

УДК 539.3

© 2001 г.

А. А. ВАКУЛЕНКО

О МИКРО- И МАКРОКИНЕТИКЕ МАРТЕНСИТНЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ

В последние 15–20 лет появился ряд работ, в которых мартенситные превращения в металлах и сплавах рассматриваются при помощи методов механики сплошной среды. Заметное место среди этих работ занимают работы М.А. Гринфельда, сумевшего воспользоваться классическими термодинамическими вариационными принципами Дж. Гиббса [1] для анализа твердотельных фазовых превращений [2]. В этих работах М.А. Гринфельда, суммированных им в монографии [2], условия равновесия фаз математически строго строятся без ограничений на вид напряженного состояния фаз и величину их деформации (в классической работе [1] Дж. Гиббса, напомним, знаменитое "правило фаз" выводится в предположении о "шаровом" состоянии напряжений и деформаций во всех фазах системы). Но дальше условий равновесия фаз в [2] дело не заходит – кинетика мартенситных превращений никак не затрагивается. Кроме того, в [2] мартенситными почему-то называются превращения с когерентной межфазной границей, без каких-либо дополнительных условий, хотя эта когерентность – не первая и не единственная характерная особенность мартенситных превращений. Главной особенностью мартенситных превращений является их бездиффузионность, на что в свое время обратил внимание Г.В. Курдюмов [3]. Все другие характерные особенности типичных мартенситных превращений вытекают в конечном счете из их бездиффузионности [4]. Как будет показано далее, это в достаточно полной мере может быть учтено и в рамках механики (и термодинамики) сплошной среды. А это влечет в свою очередь возможность достаточно строго получить соотношения, позволяющие описать развитие на макро- и микроуровне мартенситных превращений, в том числе и таких, с которыми связаны эффекты "памяти формоизменения" металлических тел. Попытку продемонстрировать существование и пути реализации этой возможности и содержит настоящая работа.

1. Термин "мартенсит" сначала появился в металлургии сталей, где издавна так называют кристаллическую фазу, в которую при закалке превращается "аустенит" – твердый раствор небольшого количества (до 2,06% по массе) углерода в γ -железе. Поскольку при закалке стали в современных условиях достигаются скорости охлаждения до 10^6 град/сек, очевидно, что это фазовое превращение происходит без всякого участия диффузии вещества (в отличие, например, от агрегатных превращений макротел, α - β переходов в сплавах и большинства других известных фазовых превращений). Классические эксперименты Г.В. Курдюмова и Л.Г. Хандроса 1940-х годов [3] показали, что полиморфные бездиффузионные превращения возможны не только в сталях и что для бездиффузионности превращения вовсе не обязательна большая его скорость: в CuZn и некоторых других сплавах бездиффузионное превращение может протекать с "сохранением термоупругого равновесия", т.е. как квазистатический процесс. Позднее все это подтвердилось в экспериментах других исследователей. Список веществ, способных испытывать бездиффузионные

фазовые превращения пополнятся многими другими, сверх известных к началу 1950-х годов, металлами и сплавами. Обнаружилось, что в число таких веществ входят и некоторые неметаллические кристаллы [4, 5]. Со временем все, а не только происходящие при закалке сталей, бездиффузионные полиморфные фазовые превращения стали называть мартенситными превращениями, именуя при этом низкотемпературную фазу мартенситом, а высокотемпературную – аустенитом (независимо от того, насколько похожи они по своей структуре и свойствам на "настоящие" мартенсит и аустенит).

Очевидно, что фазовое превращение может быть бездиффузионным (протекающим без какого бы то ни было участия тепловых флуктуаций) только тогда, когда участвующие в превращении атомные частицы тела смещаются лишь на малое (меньшее элементарной ячейки кристаллической решетки) расстояние и притом с достаточно большой скоростью, сравнимой со скоростью звука в этой решетке. Получается, что на каждом малом отрезке процесса превращения некоторая часть ячеек исходной решетки почти мгновенно преобразуется в ячейки другой решетки [4]. Иначе говоря, бездиффузионное превращение на микроуровне протекает как бы порциями. Для того, чтобы бездиффузионное превращение могло бы быть квазистатическим (протекающим с "сохранением термоупругого равновесия") необходимо, чтобы при достаточной медленности изменения внешних условий эти порции были бы малыми – такими, возмущениями от которых поля температуры в теле можно было пренебречь. А для того, чтобы в каждой такой порции превращение обеспечивалось бы в указанной выше мере малым смещением частиц на границе раздела фаз, нужна когерентность или почти когерентность решеток фаз на этих границах. Иными словами каждый или почти каждый узел одной решетки на границе должен быть узлом и другой. На сплошнородном уровне это означает непрерывность поля перемещения точек тела при переходе точки наблюдения через границу раздела фаз.

Надо заметить, что в последние годы внимание специалистов все в большей мере сосредотачивается именно на квазистатических мартенситных превращениях. В первую очередь, несомненно, это обуславливается тем, что с некоторыми из таких мартенситных превращений связаны уже упоминавшиеся и далеко пока неполно изученные эффекты "памяти формы" металлов, находящие интересные и важные приложения в современной технике [4, 6]. В дальнейшем основное внимание квазистатическим процессам мартенситного превращения уделяется и в настоящей работе.

Отметим, что для мартенситных превращений этого типа (протекающих с "сохранением термоупругого равновесия") характерна также большая подвижность межфазных границ, обычно начинающих перемещаться под действием очень небольших термодинамических сил (фактически это связано с когерентностью межфазных границ при таких превращениях) [4, 5]. Вследствие этой легкости перемещения межфазных границ они при перемещениях почти не сдвигают "обычные" дислокации в кристалле: как всегда обнаруживается в эксперименте, при квазистатическом мартенситном превращении, протекающем вследствие изменения температуры (и только температуры), практически все дислокации в образце, бывшие в нем до начала превращения, остаются на тех же местах в кристаллической решетке и по завершении превращения [4–6]. Это не значит, что межфазные границы при мартенситных превращениях, протекающих в результате изменения температуры, не взаимодействуют с дислокациями. Такое взаимодействие есть, но его влияние сводится, в основном, к влиянию на температуру начала превращения (концентрация напряжений вблизи дислокации может повлечь зарождение мартенсита вблизи нее при другой температуре, нежели температура зарождения в отсутствие дислокации) и к связанной с этим влиянием гетерогенности зарождения мартенсита. Если не ставить задачей выяснение деталей влияния пластической деформации образца на характерные температуры превращения, то можно считать материал тела вне межфазных границ идеально упругим.

3. Напомним, что когерентность межфазной границы на сплошном среднем уровне означает непрерывность поля перемещения при переходах точки наблюдения через эту границу. Пусть v_0 обозначает область пространства, которую занимает тело в начальном состоянии (при $t = 0$) и пусть Γ_0 – прообраз в v_0 границы раздела фаз. Пусть, далее, отображение

$$\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{R}(\mathbf{r}, t) \quad (3.1)$$

сопоставляющее месту каждой точки тела в пространстве при $t = 0$ место этой же точки в пространстве в текущем состоянии тела, непрерывно и имеет непрерывное обратное всюду в $v_0 \setminus \Gamma_0$. Тогда вследствие упомянутой когерентности это отображение при любом $t \geq 0$ будет и всюду в замыкании области v_0 непрерывным и обратимым отображением, т.е. гомеоморфизмом области v_0 на область $v = v(t)$, служащую образом тела в текущем его состоянии. Заметим, что граница Γ раздела фаз здесь считается поверхностью в любом состоянии тела и это условие в рамках сплошного среднего подхода вполне естественно. Фактически не ограничивая общности исследования это условие можно усилить, а именно считать, что (условие А) межфазная граница $\Gamma = \Gamma(t)$ при любом $t \geq 0$ представляет собой кусочно-гладкую поверхность.

Вследствие того, что отображение (3.1), сопоставляющее начальной конфигурации тела его текущую конфигурацию, при любом $t \geq 0$ – гомеоморфизм, при этом кусочно-гладкую поверхность при любом $t \geq 0$ будет представлять собой и Γ_0 .

В соответствии с изложенным в п. 2, ценою некоторого ограничения цели исследования (от этого ограничения, как будет видно далее, при необходимости нетрудно избавиться) можно ввести следующее упрощающее условие:

(условие В) каждая из фаз при любом $t \geq 0$ представляет собой идеально упругое тело (или семейство идеально упругих тел, когда фаза в целом – не связанное тело).

Как уже отмечалось, главной целью работы является изучение мартенситных процессов, протекающих с сохранением термоупругого равновесия. Предполагая отсутствие вблизи тела внешних источников (и стоков) тепла и пренебрегая локальными и малыми возмущениями поля температуры в теле в ходе такого процесса (см. п. 2), будем считать также, что

(условие С) поле температуры в теле в любой момент процесса однородно.

Наконец, примем также еще одно упрощающее условие, а именно будем считать, что (условие D) на тело в любом из исследуемых его состояний не действует никаких массовых внешних сил.

Без этого условия можно обойтись, но оно существенно упрощает выкладки.

4. При принятых условиях первое начало термодинамики (закон сохранения энергии) выражает соотношение

$$\frac{d}{dt} U = \int_{\partial v} \mathbf{N} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{v} d\Omega + Q' \quad (4.1)$$

в котором U – внутренняя энергия тела, интеграл дает мощность внешних сил, вследствие условия Г содержащих только поверхностные внешние силы (с вектором плотности $\boldsymbol{\sigma}_N = \mathbf{N} \cdot \boldsymbol{\sigma}$, где \mathbf{N} – орт внешней нормали к граничной поверхности тела в текущем его состоянии, $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор "истинных" напряжений), Q' – теплота, в единицу времени получаемая телом от окружающей его среды ($Q' < 0$ когда тело тепло отдает). Благодаря однородности поля температуры в теле (условие С) второе начало термодинамики справедливо в форме "неравенства Клаузиуса":

$$\text{всегда } T \frac{d}{dt} S \geq Q', \text{ причем } T \frac{d}{dt} S = Q' \quad (4.2)$$

тогда и только тогда, когда процесс протекает обратимо (без диссипации в любой ее форме). Здесь S – энтропия и T – температура тела в термодинамической ("абсолютной") шкале. С введением мощности диссипации

$$\Theta \equiv T \frac{d}{dt} S - Q' \quad (4.3)$$

второе начало можно представить соотношениями

$$Q' = T \frac{d}{dt} S - \Theta, \quad \Theta \geq 0 \quad (4.4)$$

при условии (4.3) вполне эквивалентными соотношениями (4.2). По внесении (4.4) в (4.1) получим

$$\frac{d}{dt} F = \int_{\partial v} \mathbf{N} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{v} d\Omega - S \frac{d}{dt} - \Theta \quad (4.5)$$

где $F = U - TS$ – свободная энергия тела. Напомним, что при помощи тензора напряжений Пиола входящий в (4.1) и (4.5) интеграл можно "снести" на начальную конфигурацию тела. Действительно, по определению тензора Пиола [7] для каждой малой ориентированной площадки в теле или на его границе имеем $\mathbf{n} \cdot \mathbf{p} d\Omega_0 = \mathbf{N} \cdot \boldsymbol{\sigma} d\Omega$, где $d\Omega_0$ – площадь этой площадки и \mathbf{n} – от нормали к ней в начальном, а $d\Omega$ и \mathbf{N} – в текущем состоянии тела. В результате

$$\int_{\partial v} \mathbf{N} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{v} d\Omega = \int_{\partial v_0} \mathbf{n} \cdot \mathbf{p} \cdot \mathbf{v} d\Omega_0 \quad (4.6)$$

В начальном состоянии тело однородно (состоит из одной фазы) и занимает в пространстве отсчета замыкание фиксированной области v_0 . Кусочно-гладкая (и не обязательно связная) поверхность Γ , служащая межфазной границей в текущем состоянии тела, имеет прообразом в v_0 кусочно-гладкую же поверхность Γ_0 , которая в отличие от самой начальной области v_0 изменяется в ходе превращения – перемещается с перемещением в материале тела поверхности Γ или ее частей. Поверхность Γ_0 разбивает область v_0 на части v_{01} и $v_{02} = v_0 \setminus v_{01}$, образами которых в текущей конфигурации тела служат v_1 и $v_2 = v \setminus v_1$ – части области v , занимаемые, соответственно, исходной и растущей при превращении фазами. Принимая во внимание (4.5), (4.6) и принятые условия баланс энергии для фаз можно представить следующим образом:

$$\frac{d}{dt} F_1 = \int_{\partial v_{01}} \mathbf{n} \cdot \mathbf{p} \cdot \mathbf{v} d\Omega_0 - S_1 \frac{dT}{dt} - \int_{\Gamma_0} \mathbf{c} \cdot \mathbf{n} f_1 \rho_0 d\Gamma_0 \quad (4.7)$$

$$\frac{d}{dt} F_2 = \int_{\partial v_{02}} \mathbf{n} \cdot \mathbf{p} \cdot \mathbf{v} d\Omega_0 - S_2 \frac{dT}{dt} + \int_{\Gamma_0} \mathbf{c} \cdot \mathbf{n} f_2 \rho_0 d\Gamma_0$$

Здесь учтено, что в соответствии с условием В (см. п 3) каждая из фаз в отдельности – идеально упругое тело. Поэтому уравнения (4.7) диссипативных членов не содержат. С изменением в ходе превращения границы раздела фаз изменяется и ее прообраз Γ_0 в v_0 (вектор \mathbf{c} в (4.7) есть вектор скорости произвольной точки поверхности Γ_0). Последнее слагаемое в правой части каждого из уравнений (4.7) характеризует изменение свободной энергии фазы, связанное с изменением границы раздела фаз (f_1, f_2 – плотности на единицу массы свободной энергии фаз).

Заметим, что границу ∂v_{01} области v_{01} можно представить в виде объединения поверхностей $\partial v_{01} \setminus \Gamma_0$ и Γ_0 , а границу ∂v_{02} области v_2 , аналогично, – в виде объеди-

нения поверхностей $\partial v_{02}\Gamma_0$ и Γ_0 . Поэтому

$$\int_{\partial v_{01}} \mathbf{n} \cdot \mathbf{p} \cdot \mathbf{v} d\Omega_0 = \int_{\partial v_{01} \setminus \Gamma_0} \mathbf{n} \cdot \mathbf{p} \cdot \mathbf{v} d\Omega_0 - \int_{\Gamma_0} \mathbf{n} \cdot \mathbf{p}_+ \cdot \mathbf{v}_+ d\Gamma_0 \quad (4.8)$$

$$\int_{\partial v_{02}} \mathbf{n} \cdot \mathbf{p} \cdot \mathbf{v} d\Omega_0 = \int_{\partial v_{02} \setminus \Gamma_0} \mathbf{n} \cdot \mathbf{p} \cdot \mathbf{v} d\Omega_0 + \int_{\Gamma_0} \mathbf{n} \cdot \mathbf{p}_- \cdot \mathbf{v}_- d\Gamma_0$$

Различие в знаках последнего слагаемого справа в этих уравнениях связано с тем, что нормаль к Γ_0 — общей части поверхностей ∂v_{01} и ∂v_{02} , будучи внешней для области v_{02} , для v_{01} будет внутренней. Знаками (+) и (-) отмечены пределы полей векторов \mathbf{p} и \mathbf{v} при приближении к поверхности Γ_0 со стороны, соответственно, v_{01} и v_{02} . Заметим также, что почти каждая точка поверхности Γ_0 является внутренней точкой области v_0 , исключение составляют лишь точки пересечения этой поверхности с границей области v_0 . Поэтому, как нетрудно видеть, какой бы не была связность и другие детали строения поверхности Γ_0 :

$$\int_{\partial v_{01} \setminus \Gamma_0} \mathbf{n} \cdot \mathbf{p} \cdot \mathbf{v} d\Omega_0 + \int_{\partial v_{02} \setminus \Gamma_0} \mathbf{n} \cdot \mathbf{p} \cdot \mathbf{v} d\Omega_0 = \int_{\partial v_0} \mathbf{n} \cdot \mathbf{p} \cdot \mathbf{v} d\Omega_0 \quad (4.9)$$

Наконец, благодаря конгруэнтности фаз на границе их раздела поверхностные энергия и энтропия на этой границе пренебрежимо малы и можно считать, что $F_1 + F_2 = F$, $S_1 + S_2 = S$. Учитывая это и внося (4.8) в уравнения (4.7), а затем складывая их, получим, используя также (4.9):

$$\frac{d}{dt} F = \int_{\partial v_0} \mathbf{n} \cdot \mathbf{p} \cdot \mathbf{v} d\Omega_0 - S \frac{d}{dt} T - \int_{\Gamma_0} \mathbf{n} \cdot (\mathbf{p}_+ \cdot \mathbf{v}_+ - \mathbf{p}_- \cdot \mathbf{v}_- + (f_1 - f_2) \mathbf{e} \rho_0) d\Gamma_0 \quad (4.10)$$

Из сравнения этого уравнения с (4.5) с учетом (4.6) вытекает, что

$$\Theta = \int_{\Gamma_0} \mathbf{n} \cdot (\mathbf{p}_+ \cdot \mathbf{v}_+ - \mathbf{p}_- \cdot \mathbf{v}_- + (f_1 - f_2) \mathbf{e} \rho_0) d\Gamma_0 \quad (4.11)$$

В каждой точке межфазной границы Γ должно быть $\mathbf{N} \cdot \boldsymbol{\sigma}_+ = \mathbf{N} \cdot \boldsymbol{\sigma}_-$. Из определения тензора Пиола следует, что при этом в каждой точке прообраза этой границы будет $\mathbf{n} \cdot \mathbf{p}_+ = \mathbf{n} \cdot \mathbf{p}_-$. Поэтому $\mathbf{n} \cdot (\mathbf{p}_+ \cdot \mathbf{v}_+ - \mathbf{p}_- \cdot \mathbf{v}_-) = \mathbf{n} \cdot \mathbf{p}_+ \cdot (\mathbf{v}_+ - \mathbf{v}_-)$ и соотношению (4.11) можно придать следующий вид:

$$\Theta = \int_{\Gamma_0} \mathbf{n} \cdot (\mathbf{p}_+ \cdot (\mathbf{v}_+ - \mathbf{v}_-) + (f_1 - f_2) \mathbf{e} \rho_0) d\Gamma_0 \quad (4.12)$$

В соответствии с каждым из соотношений (4.11), (4.12) диссипация при типичном мартенситном превращении полностью сосредоточена на границе раздела фаз, как это и должно иметь место в силу предположения об идеальной упругости каждой фазы.

5. При принятых в п. 3 предположениях сужение отображения (3.1) начальной конфигурации тела на текущую на каждую из областей v_{01} , $v_{02} = v_0 \setminus v_{01}$ можно считать диффеоморфизмом — обратимым и в "обе стороны" не только непрерывным, но и непрерывно дифференцируемым отображением. При этом для любой пары близких точек каждой из областей v_{01} , v_{02} , с точностью до слагаемого более высокого порядка малости относительно $|dr|$ будет $d\mathbf{R} = d\mathbf{r} \cdot \mathbf{F}$, где $\mathbf{F} \equiv \nabla_0 \mathbf{R}$ — некоторый невырожденный двухвалентный тензор, $d\mathbf{r}$ — вектор, соединяющий эти точки в начальном, а $d\mathbf{R}$ — в текущем состоянии тела. В точках поверхности Γ_0 , служащей "следом" межфазной границы в начальной конфигурации тела, поле тензора \mathbf{F} разрывно, но заведомо существуют односторонние пределы — предел \mathbf{F}_+ при приближении к какой-либо точке границы Γ_0 по пути, лежащем в v_{01} , и \mathbf{F}_- — предел при приближении к этой точке из v_{02} .

Если, по-прежнему, \mathbf{v}_+ и \mathbf{v}_- аналогичные односторонние пределы поля скорости $\mathbf{v} = \partial/\partial t \mathbf{R}(\mathbf{r}, t)$ точек тела и \mathbf{c} – вектор скорости точек поверхности Γ_0 , то для каждой ее точки

$$\mathbf{v}_+ - \mathbf{v}_- = -\mathbf{c} \cdot (\mathbf{F}_+ - \mathbf{F}_-) \quad (5.1)$$

Действительно, откажемся временно от обычного для механики сплошной среды условия, что границы раздела фаз представляют собой поверхности, и пусть фазы разделяет тонкий переходный слой. Его прообразом в начальной конфигурации тела будет тоже слой малой, но конечной толщины. При этом отображение (3.1), сопоставляющее начальной конфигурации \mathcal{V}_0 тела его конфигурацию в текущий момент процесса, можно считать всюду в \mathcal{V}_0 не только непрерывным, но и непрерывно дифференцируемым отображением. Но поскольку при перемещении переходного слоя в ходе превращения перемещается и его прообраз в \mathcal{V}_0 , т.е. некоторая окрестность поверхности Γ_0 , \mathbf{r} в этой окрестности будет зависеть от t , так что дифференцировать $\mathbf{R} = \mathbf{R}(\mathbf{r}, t)$ по t в этой окрестности нужно как сложную функцию:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{R} = \mathbf{v} + \frac{d\mathbf{r}}{dt} \cdot \mathbf{F}$$

где $\mathbf{v} = \partial/\partial t \mathbf{R}(\mathbf{r}, t)$, а $\mathbf{F} \equiv \nabla_0 \mathbf{R}$, по определению, производная "от $\mathbf{R} = \mathbf{R}(\mathbf{r}, t)$ по \mathbf{r} ". При этом в пределе, когда при предельном утонении переходного слоя он стянется к своей срединной поверхности и снова станет поверхностью раздела фаз, будет

$$\left(\frac{d}{dt} \mathbf{R} \right)_+ = \mathbf{v}_+ + \left(\frac{d\mathbf{r}}{dt} \right)_+ \cdot \mathbf{F}_+, \quad \left(\frac{d}{dt} \mathbf{R} \right)_- = \mathbf{v}_- + \left(\frac{d\mathbf{r}}{dt} \right)_- \cdot \mathbf{F}_-$$

откуда и вытекает (3.1), ибо левые части этих соотношений равны – скорость каждой точки поверхности раздела фаз должна быть одной и той же при взгляде на эту поверхность с разных ее сторон, равно как и $(d\mathbf{r}/dt)_+ = (d\mathbf{r}/dt)_- = \mathbf{c}$.

Возвращаясь к соотношению (4.12), снова учтем, что почти всюду на Γ_0 должно быть $\mathbf{n} \cdot \mathbf{p}_+ = \mathbf{n} \cdot \mathbf{p}_-$. Используя это, а также соотношение (5.1), получим

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{p}_+ \cdot (\mathbf{v}_+ - \mathbf{v}_-) = -\mathbf{n} \cdot \mathbf{p}_+ \cdot (\mathbf{F}_+^T - \mathbf{F}_-^T) \cdot \mathbf{c} = -\mathbf{n} \cdot (\mathbf{p}_+ \cdot \mathbf{F}_+^T - \mathbf{p}_- \cdot \mathbf{F}_-^T)$$

внося же это в (4.12), будем иметь

$$\Theta = \int_{\Gamma_0} \mathbf{n} \cdot \left[f\mathbf{I} - \frac{1}{\rho_0} \mathbf{p} \cdot \mathbf{F}^T \right] \cdot \mathbf{c} \rho_0 d\Gamma_0 \quad (5.2)$$

где \mathbf{I} – единичный тензор, \mathbf{F}^T – тензор, алгебраически сопряженный с тензором \mathbf{F} : $\mathbf{a} \cdot \mathbf{F} = \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{a}$ для любого вектора \mathbf{a} . Из известных геометрических соображений следует [2, 7], что вектор скорости \mathbf{c} коллинеарен орту нормали к Γ_0 в каждой точке, где эта нормаль определена. Таким образом $\mathbf{c} = \mathbf{c} \cdot \mathbf{nn}$, и в результате соотношению (5.2) можно придать следующий вид:

$$\Theta = \int_{\Gamma_0} \mathbf{n} \cdot \left[f\mathbf{I} - \frac{1}{\rho_0} \mathbf{p} \cdot \mathbf{F}^T \right] \cdot \mathbf{nn} \cdot \mathbf{c} \rho_0 d\Gamma_0$$

Если ввести обозначение

$$\boldsymbol{\mu} = f\mathbf{I} - \frac{1}{\rho_0} \mathbf{p} \cdot \mathbf{F}^T \quad (5.3)$$

то будем иметь

$$\Theta = \int_{\Gamma_0} \mathbf{n} \cdot (\boldsymbol{\mu}_+ - \boldsymbol{\mu}_-) \cdot \mathbf{nn} \cdot \mathbf{c} \rho_0 d\Gamma_0 \quad (5.4)$$

Тензор (5.3) в точности совпадает с тем, который в [2] называется тензором химического потенциала (в [2] этот тензор выводится иным, несколько более громоздким путем). Это название тензора μ отражает тот факт, что при помощи μ выражаются условия равновесия фаз: фазы находятся в равновесии (друг с другом) тогда и только тогда, когда в каждой точке гладкости границы Γ_0 :

$$\mathbf{n} \cdot \mu_+ \cdot \mathbf{n} = \mathbf{n} \cdot \mu_- \cdot \mathbf{n} \Leftrightarrow \mathbf{n} \cdot (\mu_+ - \mu_-) \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (5.5)$$

При этом граница Γ_0 неподвижна, т.е. вектор с скорости ее точек всюду на Γ_0 равен нулю.

Пусть теперь вектор \mathbf{c} не равен нулю всюду на Γ_0 , но имеет ненулевые значения лишь в малой окрестности какой-либо точки этой поверхности, такой малой, что почти всюду в этой окрестности или $\mathbf{n} \cdot (\mu_+ - \mu_-) \cdot \mathbf{n} > 0$, или $\mathbf{n} \cdot (\mu_+ - \mu_-) \cdot \mathbf{n} < 0$. Тогда для того, чтобы в силу (5.4) при $\mathbf{c} \neq 0$, в соответствие со вторым началом термодинамики, было $\Theta > 0$, нужно, чтобы выполнялось соотношение

$$\text{sign}[\mathbf{n} \cdot (\mu_+ - \mu_-) \cdot \mathbf{n}] = \text{sign}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{c}) \quad (5.6)$$

Напомним (см. п. 2), что в реальном кристалле со структурой, допускающей возможность квазистатического мартенситного превращения, такое превращение на микроуровне протекает путем быстрого возникновения малых порций растущей фазы (так что на микроуровне процесс фактически имеет скачкообразный характер, но из-за малости этих скачков на макроуровне они не проявляются). Ничто не мешает положить, что каждой такой малой порции растущей фазы и соответствует только что рассматривавшееся поле вектора \mathbf{c} , сосредоточенное в малой окрестности некоторой точки межфазной границы. При этом в любой момент процесса превращения вместе с соотношением (5.4) должно выполняться и соотношение (5.6). Причем для функции $x \rightarrow \text{sign}(x)$ здесь имеет смысл использовать расширенное определение. Действительно, в соответствии с отмеченным, для тех точек на Γ_0 , для которых $\mathbf{n} \cdot (\mu_+ - \mu_-) \cdot \mathbf{n} = 0$, должно быть и $\mathbf{c} = 0$ (равновесие фаз в окрестности данной точки межфазной границы влечет ее неподвижность в материале тела в этой окрестности). И наоборот, из $\mathbf{c} = 0$ в окрестности данной точки следует равновесие фаз в этой окрестности, так что $\mathbf{c} = 0 \Leftrightarrow \mathbf{n} \cdot (\mu_+ - \mu_-) \cdot \mathbf{n} = 0$. Поэтому к обычному определению функции $\text{sign}(x)$, согласно которому $\text{sign}(x) = 1$ при любом $x > 0$ и $\text{sign}(x) = -1$ при любом $x < 0$ имеет смысл добавить условие, что $\text{sign}(x) = 0$ при $x = 0$.

6. В этом и следующем разделе остановимся вкратце на квазистатическом мартенситном превращении, протекающем в результате изменения температуры при отсутствии не только внешних массовых (условие D в п. 3), но и поверхностных внешних сил. Так как мартенситом всегда называют низкотемпературную фазу, "прямое" мартенситное превращение протекает при охлаждении тела и мартенсит при этом является растущей фазой. При выводе соотношений (4.7)–(4.11) прообраз растущей фазы в начальной конфигурации тела v_0 обозначался v_{02} , поэтому концентрацию c_M мартенсита в теле можно определить соотношением $c_M = |v_{02}|/|v_0|$, концентрацию аустенита, соответственно, – соотношением $c_A = |v_{01}|/|v_0|$, так что $c_M + c_A = 1$. За начальное состояние тела примем состояние при достаточно высокой температуре $T = T_0$, при которой тело состоит только из одной фазы, причем аустенита, когда $c_A = 1, c_M = 0$.

Это означает, что при $T \geq T_0$ всюду в теле $\mathbf{n} \cdot (\mu_+ - \mu_-) \cdot \mathbf{n} < 0$ при любом ненулевом векторе \mathbf{n} (μ_+ – тензор химического потенциала аустенита). При медленном и монотонном понижении T будет достигнуто состояние тела, в котором для некоторого семейства множеств его точек (строго говоря, не обязательно ненулевой пространственной меры¹) будет $\mathbf{n} \cdot (\mu_+ - \mu_-) \cdot \mathbf{n} = 0$, а затем и $\mathbf{n} \cdot (\mu_+ - \mu_-) \cdot \mathbf{n} > 0$.

¹ Точнее условие зарождения "новой" фазы будет сформулировано в разделе 8.

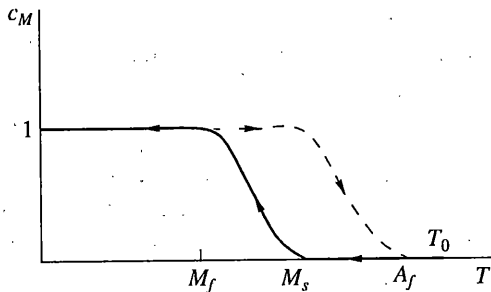
В этом состоянии начинается мартенситное превращение и соответствующую температуру обычно обозначают M_S ("старт мартенсита"). При дальнейшем понижении T концентрация мартенсита c_M будет монотонно возрастать до достижения состояния, в котором $c_M = 1$ и $c_A = 0$. При еще большем понижении T эти концентрации будут оставаться неизменными (фиг. 1). Температуру T , при которой в ходе монотонного ее понижения впервые достигается предельная концентрация мартенсита (в реальных кристаллах, особенно поликристаллах, значение $c_M = 1$ может и не достигаться), обычно обозначают M_f . Пусть теперь по достижении этой или еще более низкой T ее начинают медленно же и монотонно поднимать. При этом "обратное" мартенситное превращение, при котором c_M монотонно уменьшается и мартенсит в теле постепенно заменяется аустенитом, начнется не при $T = M_f$, а позднее. В самом деле, сохраним значки (+), (-) за обозначением тензора химического потенциала, соответственно, аустенита и мартенсита и при обратном превращении². Тогда при обратном превращении, пока температура не достигнет значения $T = M_S$, почти всюду на Γ_0 по-прежнему будет $\mathbf{n} \cdot (\boldsymbol{\mu}_+ - \boldsymbol{\mu}_-) \cdot \mathbf{n} \geq 0$. Но при обратном превращении направление вектора \mathbf{c} изменится и вместо $\mathbf{n} \cdot \mathbf{c} \geq 0$ станет $\mathbf{n} \cdot \mathbf{c} \leq 0$, что вместе с $\mathbf{n} \cdot (\boldsymbol{\mu}_+ - \boldsymbol{\mu}_-) \cdot \mathbf{n} \geq 0$ противоречит соотношению (5.6), а потому и второму началу термодинамики. Обратное превращение начнется, когда при $\mathbf{n} \cdot \mathbf{c} < 0$ будет и $\mathbf{n} \cdot (\boldsymbol{\mu}_+ - \boldsymbol{\mu}_-) \cdot \mathbf{n} < 0$. В соответствии с изложенным при монотонном росте T это станет возможным при $T \geq M_S$. Следовательно, $A_S = M_S$ (см. фиг. 1).

В рамках принятых в п. 3 условий это соотношение – важный закон, поскольку характеризует величину термического гистерезиса для кристалла, "прямое" и "обратное" мартенситные превращения которого удовлетворяют упомянутым условиям. Основное из этих условий – возможность рассматривать каждую из фаз как идеально упругое тело. Справедливость при этом соотношения $A_S = M_S$ полуэмпирическим путем была установлена экспериментаторами уже довольно давно [5, 6]. Было установлено также, что от этого соотношения возможны заметные отклонения. Одна из главных причин связана с тем, что с началом превращения макрооднородное до этого тело становится композитом. Как правило, существенно неоднородным при этом становится и поле тензора напряжения в теле (появляющееся при превращении и в отсутствие действия на тело внешних сил). Эти напряжения, в соответствии с принципом Ле-Шателье при "прямом" превращении противодействующие превращению, при "обратном" превращении ему, наоборот, "помогают", так что температура A_S должна бы стать несколько меньшей температуры M_S . Однако взаимодействие межфазной границы с дефектами микроструктуры тела, непосредственно в превращении не участвующими (это взаимодействие, подчеркнем, в силу принятых в п. 3 предположений в соотношениях (4.7) и (4.11) не учитывается), всегда несколько задерживает начало обратного превращения. При достаточно большой плотности упомянутых дефектов эта задержка (превышение M_S температурой A_S) может быть существенной [5, 6]. Тем не менее соотношение $A_S = M_S$ играет роль в известном смысле основного закона – характеризует температурный гистерезис тогда, когда квазистатические прямое и обратное мартенситные превращения реализуются, так сказать, в наиболее чистом виде.

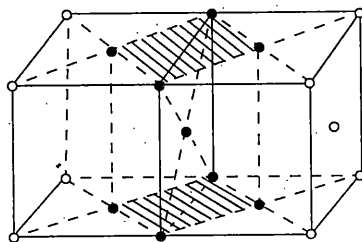
7. При мартенситных превращениях вследствие изменения только температуры, о которых сейчас идет речь, вызываемые превращением деформации редко достигают относительной величины в 2–3%. Поэтому имеет смысл геометрически линейное рассмотрение таких превращений.

Для того, чтобы достаточно точно характеризовать геометрически линейную по-

² Если этого не делать, то одновременно с изменением присвоения значков (+) и (-) нужно будет изменить на прямопротивоположные положительные направления векторов \mathbf{n} и \mathbf{c} . В итоге результат рассуждений будет тем же самым.



Фиг. 1



Фиг. 2

становку задач о превращениях, напомним, что каждая ориентированная элементарная материальная площадка в окрестности произвольной точки следующим образом преобразуется при переходе тела от начального к текущему состоянию [7]:

$$nd\Omega_0 \rightarrow Nd\Omega = \frac{\rho_0}{\rho} \mathbf{F}^{-1} \cdot nd\Omega_0 \quad (7.1)$$

(\mathbf{n} , \mathbf{N} – орты нормали к площадке в начальном и текущем состояниях тела). Отсюда

$$d\Omega_0 = \frac{\rho}{\rho_0} (\mathbf{N} \cdot \mathbf{G}_A^{-1} \cdot \mathbf{N})^{1/2} d\Omega, \quad \mathbf{n} = (\mathbf{N} \cdot \mathbf{G}_A^{-1} \cdot \mathbf{N})^{-1/2} \mathbf{F} \cdot \mathbf{N} \quad (7.2)$$

$$\mathbf{G}_A = \mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{F}^{-T} = \mathbf{I} - 2\boldsymbol{\epsilon}_A \quad (7.3)$$

где \mathbf{G}_A – мера деформации Альманзи ($\boldsymbol{\epsilon}_A$ – тензор деформации Альманзи), $\mathbf{F}^{-T} = (\mathbf{F}^{-1})^T$. Из соотношений (7.2) и определения $\mathbf{n} \cdot \rho d\Omega_0 = \mathbf{N} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot d\Omega$ тензора $\boldsymbol{\rho}$ вытекает, в свою очередь, что

$$\boldsymbol{\rho} = \frac{\rho_0}{\rho} \mathbf{F}^{-T} \cdot \boldsymbol{\sigma} \quad (7.4)$$

С введением вектора перемещения $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{R}(\mathbf{r}, t) - \mathbf{r}$ имеем $\mathbf{R}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{u}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{r}$, откуда

$$\mathbf{F} \equiv \nabla_0 \mathbf{R} = \nabla_0 \mathbf{u} + \mathbf{I} \quad (7.5)$$

В рамках геометрически линейной теории упругости $\|\nabla_0 \mathbf{u}\| \ll 1$, в соответствии с этим при постановке условий равновесия (в том числе и условий равновесия фаз) считается, что $\mathbf{F} \cong \mathbf{I}$, а потому и $\mathbf{F}^{-1} \cong \mathbf{I}$, откуда также, согласно (7.3), и $\mathbf{G}_A \cong \mathbf{I}$. Из соотношения $\|\nabla_0 \mathbf{u}\| \ll 1$ вытекает таким образом, что в рамках геометрически линейной теории при постановке условий равновесия (для тела, закрепленного от перемещения как жесткого целого) различие начальной и текущей конфигураций тела не учитывается. Так, в этих рамках (7.4) сводится к соотношению

$$\boldsymbol{\rho} = \frac{\rho_0}{\rho} \boldsymbol{\sigma} \quad (7.6)$$

вектор \mathbf{n} можно считать совпадающим с вектором \mathbf{N} , а соотношения (5.3), (5.4) – представить в виде, соответственно

$$\boldsymbol{\mu} = f\mathbf{I} - \boldsymbol{\sigma}/\rho \quad (7.7)$$

$$\Theta = \int_{\Gamma} \mathbf{n} \cdot (\boldsymbol{\mu}_+ - \boldsymbol{\mu}_-) \cdot \mathbf{nn} \cdot \mathbf{c}\rho_0 d\Gamma \quad (7.8)$$

Из условия $\|\nabla_0 \mathbf{u}\| \ll 1$ вытекает также [8], что в рамках геометрически линейного подхода основные тензоры конечной деформации совпадают друг с другом и сводятся к обычному линейному тензору деформации, определяемому соотношением

$$\boldsymbol{\epsilon} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + \mathbf{u} \nabla). \quad (7.9)$$

Так как рассматривается континуальная (сплошносредняя) модель монокристалла, то межфазную границу можно считать плоской или кусочно-плоской поверхностью. Фиксируем какую-либо регулярную точку этой поверхности и введем локальную декартову прямоугольную систему координат $Ox_1x_2x_3$ с началом в этой точке. Ось Ox_1 при этом направим по нормали к плоскости границы в отмеченной ее точке, так что остальные две оси будут лежать в этой плоскости. В силу конгруэнтности фаз на межфазной границе всюду на ней $\mathbf{u}_+ = \mathbf{u}_-$, а потому в некоторой окрестности отмеченной точки равны соответствующие односторонние пределы компонент вектора перемещения:

$$u_{1+} = u_{1-}, \quad u_{2+} = u_{2-}, \quad u_{3+} = u_{3-}. \quad (7.10)$$

Входящие в правую и левую части каждого из этих равенств величины суть функции одних и тех же переменных – координат точки на межфазной границе Γ , оси Ox_2, Ox_3 лежат в плоскости этой границы и потому обе части каждого из равенств (7.10) можно дифференцировать по x_2 и x_3 . Произведя это дифференцирование и учитывая, что (7.9) эквивалентно равенствам $2\epsilon_{ij} = \partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i$, получим

$$\epsilon_{22+} = \epsilon_{22-}, \quad \epsilon_{33+} = \epsilon_{33-}, \quad \epsilon_{23+} = \epsilon_{23-}. \quad (7.11)$$

Таким же путем получается, что $\omega_{23+} = \omega_{23-}$ для этой (и ей антисимметричной) компоненты тензора $\boldsymbol{\omega} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} - \mathbf{u} \nabla)$ малого поворота. Следовательно, стороны межфазной границы не испытывают взаимного поворота в своей плоскости, равно как и деформации в этой плоскости с переходом от одной ее стороны к другой (равенства (7.11)). В металлофизике это обычно называют инвариантностью межфазной границы, но эту инвариантность очень часто формулируют так, как будто межфазная граница совсем не испытывает деформации в своей плоскости и поворота этой плоскости (см., например, монографию [4] и обзор [5]).

Обозначим через \mathbf{m} тензор "собственной" деформации превращения

$$\mathbf{m} = \boldsymbol{\epsilon}_- - \boldsymbol{\epsilon}_+ \quad (7.12)$$

(подчеркнем, что индексом (-) отмечается предел со стороны растущей и, следовательно, при "прямом" превращении, – маргенситной фазы). Как и тензор деформаций тензор (7.12) симметричен. Согласно (7.11) матрица его компонент в базисе отмеченной выше системы координат имеет вид

$$\begin{vmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & 0 & 0 \\ m_{31} & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad (7.13)$$

Корни векового уравнения для этой матрицы (компоненты тензора \mathbf{m} в главных его осях) вычисляются элементарно и даются соотношениями

$$m_{1,3} = \frac{1}{2} m_{11} \left(-1 \pm \sqrt{1 + \frac{4(m_{12}^2 + m_{31}^2)}{m_{11}^2}} \right), \quad m_2 = 0 \quad (7.14)$$

Таким образом, одна из главных компонент тензора собственной деформации превращения всегда равна нулю, а две другие имеют разные знаки. Подчеркнем, что это – следствие соотношений (7.11) и, тем самым, конгруэнтности межфазной границы, и

потому всегда должно иметь место при мартенситном превращении. Однако, при всей своей простоте, это следствие конгруэнтности межфазной границы было установлено в металлофизике значительно позднее первых шагов теории мартенситных превращений и заставило пересмотреть некоторые из считавшихся правдоподобными утверждений этой теории. Так, пришлось внести уточнения в важную "гипотезу Бейна", согласно которой преобразование кубической гранецентрированной решетки (ГЦК) при мартенситном превращении происходит следующим образом. Учтем, что ГЦК-решетку можно рассматривать и как тетрагональную объемноцентрированную решетку – это видно из фиг. 2, где выделена одна ячейка такой тетрагональной решетки. Если последнюю сжать вдоль длинных ребер на 20% и растянуть перпендикулярно обеим парам ограничиваемых этими ребрами граней на 12% (фиг. 2), то получится объемноцентрированная кубическая решетка (ОЦК) с наибольшей возможной для такой решетки плотностью упаковки [4, 5]. Эти сжатие и растяжения и дают преобразование Бейна, ему тем самым соответствует тензор m со следующей матрицей главных компонент:

$$\begin{pmatrix} 0.12 & 0 & 0 \\ 0 & 0.12 & 0 \\ 0 & 0 & -0.20 \end{pmatrix} \quad (7.15)$$

явным образом не удовлетворяющей отмеченному ограничению, налагаемому на значения этих компонент условием конгруэнтности фаз на границе их раздела.

Существенно, с другой стороны, что преобразование Бейна есть преобразование ГЦК в ОЦК решетку с наиболее короткими при прочих равных условиях путями перемещения атомов [5] (возможно же большая малость перемещений узловых частиц решетки, напомним, необходима для сохранения конгруэнтности). По этой причине в современной металлофизике считается, что мартенситное превращение ГЦК в ОЦК кристаллическую решетку осуществляется при помощи преобразования Бейна в комбинации с одним или двумя простыми сдвигами, в произведении с матрицами главных компонент которых матрица (7.15) приводится к надлежащему виду [5]. Предполагается (и для этого предположения есть существенные экспериментальные основания [4, 5]), что при этом преобразовании Бейна соответствует "чистая деформация" решетки, в то время как сдвиг (или сдвиги) реализуются путем скольжений или двойникований (или и скольжений и двойникований).

Когда главные компоненты (7.14) тензора m определены, известным способом определяются и направления главных его осей. Нетрудно убедиться, что соответствующая нулевой из главных компонент главная ось всегда перпендикулярна нормали к межфазной границе в данной точке последней. Направления двух остальных главных осей зависят от значений матрицы (7.13).

8. При мартенситных превращениях зарождение "новой" фазы всегда гетерогенно. Даже при самых благоприятных условиях – в отсутствие в кристалле любого рода дефектов кристаллической решетки, полном отсутствии внешних сил и предельной однородности поля температуры новая фаза (мартенсит, при "прямом" превращении) не могла бы появиться сразу всюду в теле. Это следует из связанной с бездиффузионностью мартенситного превращения специфики его микромеханизма и того факта, что при гомогенном зарождении отсутствует граница раздела фаз. Разумеется, неидеальность кристаллической решетки способствует гетерогенности зарождения. Как известно, при ненулевой абсолютной температуре кристалл не может находиться в состоянии термодинамического равновесия в отсутствие вакансий. Но вакансии – весьма локализованные дефекты решетки (часто называемые "точечными", ибо в рамках сплошнородного описания кристаллов удовлетворительно моделируются точечными сингулярностями типа центра сжатия или расширения). Кроме того, равновесные концентрации вакансий даже вблизи температуры плавления имеют в лучшем случае порядок 10^{-3} [9]. В отличие от вакансий дислокации суть дефекты протя-

женные, в рамках механики сплошной среды хорошими моделями которых служат подходящие дислокации Вольтерра. В окрестности оси дислокации, обуславливаемые ею "собственные" напряжения и деформации резко изменяются от преимущественного растяжения к сжатию и всюду имеют существенную девиаторную составляющую. Поэтому вблизи дислокации заведомо найдутся места, где вызываемые ею деформации будут способствовать возникновению зародышей мартенсита.

Таким образом, макрооднородный в исходном состоянии образец с началом превращения превращается в композит, обычно сначала "матричный", а затем слоистый.

Допустим, что рассматривается образец с известной локализацией дислокаций в исходном состоянии. Пусть этот образец имеет монокристаллическую структуру, причем при изготовлении не подвергается пластической деформации. При этом дислокации образуют довольно разреженную сеть, расстояния между узлами которой в сотни раз превышают размеры элементарной ячейки решетки [10, 11] (и которая в ходе мартенситного превращения в результате изменения только температуры практически не изменяется, что, напомним, позволило в п. 3 принять условие Б). При таких расстояниях между узлами сети дислокаций большими будут и средние расстояния между начальными зародышами мартенсита – такими, при которых взаимодействием зародышей друг с другом можно пренебречь. Тогда задача определения начальной конфигурации зародышей в образце сводится к двум–трем типичным задачам о взаимодействии одного зародыша с дислокацией. Но так как конфигурация зародыша заранее неизвестна, эта задача существенно нелинейна и весьма трудна даже при ее постановке в рамках линейной теории упругости.

В самом деле, в этих рамках материал фаз подчиняется закону Гука и при прямом мартенситном превращении для исходной фазы (аустенита) имеем

$$\sigma = E_+ : [\epsilon - \alpha_+(T - T_0)] \quad (8.1)$$

а для мартенсита $\sigma = E_- : [\epsilon - m - \alpha_-(T - T_0)]$, где E_+ , E_- – тензоры модулей упругости, α_+ , α_- – тензоры температурной деформации, m – тензор, определяемый соотношением (7.12), двоеточие же обозначает двукратное свертывание. При этом для каждой из фаз

$$\rho f = \frac{1}{2} \epsilon^e : E : [\epsilon^e - 2\alpha(T - T_0)] + \rho f_*(T) \quad (8.2)$$

со своими, конечно, для каждой фазы ρ , E , α и функцией $f_* = f_*(T)$, причем $\epsilon^e \equiv \epsilon$ для исходной фазы и $\epsilon^e \equiv \epsilon - m$ – для мартенсита. Соотношение (8.2) получается путем интегрирования уравнения состояния

$$\sigma = \rho \frac{\partial f}{\partial \epsilon^e} \quad (8.3)$$

при обычном (и обоснованном в рамках линейной теории упругости) пренебрежении изменением плотности ρ и тензоре σ , указанным образом выраженном через деформации и температуру. Функция $f_* = f_*(T)$ для каждой фазы может быть определена при помощи известного соотношения $s = -\partial f / \partial T$, вытекающего из определения плотности f свободной энергии. Но для того, чтобы воспользоваться этим уравнением состояния нужно располагать заданной функцией $s = s(\epsilon^e, T)$. В первом приближении эту функцию можно определить при помощи дебаевской теории теплоемкости [12]. Когда для каждой фазы все входящие в (8.2) постоянные и функции материала известны, при помощи (7.7) для каждой же фазы можно определить тензор химического потенциала как функцию температуры и тензоров напряжения и деформации:

$$\mu_+ = \mu_+(\sigma, \epsilon, T), \quad \mu_- = \mu_-(\sigma, \epsilon, T) \quad (8.4)$$

Выбрав какой-либо определенный отрезок сети дислокаций между соседними ее узлами будем в окрестности этого отрезка разыскивать точки, в которых при данной $T < T_0$ выполняется соотношение

$$\mathbf{n} \cdot (\mu_+ - \mu_-) \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (8.5)$$

при некотором единичном векторе \mathbf{n} . Зародыш вблизи выбранной дислокации возник, если: (1) такие точки существуют и (2) образуют двухмерное связное многообразие или конечное семейство, таких многообразий с почти всюду непрерывно на каждом изменяющимся ортом нормали \mathbf{n} , причем (3) при переходе с одной стороны многообразия на другую выполняется условие (7.12). Реально выяснить, существует ли нет такое многообразие, можно лишь начав с проверки существования многообразия или многообразий, удовлетворяющих двум первым условиям. Это равносильно пренебрежению взаимодействием зародыша (зародышей) с дислокацией – тензоры μ в (8.5) вычисляются так, как будто появление зародышей вблизи дислокации вызываемых ею полей не изменяют. Затем вносится поправка, учитывающая это взаимодействие (т.е. условие (3)) и проверяется выполнение условий (1) и (2) после такой поправки полей напряжения и деформации. Это повлечет изменение первоначально определенной конфигурации зародыша (зародышей) мартенсита, что в свою очередь повлечет внесение новой поправки в поля напряжения и деформации и т.д. – возникает определенный процесс последовательных приближений, весьма трудоемкий даже если ограничиться лишь вторым приближением (первое приближение, когда условие (3) не учитывается совсем, заведомо не удовлетворительно). Существенно, что эти последовательные приближения придется проделать многократно – для разных значений заданной температуры. Причем с понижением температуры и ростом числа и размеров зародышей мартенсита на первый план выдвинется их взаимодействие уже друг с другом, что потребует дополнительных трудоемких вычислений. И эти вычисления опять же придется проделать для каждой из ряда все более низких значений температуры тела.

9. Существует возможность обойтись без многих из этих трудоемких вычислений и получить в то же время достаточно удовлетворительное описание процесса мартенситного превращения. Действительно, рассмотрим еще раз "прямое" квазистатическое мартенситное превращение, протекающее в результате изменения только (однородного) поля температуры. Пусть, по-прежнему, T_0 – некоторая исходная температура, заметно превышающая M_S – температуру начала превращения при монотонном охлаждении образца. При понижении T от T_0 до M_S образец испытывает чисто температурную деформацию, которая идеально упруга (не сопровождается диссипацией при условии однородности поля температуры). Такой же будет деформация и при $T < M_f < M_S$, где M_f – температура окончания превращения (фиг. 1). Пусть теперь $T \in (M_f, M_S)$. Разобьем интервал (T, M_S) на N достаточно малых частей (T_n, T_{n+1}) , $n = 1, 2, \dots, N + 1$. Вследствие малости участка (T_n, T_{n+1}) изменение концентрации мартенсита на нем можно определить соотношением

$$\Delta_n c_M = H(T - T'_n) \Delta_n T \quad (9.1)$$

$$\Delta_n c_M = c_M(T_{n+1}) - c_M(T_n), \quad \Delta_n T = T_{n+1} - T_n, \quad T'_n \in [T_n, T_{n+1}]$$

где $H = H(\cdot)$ – некоторая положительная невозрастающая функция. Суммируя (9.1) для всех $n = 1, 2, \dots, N$ и учитывая, что $c_M(M_S) = 0$, получим

$$c_M(T) \cong \sum_{n=1}^{N+1} H(T - T'_n) \Delta_n T$$

откуда, переходя к пределу при $N \rightarrow \infty$ и $\max \Delta_n T \rightarrow 0$:

$$c_M(T) = \int_T^{M_S} H(T - T') dT' \quad (9.2)$$

Может показаться на первый взгляд, что вместо использования этого функционала концентрацию мартенсита можно определить как функцию температуры $c_M = c_M(T)$, монотонно возрастающую с уменьшением T в интервале (M_f, M_S) и имеющую постоян-

ные значения вне этого интервала. Но такой подход означал бы истолкование рассматриваемого превращения как вполне обратимого процесса: при $c_M = c_M(T)$ с повышением, начиная с какого-либо момента процесса роста c_M , температуры концентрации сразу же должна была начать уменьшаться и та же траектория процесса в координатах c_M, T начала бы проходиться в обратном направлении. В действительности же должен появиться гистерезис, поскольку мартенситное превращение, как уже подчеркивалось, всегда необратимый процесс.

Вместе с тем диссипация при рассматриваемом процессе не так велика, чтобы не имело смысла попытаться при раздельном рассмотрении "прямого" и "обратного" превращений свести функционал (9.2) к функции. А именно, представим в первом приближении ядро интеграла в (9.2) следующей функцией Хевисайда (представляющей собой зеркальное отражение канонической функции Хевисайда):

$$H(T - T') = H_0 > 0 \text{ при } T - T' < 0, \quad H(T - T') = 0 \text{ при } T - T' > 0 \quad (9.3)$$

H_0 – некоторая (положительная) постоянная. Внося (9.3) в (9.2), получим

$$c_M(T) = H_0(M_S - T), \quad M_f \leq T \leq M_S \quad (9.4)$$

По достижении состояния с $T = M_f$ будет $c_M = 1$, с учетом этого из (9.4):

$$H_0 = (M_S - M_f)^{-1} \quad (9.5)$$

Для "обратного" превращения вместо (9.2) таким же путем получим

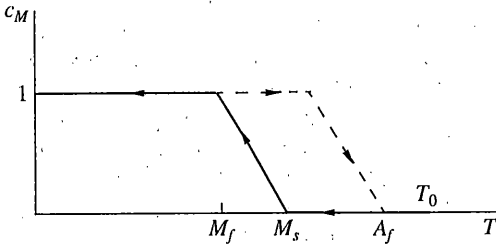
$$c_M(T) = 1 - \int_{A_S}^T H(T - T') dT' \quad (9.6)$$

С использованием функции Хевисайда в роли ядра это сводится к соотношению

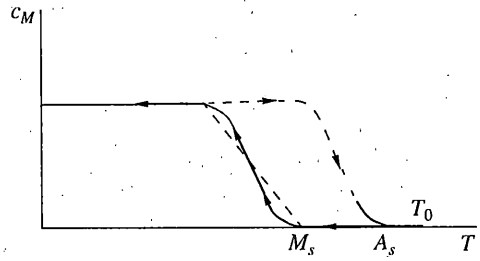
$$c_M(T) = 1 - H_0(T - A_S), \quad A_S = M_S \geq T \geq A_f. \quad (9.7)$$

В итоге получается удовлетворительная схема прямого и обратного мартенситного превращения, изображенная на фиг. 3. Но обычно экспериментальные графики этих процессов в координатах T, c_M выглядят так, как показано на фиг. 1: эти графики всегда суть гладкие линии, имеющие точки перегиба на участках строго монотонного изменения c_M . И даже при предельно точном определении температур M_S, M_f и A_S, A_f изображенная на фиг. 3 аппроксимация внутри интервалов $M_f < T < M_S$ и $A_S < T < A_f$ может отклоняться от действительного значения ординат на 10–15%.

Аппроксимацию можно заметно улучшить добавлением у концов каждого из этих интервалов еще точек с известным значением c_M (вычисленным изложенным в п. 8 способом), а именно точек, имеющих абсциссы $M_S - \Delta M, M_f + \Delta M$ и $A_S + \Delta A, A_f - \Delta A$, где $\Delta M = \Delta A > 0$ и $\Delta M \cong 0.10 |M_S - M_f|$. Из-за близости каждой из этих абсцисс к какому-либо из концов интервалов $M_f < T < M_S$ и $A_S < T < A_f$ концентрация одной из двух фаз композита для нее близка к нулю и потому может быть вычислена относительно просто. Так как при этом сразу же становится известной и концентрация другой фазы (ибо обе концентрации связаны соотношением $c_M + c_A = 1$), то для каждой из четырех этих "новых" температур окажется известной c_M , причем для точек с температурой $M_S - \Delta M$ и $A_f - \Delta A$ – небольшой (не превышающей 0.15), а для точек с температурой $M_f + \Delta M$ и $A_S + \Delta A$, соответственно, – близкой к 1 (не меньшей 0.85). При простейшей интерполяции – соединении каждой пары соседних точек прямой, получится картина зависимости c_M от T , изображенная на фиг. 4. Почти очевидно, что по сравнению с аппроксимацией фиг. 3 ошибка станет меньше (часто, как показывает опыт конкретных вычислений, более чем вдвое). Еще большую точность можно получить, разумеется, взяв вблизи каждого из концов упомянутых интервалов более чем одну добавочную точку и уменьшив ΔM и ΔA . Главное – "не подходить" слишком близко к



Фиг. 3



Фиг. 4

середине интервалов $M_f < T < M_s$ и $A_s < T < A_f$, где концентрация c_M станет такой, при которой при определении структуры композита "одночастичные" методы станут не пригодными и задача вычисления c_M станет очень трудоемкой. Однако, в соответствии с экспериментальными данными, как раз в средней части упомянутых интервалов график зависимости c_M от T близок к прямой, так что средний из интервалов интерполяции как раз безболезненно и может быть большим.

10. В предыдущих разделах рассматривались обычно мартенситные превращения в результате охлаждения или нагревания тела при отсутствии внешних сил, хотя полученные в п. 4 и 5 соотношения пригодны и тогда, когда на тело действуют внешние силы, причем не обязательно постоянные.

Примем по-прежнему за начальное (отсчетное) состояние рассматриваемого монокристалла состояние, в котором оно находится при $T = T_0 > M_s$. Пусть в этом состоянии к монокристаллу квазистатически прикладываются такие поверхностные внешние силы, создаваемое которыми поле тензора напряжения в теле макрооднородно. Если поддерживания эти внешние силы неизменными начать монотонно понижать температуру, то в некоторый момент снова начнется мартенситное превращение, но начнется, вообще говоря, при ином значении температуры, чем в случае практически полного отсутствия внешних сил.

Действительно, напомним, что деформация материала образца в месте образования мартенсита испытывает приращение, характеризуемое тензором $\mathbf{m} = \epsilon_- - \epsilon_+$ (см. (7.12)). Допустим, что приложенные к образцу внешние силы вызывают такую же ($\epsilon = \lambda \mathbf{m}$, $0 < \lambda \ll 1$) деформацию, способствуя тем самым фазовому превращению. Благодаря этому мартенситное превращение теперь начнется "раньше", чем в отсутствие внешних сил; т.е. при более высокой (и, тем самым, более близкой к заданной начальной T_0) температуре. Если эти силы увеличить, сохраняя их характер (увеличивая лишь λ), то температура M_s начала превращения возрастет еще больше, а квазистатически увеличивая эти силы и далее, можно достичь в изотермических условиях состояния образца, в котором $M_s = T_0$, а затем и состояния с $M_s > T_0$. Поскольку процесс деформирования – изотермический и протекает при $T = T_0$, получится так, как если бы при фиксированной температуре M_s начала превращения тело охладилось бы ниже M_s . Поэтому когда в описанном изотермическом процессе температура M_s достигнет заданной температуры тела T_0 , вообще говоря начнется и, при дальнейшем росте внешних сил, будет развиваться мартенситное превращение.

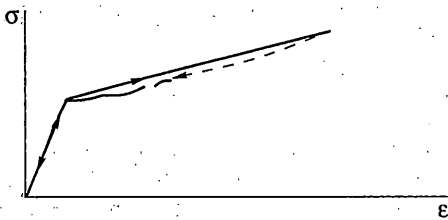
Оговорка ("вообще говоря") здесь необходима потому, что такой, возникающий в изотермическом процессе в результате нагружения тела силами мартенсит ("мартенсит напряжения", как часто говорят металлофизики), может иметь иную кристаллическую структуру, чем мартенсит, возникающий при охлаждении в отсутствие внешних сил. Это показывают многочисленные эксперименты [5, 6] и может быть обосновано теоретически. Дело в том, что уже рассматривавшийся тензор $\mathbf{m} = \epsilon_- - \epsilon_+$, никогда не сводится к простому сжатию или растяжению или чистому сдвигу, а как следует из изложенного в п. 7, всегда имеет более сложный (состоящий из попарно

различных чисел) спектр главных значений. Поэтому если в условиях неизменной температуры $T = T_0$ нагружать образец так, чтобы вызванная этой нагрузкой деформация была бы все время пропорциональна тензору m "собственной деформации" чисто температурного мартенситного превращения, то по крайней мере в начале описанного изотермического превращения кристаллическая структура "мартенсита напряжения" не отличалась бы от структуры мартенсита, вызванного изменением только температуры. Совсем по-другому может обстоять дело, когда условие $\lambda m, \lambda > 0$ не соблюдается. Пусть, например, образец с типичной для многих металлов ГЦК или ОЦК кристаллической решеткой подвергается гидростатическому сжатию (в условиях, разумеется, исключая заметную диффузию жидкости в кристалл за время испытания). Поскольку прямое мартенситное превращение за счет изменения только температуры происходит при охлаждении кристалла, в кристалле с кубической решеткой вызывающем деформацию всестороннего сжатия, естественно ожидать, что, в свою очередь, наложение гидростатического сжатия на кристалл, находящийся при заданной температуре T_0 , большей температуры M_S , увеличит последнюю. Но увеличить ее так, чтобы в результате (монотонно возрастающего) гидростатического давления в кристалле с кубической решеткой началось мартенситное превращение; оказывается невозможно. И по понятным причинам: в соответствии с изложенным п. 7 тензор "собственной" деформации превращения всегда должен включать сдвиг (иметь ненулевую девиаторную часть), а при гидростатическом сжатии девиатор равен нулю.

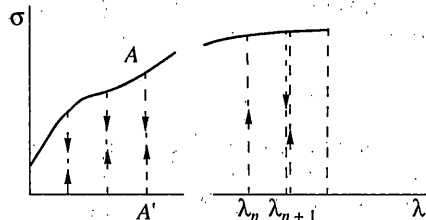
Значительно благоприятнее в этом отношении простое сжатие образца. В этом случае тензор деформации имеет как сжимающую, так и растягивающие компоненты, а его девиатор не равен нулю. Пользуясь результатами работы [17] можно было бы показать вполне строго, что почти при любой возможной ориентации решетки кристалла относительно оси сжатия в этом случае кристалл, способный испытывать мартенситное превращение в результате изменения температуры, испытает и изотермическое мартенситное превращение в результате сжатия.

Рассмотрим процесс такого превращения немного подробнее. Пока при сжатии образца температура M_S , постепенно повышаясь вследствие благоприятствующего превращению действия растущего сжатия, не достигнет значения температуры T_0 тела, образец испытывает линейно упругую деформацию (предполагается, что разница $M_S - T_0$ не слишком велика и в процессе сжатия пластическая деформация образца не начнется). При дальнейшем росте сжатия станет $M_S > T_0$, и поэтому возникнет и будет развиваться "мартенсит напряжения". Из-за небольшой величины термодинамических сил этого развития, сопротивление росту мартенситной фазы существенно меньше, чем сопротивление упругой деформации на начальном участке процесса. Поэтому график процесса в координатах " σ_x — напряжение в поперечном к оси сжатия сечении образца; ϵ_x — соответствующая относительная деформация", наклон которого к оси абсцисс на первом участке характеризует модуль упругости, на втором имеет существенно меньший наклон (фиг. 5). Если опять не доводить нагружение до наступления заметной пластичности, то деформация и на втором участке будет почти упругой, хотя, в отличие от начального участка, при разгрузке на этом участке всегда есть некоторый гистерезис (фиг. 5). В этом проявляется тот уже отмечавшийся (и имеющий глубокие физические причины см. п. 1) факт, что образование мартенсита всегда сопровождается диссипацией, сосредоточенной на границе раздела фаз. В целом в ходе такого изотермического процесса мартенситного превращения может быть достигнута почти обратимая деформация до 5–8%, т.е. в сотни раз превышающая чисто гуковскую деформацию. Поэтому ее часто называют "сверхупругой" (или "псевдоупругой", подчеркивая тем самым иную, чем для подчиняющейся закону Гука, природу этой упругости).

11. С "мартенситом напряжения" связан и "эффект памяти формы", чисто качественная природа которого довольно проста. В самом деле, рассмотрим процесс мартенситного превращения, протекающий сначала в результате изменения только тем-



Фиг. 5



Фиг. 6

пературы. После достижения концентрацией мартенсита c_M достаточно большого значения (в интервале 0.2–1.0) температура тела фиксируется и далее поддерживается неизменной, а образец в этих изотермических условиях подвергается нагружению внешними силами, существенно отличающимся от простого. Например сначала сжимается, а затем квазистатически же изгибается. В ходе этих сначала сжатия, а затем изгиба первоначально образовавшийся мартенсит подвергается перестройке – кристаллическая его структура изменяется, причем различным образом при сжатии и при изгибе (причины возможности существования в одном и том же образце нескольких кристаллически различных форм мартенсита сейчас можно охарактеризовать достаточно точно). Если по реализации этой программы нагружения образец разгрузить, то, в отличие от случая "сверхупругости", исчезнет только чисто гукковская часть деформации, большая же ее часть останется. Это связано с тем, что в этом случае мартенсит находится в температурной области своей устойчивости (в то время как при реализации "сверхупругости" мартенсит под действием механических напряжений образуется при фиксированной температуре в области ее значений, в которой мартенсит является неустойчивой фазой; именно поэтому в случае сверхупругости мартенсит "уходит" вместе с падением внешних сил в ходе нагрузки). Однако если в рассматриваемом сейчас случае образца, нагружавшегося внешними силами после образования в нем мартенсита, образец после разгрузки нагреть до достаточно высокой температуры, то содержащийся в нем мартенсит станет неустойчивой фазой и потому сам, а вместе с ним и обусловливаемая им остаточная деформация начнут исчезать. В ходе этого исчезновения образец пройдет в обратном порядке все стадии формоизменения, которые испытал при нагружении (в нашем примере сначала разогнется, затем удлинится).

Как уже упоминалось, это связано с возможностью существования в одном и том же кристалле нескольких различных по кристаллографической своей структуре форм мартенсита. Это различие проявляется и в рамках механики сплошной среды в виде различия групп симметрии этих форм. Для объяснения природы этой возможности полезно принять во внимание некоторые простые, но недавно обнаруженные факты о строении симметричных девиаторов второго ранга [13]. В этой работе показано, что каждый девиатор канонически (и при том не единственным образом) может быть представлен в виде суммы трех попарно ортогональных простых сдвигов. Более того, каждый симметричный девиатор может быть представлен в виде суммы двух простых сдвигов (и снова не единственным, даже бесконечным числом способов). Вместе с тем тензор "собственной" деформации превращения, как было показано в п. 7, всегда наряду с "чистой" деформацией (соответствующей самому по себе преобразованию решетки при превращении) содержит сдвиговую часть (реализуемую за счет взаимного скольжения или двойникования фаз без изменения решетки). За счет этой сдвиговой части и различаются разные формы мартенсита с одним и тем же тензором "собственной" деформации превращения.

При помощи так называемого термодинамического времени можно построить полумикроскопическую теорию изотермических процессов мартенситных превраще-

ний, описывающую эффекты "памяти формы". Термодинамическое время определяется соотношением

$$\lambda = \int_0^t \Theta(t) dt \quad (11.1)$$

где, по-прежнему, Θ – мощность диссипации, для рассматриваемой системы даваемая соотношением (5.4) или (7.8). Поскольку в силу этих соотношений и (5.6) всегда $\Theta \geq 0$ причем $\Theta = 0$ тогда и только тогда, когда процесс протекает вполне обратимо (для нашей системы, напомним, это равносильно условию неизменности межфазных границ), при любом изменении межфазных границ параметр λ строго монотонно возрастает, и потому может отмечать порядок следования состояний в каждом таком необратимом процессе не хуже "обычного" времени³. Пусть $\lambda = \lambda_1$ соответствует началу изотермического мартенситного превращения, протекающего под действием внешних сил после термического превращения в образце и пусть $\lambda \geq \lambda_1$ значение времени (11.1) в текущий момент этого изотермического превращения. Отрезок $[\lambda_1, \lambda]$ разобьем известным способом на малые подынтервалы $\Delta_k \lambda = \lambda_k - \lambda_{k-1}$ ($k = 1, 2, \dots, N$). На произвольное состояние образца, вообще говоря, влияют предшествующие его состояния. Но для отдельно взятого элементарного процесса, сосредоточенного на интервале $[\lambda_{k-1}, \lambda_k]$, вследствие малости последнего естественно положить $\Delta_k c_M = K(\lambda - \lambda'_k) : P(\lambda'_k) \Delta_k \lambda$, где $\Delta_k c_M = c_M(\lambda_{k+1}) - c_M(\lambda_k)$, $\lambda'_k \in [\lambda_k, \lambda_{k+1}]$, K и P – симметричные двухвалентные тензоры, последний из которых характеризует внешние силы (предполагается, что образец нагружен в каждом состоянии такими внешними силами, при которых однородный образец испытывал бы однородную деформацию), $K = K(\cdot)$ – некоторая тензорнозначная функция с нормой, представляющей собой строго монотонную (убывающую) функцию. Заметим, что аппроксимацию процесса $c_M = c_M(\lambda)$ на отрезке $[\lambda_1, \lambda]$ последовательностью

$$\Delta_k c_M = K(\lambda - \lambda'_k) : P(\lambda'_k) \Delta_k \lambda \quad (k = 1, 2, \dots, N) \quad (11.2)$$

можно представить себе в виде последовательного присоединения друг к другу элементарных процессов (фиг. 6). При присоединении любого такого элементарного процесса к предыдущему, как показано на фиг. 6, возникают два мгновенных в шкале времени λ процесса, отсутствующие в исходном процессе. Но, в силу определения (11.1) этого времени, процессы при $\lambda = \text{const}$ суть вполне обратимые процессы. Поэтому любой из переходов $AA'A$ (фиг. 6) переводит систему из состояния A точно в это же состояние и на последующие состояния тем самым никакого влияния не оказывает. В результате суммирование всех соотношений (11.2) должно дать удовлетворительную аппроксимацию $c_M(\lambda)$ на отрезке $[\lambda_1, \lambda]$:

$$c_M(\lambda) \cong \sum_{k=1}^N K(\lambda - \lambda'_k) : P(\lambda'_k) \Delta_k \lambda$$

Переходя здесь к пределу при $N \rightarrow \infty$ и $\max \Delta_k \lambda \rightarrow 0$ получим

$$c_M(\lambda) = \int_{\lambda_1}^{\lambda} K(\lambda - \lambda') : P(\lambda') d\lambda' \quad (11.3)$$

Заметим, что это соотношение дает лишь часть концентрации мартенсита, ибо предполагается, что в течении промежутка $0 \leq \lambda \leq \lambda_1$ образец испытывает мартенситное

³ Еще в 1947 г. аналогичным образом термодинамическое время ввел в своей докторской диссертации И. Пригожин [14], который и обратил внимание автора данной работы на этот факт. Но в [14] и позднее И. Пригожин практически не уделил внимания приложениям этого времени, хотя оно является эффективным инструментом термодинамики необратимых процессов – позволяет построить общую нелинейную теорию феноменологических связей в макросистеме [15–17].

превращение в результате охлаждения в отсутствие внешних сил, которые начинают действовать при $\lambda = \lambda_1$ в условиях фиксированной с этого момента процесса температуры. Таким образом, интеграл (11.3) дает "добавку" к мартенситу, образовавшемуся при $\lambda < \lambda_1$. Пусть теперь в некоторый момент $\lambda = \lambda_p > \lambda_1$ образец разгружается – тензор P обращается⁴ в нуль, так что для $\lambda \leq \lambda_p$ из (11.3) имеем

$$c_M(\lambda) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_p} K(\lambda - \lambda') : P(\lambda') d\lambda' \quad (11.4)$$

(в шкале времени λ разгрузка действительно представляет собой мгновенный процесс). Дифференцируя обе части этого соотношения по t и учитывая, что $d(\)/dt = \Theta d(\)/d\lambda$ (поскольку $d\lambda/dt = \Theta$ в силу (11.1)), получим

$$\frac{dc_M}{dt} = -\Theta \int_{\lambda_1}^{\lambda_p} \Phi(\lambda - \lambda') : P(\lambda') d\lambda' \quad (11.5)$$

$$\Phi(\lambda - \lambda') = -\frac{d}{d\lambda} K(\lambda - \lambda') \quad (11.6)$$

Так как $K = K(\lambda)$ – монотонная (строго убывающая по норме) тензорнозначная функция, то вследствие (11.6) $\Phi = \Phi(\lambda)$ – такая же тензорная функция скалярного аргумента, с положительно определенными значениями и строго убывающая по норме. В силу этих свойств как $K(\lambda)$, так и $\Phi(\lambda) \rightarrow 0$ при $\lambda \rightarrow \infty$.

Если после разгрузки образца поддерживать неизменными не только (равные нулю) внешние силы, но и температуру образца, то образец будет находиться в состоянии термодинамического равновесия. При этом $\Theta = 0$ (это сразу видно из (5.4) или (7.8) и того, что при неизменном положении межфазных границ вектор $\mathbf{c} = 0$), и потому, согласно (11.1), $\lambda = \lambda_p = \text{const}$, а вследствие этого, как вытекает из (11.4) (и (11.5)) не изменяется и c_M . Положим, однако, что начиная с некоторого момента после разгрузки тело подвергается нагреванию (в отсутствие, по-прежнему, внешних сил). Тогда будет $\Theta > 0$ и, согласно (11.5), $dc_M/dt < 0$, то есть содержание мартенсита в теле будет убывать, а поэтому будет исчезать и вызванная наличием в образце мартенсита деформация – в отсутствие внешних сил форма образца будет изменяться, а именно приближаться к исходной (соответствующей отсчетному состоянию образца при $T_0 > M_S$). Причем если на промежутке $\lambda_1 \leq \lambda \leq \lambda_2$ (на изотермическом участке процесса) образец подвергался, например, сначала сжатию, а потом чистому сдвигу, то с исчезновением деформации при нагревании после разгрузки сначала исчезнет деформация, происшедшая при чистом сдвиге, а затем – при сжатии. Такое воспроизведение "в обратном порядке" при нагревании в отсутствии внешних сил истории деформирования на изотермическом участке процесса, неизменно производящая впечатление на наблюдателей-неофитов, довольно широко используется в современной технике (например, для автоматизации изменений ориентации наружных элементов космических аппаратов, для создания простых и надежных сигнализаторов пожарной опасности и для многого другого), а также в медицине (самораскрывающиеся в теле человека зонды, устройства поддержки поврежденных частей позвоночника и т.д.).

Полный анализ процессов, в которых проявляется "память формы", возможен и с использованием только полученных в п. 3–7 соотношений, без введения "термодинамического времени" (11.1) и применения имеющего в основе это время соотношения (11.4). Но при этом, подчеркнем еще раз, придется иметь дело с композитом

⁴ Обратим внимание еще раз на то обстоятельство, что, по условию, образец испытывает макроднородную деформацию и симметричный тензор P описывает соответствующие поверхностные внешние силы, так что в любой момент достижимо состояние с $P = 0$ (никакого остаточного значения P не будет, остаточные напряжения возможны лишь на микроуровне).

сложного и изменяющегося в ходе процесса строения. Трудности такого подхода уже отмечались, да основные из них почти очевидны. Использование термодинамического времени и основанных на нем соотношений переводит рассмотрение проблемы, вообще говоря, на феноменологический уровень. Этот уровень станет полуфеноменологическим (или, если угодно, полумикроскопическим), если для определения "конструкции" функции K в (11.4) использовать результаты более тонкого изучения развития или убывания в образце мартенситной фазы для некоторого числа доступных для такого изучения состояний композита. Строение упомянутой функции в других точках области ее определения при этом придется устанавливать при помощи подходящей интерполяции. Но все эти не простые проблемы требуют специального исследования.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 98-01-01120).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Gibbs J.W.* On the equilibrium of heterogeneous substances. Trans. Connect. Acad. 1876. V. 3. P. 108–203; 1878. V. 3. P. 345–524.
2. *Гринфельд М.А.* Методы механики сплошных сред в теории фазовых превращений. М.: Наука, 1990. 312 с.
3. *Курдюмов Г.В., Хандрос Л.Г.* О "термоупругом" равновесии при мартенситных превращениях // ДАН СССР. 1949. Т. 66. № 2. С. 211–214.
4. *Кристиан Дж.* Теория превращений в металлах и сплавах. Ч. 1. Термодинамика и общая кинетическая теория. М.: Мир, 1978. 806 с.
5. *Вейман К.М.* Мартенситные превращения. Электронно-микроскопические и дифракционные исследования // Дифракционные и микроскопические методы в материаловедении. М.: Мир, 1984. С. 128–181.
6. Эффект памяти формы в сплавах. М.: Metallurgia, 1979. 468 с.
7. *Лурье А.И.* Нелинейная теория упругости. М.: Наука, 1980. 512 с.
8. *Лурье А.И.* Теория упругости. М.: Наука, 1970. 940 с.
9. *Голанд А.* Современное изучение точечных дефектов в металлах // Точечные дефекты в твердых телах. М.: Мир, 1979. С. 243–375.
10. *Хоникомб Р.* Пластическая деформация металлов. М.: Мир, 1972. 408 с.
11. *Хирт Дж., Лоте И.* Теория дислокаций. М.: Атомиздат, 1972. 600 с.
12. *Жирифалько Л.* Статистическая физика твердого тела. М.: Мир, 1975. 382 с.
13. *Зубов Л.М., Рудев А.Н.* О каноническом представлении деватора симметричного тензора // Докл. РАН. 1998. Т. 358. № 1. С. 44–47.
14. *Prigogine I.R.* Etude thermodynamique des processuss irreversible. Paris; Liege: Dunod, 1947. 207 p.
15. *Вакуленко А.А.* К теории необратимых процессов // Вестн. ЛГУ. 1969. № 7. Вып. 2. С. 84–91.
16. *Вакуленко А.А.* Суперпозиция в реологии сплошной среды // Изв. АН СССР. МТТ. 1970. № 1. С. 69–76.
17. *Вакуленко А.А.* Связь микро- и макросвойств в упругопластических средах // Итоги науки и техники. Сер. Механика деформируемого твердого тела. М.: ВИНТИ, 1991. Т. 22. С. 3–54.

С.-Петербург

Поступила в редакцию
1.02.2000