I \cos \gamma_k + 2\bar{\Phi}(\bar{\Phi} + \bar{\gamma}_k + \bar{\beta}_k) \bar{R}_{dr} \bar{l}_C \cos(\gamma_k + \beta_k)] + \\ &+ \frac{1}{2} (\bar{\Phi} + \bar{\gamma}_k + \bar{\beta}_k)^2 J_{Ak}^b \quad (k=1, \dots, n) \end{aligned}$$

Запишем кинетическую энергию k -й лопасти для второго этапа уборки. Радиус-вектор центра инерции лопасти в системе координат OXY равен:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{Ck}^{II} &= R \left[\bar{R}_{dr} \sin\left(\frac{2\pi}{n}[k-1] + \bar{\gamma}_k\right) + \bar{l}_k^{II} \cos\left(\frac{2\pi}{n}[k-1] + \bar{\gamma}_k\right) + \right. \\ &+ \left. \bar{l}_C \cos\left(\frac{2\pi}{n}[k-1] + \bar{\gamma}_k + \bar{\beta}_k\right) \right] \mathbf{i} + \end{aligned}$$

$$+ R \left[-\bar{R}_{dr} \cos \left(\frac{2\pi}{n} [k-1] + \gamma_k \right) + \bar{l}_k^{\text{II}} \sin \left(\frac{2\pi}{n} [k-1] + \gamma_k \right) + \right. \\ \left. + \bar{l}_C \sin \left(\frac{2\pi}{n} [k-1] + \gamma_k + \beta_k \right) \right] \mathbf{j} \quad (k=1, \dots, n)$$

Следовательно вектор скорости этой точки в осях *OXY* имеет вид

$$\mathbf{V}_{Ck}^{\text{II}} = -\omega_0 R \left[\bar{\varphi} \bar{R}_{dr} \cos \left(\frac{2\pi}{n} [k-1] + \gamma_k \right) - (\bar{\varphi} + \bar{\gamma}_k) \bar{l}_k^{\text{II}} \sin \left(\frac{2\pi}{n} [k-1] + \gamma_k \right) - \right. \\ \left. - (\bar{\varphi} + \bar{\gamma}_k + \bar{\beta}_k) \bar{l}_C \sin \left(\frac{2\pi}{n} [k-1] + \gamma_k + \beta_k \right) \right] \mathbf{i} + \\ + \omega_0 R \left[\bar{\varphi} \bar{R}_{dr} \sin \left(\frac{2\pi}{n} [k-1] + \gamma_k \right) + (\bar{\varphi} + \bar{\gamma}_k) \bar{l}_k^{\text{II}} \cos \left(\frac{2\pi}{n} [k-1] + \gamma_k \right) + \right. \\ \left. + (\bar{\varphi} + \bar{\gamma}_k + \bar{\beta}_k) \bar{l}_C \cos \left(\frac{2\pi}{n} [k-1] + \gamma_k + \beta_k \right) \right] \mathbf{j} \quad (k=1, \dots, n)$$

Тогда кинетическая энергия *k*-й лопасти на втором этапе такова:

$$T_{bk}^{\text{II}} = \frac{1}{2} \frac{\omega_0^2 \rho S R^3}{2} \bar{M}_b [\bar{\varphi}^2 \bar{R}_{dr}^2 + (\bar{\varphi} + \bar{\gamma}_k)^2 (\bar{l}_k^{\text{II}})^2 + \\ + 2(\bar{\varphi} + \bar{\gamma}_k)(\bar{\varphi} + \bar{\gamma}_k + \bar{\beta}_k) \bar{l}_k^{\text{II}} \bar{l}_C \cos \beta_k - \\ - 2\bar{\varphi}(\bar{\varphi} + \bar{\gamma}_k + \bar{\beta}_k) \bar{R}_{dr} \bar{l}_C \sin \beta_k] + \frac{1}{2} (\bar{\varphi} + \bar{\gamma}_k + \bar{\beta}_k)^2 J_{Ak}^b \quad (k=1, \dots, n) \\ \bar{l}_k^{\text{II}} = R \bar{l}_k^{\text{I}}$$

Кинетическую энергию материальной системы, состоящей из барабана намотки и лопастей, запишем следующим образом:

$$T = \sum_{k=1}^n (\delta_1^{jk} T_{bk}^{\text{I}} + \delta_2^{jk} T_{bk}^{\text{II}}) + T_{dr} \quad (3)$$

$$j_k = \begin{cases} 1 & \text{при } \gamma_k < \pi/2, \\ 2 & \text{при } \gamma_k \geq \pi/2, \end{cases}$$

$$\delta_t^{jk} = \begin{cases} 1 & \text{при } t = j_k \\ 0 & \text{при } t \neq j_k \end{cases}$$

Записав эйлеров оператор [3] из соотношения (3) по обобщенной координате φ , получим следующее уравнение:

$$E_{\varphi}(T) = \frac{\omega_0^2 \rho S R^3}{2} \sum_{k=1}^n [\delta_1^{jk} E_{\varphi}(\bar{T}_{bk}^{\text{I}}) + \delta_2^{jk} E_{\varphi}(\bar{T}_{bk}^{\text{II}})] + \frac{\omega_0^2 \rho S R^3}{2} E_{\varphi}(\bar{T}_{dr}) \quad (4)$$

$$E_{\varphi}(\bar{T}_{dr}) = \bar{\varphi} \bar{J}_O^{\text{dr}}$$

$$E_{\varphi}(\bar{T}_{bk}^{\text{I}}) = \bar{\varphi} \left(\bar{M}_b [\bar{R}_{dr}^2 + (\bar{l}_k^{\text{I}})^2 + 2\bar{l}_k^{\text{I}} \bar{l}_C \cos \beta_k + 2\bar{R}_{dr} \bar{l}_k^{\text{I}} \cos \gamma_k + \right.$$

$$\left. + 2\bar{R}_{dr} \bar{l}_C \cos(\gamma_k + \beta_k) \right] + J_{Ak}^b \Big) +$$

$$+ \bar{\gamma}_k \left(\bar{M}_b [(\bar{l}_k^{\text{I}})^2 + 2\bar{l}_k^{\text{I}} \bar{l}_C \cos \beta_k + \bar{R}_{dr} \bar{l}_k^{\text{I}} \cos \gamma_k + \bar{R}_{dr} \bar{l}_C \cos(\gamma_k + \beta_k)] + J_{Ak}^b \right) +$$

$$\begin{aligned}
& + \bar{\beta}_k \langle \bar{M}_b [\bar{l}_k^1 \bar{l}_C \cos \beta_k + \bar{R}_{dr} \bar{l}_C \cos(\gamma_k + \beta_k)] + J_{Ak}^b \rangle - \\
& - \bar{M}_b [\bar{\beta}_k (2\bar{\varphi} + 2\bar{\gamma}_k + \bar{\beta}_k) \bar{l}_k^1 \bar{l}_C \sin \beta_k + \bar{\gamma}_k (2\bar{\varphi} + \bar{\gamma}_k) \bar{R}_{dr} \bar{l}_k^1 \sin \gamma_k + \\
& + (\bar{\gamma}_k + \bar{\beta}_k) (2\bar{\varphi} + \bar{\gamma}_k + \bar{\beta}_k) \bar{R}_{dr} \bar{l}_C \sin(\gamma_k + \beta_k)] \\
E_{\varphi}(\bar{T}_{bk}^{II}) & = \bar{\varphi} \langle \bar{M}_b \bar{R}_{dr}^2 + (\bar{l}_k^{II})^2 + 2\bar{l}_k^{II} \bar{l}_C \cos \beta_k - 2\bar{R}_{dr} \bar{l}_C^1 \sin \beta_k \rangle + J_{Ak}^b \rangle + \\
& + \bar{\gamma}_k \langle \bar{M}_b [(\bar{l}_k^{II})^2 + 2\bar{l}_k^{II} \bar{l}_C \cos \beta_k - \bar{R}_{dr} \bar{l}_C \sin \beta_k] + J_{Ak}^b \rangle + \\
& + \bar{\beta}_k \langle \bar{M}_b \bar{l}_C [\bar{l}_k^{II} \cos \beta_k - \bar{R}_{dr} \sin \beta_k] + J_{Ak}^b \rangle - \\
& - \bar{M}_b [\bar{\beta}_k (2\bar{\varphi} + 2\bar{\gamma}_k + \bar{\beta}_k) \bar{l}_k^{II} \bar{l}_C \sin \beta_k + 2(\bar{\varphi} + \bar{\gamma}_k) \bar{\gamma}_k \bar{R}_{dr} \bar{l}_k^{II} + \\
& + (2\bar{\varphi} \bar{\beta}_k + 2\bar{\gamma}_k \bar{\beta}_k + \bar{\beta}_k^2 + 2\bar{\varphi} \bar{\gamma}_k + 2\bar{\gamma}_k^2) \bar{R}_{dr} \bar{l}_C \cos \beta_k] \\
\bar{\gamma}_k & = \omega_0^2 \bar{\gamma}_k, \quad \bar{\varphi} = \omega_0^2 \bar{\varphi}, \quad \bar{\beta}_k = \omega_0^2 \bar{\beta}_k
\end{aligned}$$

Эйлеров оператор от (3) по обобщенной координате γ_k равен:

$$E_{\gamma_k}(T) = \frac{\omega_0^2 \rho S R^3}{2} \left[\delta_1^{jk} E_{\gamma_k}(\bar{T}_{bk}^I) + \delta_2^{jk} E_{\gamma_k}(\bar{T}_{bk}^{II}) \right] \quad (k=1, \dots, n) \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
E_{\gamma_k}(\bar{T}_{bk}^I) & = \bar{\varphi} \langle \bar{M}_b [(\bar{l}_k^1)^2 + 2\bar{l}_k^1 \bar{l}_C \cos \beta_k + \bar{R}_{dr} \bar{l}_k^1 \cos \gamma_k + \bar{R}_{dr} \bar{l}_C \cos(\gamma_k + \beta_k)] + J_{Ak}^b \rangle + \\
& + \bar{\gamma}_k \langle \bar{M}_b [(\bar{l}_k^1)^2 + 2\bar{l}_k^1 \bar{l}_C \cos \beta_k] + J_{Ak}^b \rangle + \bar{\beta}_k \langle \bar{M}_b \bar{l}_k^1 \bar{l}_C \cos \beta_k + J_{Ak}^b \rangle - \\
& - \bar{M}_b [\bar{\beta}_k (2\bar{\varphi} + 2\bar{\gamma}_k + \bar{\beta}_k) \bar{l}_k^1 \bar{l}_C \sin \beta_k - \bar{\varphi}^2 \bar{R}_{dr} \bar{l}_k^1 \sin \gamma_k - \bar{\varphi}^2 \bar{R}_{dr} \bar{l}_C \sin(\gamma_k + \beta_k)] \\
E_{\gamma_k}(\bar{T}_{bk}^{II}) & = \bar{\varphi} \langle \bar{M}_b [(\bar{l}_k^{II})^2 + 2\bar{l}_k^{II} \bar{l}_C \cos \beta_k - \bar{R}_{dr} \bar{l}_C \sin \beta_k] + J_{Ak}^b \rangle + \\
& + \bar{\gamma}_k \langle \bar{M}_b [(\bar{l}_k^{II})^2 + 2\bar{l}_k^{II} \bar{l}_C \cos \beta_k] + J_{Ak}^b \rangle + \bar{\beta}_k \langle \bar{M}_b \bar{l}_k^{II} \bar{l}_C \cos \beta_k + J_{Ak}^b \rangle + \\
& + \bar{M}_b [(\bar{\varphi}^2 - \bar{\gamma}_k^2) \bar{R}_{dr} \bar{l}_k^{II} - \bar{\beta}_k (2\bar{\varphi} + 2\bar{\gamma}_k + \bar{\beta}_k) \bar{l}_k^{II} \bar{l}_C \sin \beta_k + (\bar{\varphi}^2 - \bar{\gamma}_k^2) \bar{R}_{dr} \bar{l}_C \cos \beta_k]
\end{aligned}$$

Эйлеров оператор от (3) по обобщенной координате β_k имеет вид

$$E_{\beta_k}(T) = \frac{\omega_0^2 \rho S R^3}{2} \left[\delta_1^{jk} E_{\beta_k}(\bar{T}_{bk}^I) + \delta_2^{jk} E_{\beta_k}(\bar{T}_{bk}^{II}) \right] \quad (k=1, \dots, n) \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
E_{\beta_k}(\bar{T}_{bk}^I) & = \bar{\varphi} \langle \bar{M}_b [\bar{l}_k^1 \bar{l}_C \cos \beta_k + \bar{R}_{dr} \bar{l}_C \cos(\gamma_k + \beta_k)] + J_{Ak}^b \rangle + \\
& + \bar{\gamma}_k \langle \bar{M}_b \bar{l}_k^1 \bar{l}_C \cos \beta_k + J_{Ak}^b \rangle + \bar{\beta}_k J_{Ak}^b + \\
& + \bar{M}_b [(\bar{\varphi} + \bar{\gamma}_k)^2 \bar{l}_k^1 \bar{l}_C \sin \beta_k + \bar{\varphi}^2 \bar{R}_{dr} \bar{l}_C \sin(\gamma_k + \beta_k)] \\
E_{\beta_k}(\bar{T}_{bk}^{II}) & = \bar{\varphi} \langle \bar{M}_b [\bar{l}_k^{II} \bar{l}_C \cos \beta_k - \bar{R}_{dr} \bar{l}_C \sin \beta_k] + J_{Ak}^b \rangle + \\
& + \bar{\gamma}_k \langle \bar{M}_b \bar{l}_k^{II} \bar{l}_C \cos \beta_k + J_{Ak}^b \rangle + \bar{\beta}_k J_{Ak}^b + \\
& + \bar{M}_b [(\bar{\varphi} + \bar{\gamma}_k)^2 \bar{l}_k^{II} \bar{l}_C \sin \beta_k + (\bar{\varphi}^2 - \bar{\gamma}_k^2) \bar{R}_{dr} \bar{l}_C \cos \beta_k]
\end{aligned}$$

Внешними силами для материальной системы, состоящей из барабана намотки,

тросов и лопастей, являются реакции со стороны летательного аппарата, силы аэродинамического сопротивления и силы взаимодействия лопастей с дисковым крылом. Уборка лопастей происходит при воздействии момента торможения на внутренний барабан.

Учитывая предположение 3, запишем элементарную работу внешних сил на виртуальных перемещениях в следующем виде:

$$\begin{aligned} \delta W = & \frac{\omega_0^2 \rho S R^3}{2} \sum_{k=1}^n \left(\delta_1^{jk} \langle \bar{M}_O^{ak} - \bar{P}_{ds}^k [\bar{h}_k^I + \bar{R}_{dr} \cos(\gamma_k + \beta_k) + \bar{l}_k^I \cos \beta_k] \rangle + \right. \\ & + \delta_2^{jk} \langle \bar{M}_O^{ak} - \bar{P}_{ds}^k [\bar{h}_k^{II} - \bar{R}_{dr} \sin \beta_k + \bar{l}_k^{II} \cos \beta_k] \rangle - \bar{M}_O^{\text{break}} \rangle \delta \varphi + \\ & + \frac{\omega_0^2 \rho S R^3}{2} \sum_{k=1}^n \left(\delta_1^{jk} \langle \bar{M}_O^{ak} - \bar{P}_{ds}^k [\bar{h}_k^I + \bar{l}_k^I \cos \beta_k] \rangle + \right. \\ & + \delta_2^{jk} \langle \bar{M}_{Ok}^{ak} - \bar{P}_{ds}^k [\bar{h}_k^{II} + \bar{l}_k^{II} \cos \beta_k] \rangle \rangle \delta \gamma_k + \\ & + \frac{\omega_0^2 S R^3}{2} \sum_{k=1}^n \left(\delta_1^{jk} \langle \bar{M}_{Ak}^{ak} - \bar{P}_{ds}^k \bar{h}_k^I \rangle + \delta_2^{jk} \langle \bar{M}_{Ak}^{ak} - \bar{P}_{ds}^k \bar{h}_k^{II} \rangle \right) \delta \beta_k \end{aligned}$$

где $M_O^{ak} = (qSR)\bar{M}_O^{ak}$, $M_{Ok}^{ak} = (qSR)\bar{M}_{Ok}^{ak}$ и $M_{Ak}^{ak} = (qSR)\bar{M}_{Ak}^{ak}$ – моменты сил аэродинамического сопротивления k -й лопасти относительно полюсов O , O_k и A_k ; $M_O^{\text{break}} = (qSR)\bar{M}_O^{\text{break}}$ – тормозящий момент на барабане; $q = \rho \omega_0^2 R^2 / 2$ – скоростной напор на концевое сечение лопасти до начала уборки; $P_{ds}^k = (qS)\bar{P}_{ds}^k$ – сила, действующая на k -ю лопасть со стороны дискового крыла.

В последнем соотношении $h_k^I = R\bar{h}_k^I$ и $h_k^{II} = R\bar{h}_k^{II}$ – длина отрезка $A_k B_k$ (см. фиг. 2). Для первого и второго этапов соответственно:

$$\begin{aligned} \bar{h}_k^I &= -[\bar{R}_{dr} \cos(\gamma_k + \beta_k) + \bar{l}_k^I \cos \beta_k] + \sqrt{\bar{R}_{ds}^2 - [\bar{R}_{dr} \sin(\gamma_k + \beta_k) + \bar{l}_k^I \sin \beta_k]^2} \\ \bar{h}_k^{II} &= \bar{R}_{dr} \sin \beta_k - \bar{l}_k^{II} \cos \beta_k + \sqrt{\bar{R}_{ds}^2 - (\bar{l}_k^{II} \sin \beta_k + \bar{R}_{dr} \cos \beta_k)^2} \end{aligned}$$

Таким образом, обобщенные силы, отнесенные к координатам φ , γ_k и β_k ($k = 1, \dots, n$), равны

$$\begin{aligned} Q_\varphi &= \frac{\omega_0^2 \rho S R^3}{2} \sum_{k=1}^n \left(\delta_1^{jk} \bar{Q}_{\varphi k}^I + \delta_2^{jk} \bar{Q}_{\varphi k}^{II} \right) - \frac{\omega_0^2 \rho S R^3}{2} \bar{M}_O^{\text{break}} = \\ &= \frac{\omega_0^2 \rho S R^3}{2} \sum_{k=1}^n \left(\delta_1^{jk} \langle \bar{M}_O^{ak} - \bar{P}_{ds}^k [\bar{h}_k^I + \bar{R}_{dr} \cos(\gamma_k + \beta_k) + \bar{l}_k^I \cos \beta_k] \rangle + \right. \\ &+ \delta_2^{jk} \langle \bar{M}_O^{ak} - \bar{P}_{ds}^k [\bar{h}_k^{II} - \bar{R}_{dr} \sin \beta_k + \bar{l}_k^{II} \cos \beta_k] \rangle \rangle - \frac{\omega_0^2 \rho S R^3}{2} \bar{M}_O^{\text{break}} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} Q_{\gamma_k} &= \frac{\omega_0^2 \rho S R^3}{2} \left(\delta_1^{jk} \bar{Q}_{\gamma k}^I + \delta_2^{jk} \bar{Q}_{\gamma k}^{II} \right) = \\ &= \frac{\omega_0^2 \rho S R^3}{2} \left(\delta_1^{jk} \langle \bar{M}_O^{ak} - \bar{P}_{ds}^k [\bar{h}_k^I + \bar{l}_k^I \cos \beta_k] \rangle + \right. \\ &+ \delta_2^{jk} \langle \bar{M}_{Ok}^{ak} - \bar{P}_{ds}^k [\bar{h}_k^{II} + \bar{l}_k^{II} \cos \beta_k] \rangle \rangle \quad (k = 1, \dots, n) \end{aligned} \quad (8)$$

$$Q_{\beta k} = \frac{\omega_0^2 \rho S R^3}{2} (\delta_1^{jk} \bar{Q}_{\beta k}^I + \delta_2^{jk} \bar{Q}_{\beta k}^{II}) =$$

$$= \frac{\omega_0^2 \rho S R^3}{2} (\delta_1^{jk} \langle \bar{M}_{Ak}^{ak} - \bar{P}_{ds}^k \bar{h}_k^I \rangle + \delta_2^{jk} \langle \bar{M}_{Ak}^{ak} - \bar{P}_{ds}^k \bar{h}_k^{II} \rangle) \quad (k = 1, \dots, n) \quad (9)$$

В этих выражениях индексами I и II обозначены, соответственно, обобщенные силы, для первого и второго этапов уборки лопастей.

С помощью соотношений (4), (5) и (6) а также (7), (8) и (9) запишем дифференциальные уравнения Лагранжа 2-го рода

$$\sum_{k=1}^n [\delta_1^{jk} E_{\varphi}(\bar{T}_{bk}^I) + \delta_2^{jk} E_{\varphi}(\bar{T}_{bk}^{II})] + E_{\varphi}(\bar{T}_{dr}) = \sum_{k=1}^n (\delta_1^{jk} \bar{Q}_{\varphi k}^I + \delta_2^{jk} \bar{Q}_{\varphi k}^{II}) - \bar{M}_O^{\text{break}}$$

$$\delta_1^{jk} E_{\gamma_k}(\bar{T}_{bk}^I) + \delta_2^{jk} E_{\gamma_k}(\bar{T}_{bk}^{II}) = \delta_1^{jk} \bar{Q}_{\gamma k}^I + \delta_2^{jk} \bar{Q}_{\gamma k}^{II} \quad (k = 1, \dots, n) \quad (10)$$

$$\delta_1^{jk} E_{\beta_k}(\bar{T}_{bk}^I) + \delta_2^{jk} E_{\beta_k}(\bar{T}_{bk}^{II}) = \delta_1^{jk} \bar{Q}_{\beta k}^I + \delta_2^{jk} \bar{Q}_{\beta k}^{II} \quad (k = 1, \dots, n)$$

Таким образом получено $2n + 1$ дифференциальных уравнений, описывающих движение роторной системы на обоих этапах уборки лопастей. Общее количество неизвестных $3n + 1$: $\bar{\gamma}_k, \bar{\beta}_k, \bar{P}_{ds}^k$ ($k = 1, \dots, n$), $\bar{\varphi}$, поэтому для решения задачи необходимо еще n уравнений.

Эти соотношения найдем из уравнения вращения дискового крыла. Лопасты выпускаются в поток через фильеры, которые шарнирно закреплены на дисковом крыле. При изменении углов γ_k и β_k , фильера k -й лопасти поворачивается вокруг оси, которая проходит через точку B_k и перпендикулярна плоскости движения роторной системы (см. фиг. 2).

Введем избыточную координату ψ_k , определяющую положение точки B_k относительно барабана. На первом этапе связь, ограничивающую движение точки B_k , запишем в следующем виде:

$$\psi_k^I = \arcsin \left[\frac{l_k^I \sin \gamma_k + h_k^I \sin(\gamma_k + \beta_k)}{R_{ds}} \right] \quad (k = 1, \dots, n)$$

где R_{ds} — радиус, по которому движется ось B_k — B_k (расстояние от полюса O до точки B_k).

Для второго этапа это выражение таково:

$$\psi_k^{II} = \arcsin \left[\frac{-R_{dr} \cos \gamma_k + l_k^{II} \sin \gamma_k + h_k^{II} \sin(\gamma_k + \beta_k)}{R_{ds}} \right] \quad (k = 1, \dots, n)$$

На дисковое крыло со стороны лопастей действуют силы P_{ds}^k ($k = 1, \dots, n$), следовательно, уравнение вращения крыла запишется так:

$$\bar{J}_m^{ds} (\bar{\varphi} + \delta_1^{jk} \bar{\varphi}_k^I + \delta_2^{jk} \bar{\varphi}_k^{II}) = \sum_{k=1}^n \bar{R}_{ds}^k (\delta_1^{jk} [\bar{h}_k^I + \bar{R}_{ds} \cos(\gamma_k + \beta_k)] + \bar{l}_k^I \cos \beta_k) +$$

$$+ \delta_2^{jk} [\bar{h}_k^{II} - \bar{R}_{dr} \sin \beta_k + \bar{l}_k^{II} \cos \beta_k] \quad (11)$$

$$\bar{\Psi}_k^{I(II)} = \frac{\partial \Psi_k^{I(II)}}{\partial \gamma_k} \bar{\gamma}_k + \frac{\partial^2 \Psi_k^{I(II)}}{\partial \gamma_k^2} \bar{\gamma}_k^2 + 2 \frac{\partial^2 \Psi_k^{I(II)}}{\partial \beta_k \partial \gamma_k} \bar{\beta}_k \bar{\gamma}_k + \frac{\partial^2 \Psi_k^{I(II)}}{\partial \beta_k^2} \bar{\beta}_k^2 + \frac{\partial \Psi_k^{I(II)}}{\partial \beta_k} \bar{\beta}_k$$

Можно записать n таких уравнений.

Так как в (11) для всех k правые части совпадают, эти выражения накладывают условия совместности перемещений точек B_k ($k = 1, \dots, n$), которые по условию задачи принадлежат дисковому крылу.

Записав проекцию закона количества движения центра инерции лопасти на ось $O_k x_k$, получим выражение для определения натяжения в k -м тросе:

$$\begin{aligned} \bar{N}_k = & \delta_1^{jk} \bar{M}_b [\bar{\varphi}^2 \bar{R}_{dr} \cos \gamma_k + (\bar{\varphi} + \bar{\gamma}_k)^2 \bar{l}_k^I + (\bar{\varphi} + \bar{\gamma}_k + \bar{\beta}_k) \bar{l}_C \sin \beta_k + \\ & + (\bar{\varphi} + \bar{\gamma}_k + \bar{\beta}_k)^2 \bar{l}_C \cos \beta_k - \bar{\varphi} \bar{R}_{dr} \sin \gamma_k] + \\ & + \delta_2^{jk} \bar{M}_b [(\bar{\varphi} + \bar{\gamma}_k)^2 \bar{l}_k^{II} + (\bar{\varphi} + \bar{\gamma}_k + \bar{\beta}_k) \bar{l}_C \sin \beta_k + \\ & + (\bar{\varphi} + \bar{\gamma}_k + \bar{\beta}_k)^2 \bar{l}_C \cos \beta_k - \bar{\varphi} \bar{R}_{dr}] + \bar{F}_k^a \sin \beta_k + \bar{P}_{ds}^k \sin \beta_k \quad (k = 1, \dots, n) \end{aligned}$$

Разработанная выше математическая модель определяет движение роторной системы при натянутых тросах, поэтому для расчетов необходимо выполнение условия $\bar{N}_k > 0$.

В уравнения (10) входят силы аэродинамического сопротивления. При их определении воспользуемся теорией элемента лопасти. Для этого разбиваем ее на отдельные элементы, каждый из которых работает как крыло площадью $dF = bdl$, где b – хорда профиля, а dl – ширина элемента по размаху лопасти.

Для s -го элемента k -й лопасти величина составляющей скорости набегающего воздуха, перпендикулярной оси лопасти, определяется следующим выражением:

$$\begin{aligned} \bar{V}_k^s = & \delta_1^{jk} [\bar{\varphi} \bar{R}_{dr} \cos(\gamma_k + \beta_k) + (\bar{\varphi} + \bar{\gamma}_k) \bar{l}_k^I \cos \beta_k + (\bar{\varphi} + \bar{\gamma}_k + \bar{\beta}_k) \bar{l}_{sk} - \\ & - \mu \sin \left(\varphi + \gamma_k + \beta_k + [k-1] \frac{2\pi}{n} \right)] + \\ & + \delta_2^{jk} [-\bar{\varphi} \bar{R}_{dr} \sin \beta_k + (\bar{\varphi} + \bar{\gamma}_k) \bar{l}_k^{II} \cos \beta_k + (\bar{\varphi} + \bar{\gamma}_k + \bar{\beta}_k) \bar{l}_{sk} - \\ & - \mu \sin \left(\varphi + \beta_k + \gamma_k + [k-1] \frac{2\pi}{n} \right)] \quad (k = 1, \dots, n) \end{aligned}$$

где l_{sk} – расстояние от точки A_k до s -го сечения k -й лопасти; $\mu = V_a / (\omega_0 R)$ – характеристика режима работы винта [4].

Погонная лобовая аэродинамическая нагрузка s -го элемента k -й лопасти, находящегося в потоке, будет $\bar{i}_k^s = C_k^s (\bar{V}_k^s)^2$.

Безразмерные коэффициенты C_k^s для каждого сечения определяются по полярам профиля NASA-23012 с учетом вязкости и сжимаемости набегающего потока. Для элементов лопасти, находящихся внутри крыла, $\bar{i}_k^s = 0$.

Безразмерные моменты аэродинамических сил относительно точек A_k , O_k и O , действующих на k -ю лопасть, имеют вид соответственно:

$$\begin{aligned} \bar{M}_{A_k} = & \frac{\bar{b}}{\pi} \int_0^{\bar{l}_b} d\bar{l} \int_0^{\bar{l}_b} \bar{i}_k^s d\bar{l}, \\ \bar{M}_{O_k} = & \frac{\bar{b}}{\pi} \left(\int_0^{\bar{l}_b} d\bar{l} \int_0^{\bar{l}_b} \bar{i}_k^s d\bar{l} + (\delta_1^{jk} \bar{l}_k^I \cos \beta_k + \delta_2^{jk} \bar{l}_k^{II} \cos \beta_k) \int_0^{\bar{l}_b} \bar{i}_k^s d\bar{l} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{M}_O = & \frac{\bar{b}}{\pi} \left(\int_0^{\bar{l}_b} d\bar{l} \int_0^{\bar{l}_b} \bar{t}_k^s d\bar{l} + \delta_1^{jk} [\bar{l}_k \cos \beta_k + \bar{R}_{dr} \cos(\gamma_k + \beta_k)] + \right. \\ & \left. + \delta_2^{jk} [-\bar{R}_{dr} \sin \beta_k + \bar{l}_k^{\text{II}} \cos \beta_k] \int_0^{\bar{l}_b} \bar{t}_k^s d\bar{l} \right) \end{aligned}$$

В этих соотношениях $\bar{b} = b/R$ и $\bar{l}_b = l_b/R$ — безразмерные хорда и длина лопасти.

Выражения (10) и (11) на каждом временном интервале могут быть представлены системой $3n+1$ линейных уравнений с неизвестными $\bar{\gamma}_k, \bar{\beta}_k, \bar{P}_{ds}^k$ ($k = 1, \dots, n$) и $\bar{\phi}$:

$$\begin{aligned} & \bar{a}_{i,3} \bar{\phi} + \bar{a}_{i,4} \bar{\gamma}_1 + \bar{a}_{i,5} \bar{\gamma}_2 + \dots + \bar{a}_{i,(n+3)} \bar{\gamma}_n + \\ & + \bar{a}_{i,(n+4)} \bar{\beta}_1 + \bar{a}_{i,(n+5)} \bar{\beta}_2 + \dots + \bar{a}_{i,(2n+3)} \bar{\beta}_n + \\ & + \bar{a}_{i,(2n+4)} \bar{P}_{ds}^1 + \bar{a}_{i,(2n+5)} \bar{P}_{ds}^2 + \dots + \bar{a}_{i,(3n+3)} \bar{P}_{ds}^n = \bar{b}_i \quad (i = 1, \dots, 3n+1) \end{aligned}$$

коэффициенты $\bar{a}_{i,j}$ которой образуют квадратную матрицу

$$\left\| \begin{array}{cccc} \bar{a}_{1,1} & \bar{a}_{1,2} & \dots & \bar{a}_{1,(3n+1)} \\ \bar{a}_{2,1} & \bar{a}_{2,2} & \dots & \bar{a}_{2,(3n+1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \bar{a}_{(3n+1),1} & \bar{a}_{(3n+1),2} & \dots & \bar{a}_{(3n+1),(3n+1)} \end{array} \right\| \quad (12)$$

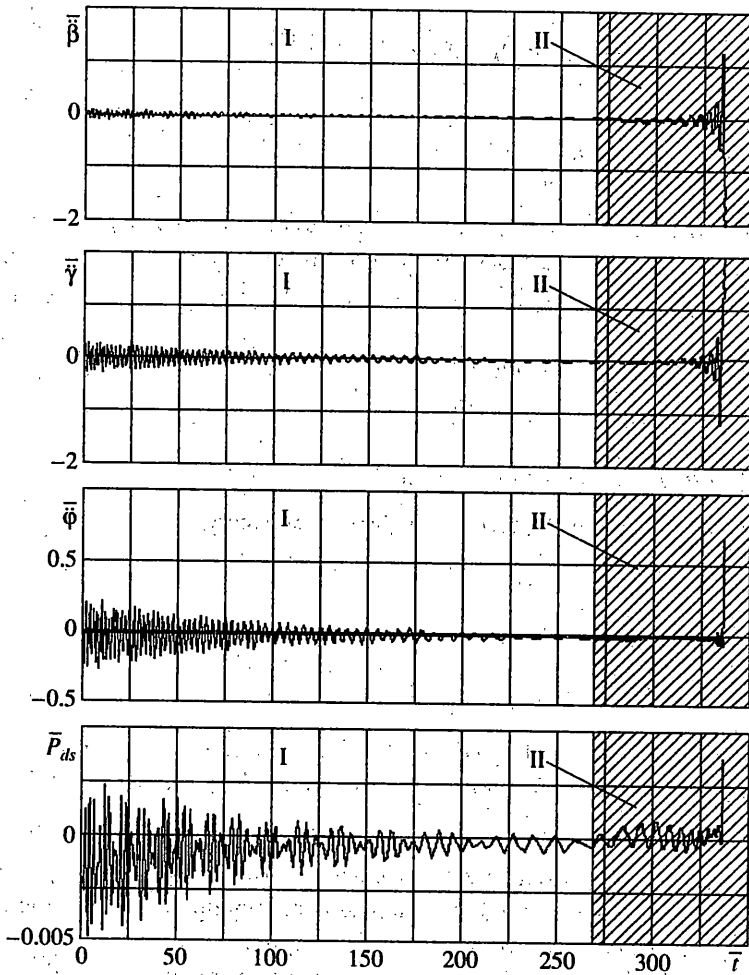
Система уравнений (10) и (11) имеет единственное решение, когда определитель матрицы (12) не равен нулю. Однако, если для любого k , $\bar{l}_k = 0$, то $(k+1)$ -я и $(2k+1)$ -я строки матрицы (12) линейно зависимы. Таким образом, неизвестные $\bar{\gamma}_k, \bar{\beta}_k, \bar{P}_{ds}^k$ ($k = 1, \dots, n$) и $\bar{\phi}$ однозначно определены только при условии $0 < \bar{l}_k \leq l_0$ ($k = 1, \dots, n$), поэтому, исследуя уборку лопастей, необходимо контролировать выполнение условия $\bar{l}_k < \varepsilon$ ($k = 1, \dots, n$), где ε — достаточно малая величина.

На фигурах 3–6 показаны результаты численных расчетов, проведенных для следующих параметров роторной системы: $\bar{m}_{cg} = 0.398$, $\bar{l}_b = 0.5$, $\bar{M}_{\text{break}} = 0.002$, $\bar{m}_b = 0.295$, $\phi_0 = 0$, $\bar{R}_{dr} = 0.042$, $\bar{l}_0 = 0.458$, $\bar{J}_O^{ds} = 0.242$, $\bar{J}_O^{dr} = 0.008$, $\bar{R}_{ds} = 0.502$, $n = 3$, $\varepsilon = 8.3 \cdot 10^{-4}$, где ϕ_0 — значение угла ϕ в начальный момент времени.

Эти характеристики близки к параметрам изготавливаемой в КГТУ им. А.Н. Туполева радиоуправляемой летающей модели вертикально взлетающего летательного аппарата (см. фиг. 1).

Численное интегрирование по времени системы уравнений (10) и (11), производилось методом Рунге–Кутты четвертого порядка для дифференциальных уравнений второго порядка [5]. Этот метод требует на каждом временном интервале четырехкратного решения данной системы, которое осуществлялось методом Гаусса с поиском главного элемента в текущем миноре. Величина шага интегрирования корректировалась методом двойного счета [6]. Интегрирование погонной аэродинамической нагрузки по длине лопасти осуществлялось при помощи аппарата интегрирующих матриц [7].

Как показывают графические зависимости, при уборке лопастей элементы несущего винта совершают колебательные движения. Эти колебания возникают из-за больших величин инерционных сил лопастей в начале сворачивания, которые при увеличении углов γ_k создают значительные разгоняющие моменты на барабане. Сильное влияние на движение роторной системы оказывает присутствие дискового крыла и воздействие переменных по азимуту сил аэродинамического сопротивления.



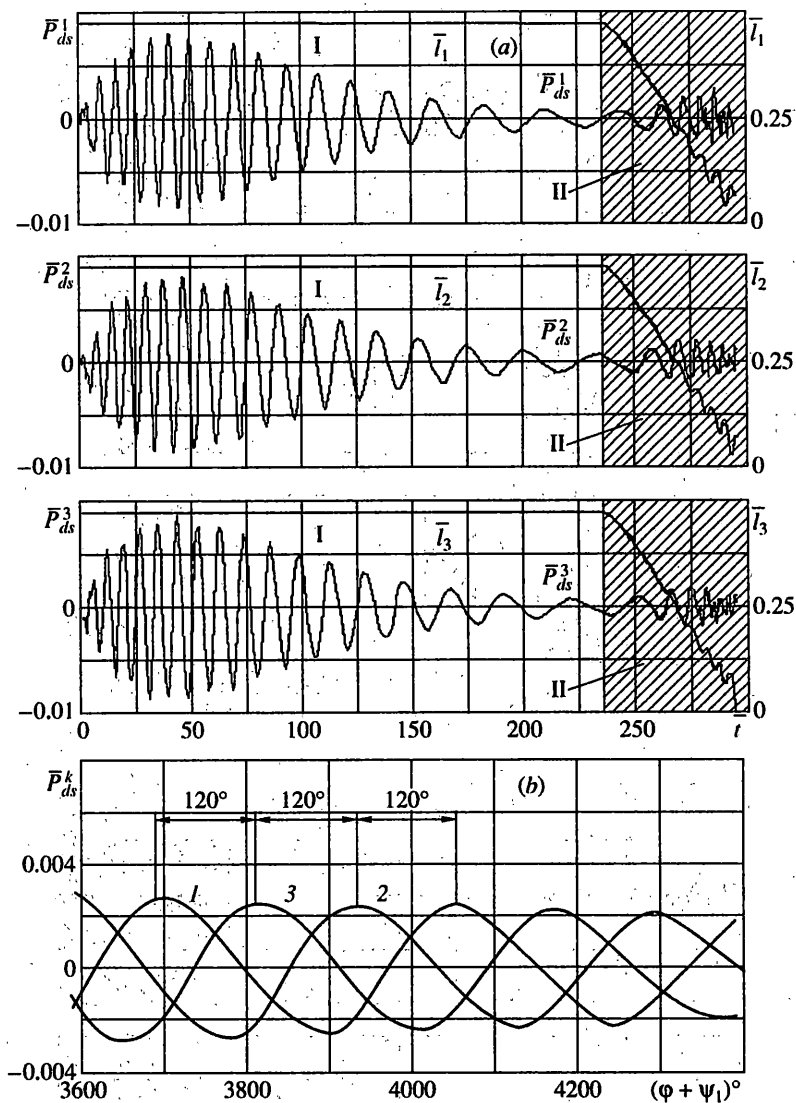
Фиг. 3

Большую часть времени сворачивания занимает первый этап уборки. При воздействии тормозящего момента и сил аэродинамического сопротивления лопастей кинетическая энергия роторной системы уменьшается, следовательно уменьшаются силы инерции лопастей. По этой причине на первом этапе происходит уменьшение амплитуд колебаний всех величин, растут периоды колебаний.

На втором этапе вновь имеет место значительный рост амплитуд и частот изменения всех величин. Это связано с уменьшением длин тросов и с происходящим при этом ростом инерционных сил лопастей.

Скорость набегающего на винт потока воздуха оказывает значительное влияние на протекание сворачивания лопастей. При $\mu = 0$ условия обтекания лопастей потоком одинаковы независимо от азимутального положения, поэтому лопасти движутся синхронно и графики изменения по времени всех величин, относящихся к лопастям, совпадают. На фиг. 3 показаны графики величин $\bar{\phi}$, $\bar{\gamma}_k$, $\bar{\beta}_k$ и \bar{P}_{ds}^k ($k = 1, \dots, n$) для $\mu = 0$ (по оси абсцисс откладывается безразмерное время $\bar{t} = \omega_0 t$).

При $\mu = 0.2$ величина сил аэродинамического сопротивления различна по азимуту. На фиг. 4 приведена функция \bar{P}_{ds}^k от времени ($k = 1, \dots, 3$). На фиг. 4,в изображено

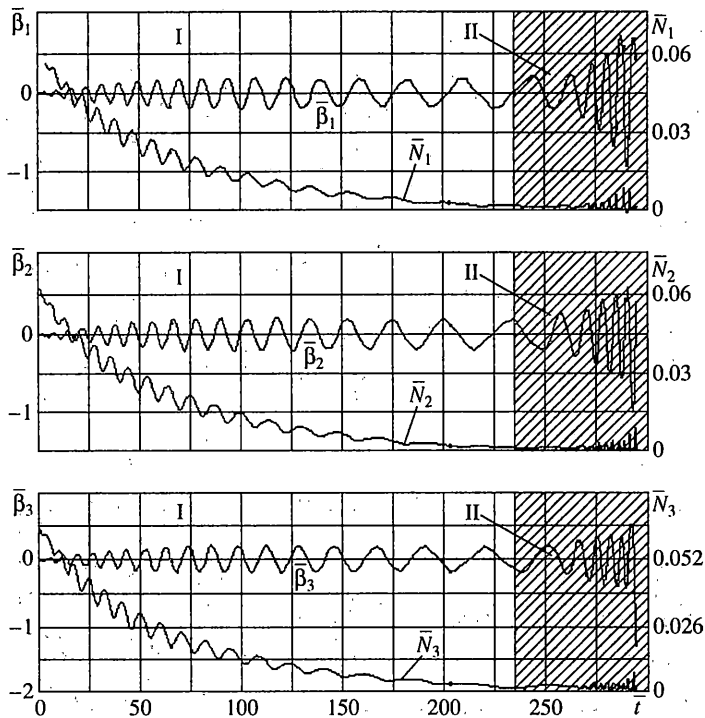


Фиг. 4

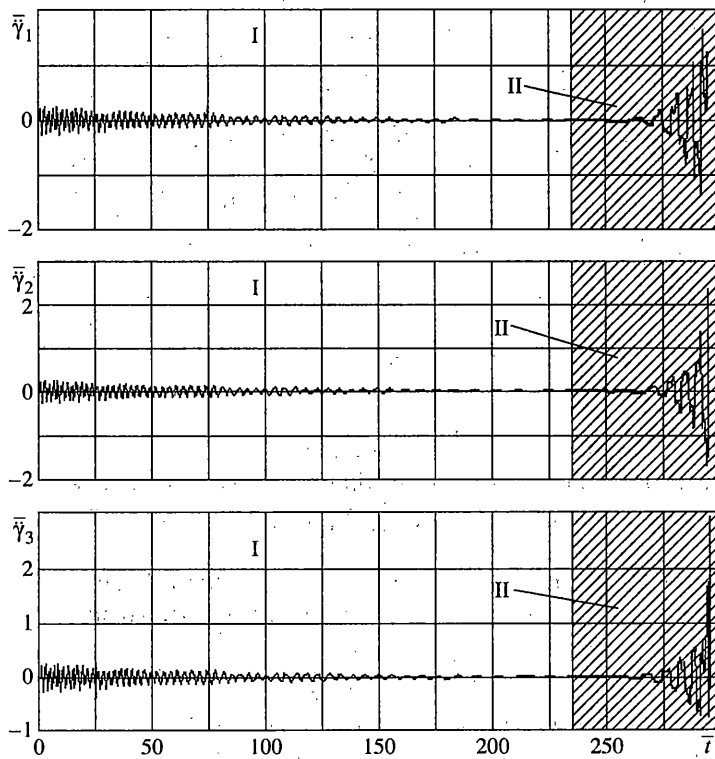
изменение сил \bar{P}_{ds}^k по азимуту на участке сворачивания, соответствующем повороту дискового крыла от 3600 до 4400 градусов от начального положения. При росте скорости V_a амплитуды изменения сил \bar{P}_{ds}^1 , \bar{P}_{ds}^2 и \bar{P}_{ds}^3 увеличиваются, а значения их колеблются со сдвигом в 120° .

На фиг. 5 представлены функции углов β_k от времени сворачивания при $\mu = 0.2$. Видно, что на протяжении первого этапа их величины малы, однако на второй стадии уборки под действием инерционных сил они достигают 75° .

На фиг. 6 показано изменение по времени безразмерных ускорений $\bar{\gamma}_k$ ($\mu = 0.2$), но влияние положения лопастей по азимуту на $\bar{\gamma}_k$ сказывается лишь на втором этапе, когда инерционные силы лопастей минимальны. На первой стадии уборки величины $\bar{\gamma}_k$ колеблются синхронно для всех лопастей.



Фиг. 5



Фиг. 6

Набегающий на винт поток воздуха может привести к тому, что ослабнет натяжение в одном или нескольких тросах. Опасность ослабления натяжения особенно велика на втором этапе, когда данная величина мала (см. фиг. 5). Это явление нежелательно, так как повлечет за собой увеличение вибраций конструкции. Численные исследования показали, что в случае $\mu > 0.2$ на втором этапе сворачивания происходит ослабление натяжения в тросе одной из лопастей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белоцерковский С.М., Кочетков Ю.А., Красовский А.А., Новицкий В.В. Введение в аэроавтоупругость. М.: Наука, 1980. 384 с.
2. Бутенин Н.В., Луцк Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики. Т. 2. Динамика. М.: Наука, 1985. 496 с.
3. Лурье А.И. Аналитическая механика. М.: Физматгиз, 1961. 824 с.
4. Джонсон У. Теория вертолета. Кн. 2. М.: Мир, 1983. 502 с.
5. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1978. 832 с.
6. Левицкий В.М., Литвин Б.Ф. Приближенные вычисления и программирование на ЭВМ "Найри-2". Л.: Машиностроение, 1977. 240 с.
7. Паймушин В.Н., Фирсов В.А. Оболочки из стекла. Расчет напряженно-деформированного состояния. М.: Машиностроение, 1993. 208 с.

Казань

Поступила в редакцию
17.01.2000

Зав. редакцией В.М. Кутырева

Технический редактор В.М. Пахомова

Сдано в набор 02.2002	Подписано к печати 25.03.2002	Формат бумаги 70 × 100 ¹ / ₁₆		
Офсетная печать	Усл.печ.л. 15,6	Усл.кр.-отт. 5,2 тыс.	Уч.-изд. л. 18,6	Бум. л. 6,0
	Тираж 331 экз.	Зак. 5636		

Свидетельство о регистрации № 0110261 от 08.02.93 г.
в Министерстве печати и информации Российской Федерации
Учредители: Российская академия наук, Отделение проблем машиностроения,
механики и процессов управлений,
Общество с ограниченной ответственностью "Журналы по механике"

Адрес издателя: 117997, Москва, Профсоюзная ул., 90
Адрес редакции: 117526, Москва, проспект Вернадского, д. 101. Тел. 434-35-38
Отпечатано в ППП "Типография "Наука", 121099, Москва, Г-99, Шубинский пер., 6