

УДК 629.7.035.7

© 2001 г. А.Л. БЫКОВ, В.А. ПАВЛОВ

ЗАДАЧА КОШИ О ДВИЖЕНИИ В РЕЖИМЕ СВОРАЧИВАНИЯ РОТОРНОЙ СИСТЕМЫ С УБИРАЕМЫМИ ЛОПАСТЯМИ

Исследуется уборка лопастей внутрь полого крыла в летательном аппарате, совмещающем в себе свойства самолета и вертолета. Уборка производится за счет кинетической энергии движения лопастей, поэтому для нее не нужны специальные двигатели и трансмиссии. Движение роторной системы считается плоским. Оно определяется интегрированием дифференциальных уравнений второго порядка, полученных при записи уравнений Лагранжа 2-го рода. На основе численных исследований математической модели построены графические зависимости, характеризующие сворачивание и проведен анализ его характеристик.

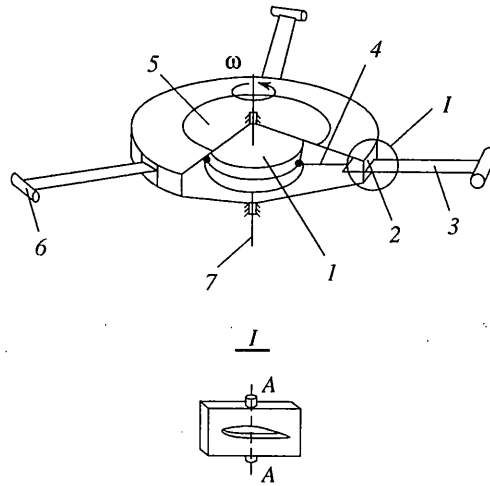
В настоящее время реализуется идея создания преобразуемого летательного аппарата [1–2], способного вертикально взлетать и садиться на несущем винте. Лопастей этого аппарата в горизонтальном полете и на стоянке убираются в полое крыло (на фиг. 1 показана роторная система с крылом в виде диска, однако форма крыла может быть иной).

Представленная работа посвящена исследованию уборки лопастей (элемент 3, фиг. 1) в данном аппарате после его приземления. Уборка осуществляется за счет кинетической энергии лопастей при торможении внутреннего барабана 1 (фиг. 1) фрикционным механизмом: 2 – фильера, 4 – трос, 6 – концевой груз, 7 – ось вращения роторной системы.

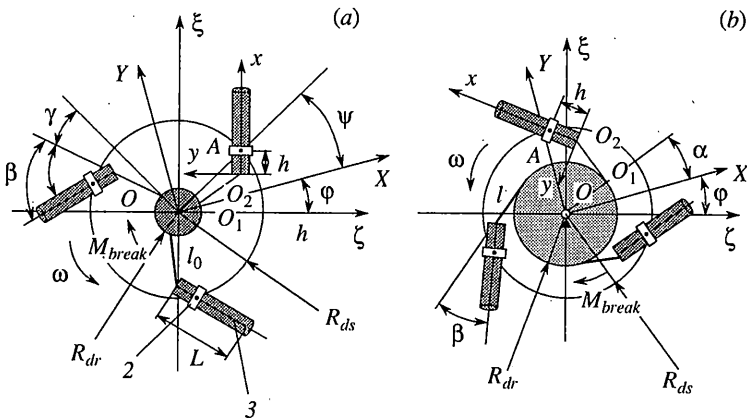
На фиг. 2 показан вид сверху на роторную систему преобразуемого летательного аппарата, со снятой верхней половиной дискового крыла. Лопастей крепятся к внутреннему барабану тросами, – в режиме уборки тросы наворачиваются на барабан и лопасти вытягиваются во внутреннюю полость крыла.

Поскольку для уборки лопастей не нужны дополнительные энергетические установки, редукторы и трансмиссии, данная роторная система легка, дешева и компактна. Основными ее элементами являются: полое дисковое крыло, барабан намотки и n лопастей.

Произвольно пронумеруем лопасти и примем следующие допущения: (1) движение роторной системы – плоское; (2) не учитывая упругие перемещения лопастей, считаем их прямолинейными стержнями, имеющими аэродинамическое сопротивление авиационного профиля; (3) ось вращения роторной системы неподвижна; (4) лопасти движутся абсолютно синхронно, все они равны по длине и массе и условия обтекания их потоком одинаковы; (5) тросы считаем гибкими, невесомыми и нерастяжимыми нитями; (6) ось вращения дискового крыла совпадает с осью вращения барабана и является для этих тел главной центральной осью инерции; (7) до начала уборки лопастей роторная система вращается с постоянной угловой скоростью $\dot{\phi}_0$, лопасти расположены радиально, на одной линии с тросами, и неподвижны относительно барабана; (8) внутренняя поверхность фильеры, через которую лопасть выпускается в поток, абсолютно гладкая и лопасть движется внутри нее без трения.



Фиг. 1



Фиг. 2

Разделим сворачивание на два этапа: "начало уборки", на котором угол γ (фиг. 2, а), равный для всех лопастей и определяющий отклонение тросов от радиального направления, достигает значения $\pi/2$; "наворачивание тросов на барабан", величина которого определяется углом намотки $\alpha = \gamma - \pi/2$ (фиг. 2, в).

Вводится неподвижная инерциальная система координат $O\xi\zeta$, оси OXY , связанные с внутренним барабаном (фиг. 2), и оси O_2xy , связанные с первой (в соответствии с нумерацией) лопастью. Начало оси Ox системы координат OXY лежит на оси вращения барабана. Направим эту ось так, что она проходит через полюс O_1 – крепление на первом этапе (касание – на втором) троса первой лопасти к барабану. Ось Y перпендикулярна X и направлена в сторону вращения. Оси xu имеют начало в точке O_2 – креплении троса к первой лопасти и направлены так: ось x – по оси жесткости лопасти, а ось y – перпендикулярно ей, в сторону вращения.

Дополнительно вводятся обобщенные координаты β и φ , определяющие, соответственно, отклонение лопастей от линий, задаваемых тросами, и угол поворота внутреннего барабана относительно неподвижных осей.

Согласно предположению 4, введенные координаты полностью определяют конфигурацию роторной системы.

Фильера дискового крыла выполнена в виде шарнирно укрепленного на дисковом крыле ползуна. При изменении углов γ и β , она поворачивается вокруг вертикальной оси $A-A$ (см. фиг. 1). На фиг. 2 эта ось проходит через точку A перпендикулярно плоскости движения роторной системы.

Введя избыточную координату ψ (угол поворота дискового крыла относительно барабана), запишем связь, ограничивающую движение точки A :

$$R_{ds} - \frac{l_0 \sin \gamma + h \sin(\gamma + \beta)}{\sin \psi} = 0 \quad (1)$$

где R_{ds} – радиус, по которому движется закрепленная на диске ось $A-A$; $l_0 = O_1O_2$ – длина троса на первом этапе, h – длина отрезка O_2A :

$$h = -[R_{dr} \cos(\gamma + \beta) + l_0 \cos \beta] + \sqrt{R_{ds}^2 + 2R_{dr}l_0 \cos \beta \cos(\gamma + \beta) - R_{dr}^2 \sin^2(\gamma + \beta) - l_0^2 \sin^2 \beta - 2R_{dr}l_0 \cos \gamma}$$

где R_{dr} – радиус внутреннего барабана.

Согласно (1):

$$\psi = \arcsin \left[\frac{l_0 \sin \gamma + h \sin(\gamma + \beta)}{R_{ds}} \right]$$

Кинетическая энергия вращения крыла имеет вид

$$T_{ds} = \frac{1}{2} J_O^{ds} (\dot{\phi} + \dot{\psi})^2$$

здесь $\dot{\phi}$ – угловая скорость вращения внутреннего барабана относительно инерциальных осей; J_O^{ds} – момент инерции дискового крыла относительно его оси вращения; $\dot{\psi}$ – скорость вращения дискового крыла относительно барабана.

Кинетическая энергия барабана такова:

$$T_{dr} = \frac{1}{2} J_O^{dr} \dot{\phi}^2$$

где J_O^{dr} – момент инерции барабана относительно оси вращения роторной системы.

Кинетическая энергия движения любой лопасти запишется следующим образом [3]:

$$T_b = M_b V_C^2 / 2 + J_C^b \omega_b^2 / 2 \quad (2)$$

здесь $M_b = m_b + m_w$ – масса лопасти с концевым грузом (здесь и далее, когда говорится о лопасти, подразумевается лопасть с концевым грузом); V_C – скорость движения ее центра инерции; J_C^b – момент инерции лопасти относительно оси, проходящей через эту точку и направленной перпендикулярно плоскости движения на читателя; ω_b – угловая скорость вращения лопасти относительно этой оси.

Запишем выражение (2) для лопасти под номером один. Радиус-вектор центра инерции лопасти в системе координат OXY равен:

$$r'_C = [R_{dr} + l_0 \cos \gamma + x_C \cos(\gamma + \beta)]\mathbf{i} + [l_0 \sin \gamma + x_C \sin(\gamma + \beta)]\mathbf{j} \quad (3)$$

где \mathbf{i} и \mathbf{j} – единичные векторы осей OXY , x_C – расстояние от точки O_2 до сечения лопасти, где находится ее центр инерции.

В инерциальных осях скорость движения центра инерции лопасти такова:

$$V_C = V_O + \omega \times r'_C + r'_C$$

в этом выражении V_O – скорость полюса O , ω – угловая скорость вращения системы координат OXY .

На основании формулы (3) получим

$$\begin{aligned} V_C = & -[(\dot{\phi} + \dot{\gamma})l_0 \sin \gamma + (\dot{\phi} + \dot{\gamma} + \dot{\beta})x_C \sin(\gamma + \beta)]\mathbf{i} + \\ & + [\dot{\phi}R_{dr} + (\dot{\phi} + \dot{\gamma})l_0 \cos \gamma + (\dot{\phi} + \dot{\gamma} + \dot{\beta})x_C \cos(\gamma + \beta)]\mathbf{j} \end{aligned}$$

Согласно теореме Штейнера, $J_C^b = J_{O_2}^b - M_b x_C^2$, где $J_{O_2}^b$ – момент инерции первой лопасти относительно оси, проходящей через точку O_2 . Таким образом, на первом этапе выражение (2) для первой лопасти имеет вид:

$$\begin{aligned} T_b = & \frac{1}{2}M_b[\dot{\phi}^2 R_{dr}^2 + (\dot{\phi} + \dot{\gamma})^2 l_0^2 + 2(\dot{\phi} + \dot{\gamma})(\dot{\phi} + \dot{\gamma} + \dot{\beta})l_0 x_C \cos \beta + \\ & + 2\dot{\phi}(\dot{\phi} + \dot{\gamma})R_{dr}l_0 \cos \gamma + 2\dot{\phi}(\dot{\phi} + \dot{\gamma} + \dot{\beta})R_{dr}x_C \cos(\gamma + \beta)] + \frac{1}{2}(\dot{\phi} + \dot{\gamma} + \dot{\beta})^2 J_{O_2}^b \end{aligned}$$

Поскольку все лопасти движутся абсолютно синхронно, полная кинетическая энергия роторной системы равна $T = nT_b + T_{ds} + T_{dr}$, а элементарная работа внешних сил на виртуальных перемещениях такова

$$\delta W = (nM_O^a - M_{break})\delta\phi + nM_{O_1}^a\delta\gamma + nM_{O_2}^a\delta\beta$$

где M_O^a , $M_{O_1}^a$ и $M_{O_2}^a$ – соответственно, моменты сил аэродинамического сопротивления первой лопасти относительно полюсов O , O_1 и O_2 ; M_{break} – тормозящий момент на барабане.

Следовательно, обобщенные силы, отнесенные к обобщенным координатам ϕ , γ и β , равны: $Q_\phi = nM_O^a - M_{break}$, $Q_\gamma = nM_{O_1}^a$ и $Q_\beta = nM_{O_2}^a$.

Записав эйлеров оператор [4] для обобщенной координаты ϕ , получим первое дифференциальное уравнение движения:

$$\begin{aligned} & \ddot{\phi} \langle n\{M_b[R_{dr}^2 + l_0^2 + 2l_0 x_C \cos \beta + 2R_{dr}l_0 \cos \gamma + 2R_{dr}x_C \cos(\gamma + \beta)] + J_{O_2}^b\} + J_O^{dr} + J_O^{ds} \rangle + \\ & + \ddot{\gamma} \left\langle n\{M_b[l_0^2 + 2l_0 x_C \cos \beta + R_{dr}l_0 \cos \gamma + R_{dr}x_C \cos(\gamma + \beta)] + J_{O_2}^b\} + \frac{\partial \Psi}{\partial \gamma} J_O^{ds} \right\rangle + \\ & + \ddot{\beta} \left\langle n\{M_b[l_0 x_C \cos \beta + R_{dr}x_C \cos(\gamma + \beta)] + J_{O_2}^b\} + \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} J_O^{ds} \right\rangle = \\ & = n\langle M_O^a + M_b[\dot{\beta}(2\dot{\phi} + 2\dot{\gamma} + \dot{\beta})l_0 x_C \sin \beta + \dot{\gamma}(2\dot{\phi} + \dot{\gamma})R_{dr}l_0 \sin \gamma + \\ & + (\dot{\gamma} + \dot{\beta})(2\dot{\phi} + \dot{\gamma} + \dot{\beta})R_{dr}x_C \sin(\gamma + \beta)] \rangle - \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \gamma} \dot{\gamma} + \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} \dot{\beta} \right) J_O^{ds} - M_{break} \end{aligned} \quad (4)$$

Второе уравнение движения роторной системы получим при записи эйлера оператора для координаты γ :

$$\begin{aligned} & \ddot{\phi} \left\langle n\{M_b[l_0^2 + 2l_0 x_C \cos \beta + R_{dr}l_0 \cos \gamma + R_{dr}x_C \cos(\gamma + \beta)] + J_{O_2}^b\} + \frac{\partial \Psi}{\partial \gamma} J_O^{ds} \right\rangle + \\ & + \ddot{\gamma} \left\langle n\{M_b[l_0^2 + 2l_0 x_C \cos \beta] + J_{O_2}^b\} + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \gamma} \right)^2 J_O^{ds} \right\rangle + \\ & + \ddot{\beta} \left\langle n\{M_b l_0 x_C \cos \beta + J_{O_2}^b\} + \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} \frac{\partial \Psi}{\partial \gamma} J_O^{ds} \right\rangle = \end{aligned}$$

$$= n\langle M_{O_1}^a + M_b[\dot{\beta}(2\dot{\varphi} + 2\dot{\gamma} + \dot{\beta})l_0 x_C \sin \beta - \dot{\varphi}^2 R_{dr} l_0 \sin \gamma - \dot{\varphi}^2 R_{dr} x_C \sin(\gamma + \beta)] \rangle -$$

$$- \left(\frac{\partial \dot{\Psi}}{\partial \gamma} \dot{\gamma} + \frac{\partial \dot{\Psi}}{\partial \beta} \dot{\beta} \right) \frac{\partial \Psi}{\partial \gamma} J_O^{ds} \quad (5)$$

Наконец, эйлеров оператор для обобщенной координаты β представим в виде:

$$\ddot{\varphi} \left\langle n\{M_b[l_0 x_C \cos \beta + R_{dr} x_C \cos(\gamma + \beta)] + J_{O_2}^b\} + \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} J_O^{ds} \right\rangle +$$

$$+ \ddot{\gamma} \left\langle n\{M_b l_0 x_C \cos \beta + J_{O_2}^b\} + \frac{\partial \Psi}{\partial \gamma} \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} J_O^{ds} \right\rangle + \ddot{\beta} \left\langle n J_{O_2}^b + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \beta} \right)^2 J_O^{ds} \right\rangle =$$

$$= n\langle M_{O_2}^a - M_b[(\dot{\varphi} + \dot{\gamma})^2 l_0 x_C \sin \beta + \dot{\varphi}^2 R_{dr} x_C \sin(\gamma + \beta)] \rangle -$$

$$- \left(\frac{\partial \dot{\Psi}}{\partial \gamma} \dot{\gamma} + \frac{\partial \dot{\Psi}}{\partial \beta} \dot{\beta} \right) \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} J_O^{ds} \quad (6)$$

На втором этапе при наворачивании тросов на внутренний барабан их длина изменяется по закону $l = l_0 - R_{dr} \alpha$.

Как и для первого этапа запишем выражение кинетической энергии первой лопасти. Радиус-вектор ее центра инерции в системе координат OXY равен:

$$\mathbf{r}_c^l = [R_{dr} \cos \alpha - l \sin \alpha - x_C(\alpha + \beta)]\mathbf{i} + [R_{dr} \sin \alpha + l \cos \alpha + x_C \cos(\alpha + \beta)]\mathbf{j}$$

Тогда

$$\mathbf{V}_C = -[\dot{\varphi} R_{dr} \sin \alpha + (\dot{\varphi} + \dot{\alpha})l \cos \alpha + (\dot{\varphi} + \dot{\alpha} + \dot{\beta})x_C \cos(\alpha + \beta)]\mathbf{i} +$$

$$+ [\dot{\varphi} R_{dr} \cos \alpha - (\dot{\varphi} + \dot{\alpha})l \sin \alpha - (\dot{\varphi} + \dot{\alpha} + \dot{\beta})x_C \sin(\alpha + \beta)]\mathbf{j}$$

Следовательно, кинетическая энергия движения лопасти имеют вид

$$T_b = \frac{1}{2} M_b [\dot{\varphi}^2 R_{dr}^2 + (\dot{\varphi} + \dot{\alpha})^2 l^2 + 2(\dot{\varphi} + \dot{\alpha})(\dot{\varphi} + \dot{\alpha} + \dot{\beta})l x_C \cos \beta -$$

$$- 2\dot{\varphi}(\dot{\varphi} + \dot{\alpha} + \dot{\beta})R_{dr} x_C \sin \beta] + \frac{1}{2} (\dot{\varphi} + \dot{\alpha} + \dot{\beta})^2 J_{O_2}^b$$

На втором этапе угол поворота дискового крыла относительно барабана равен

$$\psi = \arcsin \left[\frac{R_{dr} \sin \alpha + l \cos \alpha + h \cos(\alpha + \beta)}{R_{ds}} \right]$$

$$h = R_{dr} \sin \beta - l \cos \beta + \sqrt{R_{ds}^2 - (l \sin \beta + R_{dr} \cos \beta)^2}$$

Полное выражение кинетической энергии на втором этапе уборки будет

$$T = \frac{1}{2} n\langle M_b[\dot{\varphi}^2 R_{dr}^2 + (\dot{\varphi} + \dot{\alpha})^2 l^2 + 2(\dot{\varphi} + \dot{\alpha})(\dot{\varphi} + \dot{\alpha} + \dot{\beta})l x_C \cos \beta -$$

$$- 2\dot{\varphi}(\dot{\varphi} + \dot{\alpha} + \dot{\beta})R_{dr} x_C \sin \beta] + (\dot{\varphi} + \dot{\alpha} + \dot{\beta})^2 J_{O_2}^b \rangle + \frac{1}{2} (\dot{\varphi} + \dot{\psi})^2 J_O^{ds} + \frac{1}{2} \dot{\varphi}^2 J_O^{dr}$$

Элементарная работа внешних сил на виртуальных перемещениях роторной системы, согласно предположению (4), равна

$$\delta W = (nM_O^a - M_{break})\delta\varphi + nM_{O_1}^a \delta\alpha + nM_{O_2}^a \delta\beta$$

Следовательно, обобщенные силы, отнесенные к обобщенным координатам φ , α и β , таковы: $Q_\varphi = nM_O^a - M_{break}$, $Q_\alpha = nM_{O_1}^a$, $Q_\beta = nM_{O_2}^a$.

Для второго этапа эйлеров оператор от T по ϕ имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 & \ddot{\phi} \langle n \{ M_b [R_{dr}^2 + l^2 + 2l x_C \cos \beta - 2R_{dr} x_C \sin \beta] + J_{O2}^b \} + J_O^{dr} + J_O^{ds} \rangle + \\
 & + \ddot{\alpha} \left\langle n \{ M_b [l^2 + 2l x_C \cos \beta - R_{dr} x_C \sin \beta] + J_{O2}^b \} + \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha} J_O^{ds} \right\rangle + \\
 & + \ddot{\beta} \left\langle n \{ M_b x_C [l \cos \beta - R_{dr} \sin \beta] + J_{O2}^b \} + \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} J_O^{ds} \right\rangle = \\
 & = n \langle M_O^a + M_b [\dot{\beta} (2\dot{\phi} + 2\dot{\alpha} + \dot{\beta}) l x_C \sin \beta + 2(\dot{\phi} + \dot{\alpha}) \dot{\alpha} R_{dr} l + \\
 & + (2\dot{\phi}\dot{\beta} + 2\dot{\alpha}\dot{\beta} + \dot{\beta}^2 + 2\dot{\phi}\dot{\alpha} + 2\dot{\alpha}^2) R_{dr} x_C \cos \beta] \rangle - \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \alpha} \dot{\alpha} + \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} \dot{\beta} \right) J_O^{ds} - M_{break} \quad (7)
 \end{aligned}$$

Составим дифференциальное уравнение Лагранжа 2-го рода для обобщенной координаты α :

$$\begin{aligned}
 & \ddot{\phi} \left\langle n \{ M_b [l^2 + 2l x_C \cos \beta - R_{dr} x_C \sin \beta] + J_{O2}^b \} + \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha} J_O^{ds} \right\rangle + \\
 & + \ddot{\alpha} \left\langle n \{ M_b [l^2 + 2l x_C \cos \beta] + J_{O2}^b \} + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \alpha} \right)^2 J_O^{ds} \right\rangle + \\
 & + \ddot{\beta} \left\langle n \{ M_b l x_C \cos \beta + J_{O2}^b \} + \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha} J_O^{ds} \right\rangle = \\
 & = n \langle M_{O1}^a - M_b [(\dot{\phi}^2 - \dot{\alpha}^2) R_{dr} l - \dot{\beta} (2\dot{\phi} + 2\dot{\alpha} + \dot{\beta}) l x_C \sin \beta + (\dot{\phi}^2 - \dot{\alpha}^2) R_{dr} x_C \cos \beta] \rangle - \\
 & - \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \alpha} \dot{\alpha} + \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} \dot{\beta} \right) \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha} J_O^{ds} \quad (8)
 \end{aligned}$$

Третий эйлеров оператор для второго этапа уборки (по обобщенной координате β) выглядит так:

$$\begin{aligned}
 & \ddot{\phi} \left\langle n \{ M_b [l x_C \cos \beta - R_{dr} x_C \sin \beta] + J_{O2}^b \} + \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} J_O^{ds} \right\rangle + \\
 & + \ddot{\alpha} \left\langle n \{ M_b l x_C \cos \beta + J_{O2}^b \} + \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha} \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} J_O^{ds} \right\rangle + \ddot{\beta} \left\langle n J_{O2}^b + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \beta} \right)^2 J_O^{ds} \right\rangle = \\
 & = n \langle M_{O2}^a - M_b [(\dot{\phi} + \dot{\alpha})^2 l x_C \sin \beta + (\dot{\phi}^2 - \dot{\alpha}^2) R_{dr} x_C \cos \beta] \rangle - \\
 & - \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \alpha} \dot{\alpha} + \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} \dot{\beta} \right) \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} J_O^{ds} \quad (9)
 \end{aligned}$$

Для определения сил аэродинамического сопротивления разбиваем лопасть на отдельные элементы, каждый из которых работает как крыло площадью $dF = b dx$, где b – хорда профиля, а dx – ширина элемента по размаху лопасти.

Скорость k -го расчетного сечения в проекциях на оси $O_2 x y$ для первого и второго этапов имеет вид, соответственно,

$$\begin{aligned}
 \mathbf{V}_k & = [\dot{\phi} R_{dr} \sin(\gamma + \beta) + (\dot{\phi} + \dot{\gamma}) l_0 \sin \beta] \mathbf{i}' + \\
 & + [\dot{\phi} R_{dr} \cos(\gamma + \beta) + (\dot{\phi} + \dot{\gamma}) l_0 \cos \beta + (\dot{\phi} + \dot{\gamma} + \dot{\beta}) x] \mathbf{j}' \quad (10)
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{V}_k = [\dot{\phi} R_{dr} \cos \beta + (\dot{\phi} + \dot{\alpha}) l \sin \beta] \mathbf{i}' + [-\dot{\phi} R_{dr} \sin \beta + (\dot{\phi} + \dot{\alpha}) l \cos \beta + (\dot{\phi} + \dot{\alpha} + \dot{\beta}) x] \mathbf{j}' \quad (11)$$

где \mathbf{i}' и \mathbf{j}' – единичные векторы осей $O_2 x y$.

Для находящегося в потоке элемента лопасти проекция погонной силы аэродинамического сопротивления на ось y вычисляется по формуле [5]:

$$t_y^a = -C_x b \rho V_x^2 / 2$$

Здесь V_x – проекция (10) и (11) на ось x , коэффициент C_x для каждого сечения определяется по полярам профиля NACA-23012 с учетом вязкости и сжимаемости набегающего потока.

Разработанная математическая модель определяет движение роторной системы лишь при условии, что тросы всегда натянуты. Поэтому для расчетов по уравнениям (4)–(6) и (7)–(9) необходимо соответствующее ограничение.

Для его записи воспользуемся принципом освобожденности от связей и рассмотрим движение лопасти под действием силы натяжения в тросе N , равнодействующей аэродинамических сил F^a , и равнодействующей реакции связи (1) – F^{ds} . Так как связь, накладываемая на лопасть фильерой, идеальная, то вектор F^{ds} перпендикулярен оси x .

Записав проекцию закона количеств движения центра инерции лопасти на эту ось, получим для первого и второго этапов, соответственно:

$$N_x = \frac{1}{\cos \beta} \langle F_x^a - M_b [-\dot{\varphi}^2 R_{dr} \cos(\gamma + \beta) + \ddot{\varphi} R_{dr} \sin(\gamma + \beta) - l_0 \cos \beta (\dot{\varphi} + \dot{\gamma})^2 + (\ddot{\varphi} + \ddot{\gamma}) l_0 \sin \beta - (\dot{\varphi} + \dot{\gamma} + \dot{\beta})^2 x_C] \rangle \quad (12)$$

$$N_x = \frac{1}{\cos \beta} \langle F_x^a - M_b [\ddot{\varphi} R_{dr} \cos \beta - (\dot{\varphi} + \dot{\alpha})^2 l \cos \beta + (\ddot{\varphi} + \ddot{\alpha}) l \sin \beta + (\dot{\varphi}^2 - \dot{\alpha}^2) R_{dr} \sin \beta - (\dot{\varphi} + \dot{\alpha} + \dot{\beta})^2 x_C] \rangle \quad (13)$$

Здесь F_x^a – проекция на ось O_2x главного вектора действующих на лопасть аэродинамических сил. Как только N_x становится равным нулю, вычисления должны быть прекращены.

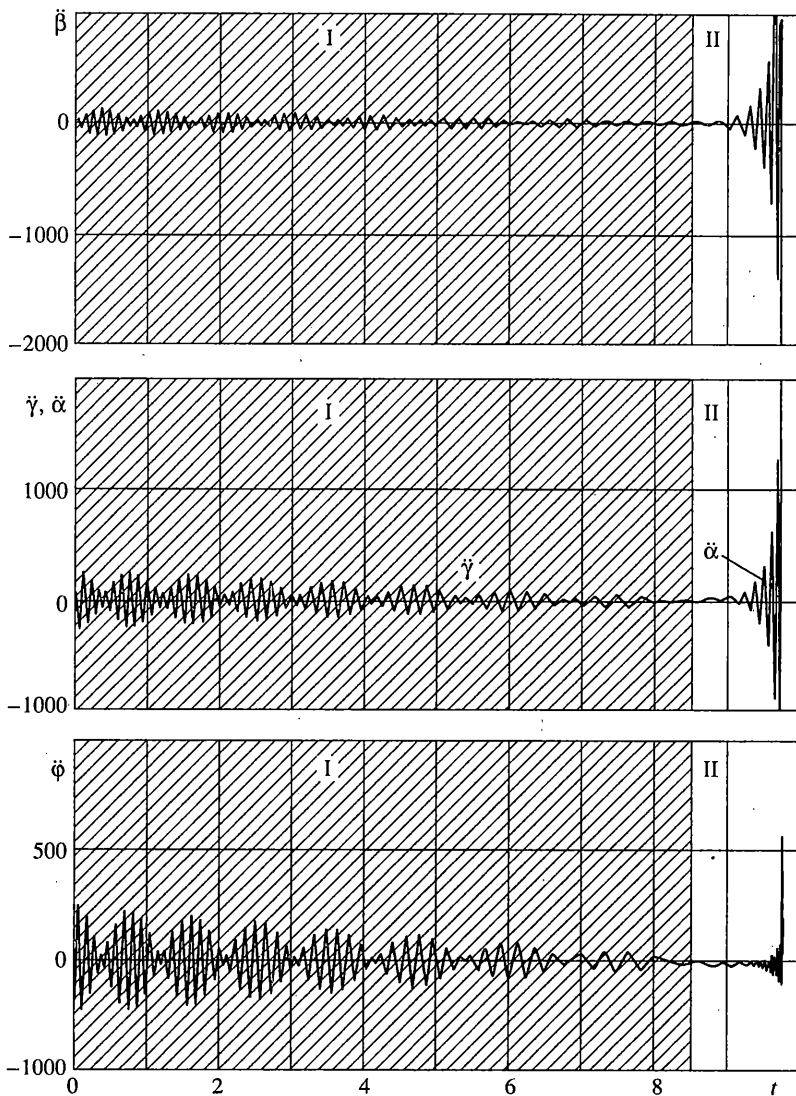
Решение систем дифференциальных уравнений (4)–(6) и (7)–(9) с учетом (12) и (13) определяет движение роторной системы на обоих этапах сворачивания. Численное интегрирование этих уравнений по времени производилось методом Рунге–Кутты, для дифференциальных уравнений второго порядка [6]. Этот метод требует на каждом временном интервале четырехкратного решения систем линейных уравнений (4)–(6) на первом этапе и (7)–(9) – на втором. Величина шага интегрирования контролировалась методом двойного счета [7].

На фиг. 3–4 показаны результаты численных расчетов, проведенных для следующих параметров: $m_w = 0.135$ кг, $L = 0.6$ м, $M_{brake} = 1.0$ Н · м, $m_b = 0.1$ кг, $\varphi_0 = 30$ рад/с, $R_{dr} = 0.05$ м, $l_0 = 0.45$ м, $J_O^{ds} = 0.118$ кг · м², $J_O^{dr} = 0.004$ кг · м², $R_{ds} = 0.602$ м, которые близки к характеристикам изготавливаемой в КГТУ модели роторной системы.

При уборке лопастей элементы роторной системы совершают колебательные движения, что сопровождается соответствующим изменением $\ddot{\gamma}$, $\ddot{\alpha}$, $\ddot{\beta}$ и $\ddot{\varphi}$ [рад/с²] (фиг. 3). При этом на первом этапе I ускорение $\ddot{\gamma}$ колеблется в противофазе $\dot{\varphi}$, а на втором этапе ускорение $\ddot{\alpha}$ – в противофазе $\dot{\beta}$ (время t [с]).

При воздействии аэродинамического сопротивления и торможения барабана кинетическая энергия роторной системы уменьшается, поэтому к началу второго этапа колебания $\dot{\varphi}$, $\dot{\gamma}$ и $\dot{\beta}$ становятся менее интенсивными: их амплитуды уменьшаются, а периоды растут.

Однако к концу второго этапа, при наворачивании тросов на барабан, вновь значительно увеличиваются амплитуды и уменьшаются периоды $\dot{\varphi}$, $\dot{\alpha}$ и $\dot{\beta}$, причем



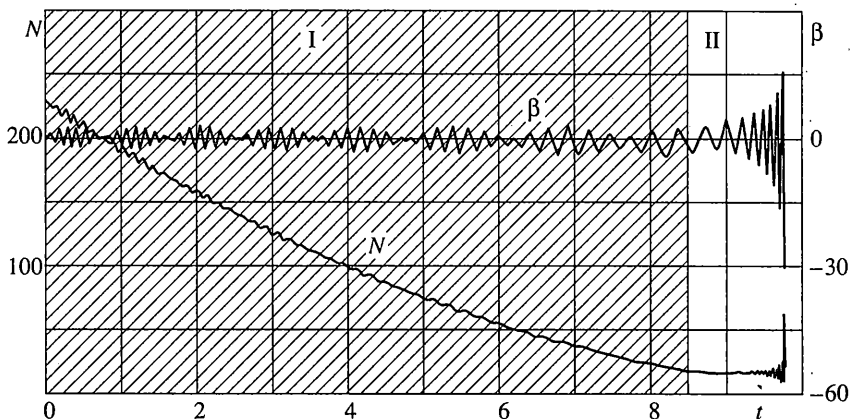
Фиг. 3

$\lim \ddot{\alpha} = \infty$, а $\lim \ddot{\beta} = -\infty$ при $\alpha \rightarrow l_0 / R_{dr}$. Как видно на фиг. 4 это сопровождается мгновенными (ударными) изменениями натяжения в тросах. Это явление имеет место по причине потери роторной системой при $\alpha = l_0 / R_{dr}$ степени свободы, соответствующей обобщенной координате α .

На каждом временном интервале дифференциальные уравнения (7), (8) и (9), можно представить системой трех линейных уравнений с неизвестными $\ddot{\phi}$, $\ddot{\alpha}$ и $\ddot{\beta}$: $a_{i1}\ddot{\phi} + a_{i2}\ddot{\alpha} + a_{i3}\ddot{\beta} = b$ ($i = 1, 2, 3$), где коэффициенты a_{ij} которой образуют симметричную матрицу

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{vmatrix}$$

(14)



Фиг. 4

Система дифференциальных уравнений (7), (8) и (9) имеет единственное решение, если ранг матрицы (14) равен трем [6]. Однако, нетрудно заметить, что при $\alpha = l_0/R_{dr}$ вторая и третья строки матрицы (14) линейно зависимы и данная система уравнений не имеет решения.

При уборке лопастей функции $\ddot{\varphi} = f(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta})$, $\ddot{\alpha} = g(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta})$ и $\ddot{\beta} = m(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta})$ определены для всех значений $\alpha < l_0/R_{dr}$, за исключением точки $\alpha = l_0/R_{dr}$. При $d = l_0/R_{dr}$ роторная система обладает уже не тремя, а двумя степенями свободы, соответствующими углам φ и β . Для описания ее дальнейшего движения необходимо только два дифференциальных уравнения, поэтому, исследуя уборку лопастей в данной роторной системе, интегрирование системы дифференциальных уравнений (7), (8) и (9) необходимо заканчивать при $(l_0/R_{dr} - \alpha) < \epsilon$.

Как показано на фиг. 4, по окончании второго этапа сворачивания угол $\beta < 0$, при этом концевые грузы лопастей не касаются дискового крыла. В реальной конструкции уборка лопастей закончится при пристыковке концевых грузов к диску. Следовательно, для завершения уборки, необходимо рассмотрение третьего этапа, на котором роторная система имеет две степени свободы φ и β и где $\beta \rightarrow 0$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Павлов В.А., Павлов В.В. Крыло самолета Павловых // Патент 2101215, МКИ В64С27/18.
2. Павлов В.А., Привалов Л.В., Рыбаков В.А. Несущий винт летательного аппарата с гибкими убирающимися лопастями // Патент 2005655 СССР, МКИ В64С11/20.
3. Бутенин Н.В., Луцк Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики. Т. 2. Динамика. М.: Наука, 1985. 496 с.
4. Лурье А.И. Аналитическая механика. М.: Физматгиз, 1961. 824 с.

5. *Пейн П.Р.* Динамика и аэродинамика вертолета. М.: Оборонгиз, 1963. 492 с.
6. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1978. 832 с.
7. *Левшиц В.М., Литвин Б.Ф.* Приближенные вычисления и программирование на ЭВМ "Наири-2". Л.: Машиностроение, 1977. 240 с.

Казань

Поступила в редакцию
1.12.1998

Зав. редакцией *В.М. Кутьрева*

Технический редактор *В.М. Пахомова*

Сдано в набор 05.02.2001	Подписано к печати 27.03.2001	Формат бумаги 70×100 ¹ / ₁₆		
Офсетная печать.	Усл.печ.л. 16,9	Усл.кр.-отт. 5,8 тыс.	Уч.-изд.л. 18,7	Бум.л. 6,5
	Тираж 340 экз.	Зак. 2014		

Свидетельство о регистрации № 0110261 от 08.02.93 г.
в Министерстве печати и информации Российской Федерации
Учредители: Российская академия наук, Отделение проблем машиностроения,
механики и процессов управления,
Общество с ограниченной ответственностью «Журналы по механике»

Адрес издателя: 117997, Москва, Профсоюзная ул., 90
Адрес редакции: 117526 Москва, проспект Вернадского, д. 101. Тел. 434-35-38
Отпечатано в ППП "Типография "Наука", 121099, Москва, Г-99, Шубинский пер., 6