

УДК 539.375

© 2001 г. **ЕВТУШЕНКО А.А., ИВАНИК Е.Г., МАТЫСЯК С.И.**

ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ ЛАЗЕРНОГО ТЕРМОРАСКАЛЫВАНИЯ

Метод управляемого лазерного термораскалывания получил теоретическое обоснование в работах [1–4] и других. Расчетная схема метода такова: определяется температурное поле, возникающее в результате облучения поверхности тела лазерным тепловым потоком; из условия превышения градиентом температур значения термостойкости материала определяются оптимальные параметры процесса лазерного термораскалывания, такие, например, как расстояние от границы лазерного пятна до фронта охлаждения и т.п.

В данной работе предлагается подход к расчету параметров лазерного термораскалывания, использующий некоторые критериальные уравнения механики хрупкого разрушения. С этой целью, помимо нестационарного распределения температуры, определено квазистатическое термонапряженное состояние полуграниченного тела, нагреваемого в круговой области граничной поверхности тепловым потоком с нормальным (гауссовым) распределением мощности.

Постановка пространственной осесимметричной задачи о нагреве полубесконечного тела имеет вид [2]:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial T}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2} = \frac{\partial T}{\partial Fo}, \quad 0 \leq \rho < \infty, \quad 0 \leq Z < \infty, \quad Fo > 0 \quad (1)$$

$$T(\rho, Z, 0) = 0, \quad 0 \leq \rho < \infty, \quad 0 \leq Z < \infty \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial Z} = -\Lambda e^{-\rho^2} + Bi T, \quad \rho \geq 0, \quad Z = 0 \quad (3)$$

$$T(\infty, Z, Fo) = T(\rho, \infty, Fo) = 0, \quad Fo > 0 \quad (4)$$

$$\rho = \frac{r}{a}, \quad Z = \frac{z}{a}, \quad Fo = \frac{kt}{a^2}, \quad Bi = \frac{ha}{K}, \quad \Lambda = \frac{qa}{K} \quad (5)$$

где T температура, r, z – радиальная и осевая составляющие цилиндрической системы координат с началом в центре пятна нагрева радиуса a , t – время, q – максимальная плотность теплового потока, K, k и h – соответственно коэффициенты теплопроводности, температуропроводности и поверхностной теплоотдачи.

Решение краевой задачи теплопроводности (1)–(4) получено в работе [5] методом функций Грина. Иное представление этого решения построим путем последовательного применения интегрального преобразования Ганкеля нулевого порядка по переменной ρ и преобразования Фурье с обобщенным тригонометрическим ядром [6] по переменной Z . В результате получаем

$$T(\rho, Z, Fo) = \Lambda \int_0^\infty \xi \varphi(\xi) \Phi_0(\xi, Z, Fo) J_0(\xi \rho) d\xi \quad (6)$$

$$\varphi(\xi) = \int_0^{\infty} \rho e^{-\rho^2} J_0(\xi\rho) d\rho = \frac{1}{2} e^{-\xi^2/4}$$

$$\Phi_0(\xi, Z, Fo) = \frac{1}{2} \left[\frac{e^{-\xi Z}}{Bi + \xi} \operatorname{erfc} \left(\frac{Z}{2\sqrt{Fo}} - \xi\sqrt{Fo} \right) + \frac{e^{-\xi Z}}{Bi - \xi} \operatorname{erfc} \left(\frac{Z}{2\sqrt{Fo}} + \xi\sqrt{Fo} \right) \right] -$$

$$- \frac{Bi e^{Bi Z}}{Bi^2 - \xi^2} e^{(Bi^2 - \xi^2) Fo} \operatorname{erfc} \left(\frac{Z}{2\sqrt{Fo}} + Bi\sqrt{Fo} \right), \quad \operatorname{erfc}(\cdot) = 1 - \operatorname{erf}(\cdot)$$

где $\operatorname{erf}(\cdot)$ – интеграл вероятностей, $J_n(\cdot)$ – функция Бесселя первого рода порядка n .

Температуру предельного (стационарного) состояния, достигаемую при $Fo \rightarrow \infty$ в центре кругового источника теплоты на поверхности $Z = 0$ полупространства, получаем из (6) в виде

$$T_{\max}(0, 0, \infty) = \frac{\Lambda\sqrt{\pi}}{2} - \frac{\Lambda Bi}{2} \int_0^{\infty} \frac{e^{-\xi^2/4}}{Bi + \xi} d\xi \quad (7)$$

Полагая в соотношении (7) дополнительно $Bi = 0$, находим выражение для максимальной температуры установившегося состояния при отсутствии теплообмена [7]:

$$T_{\max}(0, 0, \infty) = \sqrt{\pi}/2\Lambda = 0,8862\Lambda \quad (8)$$

Квазистатические температурные напряжения, соответствующие нестационарному температурному полю (6), находим из решения системы уравнений термоупругости в перемещениях для полупространства со свободной от внешней нагрузки граничной поверхностью [8]. Имеем

$$\sigma_{ij} = C\sigma_{ij}^*, \quad \sigma_{ij}^* = \int_0^{\infty} \varphi(\xi) S_{ij}^*(\xi, \rho, Z, Fo) d\xi - T^* \varepsilon_{ij} \quad (9)$$

$$S_{rr}(\xi, \rho, Z, Fo) = \Phi_1(\xi, Z, Fo) \left[\frac{\xi^2}{\rho} J_1(\xi\rho) - \xi^3 J_0(\xi\rho) \right] - \xi^2 e^{-\xi Z} \left\{ [(1 - \xi Z)\xi\Phi_1(\xi, 0, Fo) + \right.$$

$$+ (2 - \xi Z)\Phi_2(\xi, 0, Fo)] J_0(\xi\rho) + [(2\nu - 1 + \xi Z)\xi\Phi_1(\xi, 0, Fo) +$$

$$\left. + (2\nu - 2 + \xi Z)\Phi_2(\xi, 0, Fo)] \frac{J_1(\xi\rho)}{\xi\rho} \right\}$$

$$S_{\theta\theta}(\xi, \rho, Z, Fo) = -\Phi_1(\xi, Z, Fo) \frac{\xi^2}{\rho} J_1(\xi\rho) - \xi^2 e^{-\xi Z} \left\{ [2\nu\xi\Phi_1(\xi, 0, Fo) + \right.$$

$$\left. + 2\nu\Phi_2(\xi, 0, Fo)] J_0(\xi\rho) - [(2\nu - 1 + \xi Z)\xi\Phi_1(\xi, 0, Fo) + (2\nu - 2 + \xi Z)\Phi_2(\xi, 0, Fo)] \frac{J_1(\xi\rho)}{\xi\rho} \right\}$$

$$S_{zz}(\xi, \rho, Z, Fo) = \{\xi\Phi_1(\xi, Z, Fo) - e^{-\xi Z} [(1 + \xi Z)\xi\Phi_1(\xi, 0, Fo) + \xi Z\Phi_2(\xi, 0, Fo)]\} \xi^2 J_0(\xi\rho)$$

$$S_{rz}(\xi, \rho, Z, Fo) = \{-\Phi_2(\xi, Z, Fo) + e^{-\xi Z} [-\xi^2 Z\Phi_1(\xi, 0, Fo) + (1 - \xi Z)\Phi_2(\xi, 0, Fo)]\} \xi^2 J_1(\xi\rho)$$

$$\Phi_1(\xi, Z, Fo) = \frac{1}{Bi^2 - \xi^2} \left\{ \left(BiFo + \frac{Z}{2} + \frac{Bi}{Bi^2 - \xi^2} \right) G^+(\xi, Z, Fo) - \right.$$

$$\left. - \left[\xi Fo + \frac{Bi Z}{2\xi} - \frac{1}{2\xi} + \frac{Bi^2}{\xi(Bi^2 - \xi^2)} \right] G^-(\xi, Z, Fo) - \sqrt{\frac{Fo}{\pi}} \exp \left[- \left(\xi^2 Fo + \frac{Z^2}{4Fo} \right) \right] \right\} -$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{\text{Bi} e^{\text{Bi} Z}}{\text{Bi}^2 - \xi^2} \exp[(\text{Bi}^2 - \xi^2) \text{Fo}] \operatorname{erfc}\left(\frac{Z}{2\sqrt{\text{Fo}}} + \text{Bi} \sqrt{\text{Fo}}\right) \\
G^\pm(\xi, Z, \text{Fo}) &= \frac{1}{2} \left[e^{-\xi Z} \operatorname{erfc}\left(\frac{Z}{2\sqrt{\text{Fo}}} - \xi \sqrt{\text{Fo}}\right) \pm e^{\xi Z} \operatorname{erfc}\left(\frac{Z}{2\sqrt{\text{Fo}}} + \xi \sqrt{\text{Fo}}\right) \right] \\
\Phi_2(\xi, Z, \text{Fo}) &= \frac{\partial}{\partial Z} \Phi_1(\xi, Z, \text{Fo}) = \frac{1}{\text{Bi}^2 - \xi^2} \left[\left(\xi^2 \text{Fo} + \frac{\text{Bi} Z}{2} + \frac{\text{Bi}^2}{\text{Bi}^2 - \xi^2} \right) G^+(\xi, Z, \text{Fo}) - \right. \\
& - \left. \left(\xi \text{Bi} \text{Fo} + \frac{\text{Bi}}{2\xi} - \frac{\xi Z}{2} + \frac{\xi \text{Bi}}{\text{Bi}^2 - \xi^2} \right) G^-(\xi, Z, \text{Fo}) - \text{Bi} \sqrt{\frac{\text{Fo}}{\pi}} \exp\left[-\left(\xi^2 \text{Fo} + \frac{Z^2}{4\text{Fo}}\right)\right] \right] - \\
& - \frac{\text{Bi}^2 e^{\text{Bi} Z}}{\text{Bi}^2 - \xi^2} \exp[(\text{Bi}^2 - \xi^2) \text{Fo}] \operatorname{erfc}\left(\frac{Z}{2\sqrt{\text{Fo}}} + \text{Bi} \sqrt{\text{Fo}}\right) \\
\varepsilon_{ij} &= \begin{cases} 1 & \text{если } i = j = r \text{ или } \theta \\ 0 & \text{если } i = j = z \text{ или } i = r, j = z \end{cases} \\
T^* &= T / \Lambda, \quad C = 2\mu\beta_r \Lambda, \quad \beta_r = \alpha(1 + \nu) / (1 - \nu) \tag{10}
\end{aligned}$$

где α – коэффициент температурного расширения, ν – коэффициент Пуассона, μ – модуль сдвига.

В результате действия температурного поля (6) и термонапряжений (9) в теле может происходить возникновение и рост межзеренных трещин и, как следствие, его разрушение. Для описания этих явлений воспользуемся теориями хрупкого разрушения Гриффитса [9] и МакКлинтока – Вэлша [10].

Нормальное напряжение, действующее на берегу предполагаемого разреза, определяется по формуле [11] $\sigma_n = \frac{1}{2}[(\sigma_1 + \sigma_3) + (\sigma_1 - \sigma_3)\cos(2\psi)]$, где σ_1 и σ_3 – наибольшее и наименьшее главные напряжения (растягивающие напряжения считаем положительными), $\psi = 0.5 \operatorname{arctg}(1/f)$ – угол ориентации трещины, измеряемый против часовой стрелки от направления действия σ_3 , f – поверхностный коэффициент трения.

Если нормальное напряжение на берегу трещины приводит к ее раскрытию ($\sigma_n < 0$), то хрупкое разрушение тела может быть определено в соответствии с оригинальным и модифицированным критериями Гриффитса [9]. Согласно первому из них, при выполнении дополнительного условия $3\sigma_1 + \sigma_3 > 0$ разрушение в данной точке тела начнется, когда

$$\sigma_1 = \sigma_T \tag{11}$$

где σ_T – прочность материала при одноосном растяжении. Под разрушением здесь подразумевается рост трещины в плоскости, перпендикулярной к направлению наибольшего главного напряжения σ_1 . Если же напряженное состояние в точке тела таково, что $3\sigma_1 + \sigma_3 < 0$, то начало разрушения возможно при выполнении равенства

$$-(\sigma_1 + \sigma_3)^{-1}(\sigma_1 - \sigma_3)^2 = 8\sigma_T \tag{12}$$

(условие сдвигового (касательного) разрушения). В этом случае рост трещины происходит в плоскости, отстоящей от направления действия максимального главного напряжения σ_1 на угол θ , определяемый из уравнения $\cos(2\theta) = 0.5(\sigma_1 + \sigma_3)^{-1}(\sigma_1 - \sigma_3)$.

Разрушение от сжимающих напряжений ($\sigma_n > 0$) начнется при выполнении условия [9]:

$$\sigma_3 - \sigma_1 [(\sqrt{1 + f^2} + f) / (\sqrt{1 + f^2} - f)] = \sigma_c \tag{13}$$

(σ_c – прочность материала на сжатие) и происходит в направлении, совпадающем с направлением действия наибольшего главного напряжения.

Отметим, что изложенные теории определяют возможность начала роста одной единственной трещины и не предсказывают глобального разрушения образца. Однако, можно ожидать, что в твердых кристаллических телах всегда существует определенное количество микротрещин. Сливаясь, эти микродефекты вызывают макроскопическое разрушение, описываемое теориями Гриффитса.

На фиг. 1 показаны переходные процессы изменения безразмерной температуры T^* (10) в точках поверхности $Z = 0$ с различными значениями радиальной координаты и фиксированном значении $Bi = 1$. В точках, более близких к области нагрева, переходный процесс оказался менее длительным. При $Fo = 1$ температура в центре ($\rho = 0$) составляет $\cong 92\%$, а в точке $\rho = 2$ – всего лишь $\cong 50\%$ стационарного значения (7). Вблизи пятна нагрева быстро устанавливается резкий градиент температуры (при $Fo \cong 0.1$), тогда как в области $\rho \geq 2$ температура сохраняется почти на нулевом уровне. По мере достижения стационарного состояния вблизи области нагрева уровень температурных градиентов уменьшается. Так, значение отношения $T^*(\rho = 0)/T^*(\rho = 2)$ в моменты времени $Fo = 0.1, 0.5, 1.2$ равно соответственно 36.2, 17.8, 13.3, 10.9.

При анализе порядков величин можно считать, что значение $Fo \cong 2$ почти точно соответствует стационарному состоянию (7) вблизи пятна нагрева для $Bi = 1$. Для рассматриваемых материалов $k \cong 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$, так что при $a = 0.1 \text{ мкм}$ и 1 мкм характерные времена переходного процесса составляют соответственно 0.02 мс и 2 мс.

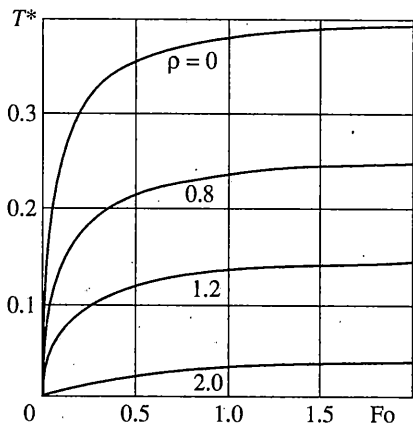
На фиг. 2 показаны распределения нестационарной поверхностной температуры T^* вдоль радиуса при $Bi = 1$ для четырех различных значений числа Фурье. Здесь проявляются те же свойства переходных процессов, что и на фиг. 1.

Распределения температуры T^* под поверхностью вдоль оси $\rho = 0$ при $Bi = 1$ приведены на фиг. 3. Виден крутой подъем профиля температуры вблизи поверхности, где градиент $\partial T^*/\partial Z$ достигает своего максимального по модулю значения. Ввиду различий в геометрии и граничных условиях, распределения температуры в направлениях ρ и Z на фиг. 2, 3 оказались различными. Однако, вследствие малости размеров области нагрева по сравнению с остальными размерами тела, значения температуры в точках оси $\rho = 0$ и точках поверхности $Z = 0$ с одинаковыми значениями глубины и радиуса оказываются близкими, особенно вдали от круга нагрева (при $\rho > 2$ и $Z > 2$).

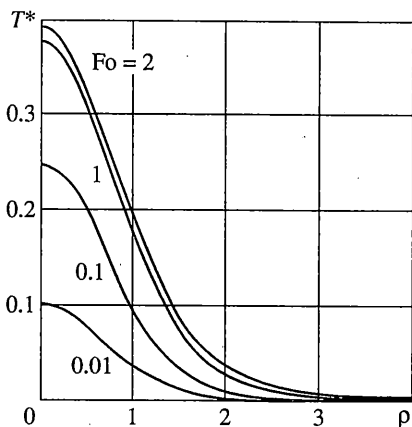
На фиг. 4 показаны графики зависимостей T^* в центре круга нагрева от числа Био для нескольких значений числа Фурье. В начальные моменты нагревания ($Fo \cong 0.1$) скорость убывания температуры постоянна при увеличении Bi . Температура, близкая к стационарному состоянию, быстро падает при $Bi \rightarrow 2$. При отсутствии теплоотдачи ($Bi = 0$) стационарная температура ($Fo = 100$) равна 0.886, как и должно быть в соответствии с формулой (8).

Следует также отметить, что точность определения температуры непосредственно зависит от точности определения коэффициента теплообмена h . Эта проблема требует самостоятельного исследования из-за сложного и нерегулярного характера охлаждения при лазерном нагреве. В [2] для установившейся температуры поверхности тела найдена связь между величинами h, K и a при условии, что конвективная теплоотдача понижает максимальную температуру тела не более чем на 10%. Получена оценка $h \cong 0.02 \text{ К/а}$.

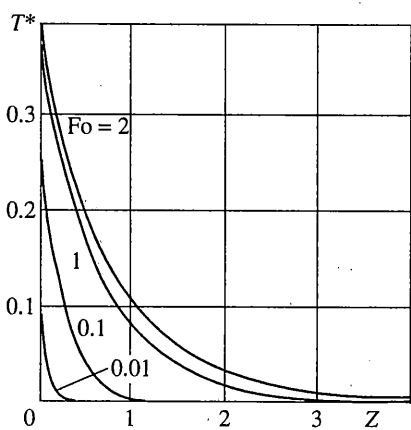
Изменение наибольшего $\sigma_1^* = \sigma_1 / C$ и наименьшего $\sigma_3^* = \sigma_3 / C$ безразмерных главных напряжений по глубине вдоль осей $\rho = 0, 0.8, 1.2, 2$ при $Fo = 0.1, Bi = 1, f = 0.9$ показано на фиг. 5, 6 соответственно. Видно, что главное напряжение σ_1^* положительно (растягивающее) при $Z > 0$ и достигает максимального значения вблизи поверхности полупространства при $Z \cong 1$. Напряжение σ_3^* отрицательно при $0 < Z \leq 0.4$ и становится положительным при $Z > 0.4$, быстро убывая к нулю.



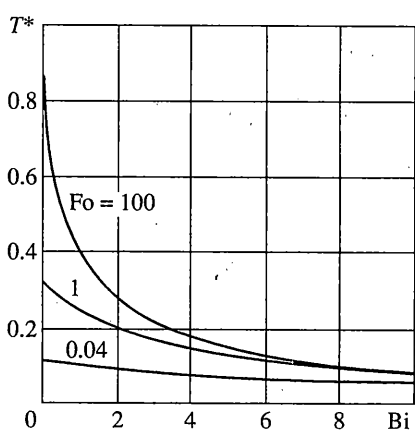
Фиг. 1



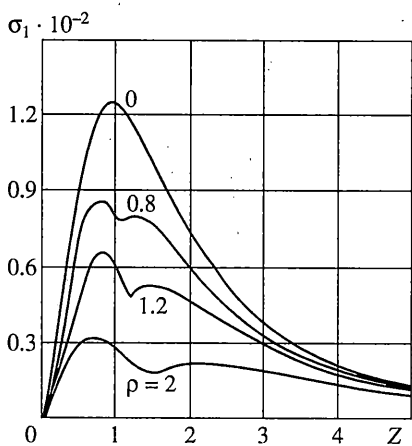
Фиг. 2



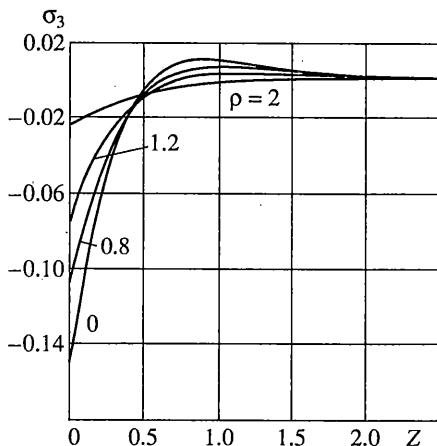
Фиг. 3



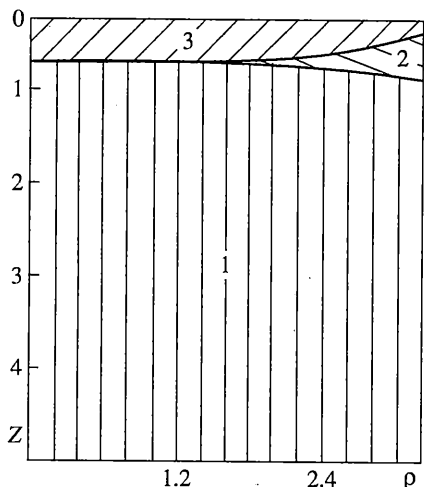
Фиг. 4



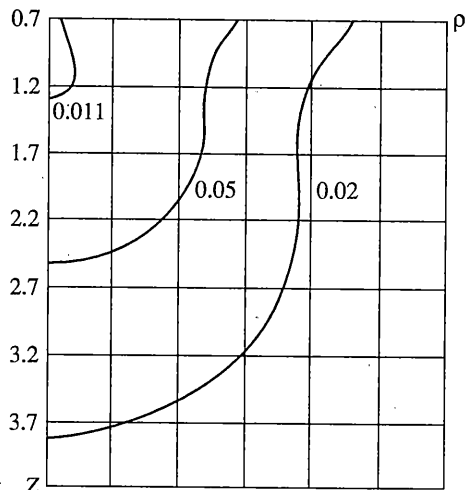
Фиг. 5



Фиг. 6



Фиг. 7



Фиг. 8

В результате подстановки значений σ_1^* и σ_3^* в критериальные уравнения (11)–(13) в области $0 \leq \rho \leq 3$, $0 \leq Z \leq 5$ при $Bi = 1$, $Fo = 0.1$ можно выделить три зоны напряженного состояния, обусловленные лазерным нагревом (фиг. 7).

В области (обозначена цифрой 3), непосредственно ниже поверхности нагрева $0 \leq Z \leq 0.4$, напряженное состояние таково, что для предсказания сжимающего разрушения используется условие МакКлинтока – Вэлша (13). Область сдвигающих напряжений (зона 2) начинается на глубине, где термонапряжения приводят к раскрытию трещин ($\sigma_n < 0$). В этом регионе удовлетворяется условие $3\sigma_1 + \sigma_3 < 0$ и для предсказания начала разрушения используется модифицированный критерий Гриффитса (12). Глубина проникновения области сдвигающих напряжений не превышает в среднем $Z = 0.7$. Ниже этой границы лежит область растягивающих напряжений, где для предсказания начала раскалывания используется критерий Гриффитса (11).

Для проведения численного эксперимента выбрано три вида горных пород: граниты, кварциты и габбро. Механические и теплофизические свойства этих материалов по данным работы [12] приведены в таблице. Здесь же представлены значения постоянных Λ (5) и C (10) для $q = 10^8$ Вт/м², $a = 10^{-4}$ м. Для данных материалов характерно значительное превышение прочности на сжатие σ_c над прочностью на растяжение σ_T . Следовательно, разрушение этих пород возможно в зоне 1 (фиг. 7), где согласно уравнению (11) максимальное главное напряжение σ_1 равно прочности материала на растяжение σ_T . Принимая во внимание соотношения (9), равенство (11) в безразмерном виде представим как

$$\sigma_1^* = \sigma_T / C \quad (14)$$

Значения правой части уравнения (14) для рассматриваемых материалов даны в таблице.

Совокупность точек в плоскости ρZ , где выполняется критерий Гриффитса (14), образует непрерывную кривую равных напряжений (изолинии). На фиг. 8 показано изолинии 0.002 для кварцитов, 0.005 для гранитов и 0.011 для габбро ($Fo = 0.1$, $Bi = 1$).

Поскольку увеличение трещины в области 1 происходит в направлении, перпендикулярном к направлению действия наибольшего главного напряжения, то указанные изолинии, нормальные в каждой точке к направлению действия σ_1 , пред-

	σ_T МПа	σ_c МПа	μ ГПа	ν	K [Вт/(м·К)]
Граниты	9.0	205	28	0.23	4.07
Кварциты	13.5	190	36	0.16	4.21
Габбро	16.0	162	34	0.24	3.67

	$k \times 10^{-6}$ [м ² /с]	$a \times 10^{-6}$ [К ⁻¹]	$\Lambda \times 10^4$ [К ¹]	C [ГПа]	$\frac{\sigma_T}{C} \times 10^{-3}$
Граниты	0.505	7.7	0.246	1.69	5.319
Кварциты	2.467	24.2	0.237	5.70	2.367
Габбро	0.458	4.7	0.272	1.42	11.28

ставляют собой индуцированные траектории разрушения. Более того, поскольку величина главного напряжения σ_1 убывает с ростом Z , то эти изолинии дают предельную глубину, где возможно термораскалывание.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рыкалин Н.Н., Углов А.А., Кокора А.Н. Лазерная обработка материалов. М.: Машиностроение, 1975. 296 с.
2. Рыкалин Н.Н., Углов А.А., Зуев И.В., Кокора А.Н. Лазерная и электроннолучевая обработка материалов: Справочник. М.: Машиностроение, 1985. 495 с.
3. Кондратенко В.С., Сердюков А.Н. Расчет температурных полей при лазерном управляемом термораскалывании // Электронная техника. Сер. 11. Лазерная техника и оптоэлектроника. 1984. № 5. С. 62–66.
4. Nessim Y.I., Lietoil A., Gold R.B., Gibbons J.F. Temperature distributions produced in semiconductors by a scanning elliptical or circular CW laser beam // J. Appl. Phys. 1980. V. 51. № 1. P. 274–279.
5. Макаров Н.И., Рыкалин Н.Н., Углов А.А. О выборе схемы расчета температурного поля пластин при сварке световым потоком лазера // Физика и химия обработки материалов. 1967. № 3. С. 9–15.
6. Sneddon N.I. The use of integral transforms. New York: McGraw-Hill, 1972. 539 p.
7. Duley W.W. CO₂ Lasers: Effects and applications. New York: Acad Press, 1976. 427 p.
8. Паркус Г. Неустановившиеся температурные напряжения. М.: Физматгиз, 1963. 251 с.
9. Griffith A.A. The theory of rupture // Proc. 1st Intern. Congr. of Appl. Mech. Delft, 1924. (Delft. Waltmar) 1926. P. 55–63.
10. McClintock F.A., Walsh J.B. Friction on Griffith cracks in rock under pressure // Proc. 4 th U.S. Nat. Congr. Appl. Mech. Berkeley. 1962. V. 2. P. 1015–1021.
11. Тимошенко С.П., Гудьер Д.Ж. Теория упругости. М.: Наука, 1975. 575 с.
12. Протодьяконов М.М., Тедер Р.И., Ильницкая Е.И. и др. Распределение и корреляция показателей физических свойств горных пород: Справочное пособие. М.: Недра, 1981. 190 с.

Львов, Варшава

Поступила в редакцию
21.01.1997