

УДК 539.375

© 2001 г. К.Ю. ОСИПЕНКО, И.В. СИМОНОВ

ОБТЕКАНИЕ КОНУСА СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ

Рассматривается симметричное обтекание конуса плотной средой с присоединенной ударной волной. Среда описывается уравнением состояния жидкости с нелинейной диаграммой сжимаемости, отвечающей реальному поведению мягких грунтов при интенсивных нагрузках. Пластическое сопротивление сдвигу учитывается лишь на поверхности конуса для вычисления поправки к сопротивлению. Проведен анализ критических чисел Маха и критического угла фронта волны при переходе к режиму с отсоединенной ударной волной, построены зависимости коэффициента сопротивления и безразмерного давления от угла конуса и числа Маха. Результаты сопоставлялись с решениями в предположении несжимаемости среды за фронтом ударной волны и обтекания тонкого конуса при очень больших числах Маха. Дана оценка глубины проникания конуса конечной длины в рассматриваемом режиме.

Введение. Задачи о проникании тонких и тупых твердых осесимметричных тел и их обтекание потоком среды изучались многими авторами. В ряде работ [1 – 7] рассматривалось проникание в несжимаемую и сжимаемую жидкость. По теории Вагнера учитывалось увеличение смоченной поверхности, вызываемое встречным движением жидкости [1]. Решена задача [2] о вертикальном входе с дозвуковой скоростью тонкого тела вращения в сжимаемую жидкость с учетом уточненного граничного условия на смоченной поверхности тела, что позволило получить аналитическое решение, не имеющее особенностей в вершине конуса. Численно рассчитано [3] отрывное осесимметричное обтекание кругового конуса конечной длины с постоянной дозвуковой, трансзвуковой и сверхзвуковой скоростью в набегающем потоке воды. Статическая и динамическая адиабаты задавались в виде уравнения Тета. Расчеты сопоставлялись с результатами решения задач о сверхзвуковом обтекании тонкого конуса в линейной постановке и об отрывном обтекании несжимаемой жидкостью. В [4] наряду с прониканием в жидкость рассмотрено сверхзвуковое проникание тонкого тела и конуса с конечным углом при вершине в пластический газ. В случае конуса предполагалось, что осуществляется присоединенная ударная волна и частицы грунта между ударной волной и проникающим конусом движутся по траекториям, совпадающим с нормальными к поверхности конуса. Однако это решение непригодно при скоростях проникания близких к критическим. Наиболее близкий к изученному ниже случай движения гладкого конуса в уплотняющейся упругопластической среде в режиме с присоединенной ударной волной, за которой происходит упаковка среды и достигается пластичность по сдвигу, сведен к решению алгебраического уравнения [8], но исследование не проведено.

Идеи технологий, основанных на методе высокоскоростной пенетрации, были высказаны американскими авторами (обзор предложений содержится в работе [9]): изучение глубин воды и льда, структуры и состава космических объектов, захоронение радиоактивных отходов и др.

Российскими учеными из Института проблем механики РАН, Института Физики Земли РАН и Института вулканологии ДВО РАН предложены технологии контро-

лируемого воздействия на активный вулкан [10, 11], быстрой проходки скважин в грунте [12], а совместно с НПО им. Лавочкина – эксперименты по исследованию малых космических тел, пролетающих около земли [13, 14]. Сравнительно недавно обнаружено, что небольшие космические тела ($\sim 10^2 - 10^3$ км) могут быть покрыты толстым слоем реголита (например, на спутнике Марса, Фобосе, толщина слоя реголита составляет по оценкам 200 м), либо они сами состоят из высокопористого скального материала, как недавно исследованный второй американской космической миссией "NEAR" к астероидам в августе 1997 г. астероид "Матильда"¹. Все это обуславливает интерес к теоретическому исследованию высокоскоростного проникания жестких тел (пенетраторов – станций, просто ударников) в природные среды относительно малой прочности, плотности и скорости распространения возмущений. По предварительным оценкам, конус может двигаться в таких средах без разрушения сравнительно длительное время в режиме с присоединенной ударной волной. Ввиду сказанного, представляет интерес исследование этого режима обтекания, что и является целью предлагаемой работы.

1. Постановка задачи. Бесконечный круговой недеформируемый конус с углом полураствора α обтекается сверхзвуковым потоком сжимаемой жидкости, которой моделируется мягкий грунт и другие пористые материалы при высоких давлениях. Рассматривается стационарный режим обтекания с присоединенной ударной волной. Перед фронтом волны среда имеет плотность ρ_0 , давление P_0 и движется с постоянной скоростью V_0 , направленной вдоль оси конуса.

Ударную адиабату будем описывать типичным линейным соотношением между скоростью ударной волны D и массовой скоростью за фронтом U^+ :

$$d = 1 + \lambda u^+, \quad d = \frac{D}{D_0}, \quad u^+ = \frac{U^+}{D_0}, \quad D_0 = \text{const}$$

Воспользуемся подвижной сферической системой координат с центром на острие конуса. Решение будет автомодельным и все параметры течения и состояния среды являются функциями только полярного угла θ , отсчитываемого от оси конуса.

При сделанных предположениях полная система уравнений движения среды и граничные условия на фронте волны ($\theta = \beta$) и на поверхности конуса ($\theta = \alpha$) приводятся к виду

$$2v_r + v_\theta' + \text{ctg} \theta v_\theta + \frac{1}{\rho} \rho' v_\theta = 0 \tag{1.1}$$

$$v_r' - v_\theta = 0 \tag{1.2}$$

$$v_\theta v_\theta' + v_r v_\theta = -\frac{1}{\rho} p' \tag{1.3}$$

$$p = \frac{\rho(\rho - 1)}{[\lambda - \rho(\lambda - 1)]^2} \tag{1.4}$$

$$v_r^+ = M \cos \beta, \quad v_\theta^+ = \frac{-(\lambda - 1)M \sin \beta - 1}{\lambda}$$

$$\rho^+ = \frac{\lambda M \sin \beta}{(\lambda - 1)M \sin \beta + 1} \quad (\theta = \beta) \tag{1.5}$$

$$v_\theta = 0 \quad (\theta = \alpha) \tag{1.6}$$

$$v_r = \frac{V_r}{D_0}, \quad v_\theta = \frac{V_\theta}{D_0}, \quad M = \frac{V_0}{D_0}, \quad p = \frac{P - P_0}{\rho_0 D_0^2}$$

¹ См. страничку интернета <http://sd-www.jhuapl.edu/NEAR/Mathilde/science.html>.

где P, ρ – текущие давление и безразмерная плотность среды; V_r, V_θ – составляющие скорости частиц по соответствующим направлениям выбранной сферической системы координат; штрих и плюс обозначают дифференцирование по θ и величины на фронте.

Уравнение состояния (1.4) тождественно ударной $P - \rho$ диаграмме, поскольку предполагается, что влиянием температурных изменений за фронтом можно пренебречь, а частицы за фронтом испытывают лишь догружение – разгрузка отсутствует.

2. Численное решение задачи. Система обыкновенных дифференциальных уравнений (1.1) – (1.3) сокращается исключением функции $v_\theta = v_r'$:

$$2v_r + v_r'' + \operatorname{ctg} \theta v_r' + \frac{\rho'}{\rho} v_r' = 0 \quad (2.1)$$

$$v_r' v_r'' + v_r v_r' = -\frac{1}{\rho} \rho'$$

С учетом (1.4) последнее уравнение можно проинтегрировать

$$(1/2)(v_r'^2 + v_r^2) = J(\rho) + C \quad (2.2)$$

$$J(\rho) = \frac{2\lambda - 1}{\lambda(\lambda - 1)\{\lambda - \rho(\lambda - 1)\}} - \frac{1}{\lambda^2} \ln \left\{ \frac{\lambda - \rho(\lambda - 1)}{\rho} \right\}$$

Константа C определяется через $\beta, \lambda, M, \alpha$ при подстановке граничных условий (1.5) в выражение (2.2):

$$C = \frac{1}{2}[v_r'^2 + v_\theta'^2] - J(\rho^+)$$

Из физических соображений очевидно, что безразмерная скорость $v_\theta = v_r'$ неположительная, поэтому выбираем отрицательный корень при решении квадратного уравнения (2.2) относительно v_r' :

$$v_r' = -\sqrt{2J(\rho) - 2J(\rho^+) + M^2 \cos^2 \beta + \frac{\{(\lambda - 1)M \sin \beta + 1\}^2}{\lambda^2}} - v_r^2 \quad (2.3)$$

Подстановкой v_r'' из второго уравнения (2.1) в первое уравнение (2.1), получим равенство

$$\rho' = -\frac{\rho[v_r v_r' + \operatorname{ctg} \theta v_r'^2]}{\rho[dJ(\rho)/d\rho] + v_r'^2} \quad (2.4)$$

Для замкнутой системы обыкновенных дифференциальных уравнений (2.3), (2.4) граничные условия следуют из (1.2), (1.5) и (1.6):

$$v_r^+ = M \cos \beta, \quad \rho^+ = \frac{\lambda M \sin \beta}{(\lambda - 1)M \sin \beta + 1} \quad (\theta = \beta) \quad (2.5)$$

$$v_r' = 0 \quad (\theta = \alpha) \quad (2.6)$$

"Лишнее" условие (2.6) служит для определения параметра β .

Задача (2.3) – (2.5) решалась численно методом Рунге – Кутты четвертого порядка при некотором заданном угле фронта β из интервала $\beta_1 < \beta < \pi/2$, где $\beta_1 = \max\{\arcsin(1/M), \alpha\}$. Расчет начинался от фронта волны и завершался на конусе. Если в области ($\alpha < \theta < \beta$) подкоренное выражение становилось отрицательным, то далее до конуса функции $v_r(\theta)$ и $\rho(\theta)$ продолжались по параболическому закону. При этом в точке стыковки соблюдались непрерывность функций, их первых и вторых

производных. Такое продолжение не имеет физического смысла, но удобно при нахождении угла фронта и критического числа Маха.

Расчет становится решением нелинейной краевой задачи (2.3) – (2.6), когда удовлетворяется условие непротекания на конусе. Как оказалось, для всех рассмотренных в работе сред и вариаций скоростей набегающего потока функция $f(\beta) = v_0(\beta, \theta)$ (при $\theta = \alpha$) имеет один максимум, по обе стороны от которого она строго монотонна. Если этот максимум обращается в нуль, то решение единственно и отвечает критическому режиму при некотором (критическом) значении числа Маха $M = M_*$.

Если $M < M_*$, то максимум $f(\beta)$ становится отрицательным, а решение не существует. Физически это соответствует переходу к режиму с отошедшей ударной волной.

При $M > M_*$ максимум больше нуля и существует два решения задачи, удовлетворяющих условию $f(\beta) = 0$. Второе решение соответствует большему углу фронта, скачку величин за фронтом и давлению на конусе. Схожая ситуация наблюдается и в аэродинамике ([15], стр. 60–65). Как показывают опыты [15], реальным является первое решение, удовлетворяющее условию выхода нестационарного течения на стационарный режим. По-видимому, второе решение неустойчиво, но это требует специального анализа. Из этого соображения выбирался наименьший из двух углов фронта, удовлетворяющих решению краевой задачи. Для определения этого угла и неизвестных функций ρ и v_r был выбран сходящийся процесс многократного решения задачи (2.3) – (2.5), задавая каждый раз величину β путем деления некоторого отрезка на полуоси β пополам. Сначала так находилась точка максимума $\beta_2 = \max f(\beta)$, затем – корень $f(\beta) = 0$ определялся, исходя из знания начального отрезка $[\beta_1, \beta_2]$, на концах которого функция $f(\beta)$ принимает разные знаки. Аналогичный сходящийся процесс использован для нахождения критического значения числа Маха M_* и, соответственно, критического угла фронта β_* путем деления некоторого отрезка на оси M пополам.

3. Результаты расчетов. На фиг. 1 и 2 представлены графики зависимости критического числа Маха M_* и критического угла фронта волны β_* в зависимости от угла полураствора конуса α для трех сред, параметры ударных адиабат которых измерены в работах [16 – 18]:

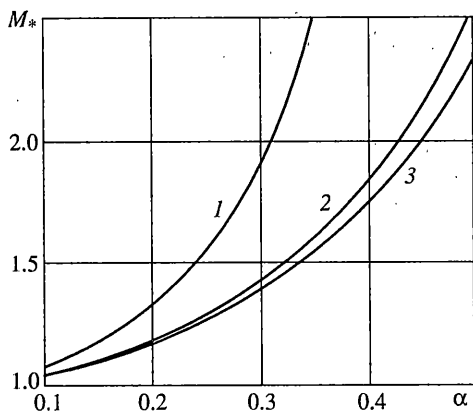
Среда 1 – песок: $D_0 = 500$ м/с, $\lambda = 2.4$, $\rho_0 = 1.66 \cdot 10^3$ кг/м³, $\rho_s = 2.65 \cdot 10^3$ кг/м³ ($0.1 < P < 5$ ГПа)

Среда 2 – кварцевая крошка: $D_0 = 1250$ м/с, $\lambda = 1.375$, $\rho_0 = 1.75 \cdot 10^3$ кг/м³, $\rho_s = 2.65 \cdot 10^3$ кг/м³ ($2.28 < P < 15.4$ ГПа)

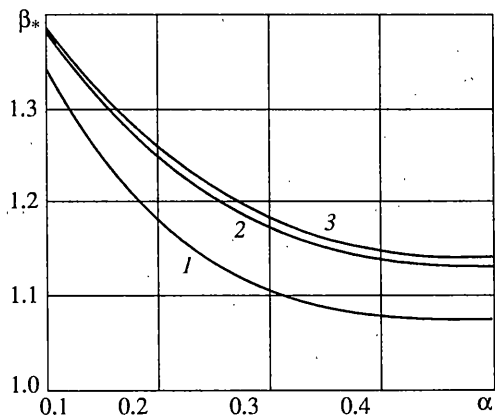
Среда 3 – глина (влажность $w = 4\%$): $D_0 = 1600$ м/с, $\lambda = 1.47$, $\rho_0 \approx \rho_s = 2.15 \cdot 10^3$ кг/м³; где ρ_s – плотность твердой фазы.

Из графиков видно, что M_* возрастает по закону близкому к квадратичному, а угол β_* убывает почти по тому же закону с ростом полураствора конуса α . Критический угол β_* для конечных углов полураствора α существенно меньше $\pi/2$ и, например, для среды 3 при $\alpha \geq 0.4$ стремится к нижнему пределу ≈ 1.08 . Как следует из результатов [19], в изучаемом диапазоне давлений роль тепловой составляющей давления за фронтом ударной волны в средах 1 – 3 невелика и дает поправку менее 10%. Это оправдывает принятое адиабатическое описание всего процесса нагружения в частице среды.

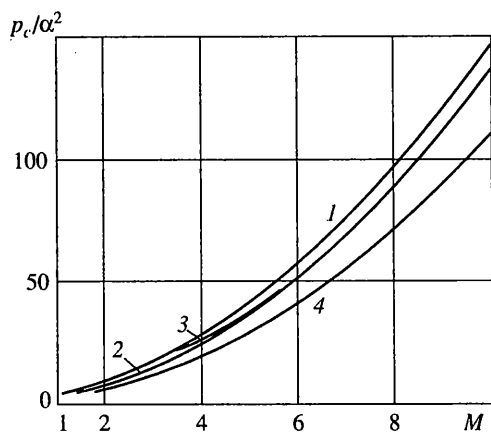
На фиг. 3, 4 показаны безразмерное давление p на конусе и коэффициент сопротивления $C_x = 2P/(\rho_0 V_0^2)$, нормированные на α^2 в зависимости от числа Маха M для среды 1 при значениях $\alpha = 0.1; 0.2; 0.4$ (кривые 1 – 3) и для сопоставления пунктиром приведены графики для среды 2 при $\alpha = 0.4$ (кривая 4). При расчете C_x для простоты полагалось $P_0 = 0$. Резкое увеличение коэффициента сопротивления C_x наблюдается при $M \rightarrow M_* + 0$, а относительная стабилизация наступает при $M > 2$. Графики C_x/α^2 при различных значениях угла α расположены весьма близко друг от друга в указан-



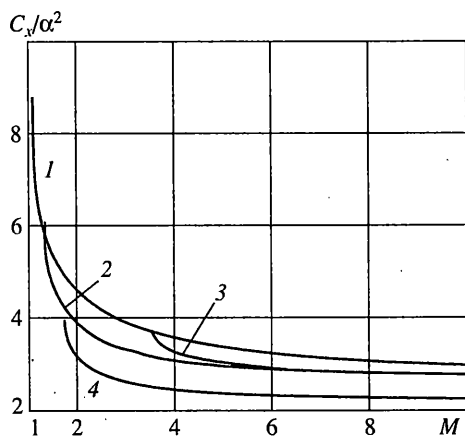
Фиг. 1



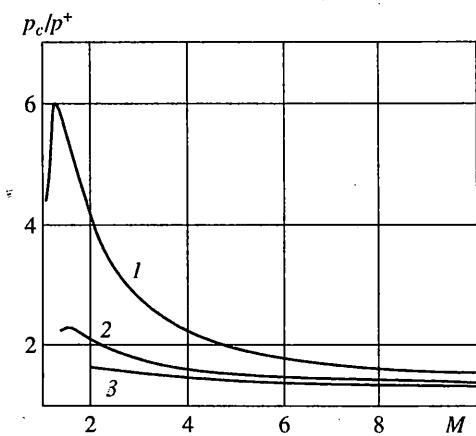
Фиг. 2



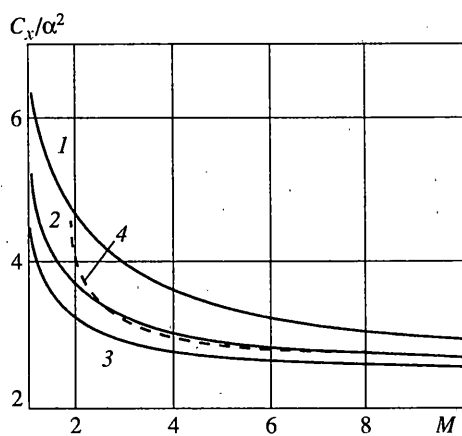
Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6

ной области стабилизации. Величина p/α^2 также весьма слабо реагирует на изменение угла конуса во всем диапазоне изменения числа M : $M_* < M < 10$. Для конуса $\alpha = 0.2$ (полный угол $\approx 23^\circ$) при $M = 2$ будет $C_x \approx 0.15$, что является довольно малой величиной.

На фиг. 5 изображены графики отношения безразмерного давления на конусе p_c к безразмерному давлению на фронте волны p^+ для среды 1 при $\alpha = 0.1; 0.2; 0.3$ (кривые 1–3). Немонотонное поведение этого отношения наблюдается в правой окрестности критического числа Маха: функция достигает максимума в этой окрестности и этот максимум тем острее, чем меньше конусность. Для тонкого конуса ($\alpha = 0.1$) и небольших чисел Маха ($M < 2$) давление на конусе в 4–8 раз больше, чем давление на фронте, т.е. основное нагружение происходит за фронтом ударной волны. С увеличением скорости обтекания и/или угла конуса это отношение резко уменьшается.

Ниже для сопоставления делается ряд упрощений исходной задачи.

4. Решение задачи в предположении несжимаемости среды за фронтом ударной волны. Примем, что плотность среды за фронтом постоянна. Такое допущение иногда принимается в целях получения замкнутого решения ([4], стр. 178–204). Тогда задача принимает вид

$$2v_r + v'_\theta + \operatorname{ctg} \theta v_\theta = 0 \quad (4.1)$$

$$v'_r - v_\theta = 0 \quad (4.2)$$

$$v_\theta v'_\theta + v_r v_\theta = -\frac{1}{\rho} p' \quad (4.3)$$

$$\rho = \frac{\lambda M \sin \beta}{(\lambda - 1) M \sin \beta + 1} \quad (4.4)$$

$$v_r = M \cos \beta, \quad v_\theta = -\frac{1}{\lambda} \{(\lambda - 1) M \sin \beta + 1\} \quad (\theta = \beta)$$

$$p = \frac{\rho(\rho - 1)}{[\lambda - \rho(\lambda - 1)]^2} \quad (\theta = \beta)$$

$$v_\theta = 0 \quad (\theta = \alpha)$$

Исключая функцию v_θ из (4.2), получим линейное дифференциальное уравнение

$$2v_r + v''_r + \operatorname{ctg} \theta v'_r = 0 \quad (4.5)$$

Подстановкой

$$v_r = \cos \theta \int u d\theta$$

уравнение (4.5) сводится к уравнению первого порядка, которое интегрируется методом разделения переменных. Подставляя далее v_r в (4.2) – (4.4) и удовлетворяя граничным условиям, в результате приходим к решению в элементарных функциях

$$v_r = C_1 \cos \theta + C_2 [1 + \cos \theta \ln \{ \operatorname{tg}(\theta/2) \}] \quad (4.6)$$

$$v_\theta = -C_1 \sin \theta + C_2 [-\sin \theta \ln \{ \operatorname{tg}(\theta/2) \}] + \operatorname{ctg} \theta \quad (4.7)$$

$$p = -\frac{\rho}{2} [v_r^2 + v_\theta^2] + \frac{\rho}{2} \left[(M \cos \beta)^2 + \frac{1}{\lambda^2} \{ (1 - \lambda) M \sin \beta - 1 \}^2 \right] + \frac{\rho(\rho - 1)}{[\lambda - \rho(\lambda - 1)]^2} \quad (4.8)$$

$$\frac{\lambda M \sin \alpha}{\sin \beta \cos \beta (1 - M \sin \beta)} + \frac{\sin \alpha}{\cos \beta} + \operatorname{ctg} \alpha + \sin \alpha \ln \left\{ \frac{\operatorname{tg}(\beta/2)}{\operatorname{tg}(\alpha/2)} \right\} = 0 \quad (4.9)$$

$$C_1 = \frac{-A_2 M \cos \beta}{A_1 [1 + \cos \beta \ln \{ \operatorname{tg}(\beta / 2) \}] - A_2 \cos \beta}$$

$$C_2 = \frac{A_1 M \cos \beta}{A_1 [1 + \cos \beta \ln \{ \operatorname{tg}(\beta / 2) \}] - A_2 \cos \beta}$$

$$A_1 = -\sin \alpha, \quad A_2 = -\sin \alpha \ln \{ \operatorname{tg}(\alpha / 2) \} + \operatorname{ctg} \alpha$$

Для определения параметров состояния и скорости частиц среды требуется предварительно численно найти нужный корень β (если он существует) из трансцендентного уравнения (4.9) с тем же качественным анализом его решений, что и в предыдущем пункте. При сравнении результатов расчета по этой модели (погрешность нахождения β составляла 10^{-6}) с точным решением оказалось, что при $M_* + \Delta < M < 10$ ($\Delta \approx 1$) графики $C_{1,2}/\alpha^2$, рассчитанные по двум теориям, практически совпадают (погрешность не превышает 5%). Здесь M_* – критическое число Маха, рассчитанное по точной теории. В диапазоне $M_* < M < M_* + \Delta$ погрешность вычисления по модели с несжимаемостью за фронтом для углов полураствора конуса $\alpha \leq 0.3$ достигает 30–40%. По-видимому, это связано с тем, что в этом диапазоне угол между конусом и фронтом волны большой из-за чего за ударной волной происходит существенное изменение плотности среды, судя по фиг. 5. При $\alpha \geq 0.4$ погрешность уменьшается с возрастанием α и не превышает (15–20%).

Предположим теперь дополнительно, что конус тонкий и обтекается средой при очень больших значениях числа Маха. Тогда можно принять, что углы α, β, θ являются малыми величинами, причем $\alpha/\beta = O(1)$.

Разрешая уравнение (4.9) относительно M , приближенно определим:

$$M = \frac{\beta}{\beta^2 - \lambda \alpha^2} + O(\beta)$$

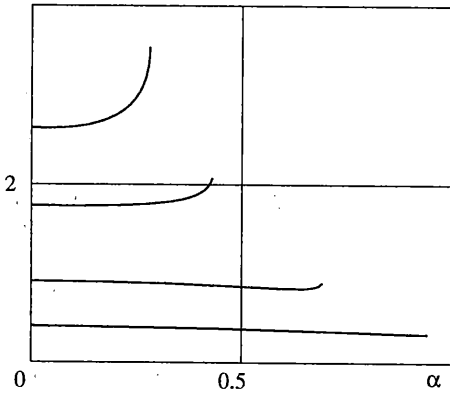
Отсюда найдем выражение угла фронта через угол конуса и число Маха набегающего потока

$$\beta = \frac{1 + \sqrt{1 + 4\lambda M^2 \alpha^2}}{2M} + O(\beta^3) \quad (4.10)$$

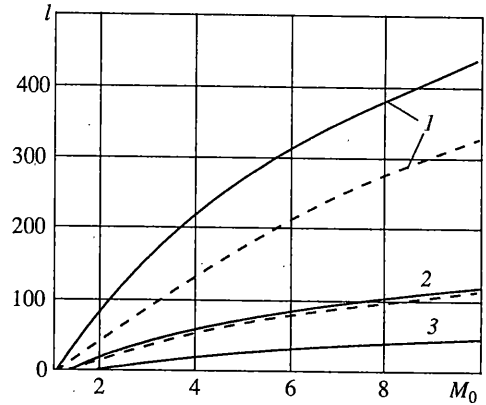
Как оказалось, эта модель для тонких конусов ($\alpha \leq 0.2$) дает хорошие результаты (погрешность при сопоставлении с точным решением для давления на конусе не более 5%) даже в диапазоне сравнительно небольших чисел Маха ($2 < M_* < 4$). При больших значениях M ($4 < M < 10$) результаты расчетов по обеим моделям практически неотличимы. Однако, с ростом угла полураствора конуса точность расчета по этой модели быстро снижается. Так, при $\alpha = 0.3$ даже при относительно больших числах Маха ($M \approx 7$) погрешность достигает 10–15%.

На фиг. 6 показано отношение коэффициента сопротивления к углу полураствора конуса в квадрате в зависимости от числа Маха M для среды 1. Кривые 1, 2, 3 соответствуют результатам расчета по модели обтекания тонкого конуса при очень больших числах Маха ($\alpha = 0.1; 0.2; 0.3$, соответственно), а кривая 4 – результатам расчета по точной модели для $\alpha = 0.3$. Как видно, различие становится значительным при приближении числа Маха к критическому значению.

5. Идеально уплотняющаяся среда (идеально пластический газ или модель "снегочистителя"). Плотность принимает лишь два значения: $\rho = \rho_0, P = 0$ и $\rho = \rho_1, P > 0$. Отметим, что помимо идеализации реального процесса захлопывания пор, такая диаграмма реализуется при высокоскоростном и интенсивном нагружении пористых мягких металлов (алюминий, медь, железо) при определенном значении параметра пористости $\rho = \rho_1/\rho_0$ близкого к двум ([20], стр. 336–340). По отношению к уравне-

C_x/α^2 

Фиг. 7



Фиг. 8

нию состояния (1.4) это вырожденный случай $D_0 = 0$, когда величины C_x, β не зависят от скорости набегающего потока V_0 , а система уравнений движения среды за фронтом ударной волны принимает вид аналогичный системе (4.1) – (4.4) с заменой выражения (4.4) на $\rho = \rho_1/\rho_0$, а граничных условий при $\theta = \beta$ на

$$v_r = M \cos \beta, \quad v_\theta = -\frac{1}{\rho} \sin \beta, \quad p = \frac{1}{\rho} \left(1 - \frac{1}{\rho}\right) \sin^2 \beta$$

Здесь в отличие от системы (5.1) – (5.4)

$$v_r = \frac{V_r}{V_0}, \quad v_\theta = \frac{V_\theta}{V_0}, \quad p = \frac{P}{\rho_0 V_0^2}$$

Это решение фактически следует из результатов [8], где расчеты отсутствуют. Зависимость C_x/α^2 от угла α показана на фиг. 7 для значений $\rho = 1; 2$ (верхний график); 1.5; 2.5 и 5 (нижний график). Отметим, что значение $\rho = 5$ приблизительно соответствует пористости пемзы. Графики заканчиваются при достижении критического угла полураствора конуса $\alpha = \alpha_*$, зависящего только от ρ . При небольшой пористости ($\rho \approx 1.2$) отклонение графика от прямой $\alpha^2 C_x = \text{const}$ весьма существенно, а начиная со значения $\rho \approx 1.5$ отклонение наблюдается только в левой окрестности критического угла α_* .

Подчеркнем, что для этой модели искомые величины C_x, β зависят от α и ρ и не зависят от скорости V_0 – теряется понятие критической скорости, но сохраняется понятие критического угла конуса $\alpha = \alpha_*$, зависящего лишь от уплотнения ρ .

6. Расчет глубины проникания. Рассмотрим в квазистационарном приближении сверхзвуковое проникание конечного конуса. Процесс погружения не учитывается, т.е. в начальный момент ($t = 0$) конус полностью погружен и начинает движение со скоростью $V = V_0$. Считается, что вектор напряжения на поверхности конуса постоянен: зависимость нормального напряжения (давления) от скорости берется из решения задачи п. 2, а пластическое трение τ_s не зависит от скорости. Тогда безразмерное расстояние l , пройденное при уменьшении числа маха с $M = M_0$ до $M = M_1$ будет вычисляться по формуле:

$$l = \frac{1}{3} \frac{\rho_c}{\rho_0} \int_{M_1}^{M_0} \frac{M dM}{\rho_c(M) + \tau_s \text{tg}^{-1} \alpha}$$

$$l = \frac{L}{L_c}, \quad \rho_c(M) = \frac{P_c(M)}{\rho_0 D_0^2}, \quad \tau = \frac{\tau_s}{\rho_0 D_0^2}$$

где L – расстояние, пройденное конусом; L_c, ρ_c – длина и плотность конуса; $P_c(M)$ – давление на конусе в зависимости от числа Маха.

Таким путем можно рассчитать графики безразмерной глубины проникания в режиме движения с присоединенной ударной волной ($M_* < M < M_0$) в зависимости от M_0 . На фиг. 8 приведены результаты для конуса из высокопрочного вольфрамового сплава ($\rho_c = 20 \text{ кг/см}^2$), проникающего в среду 1. Цифрами 1, 2, 3 обозначены графики для конусов с углами полураствора 0.1; 0.2; 0.3 соответственно. Расчеты проводились как с учетом (штриховые линии) так и без учета (сплошные линии) пластического трения; которое принималось равным $3 \cdot 10^6 \text{ Па}$, что соответствует грунту средней прочности. При $\alpha = 0.1$ влияние трения на глубину проникания очень существенно, а при $\alpha \geq 0.2$ графики с учетом и без учета пластического трения практически совпадают. Давление на конусе ($\alpha = 0.3$) при $M > 7.6$ превышает предел его прочности ($\sim 3 \text{ ГПа}$), что может привести к его разрушению.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 96 – 01 – 00021).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Григолоук Э.И., Горшков А.Г. Взаимодействие упругих конструкций с жидкостью. Л.: Судостроение, 1976. 199 с.
2. Поручиков В.Б. К решению задачи проникания тонкого осесимметричного тела в акустическое полупространство с учетом нелинейных эффектов // Вестн. МГУ. Сер. 1. Математика, механика 1998. № 3. С. 54–57.
3. Альев Г.А. Отрывное обтекание кругового конуса трансзвуковым потоком воды // Изв. АН СССР. МЖГ. 1983. № 2. С. 152–154.
4. Сагомян А.Я. Проникание. М.: Изд-во МГУ, 1974. 299 с.
5. Багдоев А.Г. Пространственные нестационарные движения сплошной среды с ударными волнами. Ереван: Изд-во АН Арм. ССР, 1961. 276 с.
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
7. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1970. 904 с.
8. Флитман Л.М. О пограничном слое в некоторых задачах динамики пластической среды // Изв. АН СССР. МТТ. 1982. № 1. С. 131–137.
9. Byers R.K., Yarrington P., Chabai A.J. Dynamic penetration of soil media by slender projectiles // Intern. J. Engng. Sci. 1978. 16. № 11. P. 835–844.
10. Бивин Ю.К., Симонов И.В., Федотов С.А., Хаврошкин О.Б. Способ снятия механических напряжений в геологической среде // Заявка на патент № 5056066/25 от 23.07.92. Бюл. изобр. 1995. № 34. 10 с.
11. Симонов И.В., Федотов С.А., Хаврошкин О.Б. Предкатастрофическое состояние геофизических объектов, триггерное воздействие и пенетрация // Докл. РАН. 1996. Т. 347. № 6. С. 811–813.
12. Симонов И.В., Хаврошкин О.Б. Способ проникания в геологическую среду // Заявка на патент № 93-002688/03/002364 от 14.01.93. 4 с.
13. Zaitsev A.V., Dobrov A.V., Kotin V.A., Simonov I.V. Possibilities for hypervelocity impact experiments in frames of demonstration project "Space Patrol" // Intern. J. Impact Engng. 1997. V. 20. № 6/10. P. 839–847.
14. Добров А.В., Зайцев А.В., Rogovskiy G.H., Симонов И.В. Возможности отработки кинетических средств воздействия на малые небесные тела // Изв. Челябинского науч. центра. Спец. выпуск: "Космическая защита Земли", 1996 / Под ред. Г.П. Вяткина. Снежинск: Изд-во ВНИИТФ, 1997. Ч. 1. С. 120–126.

15. *Краснов Н.Ф.* Аэродинамика тел вращения. М.: Оборонгиз, 1958. 560 с.
16. *Николаевский В.Н.* Механика пористых и трещиноватых сред. М.: Недра, 1984. 232 с.
17. *Дубровский И.М., Егоров Б.В., Рябошанка К.П.* Справочник по физике. Киев: Наук. думка, 1986. 557 с.
18. *Лагунов В.А., Степанов В.А.* Измерение динамической сжимаемости песка при высоких давлениях // ПМТФ. 1963. № 1. С. 88–96.
19. *Simonov I.V.* Maximum pressure, temperature and resistance at supersonic flow of a body by condensed medium // Intern. J. Impact Engng. 1997. V. 20. № 6/10. P. 743–752.
20. *Кейбл А., Хикерсон Н., Динс Дж.* Высокоскоростные ударные явления М.: Мир, 1973. 533 с.

Москва

Поступила в редакцию
27.11.1998