

УДК 539.214;539.374

© 2002 г. Г.К. ВОНГ, С.М. КАПУСТЯНСКИЙ, В.Н. НИКОЛАЕВСКИЙ,
Я.В. ШЛЯПОБЕРСКИЙ

УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ПОВРЕЖДЕННОСТИ ПРИЗАБОЙНОЙ ЗОНЫ СКВАЖИНЫ

Разрушение призабойной зоны скважины происходит из-за анизотропии горного давления и спада порового давления в ходе добычи нефти. Для корректных прогнозов подобных ситуаций необходимо проводить трехосные и одноосные испытания извлеченных образцов породы пласта. Используемые в статье данные разрушающих испытаний слабосцементированного песчаника соответствуют неассоциированному закону пластического течения с проявлениями упрочнения и дилатансии.

Рассматривался случай горизонтальной скважины, когда внутри ее открытого забоя помещался тонкий металлический фильтр, а кольцевое пространство до стенки скважины было заполнено либо гравием, либо разрушенным материалом матрицы пласта (неуплотненным песком).

Двумерная задача, соответствующая поперечному сечению скважины, решалась численно. Решение показало качественное изменение полей напряжений и деформаций по мере спада порового давления. Выявлены эффекты локализации в наклонные полосы, определяемые анизотропией горного давления, а также возникновения несущих арок, препятствующих дальнейшему движению массы песка к скважине. Хотя перемещения стенок скважины с открытым забоем оказались слишком малыми, чтобы вызвать разрушение ее ствола, сам (пластически) разрушенный материал стенок оказался в состоянии неустойчивого равновесия. В связи с этим и рассматривался вариант создания фильтра с гравийной набивкой. Проведен расчет передачи давления на металлическую перфорированную колонну (фильтр), помещаемую при этом по центру скважины.

1. Постановка задачи. Используемая математическая модель пластического течения с сухим трением и неассоциированной дилатансией была предложена в работе [1]. Будем считать, что до момента достижения предельного состояния поведение рассматриваемого песчаника адекватно ее деформационному варианту [2], и только по достижении предела прочности – модели неассоциированного пластического течения [1].

Динамическую систему уравнений, описывающую изменение во времени двумерных полей напряжений и деформаций, запишем в следующем виде:

$$\rho_0 \frac{\partial v_z}{\partial t} = \frac{\partial S_{zz}}{\partial z} - \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial S_{zx}}{\partial x} \quad (1.1)$$

$$\rho_0 \frac{\partial v_x}{\partial t} = \frac{\partial S_{xx}}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial S_{zx}}{\partial z} \quad (1.2)$$

$$DS_{zz} / Dt = 2G(\varepsilon_{zz} - \frac{1}{3}\varepsilon - \lambda S_{zz}) \quad (1.3)$$

$$DS_{xx} / Dt = 2G(\varepsilon_{xx} - \frac{1}{3}\varepsilon - \lambda S_{xx}) \quad (1.4)$$

$$DS_{zx} / Dt = 2G(\varepsilon_{zx} - \lambda S_{zx}) \quad (1.5)$$

$$dP / dt = -K(\varepsilon - 2\lambda\Lambda\tau) \quad (1.6)$$

Здесь (1.1), (1.2) – уравнения сохранения импульса (сжимающие напряжения отрицательны), (1.3)–(1.6) – закон Гука в приращениях для упругих составляющих деформаций (пластическая часть вычтена); x, z – горизонтальная и вертикальная координаты, t – время; ρ_0 – плотность песчаника; v_i – компоненты скорости смещения; G, K – пластические модули, определяемые по кривым нагружения (если предельное состояние еще не достигнуто) или же упругие модули, которые находятся по наклону линий разгрузки при испытаниях образцов породы. Если предельное состояние достигнуто, то модули определяются по кривым нагружения (если приращение давления положительно и фигуративная точка не находится на кривой разгрузки). В противном случае модули определяются по наклону разгрузочных кривых. Модули зависят от инвариантов тензора напряжений. Использовались данные трехосных и одноосных (стесненных) испытаний.

Полные напряжения представлены в виде суммы $S_{ij} - P\delta_{ij}$, где P – полное горное давление; $\varepsilon = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{zz}$ – скорость изменения объема; $\varepsilon_{xx} = \partial v_x / \partial x$, $\varepsilon_{zz} = \partial v_z / \partial z$, $\varepsilon_{xz} = (\frac{1}{2})(\partial v_x / \partial z + \partial v_z / \partial x)$ – компоненты скорости деформаций; $\tau^2 = (\frac{3}{8})S_{ij}S_{ij}$ – второй инвариант тензора-девиатора напряжений, λ – скалярный множитель, определяющий скорость пластической деформации; δ_{ij} – единичный тензор, Λ – скорость дилатансии [1].

Полные деформации e_{ij} определяются как суммы соответствующих упругих и пластических деформаций. Закон Гука (1.3)–(1.6) может быть представлен и в более привычном виде:

$$d\sigma_{ij} = (K - 2G/3)\delta_{ij}de^e + 2Gde_{ij}^e \quad (1.7)$$

Следует подчеркнуть, что в случае насыщенной среды уравнения (1.1)–(1.2) следует переформулировать в виде

$$S_{ij} - P\delta_{ij} = \sigma_{ij}^{eff} - p\delta_{ij} \quad (1.8)$$

где σ_{ij}^{eff} – эффективное напряжение Терцаги, p – поровое давление [3, 4].

Динамические члены сохранены в уравнениях равновесия с целью применения метода динамической релаксации, который позволяет получать решения статических задач как асимптотику (во времени) динамических [5].

Условие перехода в пластическое состояние текучести можно записать в виде [3, 4]:

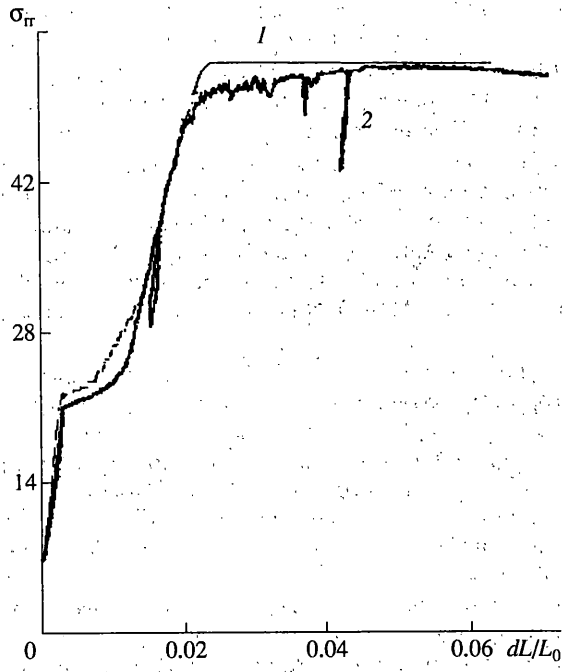
$$\Phi_\sigma \equiv |\tau| - \alpha(P - p) - Y = 0 \quad (1.9)$$

или же в нелинейном виде относительно давления, которое лучше описывает поведение слабосцементированных песчаников

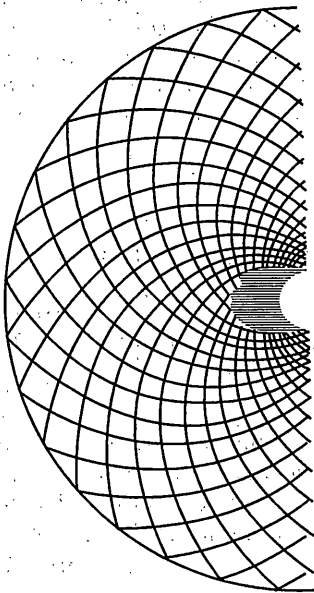
$$\Phi_\sigma = |\tau| - \alpha(P - p)^n \quad (1.10)$$

где Y – эффективное сцепление, α – коэффициент сухого трения, n – некоторый коэффициент.

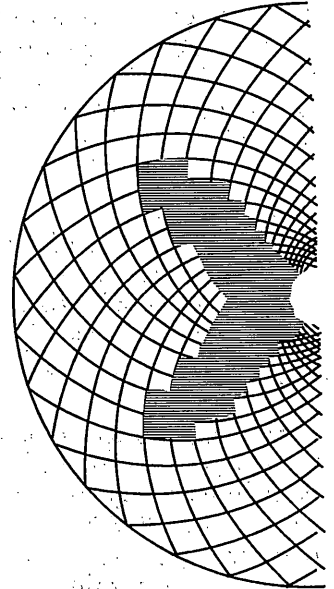
Таким образом, поровое давление входит в условие пластичности (1.9). Если рассматривать только ситуации, когда градиенты порового давления по плоскости равны нулю, уравнение движения жидкости (и определяющий закон Дарси) вводить не требуется, и можно ограничиться системой (1.1)–(1.6). Тем самым действием собственно



Фиг. 1.



Фиг. 2



Фиг. 3

фильтрационными силами (градиентами давления) будем пренебрегать. Само поровое давление вводим в (1.9), в зависимость скорости дилатансии от напряжения (см. ниже) и в граничные условия – на стенке скважины, где $p = p_w$, и на бесконечности, где также $p = p_w$, именно в силу пренебрежения градиентом порового давления.

2. Выбор параметров. Прочностные параметры рассматриваемых геоматериалов вычислялись предварительно по методике [6, 7] на основе экспериментов Джона Дадли, см. [8]. Трудности интерпретации опытных данных были связаны с допредельной пластичностью, которую проявляет рассматриваемый песчаник (см. одну из кривых "трехосного" сжатия цилиндрического образца на фиг. 1). Соответствующие "пластические модули" были получены согласно деформационной форме модели [2]. На фиг. 1 тонкой линией 1 (σ_{rr} [МПа]) дана расчетная аппроксимация экспериментальной кривой 2.

Для вычисления этих модулей была разработана специальная программа для персонального компьютера, позволяющая на основе исходных трехосных и одноосных испытаний находить зависимости модулей от инвариантов тензора напряжений. При этом упругие модули находились по кривым разгрузки. Если же разгрузочных кривых не было, то в качестве упругого модуля сдвига использовались максимальные (для каждого бокового давления) значения пластического модуля. В качестве упругого объемного модуля принималось максимальное (для всех давлений) значение пластического объемного модуля.

Значения скорости дилатансии для участка предельного состояния геоматериала определялись путем обработки исходных данных по трехосным испытаниям. Заметим, что при вычислении скорости дилатансии из полной объемной пластической деформации вычитались значения той же деформации, обусловленные необратимым деформированием при изотропном обжатии.

Соответствующие значения упругого модуля сдвига и скорости дилатансии для песчаника представлены в табл. 1 (упругий модуль $K = 4400$ МПа). Скорость дилатансии Λ оказалась отрицательной, что соответствует уменьшению порового пространства. Здесь и далее сжимающие напряжения считаются положительными, а боковое давление представляется в инвариантном виде: $\sigma_{rr} = (P - p_w) - (2\tau/3)$.

Поскольку имеющиеся исходные данные соответствуют высокому давлению обжатия ($\sigma_{rr} > 21$ МПа), а для расчетов нужны и значения дилатансии при малых давлениях, то для $\sigma_{rr} < 21$ МПа будем применять формулу (где боковое давление надо брать в МПа):

$$\Lambda = A \exp(-0.25\sigma_{rr}) \quad (2.1)$$

следующее из обработки [7] трехосных испытаний целой серии геоматериалов (при A в среднем близком к 1).

Предельное состояние текучести песчаника, плато на фиг. 1 – в соответствии с данными [8], нелинейно (см. табл. 2) и может быть представлено в виде (все в МПа):

$$\tau = 6.8(P - p_w)^{0.2} \quad (2.2)$$

История изменений порового давления будет введена в программу за счет граничных условий. Они формулируются так. Внешнее вертикальное давление (полное) предполагается постоянным и равным $\sigma_{zz} = -85$ МПа. Начальное горизонтальное давление $\sigma_{xx} = -78$ МПа задается на достаточно большом расстоянии от скважины. Эти граничные условия, впрочем, следует считать внешними к ближней окрестности скважины, но не к самому пласту.

Полное напряжение в скважине меняется по шагам, но считается каждый раз равным поровому давлению в ближней окрестности скважины. Поскольку речь идет о необсаженной скважине, эффективное нормальное давление на ее стенке считается равным нулю.

Таблица 1

σ_{rr} [МПа]	21	35	49
G [МПа]	1545	1830	1910
Λ	-0.25	-0.8	-0.6

Таблица 2

P [МПа]	39	55	72
τ [МПа]	13	15	18

Таблица 3

№	1	2	3	4	5	6
P_w [МПа]	70	60	50	40	34	28
Δp_w [МПа]	0	10	20	30	36	42
σ_{xx} [МПа]	78	73	68	63	60	57
τ [МПа]	3.5	6	8.5	11	12.5	14

Внешнее горизонтальное давление (полное напряжение) по предположению меняется вместе с поровым давлением следующим образом:

$$\sigma_{xx} = \sigma_{xx}^0 - (\frac{1}{2})\Delta p_w \quad (2.3)$$

Здесь $\sigma_{xx}^0 = 78$ МПа, $\Delta p_w = 70$ МПа $- p_w$. Коэффициент $1/2$ введен в соответствии с измерениями в ходе операций по гидроразрыву пласта (по предложению Я.В. Шляпоберского). Последовательность вариантов расчета (№ 1, 2, ...) приведена в табл. 3. Уровень напряжений отождествлялся с интенсивностью сдвиговых напряжений: $\tau = (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})/2$.

Вдоль произвольного луча (сечения) граничные условия выражаются так

$$\sigma_{nn} = \sigma_{zz}\cos^2\theta + \sigma_{xx}\sin^2\theta \quad (2.4)$$

где θ – угол между осью z и лучом, совпадающим с направлением n . Расчеты проводились для всех $p_w < 70$ МПа.

Скважина имела диаметр 16.5 см, а перфорированная труба (фильтр) – 10.7 см. Тем самым кольцевой зазор имел толщину (по радиусу) 2.9 см.

3. Скважина, заполненная жидкостью. Основные результаты расчетов таковы.

3.1. Призабойная зона переходит в пластическое (поврежденное) состояние при всех $p_w < 70$ МПа. Зона пластичности вначале имеет форму эллипсов (фиг. 2), но с порового давления $p_w = 40$ МПа они дополняются полосами локализации (фиг. 3). Отметим, что изменение формы зоны пластичности с ростом анизотропии напряженного состояния вполне согласуется с анализом [9].

Таблица 4

p_w [МПа]	A_x [м]	A_z [м]	p_w [МПа]	A_x [м]	A_z [м]
70	0.12	0.10	40	0.22	0.10
60	0.14	0.10	34	0.26	0.10
50	0.16	0.10	28	0.30	0.14

Таблица 5

σ_{rr} [МПа]	3.5	7	14	21	28
G [МПа]	340	283	383	723	1183
λ	0.22	0.36	0.1	-0.06	-0.12

Таблица 6

P [МПа]	6.8	12.5	23.3	33.4	44.8
τ [МПа]	4.8	8.	13.4	17.8	24.2

3.2. Максимальная деформация ствола скважины (точнее, двойное максимальное смещение ее стенки) наблюдается вдоль горизонтального луча (при $\theta = 90^\circ$). Только при $p_w = 70$ МПа этот максимум имеет место вдоль вертикальной оси (0.52 мм при 0.2 мм по горизонтали). Однако, при всех условиях стенка скважины не достигнет металлического фильтра (перфорированной трубы).

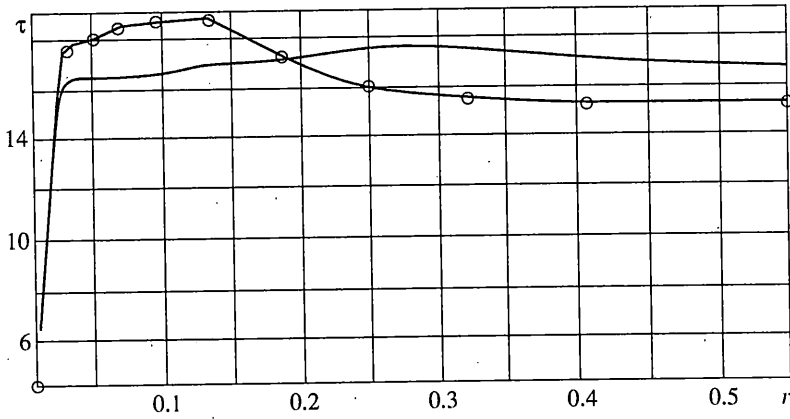
3.3. Смещения возрастают со спадом порового давления (p_w за время отбора нефти). Вдоль горизонтальной оси существует зона горизонтальных смещений, направленных внутрь пласта. Она приблизительно соответствует локальному максимуму напряжений (и вертикальных и горизонтальных) вдоль этой оси. Этот максимум можно понимать как возникшую несущую арку.

3.4. Наиболее существенным фактором (определяющим поле смещений в зоне пластичности) оказалась дилатансия, включая ее зависимость от напряженного состояния.

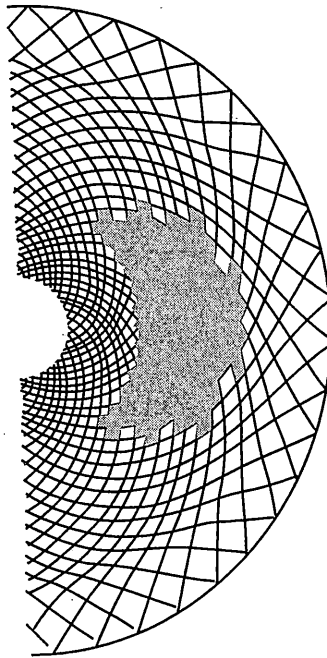
3.5. Арка перемещается внутрь пласта в горизонтальном направлении: с уменьшением порового давления p_w – от 0.5 a при 70 МПа до 3 a при 28 МПа. Здесь $a = 8.2$ см – начальный радиус скважины.

3.6. Расстояние до арки примерно равно масштабу зоны разрушения. Сам ствол скважины имеет эллиптическую форму, если разрушенный геоматериал удалить вплоть до границы, определяемой аркой (без удаления разрушенного материала из полос сдвига). Соответствующие данные приведены в табл. 4.

Полосы сдвига ("локализации") проявляются при $p_w = 34$ МПа. Если при этом поровом давлении удалить разрушенный геоматериал вплоть до арки, то появится новый эллипс с полуосями $A_x = 0.42$ м и $A_z = 0.12$ м. Тем самым, удаление разрушенного геоматериала (песка) приводит к дальнейшему расширению ствола (каверны) скважины. Процесс разрушения становится непрерывным. Если $p_w = 28$ МПа, вся призабойная зона может быть разрушена за счет удаления песка.



Фиг. 4



Фиг. 5

В варианте $\sigma_{zz} = 85$ МПа, $\sigma_{xx} = 54$ МПа, $p_w = 35$ МПа, которому соответствует фиг. 4, видна арка на графике $\tau = \tau(r)$ (выделена светлыми точками) в сечении по центру полосы сдвига. Можно предположить, что арки предотвращают дальнейший рост полос. На фиг. 4 дано распределение $\tau = \tau(r)$ и вдоль горизонтальной оси в том же случае. Заметим, что указанный выше максимум менее выражен, чем аналогичный максимум вдоль сечения эллиптической зоны пластичности.

Удаление песка из полос сдвига может происходить за счет градиентов порового давления, что превращает их в подземные струйные потоки (wormholes [10] – "ходы червя").

4. Моделирование металлического фильтра. Чтобы предотвратить вынос песка в скважину, в скважину помещают специальный металлический фильтр – перфорированную тонкую трубу. Ее главным прочностным параметром служит упругий модуль E , определенный путем "бразильских испытаний".

Известное решение (труба под действием сосредоточенной нагрузки P) приводит к таким соотношениям в упругой стадии деформирования:

$$P = k\delta \quad (4.1)$$

$$k = 6.711EI/r^3 \quad (4.2)$$

где $I = h^3/12$ – момент инерции, h ($= 1.7$ см) – толщина стенки, r ($= 3.4$ см) – радиус срединного сечения трубы, δ – деформация трубы вдоль линии действия усилия.

Значение $P = 0.59$ МН/м соответствует переходу фильтра в пластическое состояние при смещении $\delta = 2$ мм. Отсюда из (4.1) следует, что $k = 295$ МПа, $E = 4210$ МПа. Коэффициент Пуассона можно определить на основе опытов по боковому растяжению. В отсутствие таких данных было принято $\nu = 0.3$, что обычно для металлов.

Плотность перфорированной трубы составляла 4 г/см³. Это значение, равно как модуль Юнга и коэффициент Пуассона, использовались при численном решении задачи об одноосном сжатии трубы методом динамической релаксации. Напряжение сжатия выбиралось равным усилию, переводящему трубу в пластическое состояние и соответствующему поперечному нагружению.

Расчеты показали хорошее согласие с опытами по деформированию трубы.

5. Гравийная набивка кольцевого зазора. Прежде всего, в качестве гравия использовался песок Оттава. Упругий модуль сдвига для данного гравия и значения скорости дилатансии даны в табл. 5 (упругий модуль $K = 1500$ МПа). Предельное состояние гравия представлено в табл. 6 и может быть аппроксимировано зависимостью

$$\tau = 1.44 + 0.52(P - p_w) \quad (5.1)$$

При давлениях обжатия (при трехосных испытаниях) $\sigma_{rr} < 3.6$ МПа и больше 28 МПа все параметры принимались равными своим крайним значениям.

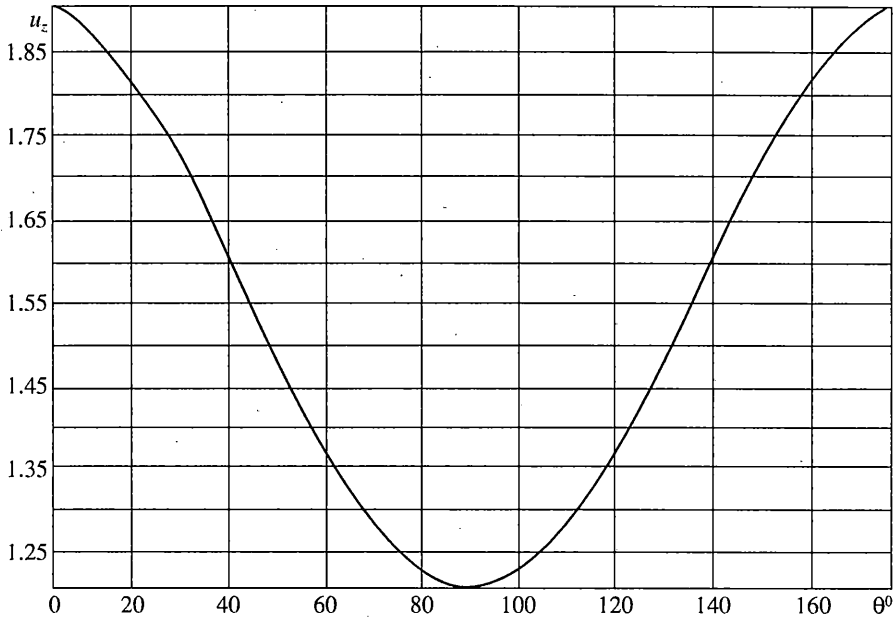
Результаты расчетов варианта, при котором цилиндрический зазор между фильтром и стенкой скважины заполнен гравием, представлен на фиг. 5–10. Эти иллюстрации соответствуют 34 МПа. Существенно, что зона пластического повреждения отодвигается более жестким гравием вглубь "мягкого" песчаника (см. затемненное включение на фиг. 5).

Максимальные смещения внутренней стенки фильтра u_x [мм] оказались меньше 2 мм, которые соответствовали бы началу пластического деформирования (см. фиг. 6, где отсчет угла идет от вертикальной оси).

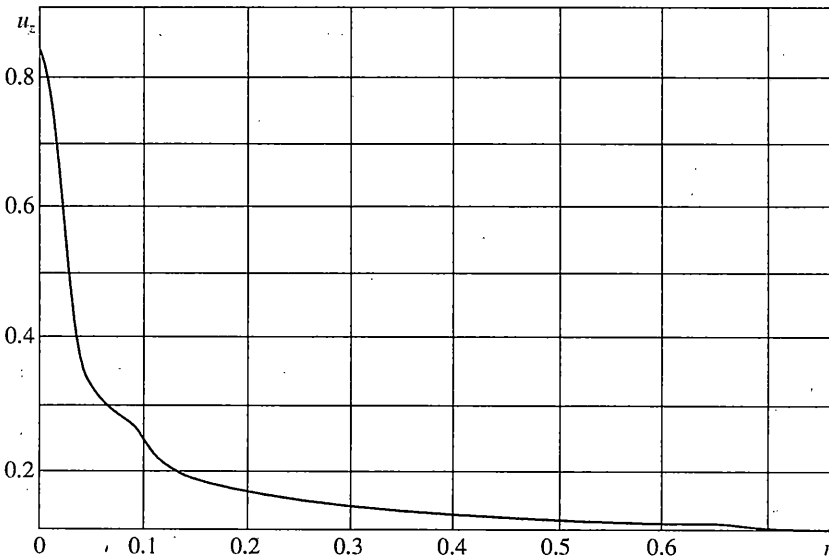
На фиг. 7, 8 компоненты смещений u_z и u_x соответствуют вертикальному и горизонтальному лучу. Оба луча начинаются в центре скважины. Однако нулевое значение радиуса $r = 0$ отвечает внутренней поверхности фильтра. Смещения (при положительном знаке) направлены к центру скважины.

Существенное изменение градиентов напряжений реализуется на контакте "гравий – песчаник" (фиг. 9, 10). Отметим, что контакт "фильтр – гравий" расположен примерно на расстоянии в 0.02 м, а контакт "гравий (1) – песчаник (2)" – в 0.06 м от внутренней поверхности фильтра. Тем самым в данном случае гравий заполняет зазор толщиной в 0.04 м.

Профили напряжений вдоль вертикального (фиг. 9) и горизонтального (фиг. 10) луча характеризуются следующим. Имеется два максимума кольцевых напряжений (т.е., $\sigma_{\theta\theta}$ вдоль вертикального луча и σ_{zz} – вдоль горизонтального луча), причем главный локализован вблизи внутренней стенки фильтра внутри его тела. Менее выраженный максимум находится в песчанике – вблизи его контакта с гравийной набивкой. Локальный минимум кольцевого напряжения достигается внутри гравия. В то же время радиальные напряжения меняются монотонно.



Фиг. 6

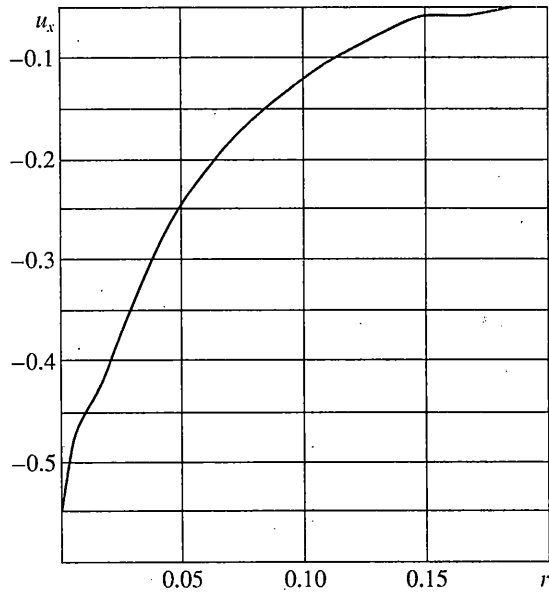


Фиг. 7

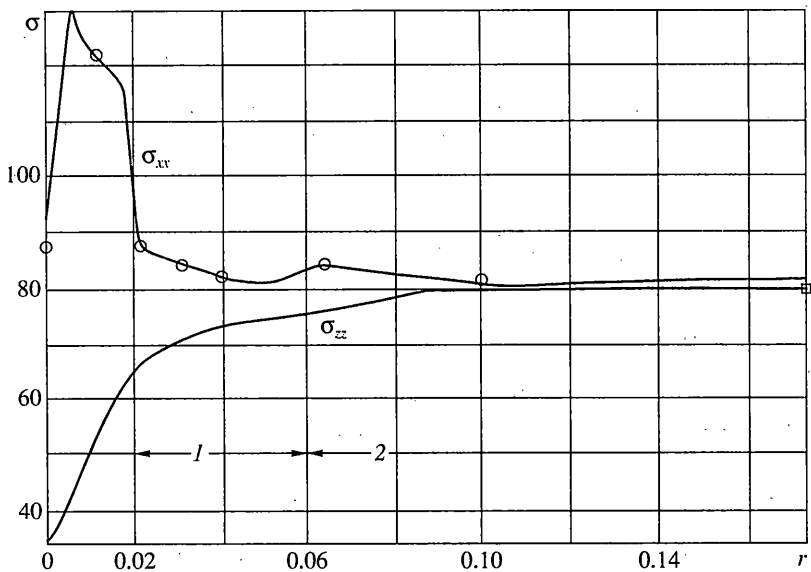
Полосы сдвига появляются только в песчанике (не в гравии), если поровое давление спадает до уровня в 44 МПа. В конце разработки нефтяного месторождения (скажем, когда $p_w = 28$ МПа), процесс разрушения захватывает всю окрестность скважины.

Основные результаты для фильтра, окруженного гравийной набивкой, таковы.

5.1. Максимальное "деформирование" внутреннего пространства фильтра имеет место вдоль вертикали, но оно меньше 2 мм (вертикальные смещения внутренней



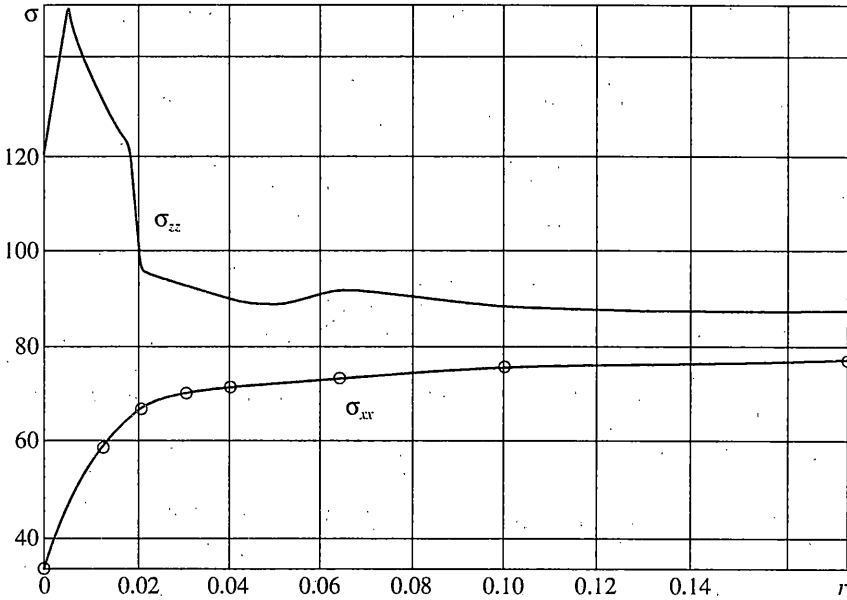
Фиг. 8



Фиг. 9

стенки достигают 0.9 мм при $p_w = 28$ МПа и 0.7 мм при $p_w = 31$ МПа). Тем самым разрушения фильтра исключены.

5.2. Парадоксальный результат состоит в том, что зоны наибольших смещений и напряжений не совпадают: горизонтальные напряжения, действующие на фильтр, равно как и их общий уровень, выше вертикальных. Однако, вертикальные смещения направлены к фильтру, и они больше горизонтальных в ближней окрестности металлического фильтра.



Фиг. 10

5.3. Все смещения растут по ходу спада поровых давлений. Однако, на некотором расстоянии от гравийной набивки горизонтальные смещения направлены вовне (что может быть вызвано смещением геоматериала с вертикали или же дилатантным увеличением порового пространства в ближней окрестности металлического фильтра). Граница между зонами разных знаков смещений примерно соответствует локальному максимуму горизонтальных напряжений у горизонтальной оси.

5.4. Максимальные кольцевые напряжения (нормальные к координатной оси), которые достигаются внутри фильтра, – в гравийном фильтре они меньше. Поэтому фильтр сам играет роль оболочки, воспринимающей большую часть нагрузки.

5.5. Максимальные кольцевые напряжения вдоль горизонтального луча (т.е. σ_{zz}) возрастают, когда поровое давление убывает. Максимальные кольцевые напряжения вдоль вертикального луча (σ_{xx}) уменьшаются вместе с поровым давлением.

5.6. Эффективное среднее давление P^{eff} и интенсивность сдвигового напряжения τ возрастают с уменьшением порового давления.

5.7. Коэффициенты передачи $K_h = \sigma_{xx}(\text{фильтр})/\sigma_{xx}(\text{бесконечность})$ и K_v (то же для σ_{zz} вдоль вертикальной оси) эффективных напряжений на фильтр меньше единицы, но $K_h > K_v$. ($K_v = 0.37$ и $K_h = 0.89$, если $27 \text{ МПа} < p_w < 31 \text{ МПа}$). Они оба имеют локальный минимум при $p_w = 44 \text{ МПа}$. При высоком поровом давлении горизонтальное граничное напряжение полностью передается на фильтр.

5.8. Коэффициенты передачи полных напряжений на фильтр меняются, но имеют локальный минимум, причем $K_h > K_v$.

5.9. Процесс разрушения начинается (с появления четко эллиптических зон пластичности), когда поровое давление становится меньше 44 МПа. Локальный минимум соответствует именно этому значению. Если $p_w = 28 \text{ МПа}$, локализация в полосы сдвига неограниченна (пласт разрушается). При учете градиента порового давления это означает интенсивный вынос песка.

6. Гравийная набивка эллиптического сечения. Рассматривалась также ситуация, когда из пласта – вплоть до арки – удаляются все фрагменты разрушения (песок), а затем все освободившееся пространство заполняется гравием.

Для этого прежде всего решалась упругопластическая задача деформации пласта песчаника из-за появления пустой скважины при $p_w = 44$ МПа. После удаления разрушенной массы (песка), новое поперечное сечение скважины имеет эллиптическую форму (с большей осью вдоль горизонтальной оси). Величина одной полуоси 0.173 м, а другой 0.141 м.

Смещения внутренней стенки фильтра в этом случае немного больше, чем без удаления песка, но оба меньше значения, при котором наступает пластическое течение самого фильтра (т.е. 2 мм). Результирующие поля в массиве качественно такие же, как и в случае кольцевого зазора, заполненного гравием, но кольцевые напряжения и смещения теперь несколько больше.

После удаления песка, несколько отступя в массиве, появляется новая несущая арка. Ей соответствует новая зона разрушенного геоматериала, причем этот процесс будет продолжаться при обрушениях стенки внутрь скважины (т.е. эта неустойчивость приводит к появлению каверны вокруг ствола скважины). Вот почему гравий должен заполнять зазор между фильтром и стенкой скважины. При этом, строго говоря, надо рассматривать именно эллиптическую форму поперечного сечения скважины.

Гравийное заполнение эллиптического зазора, возникшего при случайном обрушении песка в скважину и его удалении, учитывалось в некоторых вариантах расчета. Было обнаружено, что процесс разрушения (только самого песчаника) останавливается при $p_w > 31$ МПа. При $p_w = 28$ МПа появляются полосы сдвига.

7. Скважина, заполненная песком. Вполне вероятно на практике создание песчаной пробки (скважина заполняется фрагментами разрушения – песком). Пусть полное заполнение ствола песком происходит при $p_w < 50$ МПа. Примем, что песок обладает такой поверхностью текучести

$$\tau = 1.0 + 0.54(P - p_w) \quad (7.1)$$

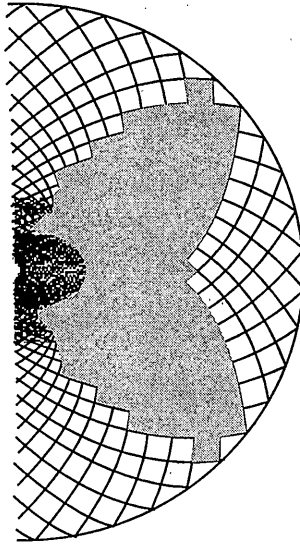
т.е. пусть его сцепление равно 1 МПа, а коэффициент внутреннего трения 0.54. Упругий модуль сдвига и скорость дилатансии ($\Lambda = de/d\epsilon^p$) для разрушенного песчаника приведены в табл. 7 (где положительные значения соответствуют рыхлению, а отрицательные – уплотнению песчаной массы). Здесь упругий модуль $K = 750$ МПа.

Таблица 7

σ_{rr} [МПа]	0.7	1.5	3.5	7	21	35	49
G [МПа]	57	92	178	432	335	460	440
Λ	0.09	-0.07	-0.09	-0.2	-0.5	-0.7	-0.73

Оказалось, что разрушение пласта предотвращается упаковкой из песка, если поровое давление превосходит 31 МПа (как если бы использовалась набивка гравия). При $p_w = 28$ МПа разрушение пласта все же происходит (фиг. 11).

Однако более важен следующий результат. Коэффициенты передачи нормальных напряжений таковы $K_h = 1.07$ и $K_v = 0.47$ при 27 МПа $< p_w < 34$ МПа. Это означает увеличение горного давления на фильтр. Поэтому заполнение зазора гравием предпочтительнее. В самом деле, гравийная набивка обеспечивает меньшие коэффициенты передачи: $K_h = 0.89$ и $K_v = 0.37$. Максимальные (по вертикали) смещения при заполнении зазора песком составляют $w_z = 1.4$ мм (при $p_w = 28$ МПа) и 1.2 мм (при $p_w = 34$ МПа). Соответствующие значения для гравийной набивки эллиптического зазора также меньше: 0.9 мм и 0.7 мм.



Фиг. 11

8. Алгоритм расчета. Численное решение приведенных задач проводилось методом динамической релаксации, когда статическое решение получается асимптотически при больших временах. В качестве начальных условий задаются поля напряжений и порового давления в массиве, в котором мгновенно появляется цилиндрическая полость, что моделирует процесс образования скважины. После установления процесса во времени производится постепенное снижение порового давления внутри скважины до заданного значения. Новое установившееся решение и является искомым.

Числовая реализация решения основана на модификации явной конечно-разностной схемы Марка Уилкинса [5].

Прежде всего составлялся алгоритм расчета напряженно-деформированного состояния горных пород на допредельной стадии.

$$\left[\frac{\partial v_z}{\partial t} \right]^t = \frac{1}{\rho_0} \left[\frac{\partial S_{zz}}{\partial z} - \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial S_{zx}}{\partial x} \right]^t \quad (8.1)$$

$$\left[\frac{\partial v_x}{\partial t} \right]^t = \frac{1}{\rho_0} \left[\frac{\partial S_{xx}}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial S_{zx}}{\partial x} \right]^t \quad (8.2)$$

$$[v_z]^{t+\Delta t/2} = [v_z]^{t-\Delta t/2} + [\partial v_z / \partial t]^t \Delta t \quad (8.3)$$

$$[v_x]^{t+\Delta t/2} = [v_x]^{t-\Delta t/2} + [\partial v_x / \partial t]^t \Delta t \quad (8.4)$$

$$[S_{zz}]^{t+\Delta t} = [S_{zz}]^t + 2G[\epsilon_{zz} - \epsilon/3]^{t+\Delta t/2} \Delta t \quad (8.5)$$

$$[S_{xx}]^{t+\Delta t} = [S_{xx}]^t + 2G[\epsilon_{xx} - \epsilon/3]^{t+\Delta t/2} \Delta t \quad (8.6)$$

$$[S_{zx}]^{t+\Delta t} = [S_{zx}]^t + 2G[\epsilon_{zx}]^{t+\Delta t/2} \Delta t \quad (8.7)$$

$$[P]^{t+\Delta t} = [P]^t - K[\epsilon]^{t+\Delta t/2} \Delta t \quad (8.8)$$

Здесь Δt – шаг по времени; символы $\langle t \rangle$ и $\langle t + \Delta t/2 \rangle$ означают, что значения соответствующих выражений (в квадратных скобках) берутся на указанные моменты

времени. Пространственные производные, входящие в правые части уравнений, вычисляются на основе интегрального подхода [5].

Подсчеты проводятся в таком порядке. По известному полю напряжений в момент t находят новые поля ускорений и скоростей. Затем по этим полям вычисляется поле напряжений на следующий момент времени.

Если условие пластического течения не выполнено, то на этом расчет заканчивается. Если материал находится в предельном состоянии, то вычисления также начинаются с выражения (8.1–8.8), где модуль упругого сдвига G задается по разгрузочным кривым трехосных испытаний [8]. Затем производится корректировка напряжений.

С этой целью рассчитывается скалярный множитель $\lambda_1 = \lambda \Delta t$ по правилу:

$$\lambda_1 = (\tau_e - \tau_f) / (2G\tau) \quad (8.9)$$

где τ_f – предельное значение τ , зависящее от давления; τ_e – значение τ , найденное на упругом шаге; τ – значение с предыдущего временного шага.

Компоненты девиатора напряжений определяются из выражений:

$$S_{ij} = \frac{S_{ij,e}}{1 + 2G\lambda_1} \quad (8.10)$$

причем $S_{ij,e}$ – упругая часть девиатора напряжений.

Давление рассчитывается согласно формуле:

$$P = P_e + 2K\lambda\lambda_1\tau \quad (8.11)$$

где P_e – упругая часть давления; τ – находится для рассматриваемого момента времени.

Расчетная область разбивается полярной сеткой таким образом, чтобы шаг сетки в радиальном направлении постепенно увеличивался. Анализ показал, что если число ячеек, приходящихся на металлическую стенку (17 мм) фильтра, $N > 6$, то результаты расчета становятся уже независимыми от степени дискретизации. Поэтому все расчеты выполнялись для $N = 6$.

На бесконечности, где градиенты полей не были высокими, происходило соответствующее увеличение размеров ячеек, что, впрочем, не повлияло на результаты.

9. Заключение. 9.1. Во всех вариантах создания гравийной защиты нет зон пластичности в гравии. Они появляются только в песчанике. Локализация пластических деформаций принимает форму эллипсов и полос сдвига. Последние под воздействием градиента порового давления могут привести к появлению струйных каналов [10]. Это обстоятельство, равно как и полное разрушение призабойной зоны скважины при истощении пластового давления, требуют исследования процессов выноса песка [11, 12].

9.2. При гравийной набивке максимальное смещение достигается вдоль вертикали, (в отсутствие гравия максимум смещения имеет место вдоль горизонтальной оси). Однако максимум напряжений приходится на геоматериал, прилегающий к фильтру у горизонтали. Этот результат парадоксален и может быть связан лишь с двумерностью расчетных полей.

9.3. Если эллиптический зазор заполнен песком, коэффициенты передачи напряжений на фильтр выше. Именно поэтому не следует счищать разрушенные стенки скважины, и во всех случаях гравийная набивка предпочтительнее.

9.4. Максимальные смещения (по вертикали) внутренней стенки фильтра не достигают значений, при котором наступает пластичность материала фильтра. Вместе с тем, следует оценить и иные моды разрушения фильтра.

9.5. Возможно из-за того, что поверхность текучести песчаника практически независима от давления, удаление разрушенной массы песка приводит к такому перераспределению напряжений в окрестности скважины, что несущая арка непрерывно смещается внутрь пласта. Это означает высокий риск неустойчивости подземной геометрии в форме роста каверн при любом механическом действии внутри горизонтальной скважины, не обеспеченной гравийной набивкой.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Николаевский В.Н. Определяющие уравнения пластического деформирования сыпучей среды // ПИММ. 1971. Т. 35. Вып. 6. С. 1017–1029.
2. Rudnicki J.W., Rice J.R. Condition of localization of deformation in pressure sensitive dilatant materials // J. Mech. Phys. Solids. 1975. V. 23. No. 6. P. 371–394.
3. Nikolaevskij V.N. Mechanics of Porous and Fractured Media. Singapore: World Scientific, 1990. 472 p.
4. Николаевский В.Н. Геомеханика и флюидодинамика. М.: Недра, 1996. 447 с.
5. Wilkins M.L. Calculations of elasto – plastic flows // Methods in Computational Physics. – Fundamental Methods in Hydrodynamics. (Alder B., Fernbach S., Rotenberg M., eds.), New York, Academic Press. 1964. V. 3.
6. Капустянский С.М., Николаевский В.Н. Количественная формулировка упругопластической дилатансионной модели (на примере песчаника) // Изв. АН СССР. МТТ. 1984. № 4. С. 113–123.
7. Капустянский С.М., Николаевский В.Н. Параметры упругопластической дилатансионной модели геоматериалов // ПИМТФ. 1985. № 6. С. 145–150.
8. Garagash I.A., Nikolaevski V.N., Dudley J.W. FLAC stimulation of triaxial and compaction tests of an unconsolidated reservoir sand // FLAC and Numerical Modeling in Geomechanics (Detournay C., Hart R., eds.). Rotterdam: Balkema. 1999. P. 505–510.
9. Detournay E., St. John C.M. Design charts for a deep circular tunnel under non-uniform loading // Rock Mechanics & Rock Engineering. 1984. V. 21. P. 119–137.
10. Geilikman M.B., Dusseault M.B. Dynamics of wormholes and enhancement of fluid production // The Petroleum Society. 1997. Paper 97–09.9 p.
11. Графутко С.Б., Николаевский В.Н. Задача о выносе песка из действующей скважины // МЖТ. 1998. № 5. С. 130–139.
12. Капустянский С.М., Николаевский В.Н. Автомодельная задача о выносе песка в скважину из пласта // ПИММ. 2001. Вып. 5. С. 875–884.

Хьюстон, С.-Петербург
Москва

Поступила в редакцию
8.06.2000