

УДК 539.374

© 2002 г. А.Е. АНДРЕЕВ-АНДРИЕВСКИЙ

РАСЧЕТ КОНСОЛЬНЫХ ПЛАСТИЧЕСКИ ДЕФОРМИРУЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРЕДОХРАНИТЕЛЬНОГО КЛАПАНА

Рассмотрен аналитический и численный расчет консольных пластически деформируемых элементов, подпирающих поршень предохранительного клапана однократного срабатывания. При расчете пластического изгиба использована степенная аппроксимация диаграммы деформирования. Учтено формоизменение при больших перемещениях.

В аналитическом расчете применена расчетная схема жесткой консоли с упрочняющимся пластическим шарниром в заделке. В численном расчете используется разбиение оси консоли на участки конечной длины, нагружение задается малыми шагами по смещению, а соответствующее усилие как аргумент ищется прямым методом оптимизации Хука–Дживса для функции невязки в виде разности между заданным и расчетным значением смещения.

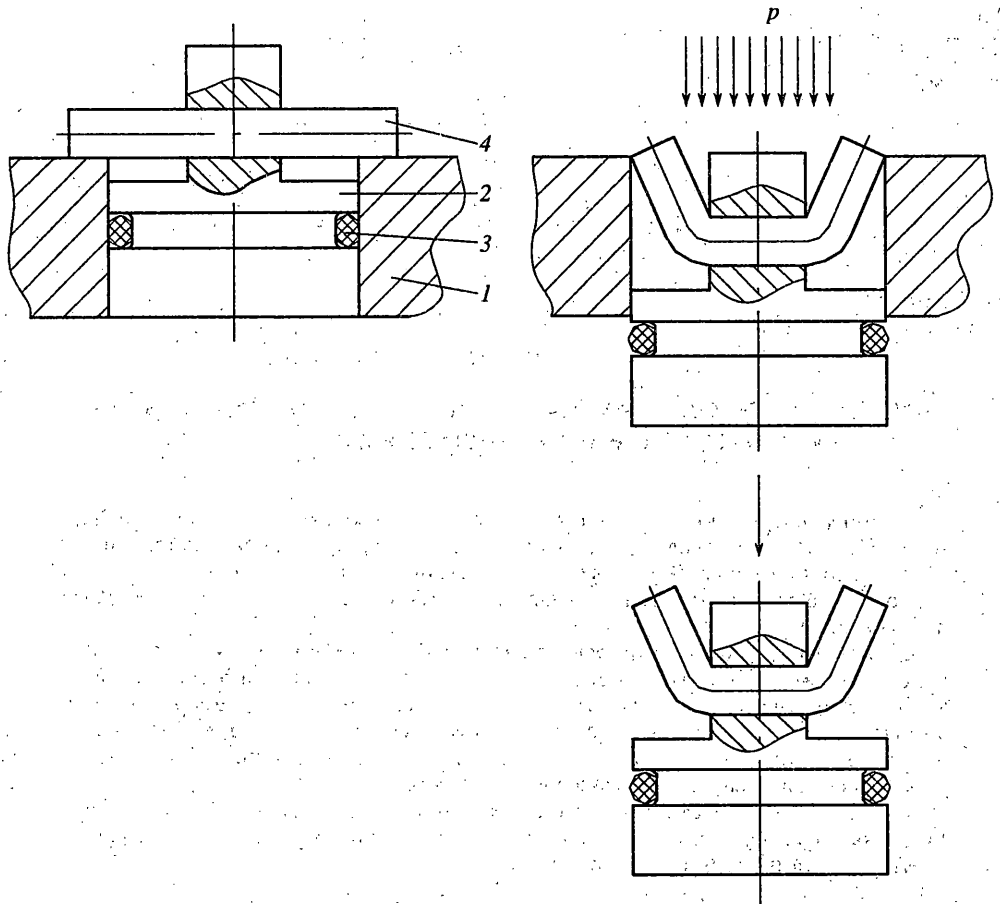
Силовая характеристика процесса нагружения имеет максимум по усилию. Расчетные и экспериментальные значения максимального усилия силовой характеристики удовлетворительно согласуются.

На фиг. 1 показана конструктивная схема предохранительного клапана [1] однократного действия с консольными пластически деформируемыми элементами (ПДЭ): 1 – корпус изделия, 2 – поршень, 3 – уплотнительное резиновое кольцо, 4 – ПДЭ. При действии внешнего избыточного давления p сила давления передается на ПДЭ. Они уравнивают силу давления вплоть до потери несущей способности, которая наступает после образования в заделках ПДЭ "пластических шарниров". По превышении предела несущей способности ПДЭ прогибаются и освобождают поршень, который выбивается силой давления и вода начинает поступать во внутренний объем изделия, перепад давления снимается. Предохранительный клапан предотвращает разрушение корпуса в аварийной ситуации.

Применение ПДЭ позволяет по сравнению со случаем использования упругих силовых элементов гораздо полнее использовать прочностные свойства материала и за счет этого резко сократить габариты предохранительного клапана.

Целью дальнейшего расчета является определение максимального усилия силовой характеристики ПДЭ, которое определяет давление срабатывания предохранительного клапана. В основе расчета лежит ряд допущений.

Аппроксимируем связь между напряжением и пластической деформацией степенной функцией $\sigma = \sigma_0 \epsilon^n$, где σ_0 и n – параметры. Для определения параметров используем в качестве представительной точки предел прочности на диаграмме растяжения. Поскольку действительные σ и условные σ_c напряжения связаны зависимостью $\sigma = (1 + \epsilon) \sigma_c$, то для дифференциалов имеем $d\sigma = d\epsilon \sigma_c + (1 + \epsilon) d\sigma_c$. В точке (σ_b, ϵ_b) предела прочности для условных напряжений достигается максимум кривой $\sigma_c(\epsilon)$ и



Фиг. 1

$d\sigma_c = 0$, поэтому в этой точке можно потребовать выполнения двух условий: $\sigma = (1 + \epsilon_b) \sigma_b$, $d\sigma/d\epsilon = \sigma_b$, откуда и определяются искомые параметры

$$n = \frac{\epsilon_b}{1 + \epsilon_b}, \quad \sigma_0 = \frac{1 + \epsilon_b}{\epsilon_b^n} \sigma_b$$

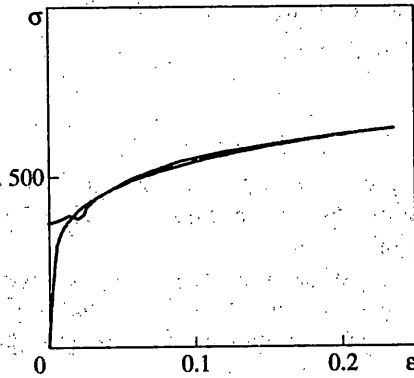
Подчеркнем, что ϵ_b есть пластическая деформация в точке предела прочности, т.е. абсцисса с диаграммы деформирования, полученной из диаграммы растяжения образца.

В качестве примера на фиг. 2 для стали 20 показаны экспериментальная диаграмма деформирования, ломаная линия и аппроксимация степенной функцией, плавная линия – они весьма близки, особенно в области больших деформаций, в которой и работает ПДЭ.

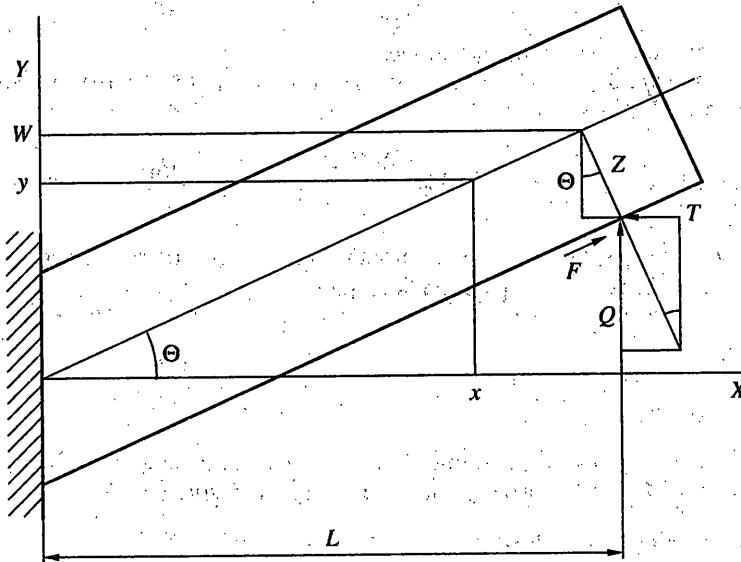
Упругими деформациями в силу их малости пренебрегаем. Изгибающий момент определяется интегралом по площади F сечения

$$M = \iint_F \sigma \zeta dF$$

где ζ – расстояние элемента dF площади от нейтральной оси. Принимаем известные кинематические допущения относительно распределения деформаций по изгибаемому



Фиг. 2



Фиг. 3

сечению: $\epsilon(\zeta) = \chi \zeta$ при данной кривизне χ . Здесь использовано допущение о том, что ПДЭ есть тонкий брус. Для прямоугольного сечения шириной b и высотой $2h$ и для круглого сечения диаметром $2r$ зависимость изгибающего момента от кривизны имеет вид

$$M = (Z\chi)^n \quad (1)$$

где $Z = h$ для прямоугольника, $Z = r$ для круга

$$M_0 = \begin{cases} \frac{2}{2+n} \sigma_0 b h^2 & (\text{прямоугольник}) \\ c \sigma_0 r^3 & (\text{круг}) \end{cases}$$

$$c = 4 \int_0^{\pi/2} \sin^{1+n} \varphi \cos^2 \varphi d\varphi$$

Обратимся к расчетной схеме на фиг. 3. Изгибающий момент M в текущем сечении

в зависимости от внешних действующих сил Q , T и F :

$$M = Q(L - x) + T(W - y - Z \cos \Theta) + FZ \quad (2)$$

$$T = \operatorname{tg} \Theta Q \quad (3)$$

$$F = fQ / \cos \Theta \quad (4)$$

где x – абсцисса текущего сечения, L – рабочая длина по фиг. 3, W – прогиб ПДЭ, y – ордината текущего сечения, Θ – угол наклона ПДЭ, T и F – компоненты контактной силы, f – коэффициент трения.

Воспользуемся схемой деформирования ПДЭ в форме упрочняющегося пластического шарнира. Деформации сосредоточены в сечении $x = 0$, на всей остальной длине ПДЭ остается жестким, недеформируемым, прямым (фиг. 3). В соответствии с этой схемой имеем

$$W = \operatorname{tg} \Theta L \quad (5)$$

$$y = \operatorname{tg} \Theta x \quad (6)$$

Действием растяжения–сжатия пренебрегаем.

Выразим кривизну из (1) и (2) с подстановкой выражений (3)–(6); после преобразований получаем

$$\chi = \frac{1}{Z} \left[\frac{1}{\cos^2 \Theta} \left(1 - \frac{x}{L} \right) + \left(\frac{1}{\cos \Theta} - \sin \Theta \right) \frac{Z}{L} \right]^{1/n} \left(\frac{Q}{Q_0} \right)^{1/n}, \quad Q_0 = \frac{M_0}{L} \quad (7)$$

Поскольку $\chi = d\Theta/dS$, то угол Θ наклона ПДЭ, постоянный по длине S в соответствии с принятой схемой деформирования, равен

$$\Theta = \int_0^L \chi(x) dS(x) \quad (8)$$

$$dS(x) = dx / \cos \Theta \quad (9)$$

Подставим в интеграл (8) выражение (7) для кривизны и зависимость (9), проведем интегрирование и из полученного соотношения выразим силу Q :

$$Q = (mZ/L)^n \Phi(\Theta) Q_0, \quad m = (1+n)/n$$

$$\Phi(\Theta) = \frac{\Theta^n \cos^{2+n} \Theta}{\{ [1 + (f \cos \Theta - \sin \Theta \cos^2 \Theta)(Z/L)]^m - [(f \cos \Theta - \sin \Theta \cos^2 \Theta)(Z/L)]^m \}^n}$$

Полное усилие, действующее на поршень предохранительного клапана со стороны одного ПДЭ, равно $P = Q + \sin \Theta$, $F = (1 + f \operatorname{tg} \Theta) Q$.

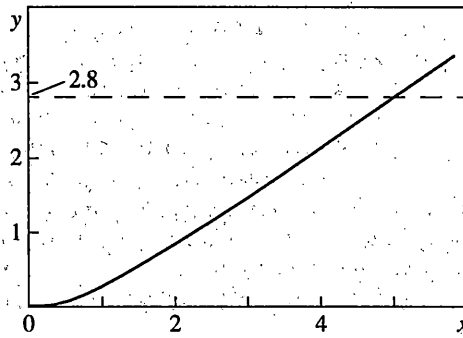
Пусть поршень предохранительного клапана подпирают ПДЭ в количестве K штук. Тогда силовая характеристика системы ПДЭ, подпирающих поршень, имеет вид

$$P = K(mZ/L)^n \Psi(\Theta) Q_0, \quad W = \operatorname{tg} \Theta L \quad (10)$$

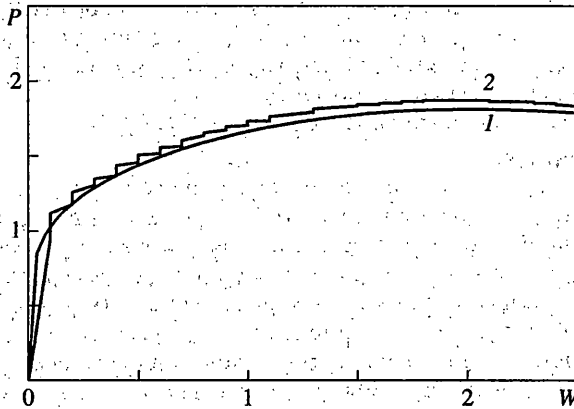
$$\Psi(\Theta) = \frac{(1 + f \operatorname{tg} \Theta) \Theta^n \cos^{2+n} \Theta}{\{ [1 + (f \cos \Theta - \sin \Theta \cos^2 \Theta)(Z/L)]^m - [(f \cos \Theta - \sin \Theta \cos^2 \Theta)(Z/L)]^m \}^n}$$

Зависимость $P(W)$ определена параметрически (10) через угол Θ наклона ПДЭ.

Рассмотрим численный расчет. Получим геометрические соотношения для изогнутой оси ПДЭ. При расчете ось ПДЭ разбивается на малые участки длиной δS . Из силового расчета, как описано далее, определяется изгибающий момент и по нему кривизна χ каждого элемента. Учитывая известное из дифференциальной геометрии



Фиг. 4



Фиг. 5

соотношение $\chi = d\Theta/dS$, где Θ – угол наклона оси ПДЭ, имеем для конечных приращений: $\Theta_i = \Theta_{i-1} + \chi \delta S$, где Θ_{i-1} и Θ_i – угол наклона оси ПДЭ в узлах $(i-1)$ и (i) , т.е. в начале и в конце i -го участка $(i = 0, 1, \dots, N)$.

Участки приближенно можно считать прямыми. Для координат узлов имеем следующие соотношения: $X_i = X_{i-1} + \cos \Theta_e \delta S_i$, $Y_i = Y_{i-1} + \sin \Theta_e \delta S_i$, где угол наклона Θ_e оси ПДЭ на i -м участке принят равным среднему между узлами $\Theta_e = 0.5 (\Theta_{i-1} + \Theta_i)$.

Полученные соотношения позволяют рассчитать координаты узлов, определяющие положение изогнутой линии ПДЭ при известной кривизне каждого участка оси.

Особенностью нагружения ПДЭ в данном случае является увеличение числа изгибаемых участков при деформировании. Поэтому необходимо задать расчетную длину оси больше расстояния L (фиг. 3), например, в два раза.

Величина изгибающего момента рассчитывается для середины i -го участка по формуле $M = (Q + F \sin \Theta_L)(L - x_i) + (T - F \cos \Theta_L)(W - y_i - Z \cos \Theta_L)$, где Θ_L – угол наклона недеформированного участка ПДЭ, компонента T контактной силы и сила F трения определены формулами (3) и (4) при $\Theta = \Theta_L$; $x_i = 0.5 (x_{i-1} + x_i)$, $y_i = 0.5 (y_{i-1} + y_i)$ – координаты середины i -го участка. С учетом (3) и (4) имеем

$$M = [(1 + f \operatorname{tg} \Theta_L)(L - x_i) + (\operatorname{tg} \Theta_L - f)(W - y_i - Z \cos \Theta_L)]Q$$

Данное выражение справедливо при $x_i < L$, при $x_i \geq L$ имеем $M = 0$ и $\chi = 0$.

Расчет проводится малыми шагами по параметру нагружения (смещение W оси ПДЭ в точке контакта). Этот выбор вызван тем, что силовая характеристика ПДЭ

имеет максимум по усилию и поэтому силу Q нельзя использовать как монотонно увеличивающийся параметр нагружения. На каждом шаге нагружения расчет изгибающего момента ведется по достигнутой ранее деформированной геометрии ПДЭ, т.е. учитывается формоизменение (геометрическая нелинейность задачи). Определение усилия Q проводится прямым методом оптимизации Хука-Дживса [2], оптимизируется функция $(W - y_L)^4$, где y_L — смещение оси ПДЭ при $x = L$. Показатель степени 4 в оптимизируемой функции выбран по результатам численных экспериментов, при этом расчет проходит быстрее и силовая характеристика получается более гладкой.

Был испытан предохранительный клапан с тремя ПДЭ круглого сечения диаметром 3 мм и рабочей длиной $L = 5$ мм. Материал ПДЭ — сталь 20 с параметрами $\epsilon_b = 0.237$, $\sigma_b = 516$ МПа.

При численном расчете нагружение рассчитывалось до прогиба 2.8 мм, коэффициент трения принят равным 0.18 (сталь по стали). Для контроля правильности численного расчета полезно рассмотреть форму изогнутой оси ПДЭ, фиг. 4. Из фиг. 4 также видно, что на большей части длины ПДЭ действительно остается почти прямолинейным, что оправдывает применение схемы жесткого ПДЭ с пластическим шарниром в заделке, принятую в аналитическом расчете.

На фиг. 5 приведены силовые характеристики (P [кН], W [мм]): 1 — аналитический расчет, 2 — численный расчет.

Силовые характеристики по аналитическому и численному расчету весьма близки, максимальные значения усилия составляют 18.2 кН и 18.8 кН, соответственно, что различается всего на 3%. Численно рассчитанная силовая характеристика имеет ломаный вид, что связано с некоторой неустойчивостью процедуры численной оптимизации. Численно рассчитанная силовая характеристика ближе к опытным данным, максимальные значения силы сопротивления в эксперименте больше на 11%. Погрешность 11% сравнительно невелика для задачи о пластическом деформировании с большим формоизменением системы, поэтому совпадение расчетных и экспериментальных данных можно считать удовлетворительным.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андреев-Андреевский А.Е., Куропаткин А.Д. Предохранительный клапан однократного действия. Патент № 2079758. Бюллетень изобретений, 1997. № 14.
2. Банди Б. Методы оптимизации. М.: Радио и связь, 1988. 128 с.

Москва

Поступила в редакцию
2.03.2000