

УДК 531.55:521.1

© 2001 г. А.И. ТКАЧЕНКО

## **ИНТЕГРИРОВАННАЯ МАГНИТНО-ПОЗИЦИОННАЯ СИСТЕМА НАВИГАЦИИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА**

Рассматривается возможность повышения надежности магнитометрической системы определения параметров движения космического аппарата с помощью информации, поступающей от глобальной спутниковой системы позиционирования. Основной предмет исследования – методика использования спутниковой информации в сочетании с показаниями иных бортовых измерительных средств при оценивании параметров орбитального и сферического движений космического аппарата в условиях значительной неопределенности исходных данных и возмущающих факторов.

**Введение.** Рассматриваемая ниже задача определения параметров движения малого искусственного спутника Земли (микроспутника) включает в себя задачу определения параметров движения объекта относительно центра масс (параметров ориентации, угловой скорости), кратко именуемую далее задачей определения ориентации, и нахождение параметров движения микроспутника как материальной точки (навигационную задачу).

Принципиальная возможность определения параметров движения низкоорбитального микроспутника с использованием комплекта бортовых магнитометров в качестве единственного измерительного средства хорошо обоснована [1]. Один из подходов к реализации этой возможности состоит в следующем. Задача определения ориентации решается путем оценивания параметров движения микроспутника относительно центра масс и, возможно, еще каких-либо хорошо наблюдаемых неизвестных с привлечением адекватной динамической модели. Необходимые для этого уравнения измерений формируются путем сопоставления фактических показаний трех одноосных магнитометров с их расчетными значениями [2–4]. Последние вычисляются на основании достаточно реалистичной модели геомагнитного поля. Используемые при этом значения координат местонахождений объекта находятся в процессе численного интегрирования уравнений орбитального движения микроспутника. Началу этого процесса предшествует этап оценивания начальных значений параметров орбитального движения по показаниям тех же магнитометров. Такое оценивание может быть выполнено при некоторых ограничивающих предположениях либо путем соответствующего расширения динамической модели, используемой при решении задачи определения ориентации [5], либо с помощью отдельной независимой модели, предусматривающей вычисление модуля вектора напряженности геомагнитного поля [6, 7]. Важным элементом решения задачи определения ориентации и навигационной задачи является рекуррентный алгоритм оценивания, обладающий широкими конвергентными возможностями [3–5].

Слабое место изложенного подхода связано с тем, что, как показано в [8], решение уравнений кеплерова движения в вариациях содержит вековые члены. Это означает, что при интегрировании уравнений орбитального движения на длительном промежутке времени малые ошибки задания начальных условий приводят к нарастающим ошибкам определения текущего местонахождения объекта. Поэтому целесообразно решать навигационную задачу, как и задачу определения ориентации, в режиме перманентного оценивания, как указано выше. Это позволяет устранить накапливающиеся ошибки, однако такое решение навигационной задачи может оказаться уязвимым по отношению к временным возмущениям геомагнитного поля – магнитным бурям. Имеются в виду очень сильные магнитные бури, при которых амплитуды возмущений геомагнитного поля в высоких широтах могут превышать 2000–3000 нТл [9]. Кроме того, магнитометрическое решение навигационной задачи весьма чувствительно к отказу одного из трех магнитометров, тогда как собственно задача определения ориентации надежно решается в аварийном варианте по показаниям двух магнитометров.

Для повышения надежности навигационной системы микроспутника может оказаться целесообразным включение в ее состав дополнительного источника информации в виде приемного устройства глобальной спутниковой системы позиционирования. Обработка информационных сообщений, поступающих от навигационных искусственных спутников Земли, с помощью алгоритма позиционирования позволяет при соблюдении известных требований к числу и расположению наблюдаемых спутников находить местонахождение объекта с точностью, вполне достаточной для вычисления напряженности геомагнитного поля при решении задачи определения ориентации [10, 11]. Однако в условиях неуправляемого движения микроспутника относительно центра масс и в процессе придания ему требуемой ориентации не гарантировано наблюдение созвездия навигационных спутников, необходимого для однозначного определения координат объекта в нужные моменты времени. Этим рассматриваемое здесь приложение спутниковой информации отличается от применений на наземных, надводных и авиационных объектах, где приемная антенна потребителя по большей части направлена вверх. Поэтому может оказаться предпочтительным объединение информации, используемой в магнитометрической системе и спутниковой системе позиционирования, в рамках единой динамической модели, подобно тому как это имеет место в интегрированных инерциально-спутниковых навигационных системах [10, 12].

Алгоритм функционирования такой интегрированной магнитно-позиционной системы навигации микроспутника рассматривается ниже.

**1. Постановка задачи.** Пусть микроспутник обращается по околоземной орбите достаточно малых высоты и эксцентриситета, чтобы можно было использовать геомагнитное поле как источник информации. Объект находится под воздействием гравитационного и магнитного полей Земли и, возможно, управляющих моментов. Введем правые ортогональные координатные трехгранники: геоцентрический инерциальный  $XYZ$  с осью  $Y$ , направленной по оси Мира от центра Земли к северному полюсу, и осью  $Z$ , направленной в точку весеннего равноденствия; связанный с Землей геоцентрический трехгранник  $xuz$ , который для удобства примем совпадающим с  $XYZ$  в начальный момент времени  $t = t_0$ ; орбитальный  $\xi\eta\zeta$  (перпендикуляр к вертикали в плоскости орбиты в направлении движения – перпендикуляр к плоскости орбиты – геоцентрическая вертикаль, направленная в зенит) с вершиной в центре инерции микроспутника – точке  $O$ ; связанный с микроспутником трехгранник  $123$ , составленный из главных осей инерции объекта в точке  $O$ . В номинальном режиме стабилизированного движения микроспутника трехгранник  $123$  должен быть совмещен с  $\xi\eta\zeta$ .

Пусть в точке  $O$  находятся три одноосных магнитометра, связанных с корпусом микроспутника так, что их оси чувствительности параллельны осям 1, 2, 3. В этой же точке установлена связанная с микроспутником приемная антенна глобальной системы позиционирования; ее зона радиовидимости представляет собой круговой конус

с осью симметрии 3. Заданы инерционные и магнитные характеристики микроспутника; известна зависимость напряженности геомагнитного поля от координат объекта в системе луз. Фактическая орбита микроспутника по форме близка к расчетной круговой орбите с заданными радиусом и наклонением. Однако значение долготы восходящего узла и положение микроспутника на орбите в начальный момент времени  $t = t_0$  совершенно не известны, так же как и ориентация трехгранника 123 относительно  $\xi\eta\xi$ , угловая же скорость объекта задана с точностью до возможного диапазона ее составляющих (порядка  $\pm 3$  град/с).

Необходимо, используя показания магнитометров и сообщения, поступающие от навигационных спутников, определять параметры местонахождения микроспутника в системе XYZ, а также ориентацию и угловую скорость трехгранника 123 относительно  $\xi\eta\xi$ .

**2. Параметризация и основные соотношения.** Представим координаты микроспутника (точки  $O$ ) в системе XYZ в виде

$$\begin{aligned} X &= r(\cos u \sin \Omega_0 + \sin u \cos \Omega_0 \cos i) \\ Y &= r \sin u \sin i \\ Z &= r(\cos u \cos \Omega_0 - \sin u \sin \Omega_0 \cos i) \end{aligned} \quad (2.1)$$

где  $r = \|\mathbf{r}\|$  – евклидова норма (длина) радиуса-вектора  $\mathbf{r}$  точки  $O$  относительно центра Земли;  $u$  – аргумент широты;  $i$  – наклонение орбиты;  $\Omega_0$  – долгота восходящего узла в системе XYZ. Для представления координат объекта в системе луз следует в (2.1) заменить  $\Omega_0$  величиной  $\Omega = \Omega_0 - u_e (t - t_0)$ , где  $u_e$  – угловая скорость суточного вращения Земли. Величина  $u$  с учетом нецентральности гравитационного поля Земли удовлетворяет уравнению

$$\dot{u} = c\sigma^2 + 2\epsilon\mu_e R_0^2 c^{-1} \sigma^3 \cos^2 i \sin^2 u \quad (2.2)$$

где  $\delta = r^{-1}$ ;  $c$  – постоянная площадей;  $R_0$  – средний радиус Земли;  $\mu_e$  – гравитационная постоянная Земли;  $\epsilon = 0.00164$  – постоянная теории фигуры Земли [13]. Величина  $\sigma$  в случае кеплерова движения (при  $\epsilon = 0$ ) удовлетворяет уравнению Бине [14] и представляется в виде

$$\sigma = \mu_e c^{-2} + C_1 \cos u + C_2 \sin u \quad (2.3)$$

Положение точки  $O$  в системе координат XYZ полностью и однозначно определяется параметрами  $u, c, C_1, C_2, i, \Omega_0$ , которые далее именуются параметрами Бине. Эти параметры применяются преимущественно в выкладках при изучении кеплерова движения и связанных с ним эффектов [8, 14]. Между тем параметры Бине весьма удобны для оценки и использования в задачах рассматриваемого здесь типа, поскольку они, в отличие, например, от аргумента перигея, не вырождаются и не теряют определенности при круговой орбите. В случае кеплерова движения параметры  $c, C_1, C_2, i, \Omega_0$  постоянны. При учете нецентральности гравитационного поля Земли эти параметры удовлетворяют системе уравнений, полученной на основании соотношений из [13]:

$$\begin{aligned} \dot{c} &= -\epsilon\mu_e R_0^2 \sigma c^{-1} \sin^2 i \sin 2uu \\ \dot{C}_1 &= \{[(\mu_e^2 + c^4(C_1^2 + C_2^2))\psi_2 - \psi_1]C_1 - \psi_3 C_2\} \dot{u} \\ \dot{C}_2 &= \{[(\mu_e^2 + c^4(C_1^2 + C_2^2))\psi_2 + \psi_1]C_2 + \psi_3 C_1\} \dot{u} \\ \dot{i} &= -\frac{1}{2}\epsilon\mu_e R_0^2 c^{-2} \sigma \sin 2i \sin 2uu, \quad \dot{\Omega}_0 = -2\epsilon\mu_e R_0^2 c^{-2} \sigma \cos i \sin^2 uu \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\Psi_1 = -\frac{2\epsilon\mu_e R_0^2 c^2 \sigma^2}{\mu_e^2 - c^4 (C_1^2 + C_2^2)} [(1 - 3\sin^2 u \sin^2 i)(C_1 \sin u - C_2 \cos u) + \sigma \sin^2 i \sin 2u]$$

$$\Psi_2 = -\frac{\epsilon\mu_e R_0^2 \sigma}{[\mu_e^2 - c^4 (C_1^2 + C_2^2)]c^2 (C_1^2 + C_2^2)} \{(1 - 3\sin^2 u \sin^2 i)(C_1 \sin u - C_2 \cos u)\sigma +$$

$$+ \sin^2 i \sin 2u [C_1^2 (1 + \cos^2 u) + C_2^2 (1 + \sin^2 u) + C_1 C_2 \sin 2u + 2\mu_e c^{-2} (C_1 \cos u + C_2 \sin u)]\}$$

$$\Psi_3 = \frac{\epsilon\mu_e R_0^2 \sigma}{c^2} [(1 - 3\sin^2 u \sin^2 i)\sigma \frac{C_1 \cos u + C_2 \sin u}{C_1^2 + C_2^2} -$$

$$- \sin^2 i \sin 2u (\mu_e c^{-2} + \sigma) \frac{C_1 \sin u - C_2 \cos u}{C_1^2 + C_2^2} + 2\sin^2 u \cos^2 i]$$

Ориентацию трехгранника 123 относительно  $\xi\eta\zeta$  охарактеризуем нормированным кватернионом  $\Lambda = \lambda_0 + \lambda$  с векторной частью  $\lambda = [\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3]^T$  и скалярной частью  $\lambda_0$  (индекс  $T$  означает транспонирование). Уравнения движения микроспутника относительно центра масс запишем в виде

$$I\dot{\omega} = -\omega \times I\omega + M + m, \quad \dot{\Lambda} = \frac{1}{2}(\Lambda \circ \omega - \dot{u} \circ \Lambda) \quad (2.5)$$

где  $\omega = [\omega_1 \omega_2 \omega_3]^T$  – вектор абсолютной угловой скорости микроспутника, представленный в системе 123;  $I = \text{diag} \{I_1, I_2, I_3\}$  – матрица инерции микроспутника в точке  $O$ ;  $I_1, I_2, I_3$  – главные моменты инерции микроспутника относительно осей 1, 2, 3, по предположению не все одинаковые;  $\dot{u} = [0 \dot{u} 0]^T$  – вектор угловой скорости орбитального движения, представленный в системе  $\xi\eta\zeta$ ;  $\circ$  – знак умножения кватернионов;  $M$  – сумма гравитационного, магнитного и управляющего моментов, действующих на микроспутник;  $m = \text{const}$  – неизвестный возмущающий момент.

Оценке подлежат параметры Бине и величины  $\Lambda, \omega, m$ . В процессе оценивания интегрируется модельный вариант уравнений (2.2), (2.5) и (возможно, упрощенных) уравнений (2.4), используются соотношения (2.1), (2.3) и выражения для гравитационного и магнитного моментов [15].

**3. Уравнения ошибок.** Вместо неизвестных начальных значений  $u, \Omega_0$  и параметров ориентации микроспутника зададим для модельных уравнений движения в начальный момент  $t = t_0$  любые допустимые значения, например,  $u = 0, \Omega_0 = 0, v_0 = 1, \mathbf{v} = 0$ , где  $v_0$  и  $\mathbf{v} = [v_1 v_2 v_3]^T$  – скалярная и векторная части кватерниона  $N$ , аппроксимирующего  $\Lambda$ . Начальные значения модельных параметров  $c, C_1, C_2$  зададим так, как если бы орбита была круговой:  $c = (\mu_e a^0)^{1/2}, C_1 = C_2 = 0$ , где  $a^0$  – радиус расчетной орбиты. В действительности  $c = (\mu_e p)^{1/2}, C_1 = e/p \cos \omega_p, C_2 = e/p \sin \omega_p$ , где  $p = a(1 - e^2), a$  – большая полуось орбиты,  $e$  – эксцентриситет,  $\omega_p$  – аргумент перигея. Начальное значение  $i$  обычно известно с высокой точностью, а изменение  $i$  со временем имеет характер малых периодических вариаций [13]. Остальные начальные условия удобно задать в виде  $\omega(t_0) = \dot{u}(t_0), m(t_0) = 0$ .

Охарактеризуем ошибки определения ориентации трехгранника 123 относительно  $\xi\eta\zeta$  нормированным кватернионом  $M = \bar{\Lambda} \circ N = \mu_0 + \mu$ , где  $\mu = [\mu_1 \mu_2 \mu_3]^T$  (надчеркиванием отмечается сопряженный кватернион). В окрестности номинального режима  $\mu_1, \mu_2$  – ошибки построения вертикали,  $\mu_3$  – ошибка в азимуте. Ошибки определения остальных искомых параметров представляют собой разности соответствующих модельных и истинных значений и обозначаются знаком  $\Delta$  перед символом соответствующего параметра.

Введем скалярные параметры [16]  $\beta_1 = (I_2 - I_3)/I_1$ ,  $\beta_2 = (I_3 - I_1)/I_2$ ,  $\beta_3 = (I_1 - I_2)/I_3$ .

Пусть вместо фактических значений главных моментов инерции объекта в модель при  $t = t_0$  введены номинальные значения  $I_j^* = I_j + \Delta I_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ). Ошибки  $\Delta I_j$  включаются в состав параметров, подлежащих оценке. Неточность задания тензора инерции объекта – один из наиболее проблемных моментов рассматриваемого подхода к решению задачи определения ориентации; однако возможности надежной компенсации этого эффекта, по-видимому, не исчерпываются приемами, представленными в [4, 5].

Пренебрегая влиянием ошибок задания  $I_1, I_2, I_3$  на имитацию управляющих воздействий в модельном варианте уравнений движения микроспутника, получим уравнения ошибок в виде

$$\begin{aligned} \Delta \dot{u} &= 2c\sigma(C_2 \cos u - C_1 \sin u)\Delta u + (\sigma^2 - 4\mu_e \sigma / c)\Delta c + 2c\sigma(\cos u \Delta C_1 - \sin u \Delta C_2) \\ \Delta \dot{c} &= 0, \quad \Delta \dot{C}_1 = 0, \quad \Delta \dot{C}_2 = 0, \quad \Delta \dot{i} = 0, \quad \Delta \dot{\Omega}_0 = 0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\omega} &= G(\omega)\Delta \omega - 6\dot{u}^2 G(\mathbf{j}_E)(\mathbf{j}_E \times \boldsymbol{\mu}) + 6\dot{u}I^{-1}(\mathbf{j}_E \times I\mathbf{j}_E)\Delta \dot{u} + \\ &+ I^{-1}\Delta \mathbf{m} + \{I^{-1}[D(\omega) - 3\dot{u}^2 D(\mathbf{j}_E)]B - Q(\mathbf{M}_u)\}\Delta \mathbf{I} \\ \dot{\boldsymbol{\mu}} &= -\omega \times \boldsymbol{\mu} + \frac{1}{2}\Delta \omega, \quad \Delta \dot{\mathbf{m}} = 0, \quad \Delta \dot{\mathbf{I}} = 0 \end{aligned} \quad (3.2)$$

где, например

$$G(\omega) = \begin{vmatrix} 0 & \beta_1 \omega_3 & \beta_1 \omega_2 \\ \beta_2 \omega_3 & 0 & \beta_2 \omega_1 \\ \beta_3 \omega_2 & \beta_3 \omega_1 & 0 \end{vmatrix}, \quad B = \begin{vmatrix} -\beta_1 & 1 & -1 \\ -1 & -\beta_2 & 1 \\ 1 & -1 & -\beta_3 \end{vmatrix}$$

$$D(\omega) = \text{diag}\{\omega_2 \omega_3, \omega_3 \omega_1, \omega_1 \omega_2\}, \quad \Delta \mathbf{I} = [\Delta I_1, \Delta I_2, \Delta I_3]^T$$

$$Q(\mathbf{M}_u) = \text{diag}\{M_{u1}/I_1^2, M_{u2}/I_2^2, M_{u3}/I_3^2\}$$

$\mathbf{j}_E = \bar{\Lambda} \circ \mathbf{j} \circ \Lambda$  – результат преобразования орта местной вертикали  $\mathbf{j} = [0 \ 0 \ 1]^T$  в систему координат 123;  $\mathbf{M}_u = [M_{u1}, M_{u2}, M_{u3}]^T$  – вектор управляющего момента, представленный в системе 123.

Уравнения (3.1), (3.2) играют роль уравнений состояния при формировании алгоритма оценки параметров движения микроспутника, причем подсистема (3.1) независима по отношению к (3.2).

**4. Решение навигационной задачи.** Обозначим через  $\mathbf{h}$  вектор напряженности геомагнитного поля в месте нахождения микроспутника, а через  $\mathbf{h}_E$  – представление  $\mathbf{h}$  в осях 123. Вектор  $\mathbf{h}_E$  измеряется бортовыми магнитометрами с точностью до систематических и случайных ошибок. Представление вектора  $\mathbf{h}$  в системе координат  $\xi\eta\zeta$  однозначно задается выражением вида  $\mathbf{h}_j = \mathbf{h}_j(u, c, C_1, C_2, i, \Omega_0)$ . Модельное значение  $\mathbf{h}_j^*$  вектора  $\mathbf{h}_j$  находится как функция вычисленных значений параметров Бине.

Найдем скаляр  $y_1 = \|\mathbf{h}_j^*\| - \|\mathbf{h}_E\|$ . В первом приближении

$$y_1 = \mathbf{p}_h^T \mathbf{f}, \quad \mathbf{f} = \frac{\partial \mathbf{h}_j}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial \mathbf{h}_j}{\partial c} \Delta c + \frac{\partial \mathbf{h}_j}{\partial C_1} \Delta C_1 + \frac{\partial \mathbf{h}_j}{\partial C_2} \Delta C_2 + \frac{\partial \mathbf{h}_j}{\partial i} \Delta i + \frac{\partial \mathbf{h}_j}{\partial \Omega_0} \Delta \Omega_0 \quad (4.1)$$

где  $\mathbf{p}_h = \|\mathbf{h}_j^*\|^{-1} \mathbf{h}_j^*$  – единичный вектор направления  $\mathbf{h}_j^*$ .

Пусть  $\mathbf{r}_j$  – радиус-вектор  $j$ -го навигационного спутника относительно центра Земли. Координаты векторов  $\mathbf{r}_j$  в системе  $XYZ$  содержатся в соответствующих навигационных

сообщениях. Пусть  $\rho_j = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}$  – радиус-вектор  $j$ -го навигационного спутника относительно точки  $O$ ;  $S_j = \|\rho_j\| + \delta S$  – псевдодальность между микроспутником и  $j$ -м навигационным спутником, измеренная по разности показаний бортовых часов названных объектов в моменты поступления и отправки навигационного сообщения;  $\delta S$  – фазовая ошибка часов микроспутника, онаковая для всех одновременно измеряемых псевдодальностей. По формулам (2.1), используя модельные значения параметров Бине, найдем вектор  $\mathbf{r}^* = \mathbf{r} + \Delta \mathbf{r}$ , где  $\Delta \mathbf{r} = [\Delta X \Delta Y \Delta Z]^T$  – неизвестный вектор ошибки определения местонахождения микроспутника. Вычислим вектор  $\rho_j^* = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}^*$ .

В первом приближении

$$y_{2j} = S_j - \|\rho_j^*\| = \mathbf{p}_j^T \Delta \mathbf{r} + \delta S \quad (4.2)$$

$$\Delta \mathbf{r} = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial c} \Delta c + \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial C_1} \Delta C_1 + \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial C_2} \Delta C_2 + \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial i} \Delta i + \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \Omega_0} \Delta \Omega_0$$

где  $\mathbf{p}_j$  – единичный вектор направления  $\rho_j^*$ . Значения индекса  $j$  в произвольной последовательности ставятся в соответствие навигационным спутникам, попадающим в зону радиовидимости вышеупомянутой антенны (если таковые имеются). Векторы  $\rho_j$ , относящиеся к этим навигационным спутникам, составляют угол не более  $90^\circ - \alpha_h$  с осью  $\zeta$  и угол не более  $90^\circ - \alpha_a$  с осью  $3$ , где  $\alpha_h$ ,  $\alpha_a$  – малые (не обязательно положительные) углы, характеризующие положение видимой линии горизонта и величину зоны радиовидимости антенны. В случае использования единственной приемной антенны, установленной на микроспутнике, как указано выше, нужно, чтобы в процессе решения навигационной задачи ось  $3$  не была неизменно направлена в сторону Земли.

Пусть данные, содержащиеся в сообщении  $j$ -го видимого навигационного спутника, позволяют определить абсолютную скорость этого спутника – вектор  $\mathbf{v}_j$ , а также его псевдоскорость относительно микроспутника – скаляр  $U_j = d\|\rho_j\|/dt + \delta U$ . Здесь  $\delta U$  – частотная ошибка часов потребителя. Далее полагаем

$$\delta \dot{S} = \delta \dot{U}, \quad \delta \dot{U} = 0 \quad (4.3)$$

Продифференцируем выражения (2.1) по  $t$  так, как если бы микроспутник совершал кеплерово движение, т.е. при  $\epsilon = 0$ . Результат определяет выражения для координат вектора скорости микроспутника  $\mathbf{v} = [\dot{X} \ \dot{Y} \ \dot{Z}]^T$ . Подставив в эти выражения модельные значения параметров Бине, получим вектор  $\mathbf{v}^* = \mathbf{v} + \Delta \mathbf{v}$ , где  $\Delta \mathbf{v}$  – вектор ошибки вычисления скорости микроспутника. Каждому видимому навигационному спутнику поставим в соответствие скаляр  $y_{3j} = U_j - \mathbf{p}_j^T (\mathbf{v}_j - \mathbf{v}^*)$ . С принятой выше точностью в окрестности номинального режима

$$y_{3j} = \mathbf{p}_j^T \Delta \mathbf{v} - \|\rho_j\|^{-1} (\mathbf{v}_j - \mathbf{v}^*)^T [\rho_j \times (\mathbf{p}_j \times \Delta \mathbf{r})] + \delta U$$

$$\Delta \mathbf{v} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial c} \Delta c + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial C_1} \Delta C_1 + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial C_2} \Delta C_2 + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial i} \Delta i + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \Omega_0} \Delta \Omega_0 \quad (4.4)$$

Решение навигационной задачи сведено к оценке состояния динамической системы с вектором состояния  $\mathbf{x} = [\Delta u \ \Delta c \ \Delta C_1 \ \Delta C_2 \ \Delta i \ \Delta \Omega_0 \ \delta S \ \delta U]^T$ , уравнениями состояния (3.1), (4.3) и уравнениями измерений (4.1), (4.2), (4.4).

Можно показать, что в случае неэкваториальной орбиты указанная динамическая система в области малых значений ошибок вполне наблюдаема на некотором промежутке времени по совокупности измерений (4.1), (4.2) либо (4.2), (4.4), если на этом промежутке система уравнений (4.2), формируемая по доступной информации, однозначно разрешима относительно  $\Delta \mathbf{r}$ .

Для дискретного оценивания вектора  $x$  удобно использовать рекуррентный алгоритм, полученный в развитие положений работы [17]. Вычисления состоят в чередовании операций прогноза и обновления, традиционных для подобных алгоритмов. При обновлении скалярные измерения из системы (4.1), (4.2), (4.4) поочередно обрабатываются по формулам

$$K_j = \frac{P_j^- H_j}{\vartheta + H_j^T P_j^- H_j}, \quad \gamma_{jk}^2 = \frac{w_k y_j^2}{\alpha + H_j^T P_j^- H_j} \quad (k=1, \dots, n)$$

$$P_j^+ = \Gamma_j (P_j^- - K_j H_j^T P_j^-) \Gamma_j, \quad \Gamma_j = \text{diag}\{\gamma_{j1}, \dots, \gamma_{jn}\}$$

$$x_j = A_j K_j y_j, \quad A_j = \text{diag}\{a_{j1}, \dots, a_{jn}\} \quad (4.5)$$

В (4.5) под  $j$  подразумевается номер очередного скалярного измерения;  $x_j$  – оценка вектора ошибок  $x$ , соответствующая обрабатываемому измерению;  $n$  – размерность оцениваемого вектора  $x$ ;  $H_j$  –  $n$ -мерный вектор в представлении скалярного измерения в виде  $y_j = H_j^T x$ ;  $K_j$  –  $n$ -мерный вектор;  $P_j$  – определенно-положительная  $(n \times n)$ -матрица; индексами  $(-)$  и  $(+)$  отмечаются значения матрицы  $P_j$  до и после обработки очередного измерения;  $\vartheta$ ,  $\alpha$ ,  $w_k$ ,  $a_{jk}$  – постоянные положительные параметры ( $k=1, \dots, n$ ;  $0 < a_{jk} \leq 1$ ). Эти параметры выбираются и уточняются в процессе "настройки" алгоритма. В частности,  $a_{jk} = 1$ , если  $k$ -я координата вектора состояния хорошо наблюдаема, и  $a_{jk} < 1$ , если  $k$ -я координата вектора  $x$  слабо наблюдаема [18]. Также значения  $w_k$ , соответствующие по нумерации слабо наблюдаемым координатам вектора  $x$ , меньше значений, соответствующих хорошо наблюдаемым координатам.

Результирующая поправка в очередной точке обновления находится как сумма всех значений  $x_j$ , относящихся к этой точке, и вносится в модельное решение навигационной задачи – параметры Бине и значения  $\delta S$ ,  $\delta U$ . Промежуток между моментами обновления заполняют операции прогноза – интегрирование уравнений (2.2), (2.4), (4.3) и преобразование матрицы  $P_j = P$ , аналогичное преобразованию корреляционной матрицы в дискретных алгоритмах калмановской фильтрации.

**5. Решение задачи определения ориентации.** Оценивание ошибок определения параметров движения микроспутника относительно центра масс в рассматриваемом подходе начинается после достижения установившегося режима решения навигационной задачи, когда ошибки оценивания параметров Бине становятся и остаются достаточно малыми, например,  $\Delta i = O(1^\circ)$ ,  $\Delta c = O(10^{-8} \text{ м}^2/\text{с})$ ,  $\Delta C_1 = O(10^{-10} \text{ м}^{-1})$  и т.п. Момент начала решения задачи определения ориентации задается во времени либо определяется по достижению некоторыми параметрами орбитального движения стабильного уровня вблизи их номинальных значений.

Вектор измерений при решении задачи определения ориентации формируется в виде  $z = [z_1 z_2 z_3]^T = h_E - \bar{N} \circ h_j^* \circ N$ . При сделанных предположениях в первом приближении

$$z = -2h_E \times \mu \quad (5.1)$$

Ошибки решения навигационной задачи проигнорированы в (5.1) ввиду их малости. По этой же причине при установившемся режиме решения навигационной задачи можно пренебречь в выражении (3.2) для  $\Delta \omega$  членом, пропорциональным  $\Delta i$ , после чего уравнения первого приближения (3.2) становятся независимыми по отношению к (3.1). Как показано в [5], система (3.2), (5.1) с вектором состояния  $X = [\mu^T \Delta \omega^T \Delta m^T \Delta I^T]^T$  вполне наблюдаема в окрестности номинального режима при управляемом движении объекта относительно центра масс, а если вектор  $\Delta I$  не включается в число оцениваемых величин, то и при неуправляемом движении.

Иной способ учета ошибок задания тензора  $I$  предложен в [4]. Для оценивания вектора  $X$  используем алгоритм, аналогичный (4.5).

Сообщения, поступающие от каждого из навигационных спутников, не содержат данных для решения задачи определения ориентации по крайней мере при использовании потребителем одной приемной антенны. Однако по числу видимых одновременно навигационных спутников можно составить приближенное представление о положении оси 3 относительно оси  $\zeta$ . В частности,  $s = 1 - 2(\lambda_1^2 + \lambda_2^2)$ , где  $s$  – косинус угла между осями  $\zeta$  и 3. Отсюда, используя правила операций с кватернионами [19], находим в первом приближении

$$4(v_2v_3 + v_0v_1)\mu_1 - 4(v_1v_3 - v_0v_2)\mu_2 = s^*(m_s) + 2(v_1^2 + v_2^2) - 1, \quad (5.2)$$

где  $m_s$  – количество видимых одновременно навигационных спутников,  $s^*$  – наиболее вероятное значение  $s$ , которое априори ставится в соответствие конкретному значению  $m_s$  для используемой конфигурации спутниковой системы. Поскольку фактические значения  $s$  могут существенно отличаться от  $s^*$ , уравнение измерений (5.2) следует использовать в дополнение к (5.1) лишь при малых значениях  $m_s$ , когда ось 3 направлена в сторону Земли. Это способствует ускорению сходимости искомых оценок вектора  $X$ , в особенности ошибок построения вертикали.

**6. Условия и результаты моделирования.** Ниже приводятся результаты одного из вариантов моделирования предложенного алгоритма магнитно-позиционной системы навигации микроспутника. Имитировалось орбитальное движение объекта с такими параметрами при  $t_0 = 0$ :  $u = 160^\circ$ ,  $i = 82^\circ$ ,  $\Omega_0 = 150^\circ$ ,  $a = 7061$  км,  $e = 0.01$ ,  $\omega_p = 60^\circ$ . Начальные условия для уравнений движения относительно центра масс:  $\Lambda = [0.36, -0.48, 0.64, 0.48]^T$ ,  $\omega = [-0.35, 0.35, 0.45]^T$  (с<sup>-1</sup>),  $\mathbf{m} = [1.2 \cdot 10^{-5}, -1.2 \cdot 10^{-5}, 3 \cdot 10^{-6}]^T$  (Нм). Номинальные главные центральные моменты инерции микроспутника задавались значениями  $I_1^* = I_2^* = 118$  кг · м,  $I_3^* = 19.6$  кг · м; фактические моменты инерции имели значения  $I_1 = 113$  кг · м,  $I_2 = 123$  кг · м,  $I_3 = 20.6$  кг · м.

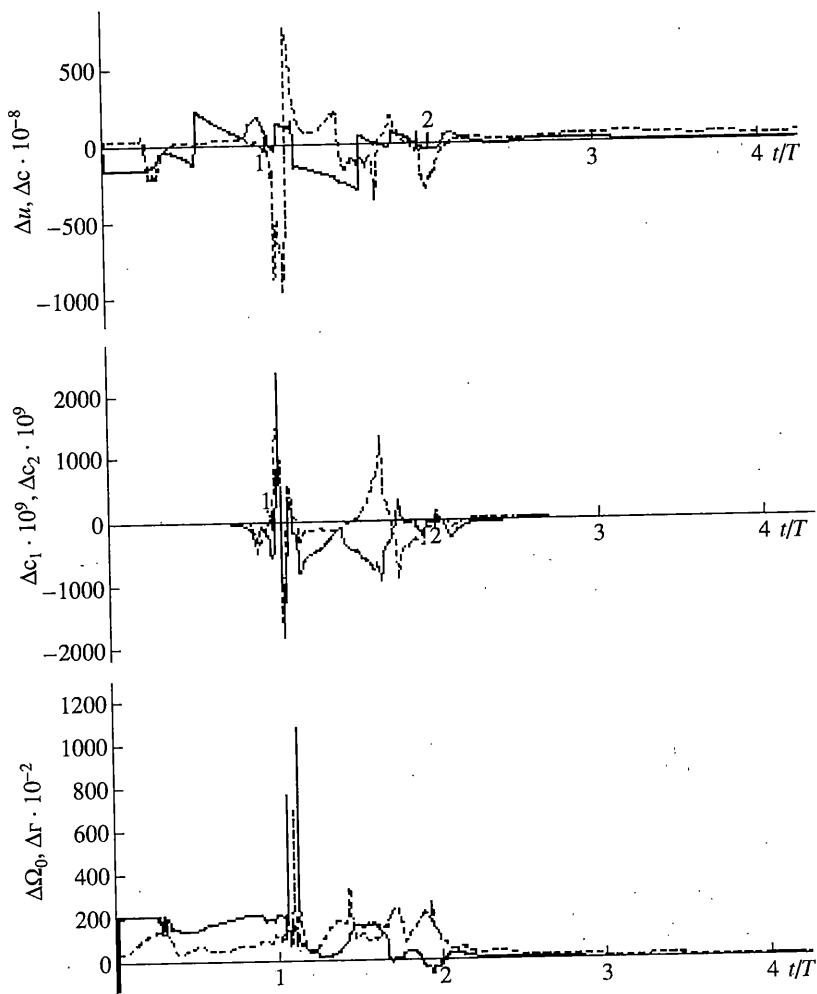
Начальное значение  $i$  для модельного варианта уравнений движения считалось известным с ошибкой  $15'$ . На основании сказанного выше модельное значение  $i$  принималось постоянным, не оценивалось и не корректировалось. Значение  $u$  в модельном варианте находилось путем интегрирования уравнения (2.2), значение  $\Omega_0$  – путем интегрирования упрощенного уравнения  $\dot{\Omega}_0 = -\epsilon R_0^2 \mu_c \sigma c^{-2} \cos i$ . Модельные значения параметров  $c$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  между моментами обновления считались постоянными. Значения других параметров, использованные при моделировании:  $\delta S(t_0) = 1000$  м,  $\delta U = 0.04$  м/с,  $\alpha_h = 0$ ,  $\alpha_a = 3^\circ$ .

Стандартные отклонения гауссовых шумов магнитометров в порядке нумерации последних равны 250, 25 и 75 нТл. Стандартные отклонения гауссовых шумов в составе измеряемых псевдодальностей и псевдоскоростей задавались соответственно значениями 30 м и 0.05 м/с. Вводились также постоянные смещения нуля магнитометров, малые отклонения их осей чувствительности от расчетных направлений, дискретность съема сигналов, малые случайные возмущающие моменты, действующие на объект.

Магнитное поле Земли воспроизводилось согласно модели "Международное аналитическое поле" [15, 20]. Конфигурация системы навигационных спутников заимствована из [21]. Интегрирование уравнений движения выполнялось с шагом 2 с, обновление – с интервалом 4 с. Число одновременно наблюдаемых спутников варьировалось от 0 до 8.

В дополнение к названному выше составу измерений при моделировании использовалась концепция псевдоизмерений, предложенная в [4], – сравнение некоторых из вычисляемых параметров или функций от них с номинальными значениями этих параметров или функций, заданными априори с известной точностью. В качестве

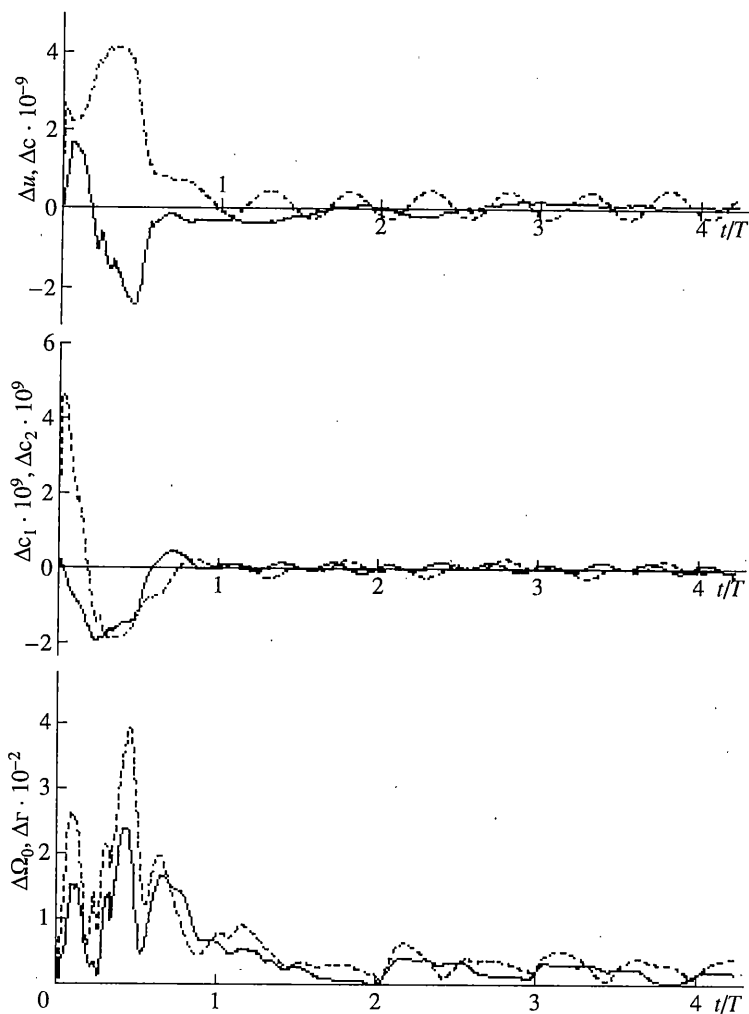




Фиг. 1

таких заданных величин принимались те же значения  $c$ ,  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ , которые включались в начальные условия. Этот прием направлен на улучшение наблюдаемости и ускорение сходимости оценок искомых параметров.

По сценарию данного варианта на промежутке времени  $0 \leq t \leq 4T$  решалась навигационная задача с использованием только спутниковой информации. Через  $T$  обозначен период обращения микроспутника по орбите. На указанном промежутке объект совершал неуправляемое движение относительно центра масс. Поведение остаточных ошибок в составе корректируемых параметров орбитального движения показано на фиг. 1: в верхней части —  $\Delta h$  (сплошная линия) и  $\Delta c$  (штриховая линия), в средней части —  $\Delta C_1$  (сплошная линия) и  $\Delta C_2$  (штриховая линия), в нижней части —  $\Delta \Omega_0$  (в градусах) (сплошная линия) и  $\Delta r$  (в км) — расстояние между вычисленным и истинным положениями объекта в пространстве (штриховая линия). По оси абсцисс отсчитывается время, отнесенное к  $T$ . Видно, что оценки параметров Бине достаточно быстро сходятся к фактическим значениям этих параметров.

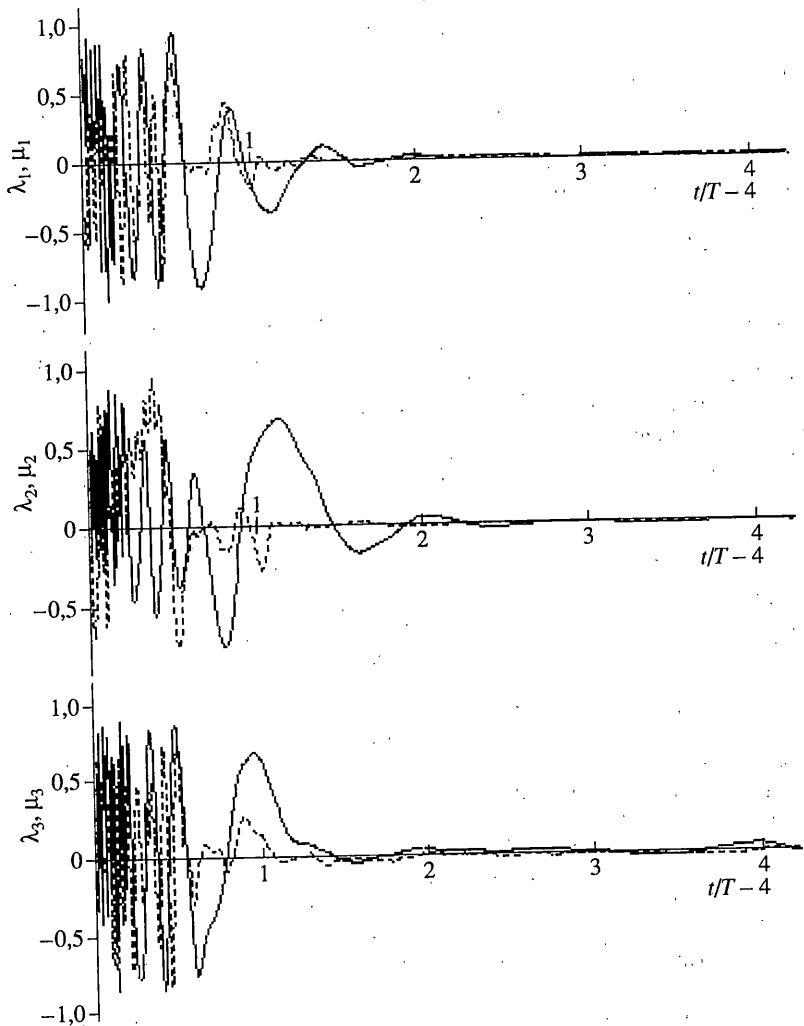


Фиг. 2

При  $t > 4T$  к решению навигационной задачи в дополнение к спутниковой информации привлекались показания магнитометров. В это же время производилось решение задачи определения ориентации микроспутника. В момент  $t = 4T + 20$  с включалась система управления ориентацией и стабилизации с магнитными исполнительными органами. При моделировании использовался закон управления, предложенный Д.В. Лебедевым [22].

На фиг. 2 в таком же представлении, как на фиг. 1, показаны остаточные ошибки решения навигационной задачи при  $t > 4T$  (время отсчитывается от  $t = 4T$ ). Сочетание спутниковой и магнитометрической информации позволило уменьшить ошибки оценивания параметров Бине по сравнению с их уровнем на фиг. 1.

На фиг. 3 выведены истинные параметры ориентации объекта  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  (сплошные линии) и остаточные ошибки их оценивания  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$  (штриховые линии). Видно, что оценки параметров ориентации в управляемом режиме в течение 2 – 3 периодов орбитального движения сходятся до уровня точности, характеризуемого ошибками построения вертикали порядка  $1^\circ$  и ошибками в азимуте порядка  $2 - 3^\circ$ . Остаточные



Фиг. 3

ошибки оценивания угловой скорости объекта в течение 1 – 2 периодов  $T$  устанавливаются на уровне 0.01 – 0.02 град/с.

Аналогичные результаты получены в иных вариантах моделирования с условиями и характеристиками, отличными от названных выше, но при неизменных параметрах настройки алгоритма оценивания.

Таким образом, сочетание магнитометрической информации с данными, принимаемыми от навигационных спутников глобальной системы позиционирования с помощью единственной антенны, дает возможность повысить точность и надежность бортовой информационной системы микроспутника, расширить область сходимости алгоритма оценивания параметров движения и ускорить процесс решения навигационной задачи. При достаточно нежестких предположениях можно решить навигационную задачу с использованием только спутниковой информации.

Изложенная методика обработки спутниковой информации применима, если в интегрированной навигационной системе космического аппарата вместо магнитометров используются иные чувствительные элементы.

1. *Psiaki M.L., Martel F., Pal P.K.* Three-axis attitude determination via Kalman filtering of magnetometer data // *J. Guid., Control and Dynamics*. 1990. V. 13. № 3. P. 506–514.
2. *Сарычев В.А., Сазонов В.В., Беляев М.Ю., Ефимов Н.И., Лапина И.Л., Стажков В.М.* Определение пассивного вращательного движения орбитального комплекса "Мир – Квант" по измерениям напряженности геомагнитного поля // *Космич. исследования*. 1992. Т. 30. Вып. 1. С. 136–140.
3. *Лебедев Д.В., Ткаченко А.И.* Управление сферическим движением космического аппарата в магнитном поле Земли. Ч. 2. Ориентация и стабилизация // *Проблемы управления и информатики*. 1996. № 3. С. 5–18.
4. *Ефименко Н.В., Колотовкин А.В., Трискало В.И., Швеиц К.В.* Магнитометрическая система определения ориентации космического аппарата // 5-а Укр. конференція з автоматичного управління "Автоматика – 98". Праці. Ч. 2. Киев, 1998. С. 50–59.
5. *Лебедев Д.В., Ткаченко А.И.* Магнитометрическая система определения параметров движения космического аппарата // *Проблемы управления и информатики*. 1997. № 4. С. 139–154.
6. *Балашова Н.Н., Баранков П.А., Маслов В.Д., Пивоваров М.Л., Почукаев В.Н., Синцова Л.Н., Тюрмина Л.О., Шарова В.А.* Метод геомагнитной навигации околоземных летательных аппаратов // *Изв. АН СССР. Техническая кибернетика*. 1990. № 3. С. 128–143.
7. *Ефименко Н.В., Колотовкин А.В., Новиков А.К., Швеиц К.В., Пятак И.А.* Система автономной навигации по магнитному полю Земли // 3-я Укр. конф. з автоматичного керування "Автоматика – 96". Севастополь. Сев ГТУ, 1996. Т. 3. С. 75–76.
8. *Андреев В.Д.* Теория инерциальной навигации. Автономные системы. М.: Наука, 1966. 579 с.
9. *Бенькова Н.П.* Магнитные бури и системы электрических токов. Труды НИИ земного магнетизма. Вып. 10(20). Л.: Гидрометеиздат, 1953. 158 с.
10. *System implications and innovative applications of satellite navigation. NATO AGARD lecture series 207.* Canada Communication Group. Hull, Canada, 1996.
11. *Abel J.S., Chauffe J.W.* Existence and uniqueness of GPS solution // *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Syst.* 1991. V. 27. № 6. P. 952–956.
12. *Hartman R.G.* An integrated GPS/IRS design approach // *Navigation*. 1988. V. 35. № 1. P. 121–134.
13. *Лурье А.И.* Аналитическая механика. М.: Физматгиз, 1961. 824 с.
14. *Дубошин Г.Н.* Небесная механика. Основные задачи и методы. М.: Наука, 1975. 799 с.
15. *Коваленко А.П.* Магнитные системы управления космическими летательными аппаратами. М.: Машиностроение, 1975. 248 с.
16. *Егоров С.Н.* Об использовании уравнений динамики при синтезе алгоритмов определения ориентации // *Космич. исследования*. 1992. Т. 30. Вып. 1. С. 38–44.
17. *Бакан Г.М.* Алгоритмы построения гарантированных и размытых эллипсоидальных оценок в линейных системах на основе метода наименьших квадратов // *Проблемы управления и информатики*. 1995. № 3. С. 117–129.
18. *Парусников Н.А., Каленова В.И., Морозов В.М., Шакоцько А.Г.* О мере наблюдаемости // *Некоторые вопросы навигации и управления*. – Изд-во МГУ, 1980. С. 29–37.
19. *Бранец В.Н., Шмыглевский И.П.* Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. М.: Наука, 1973. 320 с.
20. *Головков В.П., Коломийцева Г.И.* Международное аналитическое поле и его вековой ход для интервала 1980–1990 г. // *Геомагнетизм и аэрономия*. 1986. Т. 26. Вып. 3. С. 523–525.
21. *Parkinson B.W., Gilbert S.W.* NAVSTAR: Global Positioning System – ten years later // *Proc. IEEE*. 1983. V. 71. № 10. P. 1177–1186.
22. *Лебедев Д.В., Ткаченко А.И., Штена Ю.Н.* Магнитная система управления угловым движением микроспутника // *Космічна наука і технологія*. 1996. Т. 2. № 5–6. С. 17–25.