МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 4 • 2001

УДК 531.36

© 2001 г. В.И. ДЕНИСОВ, И.П. ДЕНИСОВА, В.Б. ПИНЧУК

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИМ ДВИГАТЕЛЕМ

Проведено сравнение электромагнитной тросовой системы с электродинамическим двигателем, состоящим из жесткого стержня с током, на концах которого расположены устройства, замыкающие электрическую цепь через околоземную плазму. Показано, что такой двигатель позволяет в широких пределах управлять направлением силы тяги путем изменения ориентации стержня с током относительно вектора магнитной индукции Земли. Проведен расчет приращений элементов орбиты космического аппарата под действием электродинамического двигателя в двух предельных случаях: при движении в плоскости магнитного экватора Земли и в плоскости магнитного меридиана. На основе проведенного исследования показано, что при оптимальном выборе закона управления ориентацией стержня с током относительно вектора индукции геомагнитного поля этот двигатель является перспективным средством для осуществления маневров легких космических аппаратов на низких околоземных орбитах.

1. Введение. В ряде работ [1–4] для компенсации аэродинамического торможения космического аппарата на околоземных орбитах предлагается использовать электромагнитную тросовую систему. Эта система представляет собой гибкий проводящий трос длиной несколько километров, по которому протекает электрический ток. На концах этого троса располагаются устройства (эмиттеры и коллекторы электронов), которые замыкают электрическую цепь через окружающую космический аппарат околоземную плазму. В результате взаимодействия тока **I** в тросе с дипольным магнитным полем Земли **B** возникает сила Ампера, направленная перпендикулярно плоскости, в которой расположены векторы **B** и **I**. Эта сила и выступает движущей силой для космического аппарата.

Как показывают расчеты [3], при длине троса порядка десятка километров и токе в нем около 40 А сила Ампера может достигать 10 Н и по этому показателю электромагнитная тросовая система может успешно конкурировать с лучшими образцами электрореактивных двигателей, в которых сила тяги создается за счет реакции струи ускоренных заряженных частиц. Однако, в отличие от электрореактивного двигателя, работа электромагнитной тросовой системы не требует большого расхода рабочего вещества при практически одинаковом расходе электрической энергии от солнечных батарей.

К настоящему времени за рубежом проведено несколько космических экспериментов с электромагнитными тросовыми системами, которые дали ценные научные данные об условиях их функционирования.

Однако у электромагнитных тросовых систем, наряду с достоинствами, имеются и существенные недостатки [3, 4], которые ограничивают их применение. Основными из них являются неустойчивость конфигурации гибкого троса при некоторых режимах функционирования, невозможность управлять ориентацией вектора тяги электромагнитной тросовой системы в ходе полета космического аппарата, а также необходимость применять источники высокого напряжения для ее питания, чтобы подавить электродвижущую силу $\varepsilon \sim 2000$ В [3] на каждые 10 км длины троса, которая возникает вследствие эффекта Фарадея при движении проводящего троса в геомагнитном поле.

Эти недостатки можно устранить, если вместо гибкого троса использовать жесткий токопроводящий стержень. На одном конце этого стержня, как и в случае электромагнитной тросовой системы, следует расположить устройство, сбрасывающее в окружающее пространство электроны (например, эмиттер на основе полого катода [3]), а на другом конце стержня – эмиттер положительно заряженных ионов. Для устранения вращательного момента [5], действующего со стороны сил Ампера на космический аппарат, центр этого стержня необходимо совместить с центром масс всего аппарата. Такое устройство в дальнейшем будем называть электродинамическим двигателем.

Так как длина жесткого составного стержня, который может быть использован на космическом аппарате, значительно меньше длины гибкого троса электромагнитной тросовой системы, то сила тяги электродинамического двигателя значительно меньше силы тяги тросовой системы. Этот недостаток компенсируется тем, что величиной и направлением вектора тяги электродинамического двигателя, в отличие от электромагнитной тросовой системы, можно управлять в широких пределах, изменяя силу тока в нем и поворачивая жесткий проводящий стержень относительно центра масс космического аппарата.

Однако возможности управления вектором силы тяги электродинамического двигателя также имеют определенные ограничения: так как сила Ампера всегда перпендикулярна вектору индукции магнитного поля Земли $\mathbf{B}$, то в каждой точке орбиты этот двигатель не может создать силу тяги, направленную вдоль вектора $\mathbf{B}$.

Таким образом, сила тяги электродинамического двигателя существенно зависит от того, в какой области дипольного магнитного поля Земли находится космический аппарат. Поэтому для достижения желаемого изменения элементов орбиты космического аппарата под действием электродинамического двигателя необходимо найти оптимальные законы управления ориентацией жесткого стержня с током.

2. Постановка задачи. Предположим, что в дипольном магнитном и центральном гравитационном полях Земли движется космический аппарат с электродинамическим двигателем на борту. В первом приближении будем считать, что начало вектора дипольного магнитного момента Земли $\mathbf{M}$ находится в ее центре масс, а плоскости магнитного и географического экватора совпадают. Систему координат ориентируем так, чтобы вектор $\mathbf{M}$ был направлен против оси z: $\mathbf{M} = -|\mathbf{M}|\,\mathbf{e}_z$. Эта система координат, очевидно не совпадает с обычно используемой системой координат, в которой ось z направлена по вектору угловой скорости вращения Земли.

Введем единичный вектор $\mathbf{n} = \mathbf{I}/I$, показывающий ориентацию в пространстве стержня с током. Этот стержень можно вращать вокруг центра масс космического аппарата, поэтому направление вектора $\mathbf{n}$ в пространстве удобно задать значениями двух сферических углов θ и Φ:

$$n_x = \sin\theta\cos\Phi, \quad n_y = \sin\theta\sin\Phi, \quad n_z = \cos\theta \tag{2.1}$$

Так как направление силы тяги электродинамического двигателя в каждой точке траектории существенно зависит от этих углов, то необходимо найти такие законы управления углами θ и Φ, при которых достигается максимально возможное изменение заданных элементов орбиты космического аппарата. Рассмотрим эту задачу в двух предельных случаях, допускающих аналитическое исследование, когда космический аппарат находится на экваториальной и, соответственно, на полярной орбитах.

Имея в виду применение полученных результатов к легким космическим аппаратам научного назначения, будем полагать далее, что полная масса этого аппарата $m = 1000$ кг.

Длину L составного жесткого проводящего стержня примем, для определенности, равной 50 м, по 25 м в каждую сторону от космического аппарата. Каждая из этих половин стержня, для удобства транспортировки на орбиту, может быть изготовлена из отдельных секций, длиной 1–1,5 м с элементами жесткой стыковки соседних секций.

Достижимый ток в стержне I лимитируется двумя факторами: величиной тока, эмиттируемого в окружающее пространство и имеющимися резервами электрической мощности на борту космического аппарата. Как утверждается в [3], в настоящее время имеются технические возможности создавать в электромагнитной тросовой системе токи до 40 А, затрачивая 1–2 кВт электрической мощности на работу полого катода. Так как современные солнечные батареи позволяют получать в космосе до 0,5 кВт с каждого квадратного метра площади, то при сравнительно небольшой площади ~6 м^2 они в состоянии обеспечить получение 3 кВт электрической энергии. Поэтому будем считать, что создание тока $I = 40$ А в жестком стержне электродинамического двигателя не встретит принципиальных затруднений.

3. Уравнения движения. Так как электродинамический двигатель является двигателем малой тяги, то для решения поставленной задачи удобно воспользоваться известными уравнениями в оскулирующих элементах [6]:

$$\frac{dp}{dv} = 2rT^*, \quad \frac{d\Omega}{dv} = \frac{r}{p}\frac{\sin u}{\sin i}W^*, \quad \frac{di}{dv} = \frac{r}{p}\cos u W^* \tag{3.1}$$

$$de/dv = \sin v\, S^* + \left[\cos v + (e + \cos v)\frac{r}{p}\right]T^*$$

$$d\omega/dv = -\frac{\cos v}{e}S^* + \frac{\sin v}{e}\left(1 + \frac{r}{p}\right)T^* - \frac{r}{p}\sin u \operatorname{ctg} i W^*$$

где v – угол истинной аномалии, r – модуль радиуса-вектора космического аппарата, Ω – долгота восходящего узла (в плоскости магнитного экватора), i – наклонение орбиты к плоскости магнитного экватора, ω – аргумент перицентра, p – параметр орбиты, e – эксцентриситет, $u = \omega + v$ – аргумент широты.

Для того, чтобы последнее уравнение системы (3.1) не имело особенностей в правой части, зависимость $\omega = \omega(v)$ будем исследовать только при $e \neq 0$.

Входящие в уравнения (3.1) величины S^*, T^* и W^* выражаются через декартовы компоненты возмущающего ускорения **А**:

$$S^* = K[\alpha A_x + \beta A_y + \gamma A_z], \quad T^* = K[\alpha' A_x + \beta' A_y + \gamma' A_z] \tag{3.2}$$

$$W^* = K[\alpha'' A_x + \beta'' A_y + \gamma'' A_z], \quad K = \left[\frac{\mu}{r^2} + \frac{\cos v}{e}S - \frac{\sin v}{e}\left(1 + \frac{r}{p}\right)T\right]^{-1}$$

$$\alpha = \cos u \cos\Omega - \sin u \sin\Omega \cos i, \quad \beta = \cos u \sin\Omega + \sin u \cos\Omega \cos i$$

$$\gamma = \sin u \sin i, \quad \alpha' = -\sin u \cos\Omega - \cos u \sin\Omega \cos i$$

$$\beta' = -\sin u \sin\Omega + \cos u \cos\Omega \cos i, \quad \gamma' = \cos u \sin i$$

$$\alpha'' = \sin\Omega \sin i, \quad \beta'' = -\cos\Omega \sin i, \quad \gamma'' = \cos i$$

где $\alpha, \beta, \gamma, \alpha', \beta', \gamma', \alpha'', \beta'', \gamma''$ – направляющие косинусы.

В рассматриваемой задаче возмущающее ускорение **А** создается силой Ампера, действующей со стороны магнитного поля Земли на ток в стержне, поэтому

$$\mathbf{A}=\frac{IL}{mc}\left[\mathbf{n}\,\frac{3(\mathbf{Mr})\mathbf{r}-r^2\mathbf{M}}{r^5}\right] \tag{3.3}$$

где c – скорость света, $\mathbf{r}$ – радиус-вектор космического аппарата.

Входящие в выражения (2.1) и (3.3) углы θ и Φ ориентации жесткого стержня будем считать неизвестными функциями истинной аномалии v. Так как гравитационное ускорение μ/r^2 в выражении (3.2) для коэффициента K значительно превышает радиальную S и трансверсальную T составляющие возмущающего ускорения (3.3), то решение уравнений (3.1) будем искать методом Пикара [6].

3. Движение космического аппарата в плоскости магнитного экватора Земли. Наиболее просто решение поставленной задачи можно найти для орбиты, лежащей в плоскости магнитного экватора Земли. В этом случае вектор магнитной индукции $\mathbf{B}$ ортогонален плоскости орбиты в каждой ее точке и поиск оптимальных законов управления можно провести, не прибегая к теории оптимизации и численным расчетам.

Для этой орбиты $i = 0$; $W = 0$, а углы ω и Ω отсчитываются в одной плоскости. Поэтому полагая $\Omega = 0$, существенные уравнения системы (3.1) запишем в виде

$$\begin{aligned}
dp/dv &= 2rT^* \\
d\omega/dv &= -\frac{\cos v}{e}S^* + \frac{\sin v}{e}\left(1+\frac{r}{p}\right)T^* \\
de/dv &= \sin v\, S^* + \left[\cos v + (e+\cos v)\frac{r}{p}\right]T^*
\end{aligned} \tag{4.1}$$

Для получения решения системы уравнений (4.1) в первом приближении по малому параметру задачи заменим в правых частях этих уравнений все элементы орбиты их значениями $p = p_0$, $e = e_0$, $\omega = \omega_0$, взятыми в момент начала работы электродинамического двигателя в некоторой точке $v = v_0$ орбиты. Тогда система уравнений (4.1) примет вид:

$$\begin{aligned}
dp/dv &= -2\chi\sin\theta(v)\cos[\Phi(v)-v-\omega_0] \\
\frac{d\omega}{dv} &= -\frac{\chi\sin\theta(v)}{p_0e_0}\{(1+e_0\cos v)\cos v\,\sin[\Phi(v)-v-\omega_0]+ \\
&+(2+e_0\cos v)\sin v\,\cos[\Phi(v)-v-\omega_0]\} \\
\frac{de}{dv} &= \frac{\chi\sin\theta(v)}{p_0}\{(1+e_0\cos v)\sin v\,\sin[\Phi(v)-v-\omega_0]- \\
&-(e_0+2\cos v+e_0\cos^2 v)\cos[\Phi(v)-v-\omega_0]\} \\
\chi &= IL\,|\mathbf{M}|/(mc\mu)
\end{aligned} \tag{4.2}$$

Решение этой системы уравнений существенно зависит от закона управления ориентацией жесткого стержня с током: в зависимости от конкретного выбора функций $\theta(v)$ и $\Phi(v)$ решение уравнений (4.2) может содержать как осциллирующие, так и вековые члены. Это означает, что соответствующим выбором закона управления $\mathbf{n} = \mathbf{n}(v)$ можно добиться максимально возможного изменения одного или нескольких элементов орбиты космического аппарата под действием силы тяги электродинамического двигателя. Изучим имеющиеся для этого возможности.

Заметим прежде всего, что в силу уравнений (4.2) для наиболее эффективного изменения элементов орбиты p, ω и e оптимальным является расположение вектора $\mathbf{n}$ в плоскости магнитного экватора $\theta(\upsilon) = \pi/2$, в результате чего $n_z = 0$. Тогда интегрируя дифференциальные уравнения (4.2), получим

$$p = p_0 - 2\chi \int_{\upsilon_0}^{\upsilon} \cos[\Phi(\upsilon) - \upsilon - \omega_0]d\upsilon \tag{4.3}$$

$$\omega = \omega_0 - \frac{\chi}{p_0 e_0} \int_{\upsilon_0}^{\upsilon} \{(1 + e_0 \cos\upsilon)\cos\upsilon \sin[\Phi(\upsilon) - \upsilon - \omega_0] +$$

$$+ (2 + e_0 \cos\upsilon)\sin\upsilon \cos[\Phi(\upsilon) - \upsilon - \omega_0]\}d\upsilon$$

$$e = e_0 + \frac{\chi}{p_0} \int_{\upsilon_0}^{\upsilon} \{(1 + e_0 \cos\upsilon)\sin\upsilon \sin[\Phi(\upsilon) - \upsilon - \omega_0] -$$

$$- (e_0 + 2\cos\upsilon + e_0 \cos^2\upsilon)\cos[\Phi(\upsilon) - \upsilon - \omega_0]\}d\upsilon$$

Из первого выражения (4.3) следует, что максимальное изменение параметра экваториальной орбиты p под действием электродинамического двигателя достигается при законе управления

$$\Phi(\upsilon) = \upsilon + \omega_0 + \pi N, \quad n_x = \varepsilon\cos(\upsilon + \omega_0), \quad n_y = \varepsilon\sin(\upsilon + \omega_0), \quad n_z = 0 \tag{4.4}$$

где целое число N и константа $\varepsilon = (-1)^N$ определяют направление протекания тока по жесткому стержню электродинамического двигателя.

Подставляя закон управления (4.4) в правые части уравнений (4.3) и интегрируя их, получим

$$p = p_0 - 2\varepsilon\chi(\upsilon - \upsilon_0) \tag{4.5}$$

$$\omega = \omega_0 + \frac{\varepsilon\chi}{4 p_0 e_0}[e_0(\cos 2\upsilon - \cos 2\upsilon_0) + 8\cos\upsilon - 8\cos\upsilon_0)]$$

$$e = e_0 + \frac{\varepsilon\chi}{4 p_0}[6e_0(\upsilon - \upsilon_0) + 8\sin\upsilon - 8\sin\upsilon_0 + e_0(\sin 2\upsilon - \sin 2\upsilon_0)]$$

Из выражений (4.5) следует, что при оптимальном законе управления (4.4) изменение параметра орбиты p под действием электродинамического двигателя имеет вековой характер, в то время как угловая координата перицентра орбиты ω содержит только осциллирующие члены. Эксцентриситет e в этом же случае содержит как осциллирующие, так и вековые члены. При указанных выше значениях m, L и I изменение параметра за один оборот космического аппарата по экваториальной орбите составляет величину Δp = 529 м. Эта величина представляет практический интерес, так как при таком росте параметра p орбиту космического аппарата можно поднимать без расхода ракетного топлива на 8 км за сутки работы электродинамического двигателя и солнечных батарей. Такое значение приращения параметра орбиты делает возможным применение электродинамического двигателя для формирования и коррекции низких околоземных орбит космического аппарата.

Найдем теперь закон управления $\mathbf{n} = \mathbf{n}(\upsilon)$ ориентацией жесткого стержня с током, при котором наибольшее приращение получает угловая координата перицентра ω орбиты, в результате чего происходит поворот оскулирующего эллипса в плоскости магнитного экватора Земли. Рассматривая второе выражение (4.3) как функционал, зависящий от неизвестной функции $\Phi(\upsilon)$ и исследуя его на экстремум при фиксированном верхнем пределе $\upsilon = \upsilon_0 + 2\pi$, приходим к следующему уравнению

Эйлера [7]:

$$(1+e_0\cos\upsilon)\cos\upsilon\,\cos[\Phi(\upsilon)-\upsilon-\omega_0]-(2+e_0\cos\upsilon)\sin\upsilon\,\sin[\Phi(\upsilon)-\upsilon-\omega_0]=0$$

Интересующее решение этого уравнения имеет вид

$$\cos^2[\Phi(\upsilon)-\upsilon-\omega_0]=\frac{(2+e_0\cos\upsilon)^2\sin^2\upsilon}{[(2+e_0\cos\upsilon)^2\sin^2\upsilon+(1+e_0\cos\upsilon)^2\cos^2\upsilon]}$$

Отсюда следует, что для достижения максимально возможного приращения угловой координаты перицентра орбиты ω, необходимо задать следующий закон управления ориентацией стержня с током электродинамического двигателя:

$$n_x=\frac{[1+e_0\cos\upsilon]\sin\omega_0-\sin\upsilon\,\cos(\upsilon+\omega_0)}{\sqrt{[(1+e_0\cos\upsilon)^2+(3+2e_0\cos\upsilon)\sin^2\upsilon]}}$$

$$n_y=-\frac{[1+e_0\cos\upsilon]\cos\omega_0+\sin\upsilon\,\sin(\upsilon+\omega_0)}{\sqrt{[(1+e_0\cos\upsilon)^2+(3+2e_0\cos\upsilon)\sin^2\upsilon]}}$$

В этом случае за один оборот космического аппарата по орбите угловая координата ее перицентра изменится на величину

$$\Delta\omega=\frac{IL|\mathbf{M}|}{mc\mu p_0e_0}\int_0^{2\pi}\sqrt{[(1+e_0\cos\upsilon)^2+(3+2e_0\cos\upsilon)\sin^2\upsilon]}d\upsilon$$

При указанных выше значениях m, L и I и высоте орбиты от 300 до 600 км из этой формулы имеем: $\Delta\omega\sim 6\cdot 10^{-5}/e_0$ рад. Отсюда следует, что при $e_0\sim 0{,}01$ для поворота эллиптической орбиты в плоскости магнитного экватора на 1 рад ~ 57° необходима работа электродинамического двигателя в течение 10 суток.

Поступая совершенно аналогично, несложно найти закон управления ориентацией стержня с током, при котором наибольшее приращение получает эксцентриситет e орбиты космического аппарата

$$n_x=-\frac{[1+e_0\cos\upsilon]\cos\omega_0+[e_0+\cos\upsilon]\cos(\upsilon+\omega_0)}{\sqrt{[1+e_0^2+6e_0\cos\upsilon+3\cos^2\upsilon+3e_0^2\cos^2\upsilon+2e_0\cos^3\upsilon]}}$$

$$n_y=-\frac{[1+e_0\cos\upsilon]\sin\omega_0+[e_0+\cos\upsilon]\sin(\upsilon+\omega_0)}{\sqrt{[1+e_0^2+6e_0\cos\upsilon+3\cos^2\upsilon+3e_0^2\cos^2\upsilon+2e_0\cos^3\upsilon]}}$$

В этом случае за один оборот космического аппарата по орбите ее эксцентриситет e изменится на величину

$$\Delta e=\frac{IL|\mathbf{M}|}{mc\mu p_0}\int_0^{2\pi}\sqrt{[(1+e_0^2)(1+3\cos^2\upsilon)+2e_0(3+\cos^2\upsilon)\cos\upsilon}\,d\upsilon$$

При указанных выше значениях m, L и I и высоте орбиты от 300 км до 600 км из этой формулы следует оценка: $\Delta e\sim 6\cdot 10^{-5}$. При проведении научных исследований в космосе обычно бывает необходимо компенсировать изменение эксцентриситета орбиты космического аппарата в пределах $\Delta e\sim 0.01$, поэтому для такого изменения необходима работа электродинамического двигателя в течение 10 суток.

Таким образом, для экваториальных орбит выбором оптимального закона управления ориентацией стержня с током можно обеспечить максимальные приращения только для элементов p, e и ω. Так как на экваториальной орбите вектор тяги электродинамического двигателя всегда лежит в плоскости орбиты, то этот двигатель не может изменить наклонение i орбиты и вывести космический аппарат из плоскости магнитного экватора Земли.

5. Движение космического аппарата по полярной орбите. Рассмотрим теперь другой предельный случай, когда вектор магнитного дипольного момента Земли лежит в плоскости орбиты космического аппарата. Такую орбиту в дальнейшем будем называть полярной. В этом случае наклонение i в точке $v = v_0$ начала работы электродинамического двигателя будет равно $\pi/2$ и система уравнений (3.1) в первом приближении метода Пикара примет вид

$$dp/dv = -4\chi[n_x \sin\Omega_0 - n_y \cos\Omega_0]\sin(v+\omega_0) \quad (5.1)$$

$$\frac{de}{dv} = -\frac{\chi}{p_0}[n_x \sin\Omega_0 - n_y \cos\Omega_0]\times$$

$$\times\{[1+e_0\cos v]\sin v\cos(v+\omega_0)+2[e_0+2\cos v+e_0\cos^2 v]\sin(v+\omega_0)\}$$

$$\frac{d\omega}{dv} = \frac{\chi}{p_0 e_0}[n_x \sin\Omega_0 - n_y \cos\Omega_0]\times$$

$$\times\{[1+e_0\cos v]\cos v\cos(v+\omega_0)-[4+2e_0\cos v]\sin v\sin(v+\omega_0)\}$$

$$\frac{d\Omega}{dv} = \frac{\chi}{p_0}\{3\cos\theta\sin(v+\omega_0)\cos(v+\omega_0)+$$

$$+[1-3\sin^2(v+\omega_0)]\sin\theta\cos(\Phi-\Omega_0)\}\sin(v+\omega_0)$$

$$\frac{di}{dv} = \frac{\chi}{p_0}\{3\cos\theta\sin(v+\omega_0)\cos(v+\omega_0)+$$

$$+[1-3\sin^2(v+\omega_0)]\sin\theta\cos(\Phi-\Omega_0)\}\cos(v+\omega_0)$$

Рассмотрим первое уравнение этой системы. Из него следует, что для максимального увеличения параметра полярной орбиты необходимо не только ориентировать стержень с током перпендикулярно плоскости полярной орбиты ($n_x = -\sin\Omega_0$, $n_y = \cos\Omega_0$, $n_z = 0$), но и в точках $v = -\omega_0$ и $v = \pi - \omega_0$ изменять направление тока I в стержне на противоположное: $I = I_0 \operatorname{sgn}(\sin(v + \omega_0))$, где $\operatorname{sgn}(x) = 1$ при $x > 0$ и $\operatorname{sgn}(x) = -1$ при $x < 0$.

В этом случае за один оборот космического аппарата приращение $\Delta p = 16\chi$, что при указанных выше значениях m, L и I дает $\Delta p = 673$ м.

Для получения максимального приращения эксцентриситета e полярной орбиты, как следует из второго уравнения системы (5.1), стержень с током также должен быть ортогонален плоскости полярной орбиты, но направление тока в нем необходимо изменять по закону

$$I = -I_0 \operatorname{sgn}([1+e_0\cos v]\sin v\cos(v+\omega_0)+2\sin(v+\omega_0)[e_0+2\cos v+e_0\cos^2 v])$$

В этом случае при указанных выше значениях m, L, I и высоте орбиты от 300 до 600 км ее эксцентриситет e за один оборот космического аппарата по орбите изменится на величину $\Delta e \sim 6 \cdot 10^{-5}$.

Максимальное приращение аргумента перицентра ω также достигается при ориентации стержня с током перпендикулярно плоскости полярной орбиты, но направление тока в стержне должно изменяться по иному закону

$$I = I_0 \operatorname{sgn}(\cos v\cos(v+\omega_0)[1+e_0\cos v]-\sin v\sin(v+\omega_0)[4+2e_0\cos v])$$

И, наконец, из последних двух уравнений системы (5.1) следует, что для достижения максимального изменения долготы Ω восходящего узла полярной ($i_0 \approx \pi/2$) орбиты и ее наклонения i необходимо не только управлять ориентацией стержня по закону

$$n_x = \frac{[3\cos^2(\upsilon + \omega_0) - 2]\cos\Omega_0}{\sqrt{1+3\sin^2(\upsilon + \omega_0)}}, \quad n_y = \frac{[3\cos^2(\upsilon + \omega_0) - 2]\sin\Omega_0}{\sqrt{1+3\sin^2(\upsilon + \omega_0)}}$$

$$n_z = \frac{3\sin(\upsilon + \omega_0)\cos(\upsilon + \omega_0)}{\sqrt{1+3\sin^2(\upsilon + \omega_0)}}$$

но и производить переключения направления тока в нем.

В частности, переключения $I = I_0\mathrm{sgn}\,(\sin\,(\upsilon + \omega_0))$ являются оптимальными для увеличения долготы восходящего узла полярной орбиты Ω, а переключения $I = I_0\mathrm{sgn}$ $(\cos\,(\upsilon + \omega_0))$ – для изменения ее наклонения i. В этих случаях за один оборот космического аппарата по полярной орбите ее долгота восходящего узла Ω и наклонение i изменяются на величину около $7 \cdot 10^{-5}$ рад.

Таким образом, использование электродинамического двигателя на полярных и приполярных орбитах при выборе оптимального закона управления ориентацией стержня с током и проведении определенных переключений направления тока в нем позволяет изменять все элементы орбиты космического аппарата.

6. Заключение. Проведенное исследование показало, что применение электродинамического двигателя на основе составного жесткого стержня с током в магнитном поле Земли при достижимых в настоящее время значениях токов оказывается очень эффективным для легких космических аппаратов. Еще более эффективным оказывается использование электродинамического двигателя на низких орбитах в магнитном поле Юпитера. В этом случае при оптимальных законах управления ориентацией стержня с током приращения элементов орбиты за один оборот космического аппарата вокруг Юпитера, при прочих равных условиях, оказываются на порядок больше, чем в магнитном поле Земли.

В отличие от гибкой электромагнитной тросовой системы такой двигатель, хотя и создает меньшую силу тяги, но не обладает неустойчивостью конфигурации и позволяет в довольно широких пределах управлять ориентацией вектора тяги простым поворотом жесткого стержня относительно космического аппарата.

Как следует из приведенных выше оценок, при оптимальном выборе законов управления ориентацией стержня с током величины приращений элементов орбиты за один оборот космического аппарата по его орбите оказываются достаточно большими, чтобы с их помощью эффективно компенсировать действие тормозящих сил на аппарат, а также проводить различные межорбитальные маневры.

Авторы выражают глубокую благодарность и признательность академику А.Ю. Ишлинскому за внимание к работе и сделанные ценные замечания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bekey I.* Tethers open new space options // Astronautics and Aeronautics. 1983. V. 21. № 4. P. 32–40.
2. *McCoy J.E.* Electrodynamic Tethers // Proc. 35-th Intern. Astronaut. Congr., Lausanne, Switzerland, 1984. Paper № 84-440. 16 p.
3. *Белецкий В.В., Левин Е.М.* Динамика космических тросовых систем. М.: Наука, 1990. 329 с.
4. *Левин Е.М.* Об устойчивости стационарных движений электромагнитной тросовой системы на орбите // Космич. исследования. 1987. Т. 25. Вып. 4. С. 491–501.
5. *Ишлинский А.Ю.* Классическая механика и силы инерции. М.: Наука, 1987. 320 с.
6. *Дубошин Г.Н.* Небесная механика. М.: Наука, 1968. 799 с.
7. *Эльсгольц Л.Э.* Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука, 1969. 423 с.

Москва

Поступила в редакцию
28.02.2000