МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 1 • 2001

УДК 539.374

© 2001 г. А.Г. ГОРШКОВ, Э.И. СТАРОВОЙТОВ, А.В. ЯРОВАЯ

ЦИКЛИЧЕСКИЕ НАГРУЖЕНИЯ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ТЕЛ В НЕЙТРОННОМ ПОТОКЕ

Рассмотрено влияние нейтронного облучения на упругопластическое деформирование элементов конструкций при циклическом силовом воздействии. На основе экспериментальных данных предложена формула радиационного упрочнения. Доказан аналог теоремы о переменных нагружениях. Приведено численное решение краевой задачи для трехслойного металлополимерного стержня.

Радиационное облучение твердых тел сопровождается многочисленными эффектами, в результате которых возникает дополнительная объемная деформация θ_I, изменяются упругие и особенно пластические характеристики вещества [1]. Это необходимо учитывать в постановках краевых задач теории малых упругопластических деформаций А.А. Ильюшина [2] при однократных и циклических квазистатических нагружениях облучаемых элементов конструкций. Основными факторами являются радиационное упрочнение материала (увеличение предела текучести) и радиационное разбухание (увеличение объемной деформации). Ниже основные положения теории переменного нагружения В.В. Москвитина [3] распространены на указанный класс краевых задач.

Рассмотрим начально однородное изотропное тело, занимающее полупространство $z \geqslant 0$. Если на границу ($z = 0$) параллельно оси z падают нейтроны с одинаковой средней энергией и интенсивностью φ_0 [нейтрон/(м^{2}сек)], то интенсивность потока нейтронов, доходящих до плоскости $z = \mathrm{const}$, будет [1] $\varphi(z) = \varphi_0 e^{-\mu z}$. Величина μ называется макроскопическим эффективным сечением и имеет порядок 1/м.

Если φ_0 не зависит от времени, то к моменту времени t через сечение z пройдет поток

$$I(z) = \varphi_0 t e^{-\mu z} \tag{1}$$

В первом приближении можно считать, что изменение объема вещества прямо пропорционально потоку $I(z)$ и, следовательно, $\theta_I = BI(z)$, где B – опытная константа. Величина $I_0 = \varphi_0 t$ дает суммарный поток нейтронов на единицу площади поверхности тела. В реакторах φ_0 имеет порядок 10^{17}–10^{18} нейтрон/(м^2 сек), а I_0 достигает значений 10^{23}–10^{27} нейтрон/(м^2), причем θ_I достигает значений порядка 0.1. Следовательно, в зависимости от энергии нейтронов и облучаемого материала величина B может быть порядка 10^{-28}–10^{-24} м^2/нейтрон.

Зависимость модуля упругости, пределов текучести и прочности и всей диаграммы растяжения от I_0 для различных энергий исследована экспериментально после облучения образцов в атомных реакторах. Опыты свидетельствуют, что, как правило, модуль упругости изменяется слабо (возрастает на 1.5–5% относительно необлученного образца). Что касается пределов прочности и текучести, то они весьма чувствительны в отношении облучения и особенно предел текучести.

Для массивных тел с плоской границей число проходящих на глубине z под этой границей нейтронов за время t определяется формулой (1), поэтому предел текучести будет переменным по толщине z. На поверхности тела ($z = 0$) влияние радиации на предел пластичности σ_T вполне удовлетворительно описывается формулой радиационного упрочнения [4]:

$$\sigma_T = \sigma_{T0}[1 + A(1 - \exp(-\xi I_0))^{1/2}] \qquad (2)$$

Здесь σ_{T0} – предел пластичности необлученного материала. На глубине z эта формула принимает вид

$$\sigma_T = \sigma_{T0}[1 + A(1 - \exp(-\xi I))^{1/2}]$$

где величина нейтронного потока $I(z)$ описывается формулой (1). Соответствующие величины деформации обозначим через ε_{T0}, ε_T; A, ξ – константы материала, получаемые из экспериментов. Например, если для алюминиевого сплава 356 принять $A = 1.09$, $\xi = 9.73 \cdot 10^{-26}$ м^2/нейтрон, то об удовлетворении известным экспериментальным данным можно судить по фиг. 1. Темные точки – эксперимент, сплошная линия – расчет по формуле (2) (σ_T[МПа]).

Рассмотрим в рамках теории малых упругопластических деформаций А.А. Ильюшина процесс комплексного воздействия на деформируемое тело внешних силовых и радиационных нагрузок. Пусть в начальный момент времени на тело, находящееся в естественном состоянии мгновенно воздействуют внешние силы F_i', R_i' при граничном перемещении u_{i0}' и одновременно нейтронный поток величиной $I_0 = \varphi t$. Предполагается, что появляются области упругих и пластических деформаций. Изменением модулей упругости за счет нейтронного облучения пренебрегаем. Возникающие в теле напряжения, деформации и перемещения помечаем одним штрихом вверху.

В упругих областях твердого тела справедлив закон Гука и выполняются известные соотношения, связывающие девиаторы тензоров напряжений и деформаций $s_{ij}', э_{ij}'$, а также их шаровые части σ', ε':

$$s_{ij}' = 2Gэ_{ij}', \quad \sigma' = K(3\varepsilon' - BI)$$

с поправкой на дополнительное объемное деформирование за счет воздействия нейтронного облучения BI. Здесь через G обозначен модуль сдвига, через K – модуль объемного деформирования.

Для тех областей твердого тела, где появились пластические деформации, связь девиаторов можно в случае простых нагружений представить в виде

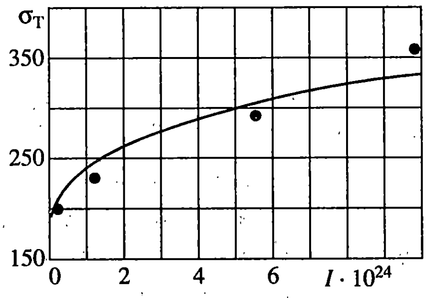
$$s_{ij}' = 2Gэ_{ij}' f'(\varepsilon_u', I, a_k')$$

Здесь $f'(\varepsilon_u', I, a_k')$ – функция пластичности Ильюшина, зависящая от интенсивности деформаций ε_u', величины нейтронного потока I и аппроксимационных параметров a_k'. В условиях простого по Ильюшину нагружения эта функция будет универсальной.

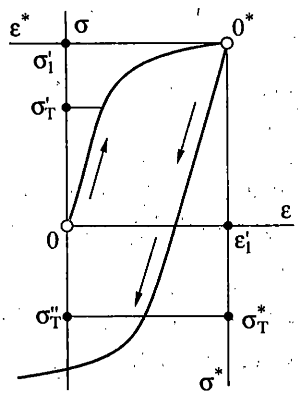
Таким образом, в деформируемом теле связь между напряжениями и деформациями при активном нагружении из естественного состояния и воздействии нейтронного потока в общем случае представима в виде

$$s_{ij}' = 2Gэ_{ij}' f'(\varepsilon_u', I, a_k'), \quad \sigma' = K(3\varepsilon' - BI) \qquad (3)$$

причем функцию пластичности следует положить $f'(\varepsilon_u', I, a_k') = 1$ в тех областях, где $\varepsilon_u' \leqslant \varepsilon_T', \varepsilon_T'$ – деформация, соответствующая пределу пластичности в начальный момент времени.



Фиг. 1



Фиг. 2

При достаточно быстром "мгновенном" приложении силовой нагрузки упрочняющее воздействие облучения не успеет сказаться, и возникшие области пластических деформаций будут такими же, как и без воздействия нейтронного потока. Однако если активное нагружение происходит достаточно медленно, то внешние слои тела окажутся со временем упрочненными и в них области пластического деформирования могут оказаться меньше, либо отсутствовать вовсе, по сравнению с необлученным телом. Может возникнуть эффект, когда первые пластические деформации появятся не на внешней упрочненной поверхности, а под ней, где интенсивность деформаций велика, а предел текучести не успел возрасти.

Таким образом, по своему воздействию на упругопластические тела радиационное облучение противоположно тепловому, которое уменьшает предел текучести и ведет к увеличению зон пластического деформирования при одинаковых нагрузках.

К соотношениям (3) добавим дифференциальные уравнения равновесия и граничные условия, а также соотношения Коши в предположении малости деформаций

$$\sigma'_{ij,j} + \rho F'_i = 0; \quad \sigma'_{ij} l_j = R'_i \text{ на } S_\sigma, \quad u'_i = u'_{0i} \text{ на } S_u$$

$$2\varepsilon'_{ij} = u'_{i,j} + u'_{j,i} \tag{4}$$

где запятая в нижнем индексе обозначает операцию дифференцирования по следующей за ней координате.

Считаем изменения во времени внешних нагрузок и граничных перемещений происходят таким образом, что соответствующие траектории нагружения не относятся к классу существенно сложных нагружений, а радиационное упрочнение наступает после силового деформирования твердого тела. В дальнейшем предполагаем, что краевая задача (3), (4) решена.

Пусть, начиная со времени $t = t_1$, воздействие нейтронного потока прекращается ($\varphi = 0$), а внешние силы изменяются таким образом, что во всех точках пластически деформируемых областей тела V'_p происходит разгрузка и последующее знакопеременное нагружение объемными F''_i и поверхностными силами R''_i (на S_σ) при граничном перемещении u''_{i0} (на S_u). Уровень облучения тела остается постоянным и равным его значению перед разгрузкой $I_1 = \varphi t_1$. Предел пластичности в точках тела зависит от координаты z и становится равным $\sigma''_T(I_1(z))$, т.е. он зависит от величины деформационного и радиационного упрочнения. Схематично процесс показан на фиг. 2.

Обозначим соответствующие напряжения, деформации и перемещения через

$\sigma''_{ij}, \varepsilon''_{ij}, u''_i$. Для них остаются справедливыми соотношения (4):

$$\sigma''_{ij,j} + \rho F''_i = 0; \quad \sigma''_{ij} l_j = R''_i \text{ на } S_\sigma, \quad u''_i = u''_{0i} \text{ на } S_u$$
$$2\varepsilon''_{ij} = u''_{i,j} + u''_{j,i} \tag{5}$$

Связь напряжений с деформациями запишем следующим образом:

$$s''_{ij} = 2G\text{э}''_{ij} f''(\varepsilon''_u, \varepsilon'_1, I_1, a''_k), \quad \sigma'' = 3K\varepsilon'' \tag{6}$$

Здесь $f''(\varepsilon''_u, \varepsilon'_1, I_1, a''_k)$ – функция пластичности при повторном знакопеременном нагружении, зависящая: от интенсивности деформации ε''_u; предшествующих разгрузке интенсивности деформаций ε'_1 и уровня облучения тела I_1; аппроксимационных параметров a''_k, описывающих кривую деформирования второго полуцикла. Причем функцию пластичности f'' следует положить равной единице в тех областях, где не появились новые пластические деформации, т.е. $\varepsilon''_u \leqslant \varepsilon''_T$ по модулю, ε''_T – деформация, соответствующая пределу пластичности σ''_T при повторном нагружении.

Уравнения (5), (6) определяют краевую задачу для величин с двумя штрихами. Ее сложность заключается в зависимости искомого решения от точки разгрузки $(\varepsilon'_1, \sigma'_1)$, так как в каждой частице твердого тела необходимо ставить свою краевую задачу и получать свое решение. Рассмотрим одну возможность избежать этих трудностей.

Для величин перед началом разгрузки сохраним обозначения $\sigma'_{ij}, \varepsilon'_{ij}, u'_i$. Следуя Москвитину [3], введем следующие разности для момента времени $t > t_1$:

$$s^*_{ij} = s'_{ij} - s''_{ij}, \quad \text{э}''_{ij} = \text{э}'_{ij} - \text{э}''_{ij} \tag{7}$$

Запишем физические уравнения состояния для величин со звездочками. В зонах V'_e и V''_e разгрузки и упругого деформирования справедливы соотношения

$$s^*_{ij} = 2G\text{э}^*_{ij}, \quad \varepsilon^*_u \leqslant \varepsilon^*_T(I_1)$$

В области V''_p, где в процессе переменного нагружения происходит изменение пластических деформаций, должны быть справедливыми зависимости

$$s^*_{ij} = 2G\text{э}^*_{ij} f^*(\varepsilon^*_u, \varepsilon'_1, I_1, a^*_k) \tag{8}$$

Здесь $f^*(\varepsilon^*_u, \varepsilon'_1, I_1, a^*_k)$, вообще говоря, некоторая новая универсальная функция, описывающая нелинейность диаграммы деформирования в осях $\sigma^* \sim \varepsilon^*$ (см. фиг. 2). На линейном участке следует $f^* = 0$.

Во всех точках тела объемная деформация сохраняется упругой. Следовательно, перед началом разгрузки и для текущего состояния выполняются равенства

$$\sigma' = K(3\varepsilon' - BI_1), \quad \sigma'' = K(3\varepsilon'' - BI)$$

поэтому и для величин со звездочками

$$\sigma^* = 3K\varepsilon^* \tag{9}$$

Уравнения равновесия, граничные условия и соотношения Коши для величин $\sigma^*_{ij}, \varepsilon^*_{ij}, u^*_i$ будут

$$\sigma^*_{ij,j} + \rho F^*_i = 0, \quad F^*_i = F'_i - F''_i; \quad \sigma^*_{ij} l_j = R^*_i, \quad R^*_i = R'_i - R''_i \text{ на } S_\sigma$$
$$u^*_i = u^*_{0i} = u'_{0i} - u''_{0i} \text{ на } S_u; \quad 2\varepsilon^*_{ij} = u^*_{i,j} + u^*_{j,i} \tag{10}$$

Соотношения (8) – (10) образуют новую краевую задачу для величин со звездочками. Если теперь предположить, что функцию f^* в любой точке кривой деформирования можно приблизить функцией f', т.е. описать таким же аналитическим выражением только с другими параметрами a_k^*, то f^* не будет зависеть от $\varepsilon_1' : f^* = f'(\varepsilon_u^*, I_1, a_k^*)$.

Сравнивая после этого соотношения (3), (4) для тела при нагружении из естественного состояния и соотношения для величин со звездочками (8)–(10) отмечаем, что они совпадают с точностью до обозначений. Поэтому, решение задачи для величин со звездочками можно получить из известного решения задачи, соответствующей нагружению из естественного состояния, путем некоторых замен. Например, если известно перемещение $u_i' = u_i'(x, \varepsilon_u', \varepsilon_T', I, a_k')$, то соответствующее перемещение со звездочкой будет $u_i^* = u_i'(x, \varepsilon_u^*, \varepsilon_T^*, I_1, a_k^*)$, а искомое перемещение при повторном знакопеременном нагружении определяется из соотношения (7) $u_i'' = u_i' - u_i^*$. Напряжения и деформации вычисляются по формулам такого же типа.

Полученный результат можно распространить на случай любого n-го циклического нагружения (*теорема о циклических нагружениях упругопластических тел в нейтронном потоке*). Пусть при n-ом нагружении внешними силами F_i^n, R_i^n при граничных перемещениях u_{0i}^n возникают напряжения σ_{ij}^n, деформации ε_{ij}^n и перемещения u_i^n. При этом должны удовлетворяться уравнения равновесия, граничные условия и соотношения Коши:

$$\sigma_{ij,j}^n + \rho F_i^n = 0; \; \sigma_{ij}^n l_j = R_i^n \text{ на } S_\sigma, \; u_i^n = u_{0i}^n \text{ на } S_u; \; 2\varepsilon_{ij}^n = u_{i,j}^n + u_{j,i}^n \tag{11}$$

Введем следующие разности:

$$\sigma_{ij}^{*n} = (-1)^n(\sigma_{ij}^{n-1} - \sigma_{ij}^n), \quad \varepsilon_{ij}^{*n} = (-1)^n(\varepsilon_{ij}^{n-1} - \varepsilon_{ij}^n), \quad u_i^{*n} = (-1)^n(u_i^{n-1} - u_i^n)$$

Тогда оказываются справедливыми и соотношения типа (11) для величин со звездочками

$$\sigma_{ij,j}^{*n} + \rho F_i^{*n} = 0, \quad F_i^{*n} = (-1)^n(F_i^{n-1} - F_i^n)$$

$$\sigma_{ij}^{*n} l_j = R_i^{*n} \text{ на } S_\sigma, \quad u_i^{*n} = u_{0i}^{*n} \text{ на } S_u$$

$$R_i^{*n} = (-1)^n(R_i^{n-1} - R_i^n), \quad u_{0i}^{*n} = (-1)^n(u_{0i}^{n-1} - u_{0i}^n), \quad 2\varepsilon_{ij}^{*n} = u_{i,j}^{*n} + u_{j,i}^{*n} \tag{12}$$

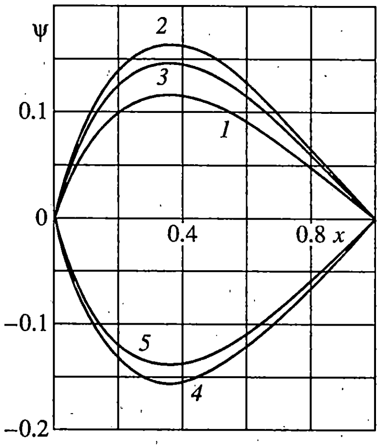
Примем, что при любом n-ом нагружении связь между шаровыми составляющими тензоров напряжений и деформаций остается упругой. Повторяя предыдущее предположение о возможности описания кривых $s_{ij}' \sim э_{ij}'$ и $s_{ij}^{*n} \sim э_{ij}^{*n}$ функциями нелинейности одинакового аналитического вида

$$s_{ij}^{*n} = 2Gэ_{ij}^{*n} f'(\varepsilon_u^{*n}, I_1, a_k^{*n}) \tag{13}$$

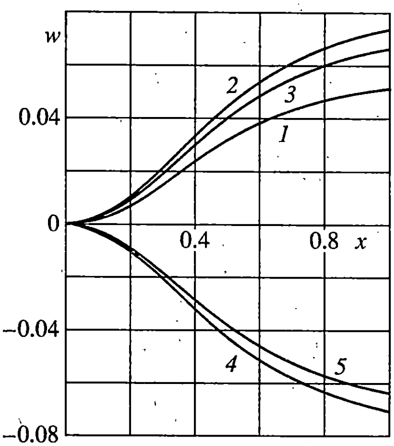
заключаем, что решение задачи для величин со звездочками (12), (13) при любом n-ом нагружении можно получить из решения задачи, соответствующей нагружению из естественного состояния. Например, если известно перемещение $u_i' = u_i'(x, \varepsilon_u', \varepsilon_T', I, a_k')$, то соответствующая величина со звездочкой будет $u_i^{*n} = u_i'(x, \varepsilon_u^{*n}, \varepsilon_T^{*n}, I_1, a_k^{*n})$. После этого искомое перемещение u_i^n находится из соотношения

$$u_i^n = u_i' - \sum_{k=2}^{n} (-1)^k u_i^{*k} \tag{14}$$

Напряжения и деформации вычисляются по формулам типа (14).



Фиг. 3



Фиг. 4

В качестве примера решена задача о циклическом радиационно-силовом изгибе трехслойного стержня, один конец которого заделан. Рассмотрен несимметричный по толщине трехслойный стержень, наружные несущие слои которого выполнены из металла, а несжимаемый по толщине жесткий внутренний слой (заполнитель) – полимер. Для описания кинематики пакета приняты гипотезы ломаной нормали: в несущих слоях справедливы гипотезы Кирхгофа, в заполнителе нормаль остается прямолинейной, не изменяет своей длины, но поворачивается на некоторый дополнительный угол $\Psi(x)$. Несущие слои приняты упругопластическими, заполнитель – упругий. Аналитическое решение соответствующей задачи теории упругости приведено в [5]. Решение задачи теории малых упругопластических деформаций при нагружении из естественного состояния получено методом упругих решений Ильюшина [2]. При численном исследовании повторного знакопеременного нагружения применялась доказанная выше теорема о циклических нагружениях упругопластических тел в нейтронном потоке. В качестве материала несущих слоев рассматривался алюминиевый сплав, заполнитель – фторопласт. Соответствующие механические характеристики материалов приведены в [4]. На фиг. 3, 4 показаны сдвиг Ψ и прогиб w трехслойного стержня, рассчитанные по различным физическим уравнениям состояния. Кривые *1–3* соответствуют нагружению из естественного состояния, *4, 5* – повторный циклический изгиб знакопеременной нагрузкой: *1* – решение упругой задачи; *2* – мгновенная упругопластичность без радиации; *3* – упругопластический изгиб предварительно облученного стержня ($I_1 = 5 \cdot 10^{24}$ м$^{-2}$).

При совместном воздействии силовой нагрузки и нейтронного потока в течение времени t_1 до значения I_1 деформирование пойдет по кривой *2*. Последующая мгновенная разгрузка и силовое знакопеременное воздействие при уровне радиации I_1 вызовет в стержне сдвиг и прогиб, показанные кривыми *4*. Если бы циклической нагрузке подвергался предварительно облученный стержень, то деформирование пошло бы по кривой *5*.

Таким образом, предложенный аналог теоремы о циклических нагружениях Москвитина, позволяет существенно упростить решение целого класса краевых задач для упругопластических тел в нейтронном потоке. Однако следует еще раз указать ограничения на его применение: максимальный уровень нейтронного облучения не должен вызывать разрыхление вещества, на каждом полуцикле должны выполняться условия простого нагружения и деформации должны быть малыми.

Работа выполнена при финансовой поддержке Фондов фундаментальных исследований РФ (проект 00-01-81198) и РБ (проект Ф99Р-045).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ильюшин А.А., Огибалов П.М.* Упругопластические деформации полых цилиндров. М.: Изд-во МГУ, 1960. 224 с.
2. *Ильюшин А.А.* Пластичность. Основы общей математической теории. М.: Изд-во АН СССР, 1963. 272 с.
3. *Москвитин В.В.* Циклические нагружения элементов конструкций. М.: Наука, 1981. 344 с.
4. *Старовойтов Э.И.* Основы теории упругости, пластичности и вязкоупругости. Гомель: БелГУТ, 2000. 342 с.
5. *Старовойтов Э.И., Яровая А.В.* Вязкоупругопластический стержень при термосиловых нагрузках // Изв. РАН. МТТ. 1998. № 3. С. 109–116.

Москва, Гомель

Поступила в редакцию
20.09.2000