

УДК 539.3

© 2001 г. Ю.И. ВИНОГРАДОВ, Ю.И. КЛЮЕВ, И.Ф. ОБРАЗЦОВ

МЕТОД РЕШЕНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ МЕХАНИКИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ТОНКОСТЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Предложен метод интегрирования систем обыкновенных дифференциальных уравнений краевых задач для тонкостенных конструкций осесимметричной формы. Метод повторяет алгоритм аналитического решения краевых задач. Естественным свойством такого метода является простота его реализации. Численные значения интеграла системы дифференциальных уравнений определяются с помощью матричного ряда Тейлора, который получается для матричного дифференциального уравнения методом Пикара последовательных приближений, или определяется матричным биномом, который получается из определения интеграла Вольтерра. Численное значение интеграла вычисляется для интервала, размер которого меньше критического для устойчивого счета. При этом отпадает необходимость трудоемкой операции ортонормирования на границах интервалов интегрирования.

Метод обладает свойствами, которые позволяют решать задачи с произвольными краевыми условиями для конструкций с кольцевыми подкреплениями и произвольно осесимметрично присоединенными твердыми телами для единожды полученных значений интеграла дифференциальных уравнений. Важным отличительным признаком предложенного численного метода является возможность априорно оценивать погрешность результатов.

В качестве примера использования метода приведены результаты по исследованию устойчивости конической оболочки, подкрепленной шпангоутами, при комбинированном нагружении.

1. Решение однородной системы дифференциальных уравнений. Для дифференциальных уравнений в частных производных механики деформирования осесимметричных оболочечных конструкций используется известный метод Фурье разделения переменных. Полученная таким образом система обыкновенных дифференциальных уравнений в канонической форме для k -ой гармоники разложения имеет вид (индекс k опущен):

$$d\mathbf{Y}/ds = \mathbf{A}\mathbf{Y} + \mathbf{G} \quad (1.1)$$

где $\mathbf{Y} = \{\mathbf{U}^T \mathbf{P}^T\}^T$ – вектор состояния сечения, включающий обобщенные перемещения и силовые факторы, \mathbf{A} – матрица коэффициентов системы дифференциальных уравнений, \mathbf{G} – вектор внешней распределенной нагрузки, s – координата по образующей.

Решение задачи определяется на интервале $s \in [s_0, s_l]$ при граничных условиях

$$\mathbf{F}_0\mathbf{Y}(s_0) = \mathbf{R}_0, \quad \mathbf{F}_l\mathbf{Y}(s_l) = \mathbf{R}_l \quad (1.2)$$

Известно, что решения системы однородных дифференциальных уравнений теории оболочек обладают свойством быстрой изменяемости, поэтому численное определение интеграла на большом интервале интегрирования становится невозможным. Для преодоления этих трудностей интервал интегрирования $s \in [s_0, s_l]$ разбивается на несколько расчетных участков $s \in [s_0^i, s_l^i]$ ($i = 1, 2, \dots, n$). Длина i -го участка

выбирается такой, чтобы при численном счете векторы решений однородной системы уравнений оставались линейно независимыми.

Обозначим через $\mathbf{K}_{s_0}^{s_i^i}(\mathbf{A})$ нормированное решение системы однородных дифференциальных уравнений, полученное методом последовательных приближений в матричной формулировке [1] (\mathbf{E} – единичная матрица):

$$\mathbf{Y}(s_i^i) = \mathbf{K}_{s_0}^{s_i^i}(\mathbf{A})\mathbf{Y}(s_0^i) \quad (1.3)$$

$$\mathbf{K}_{s_0}^{s_i^i}(\mathbf{A}) = \mathbf{E} + \int_{s_0^i}^{s_i^i} \mathbf{A}(s)ds + \int_{s_0^i}^{s_i^i} \mathbf{A}(s)ds \int_{s_0^i}^s \mathbf{A}(s)ds + \dots \quad (1.4)$$

Отметим, что нормированное решение на i -м участке не зависит от решения на участке $i-1$.

В [1] доказано, что ряд (1.4) абсолютно и равномерно сходится в любой замкнутой части интервала (a, b) . Для уравнений с постоянными коэффициентами интеграл (1.4) можно вычислить с помощью матричного ряда Тейлора

$$\mathbf{K}_{s_0}^{s_i^i}(\mathbf{A}) = \mathbf{E} + \frac{\mathbf{A}(s_i^i - s_0^i)}{1!} + \frac{\mathbf{A}^2(s_i^i - s_0^i)^2}{2!} + \dots \quad (1.5)$$

Использование решения (1.5) на участке $s \in [s_0^i, s_i^i]$ для уравнений с переменными коэффициентами приводит к значительным погрешностям. Для получения корректных решений i -ый участок интегрирования разбивается на l шагов и вводятся промежуточные точки $s_1^i, s_2^i, \dots, s_{l-1}^i$. На шаге $\Delta s_m^i = s_m^i - s_{m-1}^i$ ($m = 1, 2, \dots, l$) определяется точка τ_m^i с координатой $(s_{m-1}^i + s_m^i)/2$. Величина шага разбиения выбирается такой, чтобы осреднение переменных коэффициентов a_{ij} и g_i столбца \mathbf{G} в уравнении (1.1) не вносило недопустимых с точки зрения практики погрешностей в окончательные результаты.

Воспользовавшись свойством нормированного решения (1.4):

$$\mathbf{K}_{s_0}^{s_i^i}(\mathbf{A}) = \mathbf{K}_{s_{l-1}^i}^{s_i^i}(\mathbf{A}(\tau_l^i))\mathbf{K}_{s_{l-2}^i}^{s_{l-1}^i}(\mathbf{A}(\tau_{l-1}^i))\dots\mathbf{K}_{s_0^i}^{s_1^i}(\mathbf{A}(\tau_1^i)) \quad (1.6)$$

для уравнений с переменными коэффициентами получим

$$\mathbf{K}_{s_0}^{s_i^i}(\mathbf{A}) = \prod_{m=1}^{m=l} \mathbf{K}_{s_{m-1}^i}^{s_m^i}(\mathbf{A}(\tau_m^i)) \quad (1.7)$$

$$\mathbf{K}_{s_{m-1}^i}^{s_m^i}(\mathbf{A}(\tau_m^i)) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{[\mathbf{A}(\tau_m^i)\Delta s_m^i]^j}{j!} \quad (1.8)$$

2. Частное решение уравнения (1.1). Используем метод вариации произвольных постоянных в матричной формулировке, на i -ом расчетном участке частное решение можно представить в виде

$$\mathbf{Y}_*(s_i^i) = \mathbf{K}_{s_0}^{s_i^i}(\mathbf{A}) \int_{s_0^i}^{s_i^i} [\mathbf{K}_{s_0}^{\eta^i}(\mathbf{A}(\eta^i))]^{-1} \mathbf{G}(\eta^i) d\eta^i \quad (2.1)$$

При вычислении частного решения обращение матрицы, стоящей под интегралом, вызывает существенные трудности. Чтобы избежать операции обращения и сократить объем вычислений, последнее выражение преобразуется на основании представ-

ления решения в виде (1.6) и правилом обращения произведения матриц

$$Y_*(s_l^i) = K_{s_l^i}^{s_l^i} G(\tau_1^i) \Delta s_1^i + K_{s_2^i}^{s_l^i} G(\tau_2^i) \Delta s_2^i + \dots + K_{s_{l-1}^i}^{s_l^i} G(\tau_{l-1}^i) \Delta s_{l-1}^i + G(\tau_l^i) \Delta s_l^i \quad (2.2)$$

Таким образом, определение частного решения сводится к последовательному вычислению матриц $K_{s_{l-1}^i}^{s_l^i}(A), \dots, K_{s_2^i}^{s_l^i}(A), K_{s_1^i}^{s_l^i}(A)$ и умножению этих матриц на значения векторов нагрузки в точках τ_m^i .

Отметим, что указанные матрицы $K_{s_m^i}^{s_l^i}(A)$ вычисляются при определении общего решения системы однородных уравнений, поэтому нет необходимости повторять их вычисление при определении частного решения.

Для уравнений с постоянными коэффициентами соотношение (2.2) упрощается, так как матрицы $K_{s_{m-1}^i}^{s_m^i}(A(\tau_m^i)) = K_m$ одинаковы на любом m -ом шаге интегрирования, поэтому

$$Y_*(s_l^i) = [K^{l-1} G(\tau_1^i) + K^{l-2} G(\tau_2^i) + \dots + K G(\tau_{l-1}^i) + G(\tau_l^i)] \Delta s_m^i \quad (2.3)$$

где верхний индекс у матрицы K означает возведение в степень.

3. Использование интеграла Вольтерра. Для решения однородного дифференциального уравнения (1.1) с переменными коэффициентами используется интеграл Вольтерра [1]:

$$Y(s_l^i) = \left\{ \int_{s_0^i}^{s_l^i} [E + A(s)] ds \right\} Y(s_0^i) \quad (3.1)$$

$$\int_{s_0^i}^{s_l^i} [E + A(s)] ds = \lim_{\Delta s_m^i \rightarrow 0} [E + A(\tau_1^i) \Delta s_1^i] \dots [E + A(\tau_l^i) \Delta s_l^i] \quad (3.2)$$

Полученное под знаком предела произведение является аналогом интегральной суммы для определенного интеграла, поэтому его называют интегральным произведением.

На основании (3.2) можно получить интеграл однородной системы дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами

$$K_{s_0^i}^{s_l^i}(A) = [E + A(\tau_l^i) \Delta s_l^i] [E + A(\tau_{l-1}^i) \Delta s_{l-1}^i] \dots [E + A(\tau_2^i) \Delta s_2^i] [E + A(\tau_1^i) \Delta s_1^i] \quad (3.3)$$

Вычисление решения однородного уравнения с постоянными коэффициентами значительно упрощается, так как в этом случае $a_{ij} = \text{const}$. Приняв $\Delta s_m^i = \Delta s^i = \text{const}$, получим из (3.3)

$$K_{s_0^i}^{s_l^i}(A) = (E + A \Delta s^i)^l \quad (3.4)$$

Таким образом, для дифференциального уравнения (1.1) с постоянными коэффициентами впервые предлагается определять его интеграл с помощью матричного бинома Ньютона (3.4). Его использование при решении краевых задач механики деформирования оболочек приводит к значительному сокращению затрат машинного времени.

4. Особенности решения задач колебаний, устойчивости и статики оболочек и тонкостенных конструкций. Исходное уравнение в матричной форме для решения

краевых задач свободных колебаний и устойчивости в линеаризованной постановке имеет вид

$$dY/ds = (A - \lambda B)Y \quad (4.1)$$

где B – матрица инерционных характеристик для задач о свободных колебаниях или матрица начальных напряжений для задач устойчивости, λ – квадрат собственной частоты или параметр критической нагрузки соответственно.

Известно [1], что

$$K_{s_0}^s(A+C) = K_{s_0}^s(A)K_{s_0}^s(H) \quad (4.2)$$

$$H = [K_{s_0}^s(A)]^{-1}CK_{s_0}^s(A) \quad (4.3)$$

Тогда на основании (1.4) получим

$$K_{s_0}^s(H) = E + \int_{s_0}^s [K_{s_0}^\tau(A(\tau))]^{-1}CK_{s_0}^\tau(A(\tau))d\tau + \\ + \int_{s_0}^s [K_{s_0}^\tau(A(\tau))]^{-1}CK_{s_0}^\tau(A(\tau))d\tau \int_{s_0}^\tau [K_{s_0}^\tau(A(\tau))]^{-1}CK_{s_0}^\tau(A(\tau))d\tau + \dots \quad (4.4)$$

Из сравнения выражений (4.1) и (4.2) можно убедиться, что $C = -\lambda B$. Тогда

$$K_{s_0}^s(H) = E - \lambda \int_{s_0}^s [K_{s_0}^\tau(A(\tau))]^{-1}B(\tau)K_{s_0}^\tau(A(\tau))d\tau + \\ + \lambda^2 \int_{s_0}^s [K_{s_0}^\tau(A(\tau))]^{-1}B(\tau)K_{s_0}^\tau(A(\tau))d\tau \int_{s_0}^\tau [K_{s_0}^\tau(A(\tau))]^{-1}B(\tau)K_{s_0}^\tau(A(\tau))d\tau + \dots \quad (4.5)$$

Выражение (4.5) представляет собой матричный ряд, расположенный по степеням параметра λ . Ограничимся удержанием в нем двух членов ряда. Это ограничение справедливо по следующим соображениям. С одной стороны, матричный ряд имеет быструю сходимость на участке интегрирования (s_0^i, s_i^i). С другой стороны, этот участок всегда можно выбрать таким малым, чтобы соблюдалось следующее равенство:

$$K_{s_0}^{s_i^i}(H) = E - \lambda \int_{s_0^i}^{s_i^i} [K_{s_0}^\tau(A(\tau))]^{-1}B(\tau)K_{s_0}^\tau(A(\tau))d\tau + \dots \approx \\ \approx E - \lambda \int_{s_0^i}^{s_i^i} [K_{s_0}^\tau(A(\tau))]^{-1}B(\tau)K_{s_0}^\tau(A(\tau))d\tau \quad (4.6)$$

На основании (1.4), (4.6) и свойства (4.2) можно получить решение уравнения (4.1) для i -того расчетного участка

$$Y(s_i^i) = K_{s_0^i}^{s_i^i}(A) \left[E - \lambda \int_{s_0^i}^{s_i^i} [K_{s_0}^\tau(A(\tau))]^{-1}B(\tau)K_{s_0}^\tau(A(\tau))d\tau \right] Y(s_0^i) \quad (4.7)$$

Вычисление этого решения, аналогично вычислению частного решения (2.2), осуществляется по формуле

$$Y(s_i^i) = \{K_{s_0^i}^{s_i^i}(A) - \lambda[K_{s_1^i}^{s_i^i}(A)B(\tau_1^i)K_{s_0^i}^{s_1^i}(A)\Delta s_1^i + K_{s_2^i}^{s_i^i}(A)B(\tau_2^i)K_{s_0^i}^{s_2^i}(A)\Delta s_2^i + \\ + \dots + K_{s_{l-1}^i}^{s_i^i}(A)B(\tau_{l-1}^i)K_{s_0^i}^{s_{l-1}^i}(A)\Delta s_{l-1}^i + B(\tau_l^i)K_{s_0^i}^{s_l^i}(A)\Delta s_l^i]\} Y(s_0^i) \quad (4.8)$$

При решении уравнений с постоянными коэффициентами формула (4.8) упрощается (см. (2.3)):

$$Y(s_j^i) = \{K^i - \lambda[K^{i-1}B(\tau_1^i)K + K^{i-2}B(\tau_2^i)K^2 + \dots + KB(\tau_{l-1}^i)K^{l-1} + B(\tau_l^i)K^l] \Delta s^i\} Y(s_0^i) \quad (4.9)$$

Решения (1.3), (2.1) и (4.8) носят простой физический смысл, устанавливая связь между векторами состояния в начале и конце расчетного участка, что позволяет осуществить решение краевой задачи.

5. Формирование разрешающей системы алгебраических уравнений. Рассмотрим решение статических задач на основании выражений (1.3) и (2.1) для i -го расчетного участка имеем

$$Y(s_j^i) = D^i Y(s_0^i) + F^i \quad (5.1)$$

$$D^i = K_{s_0^i}^{s_j^i}(A), \quad F^i = K_{s_0^i}^{s_j^i}(A) \int_{s_0^i}^{s_j^i} [K_{s_0^i}^{\tau^i}(A(\tau^i))]^{-1} G(\tau^i) d\tau$$

Обозначим $Y(s_j^i) = Y_j^i = [(U_j^i)^T (P_j^i)^T]^T$, $j = (0, l)$, где U_0^i, U_l^i – векторы обобщенных перемещений в начале и конце расчетного участка; P_0^i, P_l^i – соответствующие им обобщенные силовые факторы.

В соответствии с последними обозначениями уравнение (5.1) представим в виде

$$U_l^i = D_{11}^i U_0^i + D_{12}^i P_0^i + F_1^i, \quad P_l^i = D_{21}^i U_0^i + D_{22}^i P_0^i + F_2^i \quad (5.2)$$

Соотношение (5.2) преобразуем к форме, принятой в методе конечных элементов (МКЭ):

$$P_0^i = K_{11}^i U_0^i + K_{12}^i U_l^i + Q_0^i, \quad P_l^i = K_{21}^i U_0^i + K_{22}^i U_l^i + Q_l^i \quad (5.3)$$

$$K_{11}^i = -[D_{12}^i]^{-1} D_{11}^i, \quad K_{12}^i = [D_{12}^i]^{-1}, \quad Q_0^i = -[D_{12}^i]^{-1} F_1^i \quad (5.4)$$

$$K_{21}^i = D_{21}^i - D_{22}^i [D_{12}^i]^{-1} D_{11}^i, \quad K_{22}^i = D_{22}^i [D_{12}^i]^{-1}, \quad Q_l^i = D_{22}^i Q_0^i + F_2^i$$

При решении задач на собственные значения используются соотношения (4.8), преобразованные к виду

$$U_l^i = (D_{11}^i - \lambda H_{11}^i) U_0^i + (D_{12}^i - \lambda H_{12}^i) P_0^i$$

$$P_l^i = (D_{21}^i - \lambda H_{21}^i) U_0^i + (D_{22}^i - \lambda H_{22}^i) P_0^i$$

$$H^i = K_{s_0^i}^{s_j^i}(A(s)) \int_{s_0^i}^{s_j^i} [K_{s_0^i}^{\tau^i}(A(\tau^i))]^{-1} B(\tau^i) K_{s_0^i}^{\tau^i}(A(\tau^i)) d\tau$$

В форме, принятой для МКЭ, получим

$$P_0^i = (K_{11}^i - \lambda M_{11}^i) U_0^i + (K_{12}^i - \lambda M_{12}^i) U_l^i \quad (5.5)$$

$$P_l^i = (K_{21}^i - \lambda M_{21}^i) U_0^i + (K_{22}^i - \lambda M_{22}^i) U_l^i$$

$$M^i = +[D_{12}^i]^{-1} (H_2^i - H_1^i [D_{12}^i]^{-1} D_2^i)$$

$$D_1^i = \begin{bmatrix} -D_{12}^i & 0 \\ -D_{22}^i & E \end{bmatrix}, \quad D_2^i = \begin{bmatrix} D_{11}^i & -E \\ D_{21}^i & 0 \end{bmatrix}, \quad H_1^i = \begin{bmatrix} -H_{12}^i & 0 \\ -H_{22}^i & 0 \end{bmatrix}, \quad H_2^i = \begin{bmatrix} H_{11}^i & 0 \\ H_{21}^i & 0 \end{bmatrix}$$

где матрицы K_{jk}^i ($j, k = 1, 2$) находятся по соотношениям (5.4), определяя универсальность алгоритма для решения краевых задач статики, колебаний и устойчивости.

На основании соотношений (5.3) и (5.5) получим систему алгебраических уравнений для определения перемещений при решении задач статики, собственных чисел и векторов при решении задач устойчивости и задач о собственных колебаниях.

Для общности считаем, что в $i + 1$ -ом сечении оболочка закреплена в пространстве с помощью дискретных или распределенных по окружной координате упругих элементов, нагружена сосредоточенными или распределенными по окружной координате внешними нагрузками. Силовые и кинематические условия сопряжения i -го и $i + 1$ -го участков:

$$P_l^i - P_0^{i+1} = P_{*,i+1} - P_{e,i+1}, \quad U_l^i = U_0^{i+1} = U_{i+1} \quad (5.6)$$

$$P_{*,i+1} = C_{e,i+1} U_{i+1}$$

позволяют записать уравнение для $i + 1$ -го сечения

$$K_{21}^i U_i + (K_{22}^i - K_{11}^{i+1} + C_{e,i+1}) U_{i+1} - K_{12}^{i+1} U_{i+2} = P_{*,i+1} + Q_0^{i+1} - Q_l^i \quad (5.7)$$

$P_{*,i}$ – внешнее воздействие, $P_{e,i}$ – упругое воздействие, $C_{e,i}$ – коэффициент упругого воздействия.

В соотношениях (5.6) и (5.7) верхние индексы i означают номера участков, нижние – сечений.

На основании (5.7) можно записать систему алгебраических уравнений относительно неизвестных векторов перемещений в расчетных сечениях

$$KU = P_* + Q \quad (5.8)$$

После определения перемещений из (5.8) силовые факторы в расчетных сечениях определяются с помощью (5.3).

Следуя алгоритму, изложенному выше, и пользуясь соотношениями (5.5), можно получить систему алгебраических уравнений для решения задач на собственные значения

$$(K - \lambda M)U = 0 \quad (5.9)$$

Для расчета установившихся вынужденных колебаний и построения амплитудно-частотной характеристики при $P_* = P_0 \cos \omega t$ и $Q = Q_0 \cos \omega t$ имеем

$$(K - \omega^2 M)U = P_0 + Q_0 \quad (5.10)$$

Отметим, что наличие шпангоутов и осесимметрично присоединенных твердых тел в i -ом сечении приводит к элементарным алгебраическим преобразованиям матричных строк и столбцов, соответствующих этому сечению, в матрицах K и M .

Построенный метод позволяет исследовать переходные процессы при вынужденных колебаниях тонкостенных конструкций. В этом случае система дифференциальных уравнений имеет вид

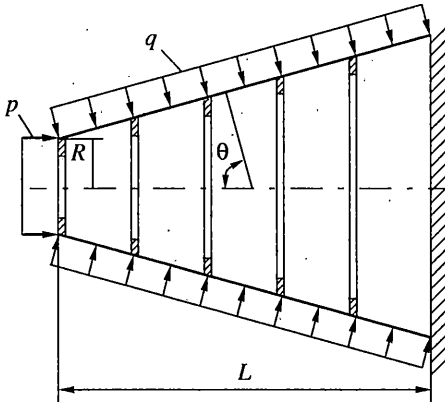
$$M\ddot{U} + KU = P(t) \quad (5.11)$$

Матричное уравнение (5.11) приводится к системе дифференциальных уравнений

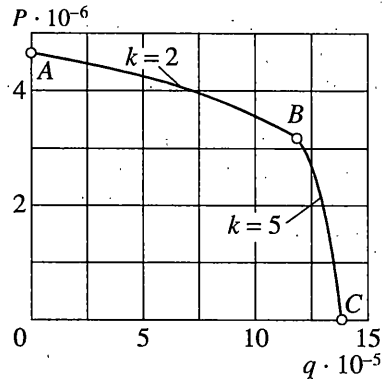
$$\dot{Z} = AZ + G(t) \quad (5.12)$$

$$Z = \begin{Bmatrix} U \\ \dot{U} \end{Bmatrix}, \quad A = \begin{Bmatrix} 0 & E \\ -M^{-1}K & 0 \end{Bmatrix}, \quad G(t) = \begin{Bmatrix} 0 \\ M^{-1}P(t) \end{Bmatrix}$$

Интегрирование (5.12) по времени производится по формулам (1.3) и (2.1) с заменой координаты s на t .



Фиг. 1



Фиг. 2

Задача о собственных колебаниях предварительно напряженных конструкций описывается системой дифференциальных уравнений

$$dY/ds = (\bar{A}(s) - \omega^2 B) \cdot Y, \quad \bar{A}(s) = A(s) - \lambda A_0(s) \quad (5.13)$$

λ – параметр нагрузки, $A_0(s)$ – матрица начальных напряжений. Принципиально алгоритм решения задачи не отличается от решения задачи на собственные значения.

Последнее уравнение можно использовать для определения статической устойчивости конструкций. Задавая параметру нагрузки λ последовательно возрастающие значения, находим λ_* , при котором значения собственной частоты обращаются в ноль.

6. Численные результаты. В качестве примера использования метода рассмотрена устойчивость конической оболочки, изнутри подкрепленной шпангоутами (фиг. 1). Параметры оболочки $L = 2.5$ м, $R = 0.3$ м, $h = 0.009$ м, $\theta = 75^\circ$ размеры поперечного сечения шпангоута $h_c = 0.04$ м, $b_c = 0.008$ м, материал АМг6. На фиг. 2 представлены значения критических нагрузок при совместном действии на оболочку осевой нагрузки P [Н/м] и внешнего давления q [Па], переменного по координате s .

Анализируя результаты расчета, можно сделать вывод о том, что на ветви графика AB преобладающее значение имеет сжимающая нагрузка P , поэтому формы потери устойчивости соответствуют малому числу волн по окружной координате ($k = 2$). При этом максимальный прогиб наблюдается в сечении, где приложена нагрузка P . На ветви BC потеря устойчивости происходит при $k = 5$. Точка максимального прогиба находится между четвертым и пятым шпангоутами. Кривая ABC имеет перегиб в т. B . Точка B характерна тем, что при данных значениях нагрузок P и q равновероятна потеря устойчивости по разным формам как по окружной координате, так и вдоль образующей.

7. Заключение. Отметим новые положительные свойства построенного метода по сравнению с существующими. Они заключаются в следующем.

Метод повторяет алгоритм аналитического решения краевых задач. Естественным свойством такого метода является простота его реализации.

Численные значения интеграла системы обыкновенных дифференциальных уравнений определяются с помощью матричного ряда Тейлора, который получается для матричного дифференциального уравнения методом Пикара последовательных приближений, или определяется матричным биномом, который получается из определения интеграла Вольтерра. Численное значение интеграла определяется для интервала, размер которого меньше критического для устойчивого счета. При этом отпадает необходимость трудоемкой операции ортонормирования на границах интервалов интегрирования.

Свойством таких способов вычисления решения является сокращение затрат машинного времени и оперативной памяти ЭВМ, так как вычисления осуществляются на интервале, а не пошаговыми методами.

Метод обладает свойствами, которые позволяют решать задачи с произвольными краевыми условиями для конструкций с произвольными кольцевыми подкреплениями и произвольно осесимметрично присоединенными твердыми телами для единожды полученных значений интеграла дифференциальных уравнений.

Важным отличительным признаком предложенного численного метода является возможность априорно оценивать погрешность в результатах. Такая возможность обусловлена сходимостью ряда Тейлора и определением интеграла Вольтерра, а также оценкой накопления ошибок округления при решении системы алгебраических уравнений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: Наука, 1967. 575 с.

Москва

Поступила в редакцию
2.07.2000