МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 4 • 2001

УДК 624.07:534.1

© 2001 г. А.Л. БЫКОВ, А.В. МЕЛЬНИЧНОВ, В.А. ПАВЛОВ

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ РОТОРНОЙ СИСТЕМЫ СПАСЕНИЯ ПРИ ВЫПУСКЕ ЛОПАСТЕЙ

Перспективным способом возвращения отработанных ступеней ракетоносителей и капсул с экипажем является применение роторов. Данная работа посвящена исследованиям движения одного из таких устройств при выпуске лопастей. Разработана математическая модель движения, с помощью которой проведены численные исследования. Результаты расчетов представлены в виде графических зависимостей.

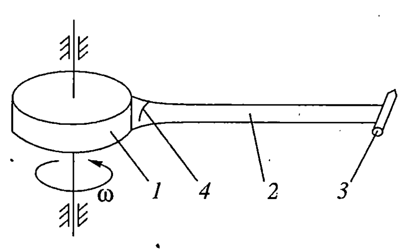
Снижение расходов на эксплуатацию космических летательных аппаратов является актуальным вопросом современности. Повторное использование отработавших ступеней ракетоносителей, управляемый спуск капсул с экипажем, их точное приземление способны значительно снизить себестоимость освоения космического пространства.

В настоящее время для этих целей применяются парашютные системы спасения и гиперзвуковые летательные аппараты. Альтернативой этим способам являются роторные тормозные устройства. Известно, что в весовом отношении они могут конкурировать с парашютными системами [1], а многочисленные исследования показали их техническую осуществимость. Однако до настоящего времени эти устройства не нашли применения, поскольку обладают значительными габаритами и сложны в применении.

В 1972 г. в США разработана роторная система с гибкими лопастями [2], в которой каждая лопасть принудительно сворачивалась на отдельный барабан при помощи специальных двигателей, редукторов и трансмиссий. Благодаря такому решению значительно уменьшены габариты несущего винта в сложенном состоянии, однако масса вспомогательных агрегатов оказалась велика.

Принципиально новая роторная система с убираемыми эластичными лопастями разработана в [3, 4]. В ней уборка лопастей осуществляется за счет кинетической энергии вращения ротора (фиг. 1, где *1* – барабан намотки, *2* – эластичная лопасть, *3* – концевой груз, *4* – место перегиба лопасти).

Настоящая работа посвящена изучению выпуска лопастей этой роторной системы, которая представлена одной невесомой, нерастяжимой, абсолютно гибкой нитью с материальной точкой M массы m_M на конце и барабаном намотки. Рассматривается плоское движение. Ось вращения барабана неподвижна и является осью его динамической симметрии.



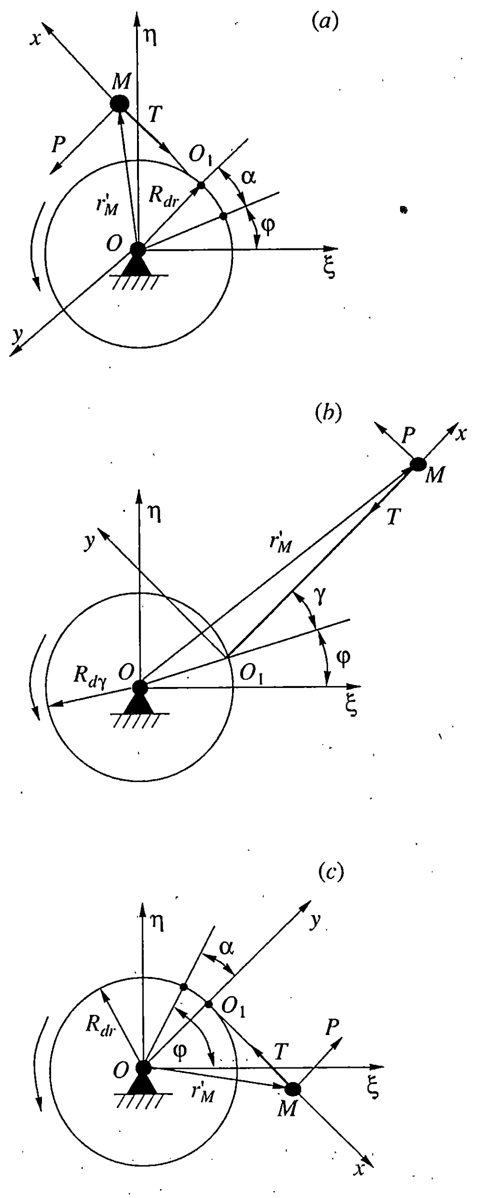
Фиг. 1

Чтобы развернуть лопасти и установить их в радиальных направлениях, роторной системе необходимо сообщить дополнительную энергию движения. Считается, что к материальной точке M приложена сила $\mathbf{P}$, перпендикулярная лопасти и направленная как показано на фиг. 2.

Разделим процесс выпуска лопастей на три этапа. Первый и третий этапы (фиг. 2, *a*, *c*) протекают при изменении длины не навернутой на барабан части нити S. Третий этап наступает, когда нить, пройдя положения, соответствующие второму этапу, наворачивается в противоположную сторону. На втором этапе (фиг. 2, *в*) величина S постоянна и равна L, меняется лишь положение нити относительно барабана (L – длина полностью развернутой нити).

Зададимся неподвижной системой координат $O\xi\eta$, связанной со спускаемым аппаратом, и подвижными осями O_1xy. Начало подвижных координат лежит в точке касания (на втором этапе – в точке крепления) нити к барабану, так, что ось x направлена по нити, а y перпендикулярна ей (фиг. 2).

Для определения конфигурации роторной системы в любой момент времени введем обобщенные координаты φ и γ. Величина φ задает угол поворота барабана относительно инерциальных осей $O\xi\eta$, γ задает отклонение нити от радиального направления. Для большей наглядности, при рассмотрении первого и третьего этапов, в математическую модель введем угол α – угол намотки нити на барабан: $\alpha > 0$ на первом этапе, $\alpha < 0$ на третьем этапе. Связь между α и γ выглядит так: $\gamma = \alpha + {}^1/_2\pi \operatorname{sgn} \alpha$, где $\operatorname{sgn}\alpha = 1$ на первом этапе разворачивания, а $\operatorname{sgn} \alpha = -1$ – на третьем. Для первого и третьего этапов можно записать $S = L - R_{dr}|\alpha|$.



Фиг. 2

На первом этапе выпуска лопастей радиус-вектор материальной точки M в проекциях на оси O_1xy запишется $\mathbf{r}'_M = S\mathbf{i} - R_{dr}\mathbf{j}$, где R_{dr} – радиус барабана намотки, $\mathbf{i}$ и $\mathbf{j}$ – единичные векторы системы координат O_1xy.

Согласно [5], производная вектора $\mathbf{a}$, заданного проекциями на оси подвижной системы координат, равна

$$\dot{\mathbf{a}} = \mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{a} + \overset{*}{\mathbf{a}} \qquad (1)$$

где $\mathbf{V}_0$ – скорость движения начала подвижной системы координат относительно инерциальных осей; $\boldsymbol{\omega}$ – угловая скорость вращения подвижных осей; $\overset{*}{\mathbf{a}}$ – производная по времени от вектора **a** в подвижной системе координат. Тогда выражение скорости точки M в векторной форме имеет вид:

$$\mathbf{V}_M = \dot{\varphi} R_{dr}\mathbf{i} + (\dot{\varphi} + \dot{\alpha})S\mathbf{j},$$

где $\dot{\varphi}$ и $\dot{\alpha}$ – соответственно, угловые скорости вращения барабана и осей O_1xy относительно барабана.

Применяя правило (1) к последнему соотношению, получим вектор ускорения материальной точки M в проекциях на подвижные оси

$$\mathbf{a}_M = [\ddot{\varphi} R_{dr} - (\dot{\varphi} + \dot{\alpha})^2 S]\mathbf{i} + [(\ddot{\varphi} + \ddot{\alpha})S + (\dot{\varphi}^2 - \dot{\alpha}^2)R_{dr}]\mathbf{j} \qquad (2)$$

здесь $\ddot{\varphi}$ – угловое ускорение барабана, а $\ddot{\alpha}$ – угловое ускорение лопасти относительно барабана.

Второй закон Ньютона для материальной точки M в векторной форме запишется следующим выражением: $m_M\mathbf{a}_M = \mathbf{P} + \mathbf{T}$, где $\mathbf{T}$ – вектор натяжения в нити (см. фиг. 2). Записав проекции этого соотношения на оси подвижной системы координат, получим два дифференциальных уравнения второго порядка

$$\begin{aligned} &m_M[\ddot{\varphi} R_{dr} - (\dot{\varphi} + \dot{\alpha})^2 S] = -T \\ &m_M[(\ddot{\varphi} + \ddot{\alpha})S + (\dot{\varphi}^2 - \dot{\alpha}^2)R_{dr}] = P \end{aligned} \qquad (3)$$

Первое соотношение позволяет нам определить натяжение в нити. Разрешив второе выражение относительно обобщенного ускорения $\ddot{\alpha}$, получим одно из двух уравнений, описывающих движение роторной системы на первом этапе выпуска лопастей:

$$\ddot{\alpha} = \frac{P / m_M + (\dot{\alpha}^2 - \dot{\varphi}^2)R_{dr}}{S} - \ddot{\varphi} \qquad (4)$$

Другое соотношение найдем из уравнения вращения барабана, которое для первого этапа выпуска лопастей имеет вид

$$\ddot{\varphi} J_{dr} = TR_{dr} \qquad (5)$$

где J_{dr} – момент инерции барабана относительно оси вращения. Подставляя в это соотношение выражение натяжения в нити, получим следующее уравнение:

$$\ddot{\varphi} J_{dr} = m_M(\dot{\varphi} + \dot{\alpha})^2 SR_{dr} - m_M\ddot{\varphi} R_{dr}^2$$

и разрешим его относительно обобщенного ускорения барабана. В результате получим второе дифференциальное уравнение движения:

$$\ddot{\varphi} = \frac{m_M(\dot{\varphi} + \dot{\alpha})^2 SR_{dr}}{J_{dr} + m_M R_{dr}^2} \qquad (6)$$

Таким образом, для первого этапа выпуска лопастей имеем систему из двух дифференциальных уравнений (4) и (6).

Как только при интегрировании этих уравнений величина S увеличивается настолько, что $|S - L| < \varepsilon$, где ε – малая величина, начинается второй этап выпуска лопастей. Запишем для него уравнения движения.

Радиус-вектор материальной точки M в проекциях на оси подвижной системы координат (см. фиг. 2, *в*) на втором этапе выпуска лопастей определяется выражением вида:

$$\mathbf{r}'_M = [L + R_{dr}\cos\gamma]\mathbf{i} - [R_{dr}\sin\gamma]\mathbf{j}$$

Согласно правилу (1), скорость движения точки M равна

$$\mathbf{V}_M = [\dot\varphi R_{dr} \sin\gamma]\mathbf{i} + [L(\dot\varphi + \dot\gamma) + \dot\varphi R_{dr} \cos\gamma]\mathbf{j}$$

ускорение этой точки будет

$$\mathbf{a}_M = [\ddot\varphi R_{dr} \sin\gamma - L(\dot\varphi + \dot\gamma)^2 - \dot\varphi^2 R_{dr} \cos\gamma]\mathbf{i} + [L(\ddot\varphi + \ddot\gamma) + \ddot\varphi R_{dr} \cos\gamma + R_{dr} \sin\gamma\dot\varphi^2]\mathbf{j}$$

Записав второй закон Ньютона для материальной точки M на втором этапе разворачивания и спроектировав его на оси O_1xy, получим соотношения

$$\begin{aligned} & m_M[\ddot\varphi R_{dr} \sin\gamma - (\dot\varphi + \dot\gamma)^2 L - \dot\varphi^2 R_{dr} \cos\gamma] = -T \\ & m_M[(\ddot\varphi + \ddot\gamma)L + \ddot\varphi R_{dr} \cos\gamma + \dot\varphi^2 R_{dr} \sin\gamma] = P \end{aligned} \qquad (7)$$

Первое уравнение позволяет определить натяжение в нити на втором этапе. Из второго, разрешив его относительно обобщенного ускорения $\ddot\gamma$, получим

$$\ddot\gamma = \frac{P / m_M - \ddot\varphi(L + R_{dr} \cos\gamma) - \dot\varphi^2 R_{dr} \sin\gamma}{L} \qquad (8)$$

Уравнение вращения барабана имеет вид $\ddot\varphi J_{dr} = TR_{dr} \sin\gamma$. Подставим формулу натяжения нити в последнее соотношение и выразим обобщенное угловое ускорение барабана через остальные компоненты. Недостающее уравнение движения роторной системы на втором этапе выпуска лопастей таково:

$$\ddot\varphi = \frac{m_M R_{dr} \sin\gamma[L(\dot\varphi + \dot\gamma)^2 + \dot\varphi^2 R_{dr} \cos\gamma]}{J_{dr} + m_M R_{dr}^2 \sin^2\gamma} \qquad (9)$$

Система уравнений (8) и (9), определяет движение роторной системы на втором этапе выпуска лопастей.

Запишем уравнения движения для третьего этапа. Согласно фиг. 2, *c* радиус-вектор материальной точки M в проекциях на оси O_1xy имеет вид

$$\mathbf{r}'_M = S\mathbf{i} + R_{dr}\mathbf{j}$$

Тогда скорость движения этой точки такова $\mathbf{V}_M = -R_{dr}\dot\varphi\mathbf{i} + S(\dot\varphi + \dot\alpha)\mathbf{j}$.

Ускорение точки M определяется выражением вида

$$\mathbf{a}_M = -[R_{dr}\ddot\varphi + S(\dot\varphi + \dot\alpha)^2]\mathbf{i} + [R_{dr}(\dot\alpha^2 - \dot\varphi^2) + S(\ddot\varphi + \ddot\alpha)]\mathbf{j}$$

Как и для первых двух этапов запишем в проекциях соотношения второго закона Ньютона для материальной точки M на оси связанной с нитью системы координат. Получим два уравнения: первое

$$T = m_M[R_{dr}\ddot\varphi + S(\dot\varphi + \dot\alpha)^2] \qquad (10)$$

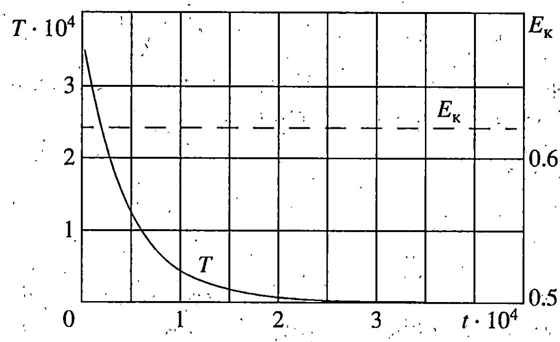
определяющее натяжение в нити, и второе

$$m_M[R_{dr}(\dot\alpha^2 - \dot\varphi^2) + S(\ddot\varphi + \ddot\alpha)] = P$$

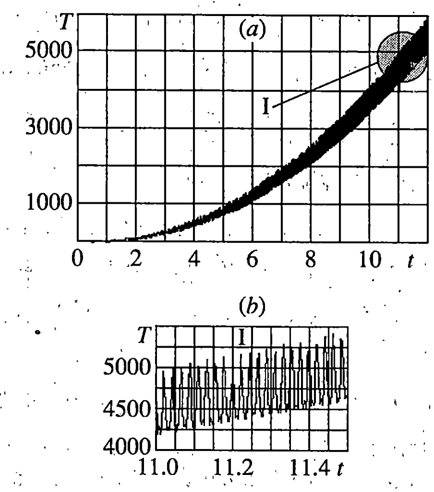
Выразим из последнего соотношения величину $\ddot\alpha$:

$$\ddot\alpha = \frac{P / m_M + (\dot\varphi^2 - \dot\alpha^2)R_{dr}}{S} - \ddot\varphi \qquad (11)$$

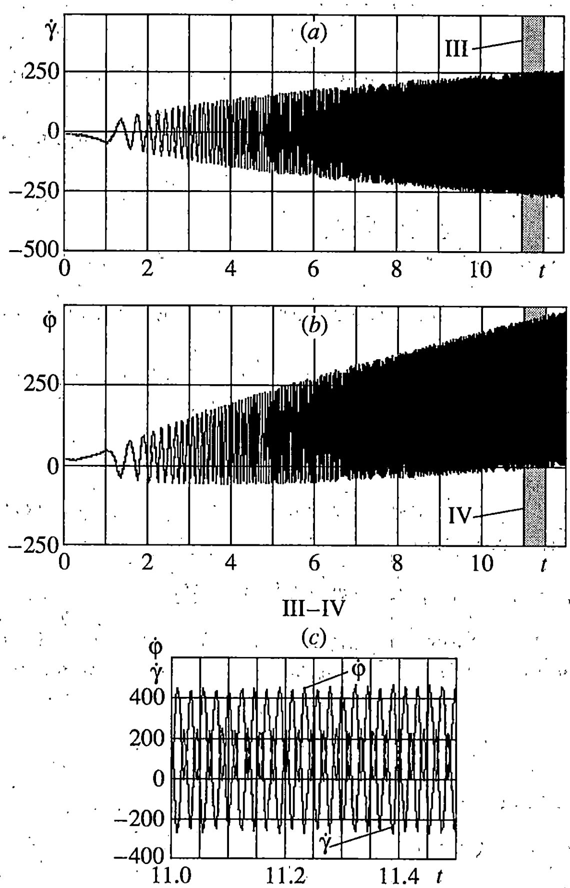
Воспользовавшись уравнением движения барабана на третьем этапе $\ddot\varphi J_{dr} = -TR_{dr}$,



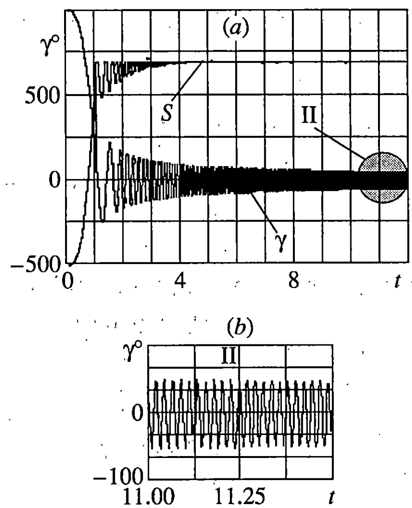
Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6

найдем второе уравнение движения роторной системы:

$$\ddot{\varphi} = -\frac{m_M(\dot{\varphi}+\dot{\alpha})^2 S R_{dr}}{J_{dr} + m_M R_{dr}^2} \tag{12}$$

Выше разработана математическая модель, состоящая из трех систем дифференциальных уравнений второго порядка (4) и (6); (8) и (9); (11) и (12), описывающих движение материальной системы при разворачивании нити.

По этой математической модели проведены численные исследования разворачивания лопастей при следующих параметрах роторной системы: $R_{dr} = 0.05$ м, $m_M = 0.1$ кг, $J_{dr} = 0.057$ кг $\cdot$ м^2, $L = 0.8$ м. В начальный момент времени $\dot{\varphi} = 20$ рад/с, $\dot{\alpha} = 0$ рад/с. Начальная величина S, при которой начинается интегрирование уравнений движения – $S = 10^{-4}$ м.

Интегрирование систем уравнений по времени проводилось методом Рунге – Кутта четвертого порядка [6]. Подбор величины шага интегрирования осуществлялся методом двойного счета [7].

Разработанная математическая модель справедлива лишь когда в нити присутствует натяжение, поэтому при исследованиях выпуска лопастей с помощью выражения (3), (7) и (10) проверялось выполнение этого условия – вычисления прекращались при $T < 10^{-4}$ Н.

Численные исследования показали, что при $0 \leqslant P < 0.0463$ Н на первом этапе происходит уменьшение натяжения до значения меньше 10^{-4} Н: на фиг. 3 приведены зависимости изменения T [Н] и кинетической энергии системы E_k [Дж] по времени t [с] при $P = 0$.

На этом этапе, согласно (5), на барабан действует разгоняющий момент, следовательно $\ddot{\varphi} > 0$. При этом по (4) $\dot{\alpha} < 0$ и величина этой угловой скорости по модулю растет быстрее $\dot{\varphi}$ (так как ускорение $\ddot{\alpha}$ обратно пропорционально S), поэтому в течение первого этапа $|\dot{\alpha}| \to |\dot{\varphi}|$, следовательно $(\dot{\varphi} + \dot{\alpha}) \to 0$ и $T \to 0$.

Сила P препятствует увеличению $|\dot{\alpha}|$, однако при большей ее величине разворачивание невозможно. Так как в начальный момент $\dot{\alpha} = 0$, то выражение для центробежной силы, действующей на груз, имеет вид:

$$F_M = m_M \dot{\varphi}^2 \sqrt{R_{dr}^2 + S^2}$$

а потребное для разворачивания значение P определяется из условия

$$P < m_M \dot{\varphi}^2 \sqrt{R_{dr}^2 + S^2}$$

В противном случае P прижимает грузик к барабану намотки и разворачивания лопасти не происходит.

Выпуск лопасти начинается при $S = 10^{-4}$ м, поэтому величина внешней силы лежит в пределах $0.0463 \leqslant P \leqslant 2$Н. При этом условии натяжение в нити увеличивается на протяжении всего процесса разворачивания фиг. 4, *а*, *в*.

Как показано на фиг. 5, где представлены функции $\dot{\varphi}(t)$ и $\dot{\gamma}(t)$, при выпуске лопасти растет частота ее колебаний относительно барабана. Согласно фиг. 5, *в* эти величины изменяются в противофазе друг к другу.

При воздействии силы P лопасть разворачивается и устанавливается в радиальном направлении, это видно на фиг. 6, где показано изменение по времени угла γ (S[м]). Таким образом, в настоящей работе доказана принципиальная возможность выпуска лопастей в роторной системе рассматриваемого типа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Роторные системы для спуска и посадки космических летательных аппаратов, возвращения отработавших ступеней ракет и десантирования грузов. По материалам иностранной печати за 1960–1967 гг. //ЦАГИ. Обзоры. 1968. № 258. 37 с.
2. Патент США № 3637168, кл. B64C27/33, 1972.
3. Пат. 2005655 СССР, МКИ B64C11/20. Несущий винт ЛА с гибкими убирающимися лопастями / Павлов В.А., Привалов Л.В., Рыбаков А.В. / Б.И. 1994. № 1.
4. *Павлов В.А., Быков А.Л.* Сворачивание лопасти на тело, обладающее инерцией // Изв. РАН. МТТ. 1997. № 5. С. 185–195.
5. *Лурье А.И.* Аналитическая механика. М.: Физматгиз, 1961. 824 с.
6. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1978. 832 с.
7. *Левшиц В.М., Литвин Б.Ф.* Приближенные вычисления и программирование на ЭВМ "Наири-2". Л.: Машиностроение, 1977. 240 с.

Казань

Поступила в редакцию
10.11.1999