

УДК 624.042:519.2

© 2001 г. **В.В. БОЛОТИН, О.В. ТРИФОНОВ**

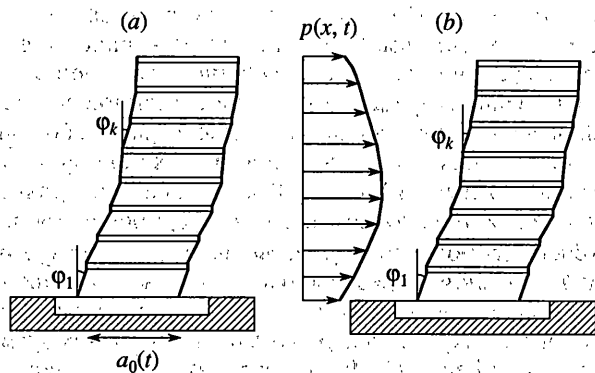
ПРЕДЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Для прогнозирования реакции конструкций на нестационарные динамические воздействия предложен упрощенный подход, основанный на представлении конструкции в виде сочетания разрушающихся (коллапсирующих) элементов и абсолютно жестких блоков. Пластические деформации, накопление рассеянных повреждений и деградация жесткости элементов и узлов в процессе динамического поведения учтены заданием диаграмм циклического деформирования. Кроме того, учтены конечные перемещения жестких блоков. Обсуждена проблема выбора расчетных схем и влияния этого выбора на конечные результаты. Даны приложения к расчету многоэтажных зданий на интенсивные сейсмические воздействия в детерминистической и вероятностной постановке.

1. При сейсмических или взрывных воздействиях здания и сооружения часто получают существенные повреждения. Анализ возможных последствий представляет значительный прикладной интерес, поскольку дает информацию для проектирования более сейсмо- и ударостойких конструкций, для нахождения экономичных решений, для повышения их безопасности, в частности, для усиления уже поврежденных зданий и сооружений.

Реакция механических систем на интенсивные динамические воздействия имеет сложный, трудно предсказуемый характер. Эта реакция сопровождается большими пластическими деформациями, существенными повреждениями и разрушениями, а также немалыми перемещениями. Так, обрушению многоэтажного здания при сильном землетрясении обычно предшествуют междуэтажные перемещения, измеряемые десятками сантиметров, а перемещения на верхнем этаже могут иметь порядок нескольких метров. Все это приводит к перераспределению усилий в несущих элементах и приближению к неустойчивости конструкции в целом.

Расчеты по полным расчетным схемам, включающим все перечисленные явления, весьма громоздки и трудоемки. К тому же эти расчеты требуют сведений о большом количестве параметров, характеризующих неупругие деформации элементов и узлов в условиях динамического и (или) циклического нагружения. Получение этих данных на натурных сооружениях и даже на их моделях затруднительно. Поэтому целесообразно обратиться к упрощенным расчетным схемам. Для многоэтажных зданий наиболее подходящей моделью является сдвиговая модель, которая широко применяется в антисейсмических расчетах [1–3]. Согласно этой модели все деформации и повреждения отнесены к междуэтажным элементам (колоннам, стойкам, панелям и т.д.). В то же время совокупность несущих и ограждающих элементов, отнесенных к каждому этажу, рассматривается как жесткие блоки. В рамках сдвиговой модели n -этажное здание при колебаниях в одной плоскости трактуют как систему с n степенями свободы. Роль обобщенных координат играют либо горизонтальные перемещения этажей, либо междуэтажные перемещения, либо средние углы $\varphi_1, \dots, \varphi_n$ между-



Фиг. 1

этажного сдвига (фиг. 1). Чтобы включить в модель существенно нелинейные эффекты, необходимо учитывать междуэтажные пластические деформации и повреждения, деградацию междуэтажной жесткости из-за накопления циклических и односторонних повреждений (множественного растрескивания элементов и узлов), а также конечные перемещения. Вес вышележащих этажей создает дополнительные перегрузки несущих конструкций. При обычном, линейном подходе к учету этих перегрузок перемещения считают малыми. Это так называемый $(P - \Delta)$ -эффект [4], который обычно дает поправку к усилиям в несущей конструкции порядка нескольких процентов. Учет больших перемещений делает расчет существенно более сложным.

Один из центральных вопросов состоит в выборе формы, предшествующей общему коллапсу. Проблема состоит в том, что окончательный коллапс не описывается в рамках сдвиговой модели. Поэтому рассмотрим предельные состояния, которые почти наверное предшествуют общему коллапсу. Если воздействие задано в детерминистическом виде, то за истинную форму естественно принять ту, при которой критическое состояние наступит раньше.

Параметры сейсмических и взрывных воздействий часто задают в вероятностной форме или выбирают из некоторого конечного множества реализаций [5]. Так, сейсмические воздействия задают в виде нестационарного случайного процесса — ускорения на основании $a_0(t)$ (фиг. 1, а). Давление от внешнего взрыва $p(x, t)$ также может быть задано в виде нестационарного случайного процесса (фиг. 1, б). В обоих случаях метод статистического моделирования (Монте-Карло) становится единственным путем получения численных результатов. Воздействие не выбирается единственным образом; поэтому возможно появление нескольких "истинных" предельных состояний. Для их выбора представляется естественным следующий принцип: наиболее вероятной является форма предельного состояния, для которого эмпирическая частота возникновения максимальна. При этом в рассмотрение можно вводить и те формы, возникновение которых "запаздывает"; эти формы также могут закончиться коллапсом.

Очевидно, что сформулированный выше принцип является чисто эвристическим. В отличие, например, от теорем о предельных состояниях жесткопластических систем при квазистатическом нагружении, этот принцип не может быть доказан. Более того, нетрудно привести примеры (некоторые из них будут даны ниже), когда этот принцип не подтверждается в вычислительном эксперименте. В расчетах на детерминистические воздействия экономия машинного времени по сравнению с анализом по полной, не упрощаемой расчетной схеме, невелика. Однако эта экономия становится существенной, если задача рассматривается в вероятностно-статистической постановке, причем оценивается вероятность достаточно редких событий.

Для получения достоверных оценок по методу Монте-Карло объем выборки

должен быть достаточно велик. При этом расчет по схемам, показанным на фиг. 1, может оказаться весьма трудоемким. Возникает естественное стремление упростить расчетную схему при сохранении основных особенностей явления. Чаще всего обрушению многоэтажных зданий предшествует существенное повреждение первого этажа. Часть здания, расположенная выше, может испытывать большие повреждения. Однако с точки зрения динамики системы в целом верхнюю часть здания допустимо трактовать как абсолютно жесткий блок. Таким образом, приходим к расчетной схеме, показанной на фиг. 2, а. Пока верхний блок перемещается без поворотов, эта схема имеет одну степень свободы, что существенно сокращает время счета. Обобщение этой схемы получим, включая срез еще одного или нескольких этажей. При этом все остальные блоки здания движутся как абсолютно твердые тела. Поскольку вероятен срез по второму этажу, то одна из возможных схем предусматривает срез по первому и второму этажам (фиг. 2, б). Другой вариант – включение в расчетную схему возможности среза по первому этажу и одному из этажей, соответствующих пучности у второй собственной формы (фиг. 2, с).

Очевидный недостаток упрощенных схем – изменение собственных частот системы. Так, если для восьмизэтажного здания принята схема, показанная на фиг. 1, а, дает низшие собственные частоты $\omega_1 = 0.93$ Гц, $\omega_2 = 2.55$ Гц, то схема на фиг. 2, а дает единственную собственную частоту $\omega_1 = 1.95$ Гц. Принимая схему, показанную по фиг. 2, б, получаем, что при тех же численных данных $\omega_1 = 1.42$ Гц, $\omega_2 = 7.78$ Гц. Схема по фиг. 2, с при предположении, что срезаются первый и четвертый этажи, дает $\omega_1 = 1.54$ Гц, $\omega_2 = 4.53$ Гц. Таким образом, расхождение по собственным частотам весьма велико. Однако нет оснований придавать слишком большое значение этому расхождению. Во-первых, параметры реальных зданий заданы с большой степенью неопределенности, так что нельзя всерьез обсуждать точное определение их собственных частот. Во-вторых, собственные частоты характеризуют малые колебания при деформациях, не превосходящих предел упругости. В данном случае деформации, измеренные в значениях междуэтажных сдвигов, в несколько раз превышают деформации, соответствующие пределу упругости. Кроме того, при переходе к упрощенной схеме параметры модели можно задать так, чтобы низшая собственная частота соответствовала полной расчетной схеме. Более существенным фактором является упрощение расчетных схем путем замены деформируемых блоков на абсолютно жесткие блоки. При этом не учитывается возможность системы к поглощению энергии воздействия в этих блоках за счет неупругих деформаций и внутреннего трения в конструктивных элементах. Этот фактор также изменяет значения опрокидывающих моментов из-за смещения центров тяжести вышележащих этажей. Связанную с этим погрешность оценим, сравнивая результаты расчета по полной и упрощенной расчетным схемам.

2. Составим уравнения движения для расчетной схемы, показанной на фиг. 1, а. Кинетическая энергия системы в относительном движении определяется формулой

$$T = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n m_j \left\{ \left[\sum_{k=1}^j h_k \dot{\varphi}'_k \cos \varphi_k \right]^2 + \left[\sum_{k=1}^j h_k \dot{\varphi}'_k \sin \varphi_k \right]^2 \right\} \quad (2.1)$$

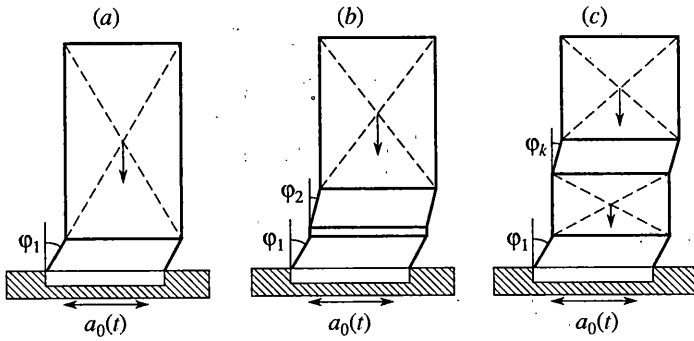
где h_k – высота k -го этажа, m_k – масса k -го этажа и присоединенных элементов конструкции. Штрих обозначает дифференцирование по времени.

Выражение для потенциальной энергии системы в поле сил тяжести имеет вид

$$U = \text{const} - \sum_{j=1}^n h_j (1 - \cos \varphi_j) \sum_{k=j}^n m_k g \quad (2.2)$$

Обобщенные силы, соответствующие переносным силам инерции, определяются формулой

$$Q_j = -a_0 h_j \cos \varphi_j \sum_{k=j}^n m_k \quad (2.3)$$



Фиг. 2

Используя уравнения Лагранжа второго рода, получим уравнения движения:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{k=1}^j h_j h_k [\varphi_k'' \cos(\varphi_j - \varphi_k) + \varphi_k'^2 \sin(\varphi_j - \varphi_k)] \sum_{p=j}^n m_p + \\
 & + \sum_{k=j+1}^n h_j h_k [\varphi_k'' \cos(\varphi_j - \varphi_k) + \varphi_k'^2 \sin(\varphi_j - \varphi_k)] \sum_{p=k}^n m_p + \\
 & + b_j \varphi_j' + h_j [a_0 \cos \varphi_j - g \sin \varphi_j] \sum_{p=j}^n m_p + M_j = 0 \quad (j=1, \dots, n)
 \end{aligned} \quad (2.4)$$

Здесь M_j — обобщенные силы, соответствующие обобщенным координатам φ_j . Они связаны с суммарной сдвигающей силой на этаже $Q_j = M_j/h_j$. В уравнение (2.4) также включены линейные составляющие диссипативных сил с коэффициентами демпфирования b_j . Уравнения движения моделей, показанных на фиг. 2, являются частным случаем уравнений (2.4).

Для связи между суммарной междуэтажной силой сдвига Q и междуэтажным углом сдвига φ примем кусочно-линейную зависимость, схематически представленную на фиг. 3. Здесь c_E^0 и c_H^0 — начальные значения коэффициентов жесткости при упругом и упругопластическом деформировании соответственно. Аналогичные коэффициенты для поврежденной конструкции обозначены c_E и c_H . При этом как жесткость при разгрузке, так и при повторном нагружении уменьшается из-за накопления повреждений. Простейшие зависимости от меры повреждений D имеют вид

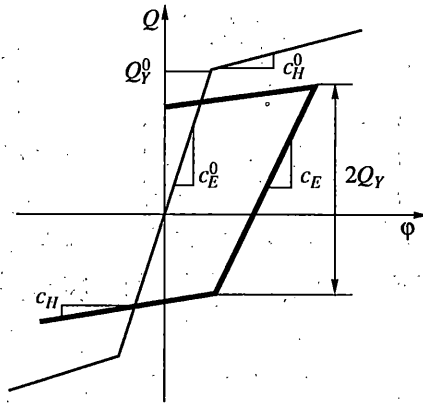
$$\begin{aligned}
 c_E &= c_E^0(1 - \eta_E D), \quad c_H = c_H^0(1 - \eta_H D) \\
 0 < \eta_E &\leq 1, \quad 0 < \eta_H \leq 1
 \end{aligned} \quad (2.5)$$

Кроме того, изменяется значение сдвигающей силы, соответствующее квазиупругой стадии деформирования

$$Q_Y = Q_Y^0(1 - \eta_Q D), \quad 0 < \eta_Q \leq 1 \quad (2.6)$$

Схема, приведенная на фиг. 3, описывает комбинацию изотропного и трансляционного упрочнения при параметрах материала, убывающих из-за накопления повреждений [6].

Уровень и характер повреждений в конструкции определяется типом динамического воздействия и его интенсивностью. Сейсмические движения грунта вызывают в конструкции переменные по знаку деформации. Обычно можно выделить несколько циклов с большими размахами, которые сопровождаются деградацией несущей спо-



Фиг. 3

способности. В отдельных случаях разрушение здания происходит при первых интенсивных сейсмических толчках в результате больших деформаций одного знака. Взрывная волна создает динамическое воздействие в определенном направлении, при котором возможно повреждение или полное разрушение сооружения. С учетом этого введем две меры повреждений D_1 и D_2 , характеризующие циклическую и монотонную составляющие повреждений. Эволюцию повреждений опишем зависимостями

$$D_1 = \frac{1}{\Delta\varphi_*} \sum |\Delta\varphi|, \quad D_2 = \frac{\max |\varphi|}{\varphi_*} \quad (2.7)$$

где $\Delta\varphi$ – размах неупругой составляющей средних углов поворота на полуцикле нагружения, φ_* – предельный угол поворота при монотонном нагружении, $\Delta\varphi_*$ – предельное значение накопленных остаточных углов поворота. Суммирование в первой формуле (2.7) проводится по полуциклам нагружения. Полная мера повреждений определяется комбинацией циклической и монотонной составляющих

$$D = \eta D_1 + (1 - \eta) D_2, \quad 0 \leq \eta \leq 1 \quad (2.8)$$

Величина η определяет вклад повреждений в комбинированную меру D . Параметры соотношений (2.5) – (2.8) задаются таким образом, что полному исчерпанию несущей способности соответствует значение меры повреждений $D = 1$.

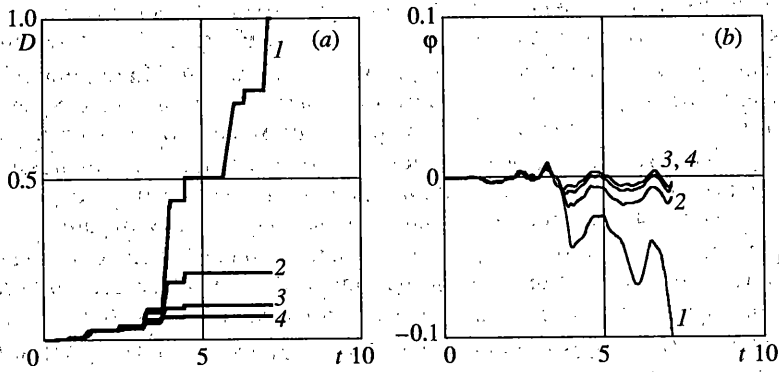
3. Рассмотрим результаты численного моделирования для сейсмического воздействия, заданного как горизонтальное ускорение основания $a_0(t)$ вдоль одной из главных осей жесткости здания. Случайный процесс $a_0(t)$ опишем в рамках модели, предложенной в [7]. Представим ускорение основания сооружения при землетрясении зависимостью

$$a_0(t) = A_0 (t/t_0) \exp(-t/t_0) \psi(t) \quad (3.1)$$

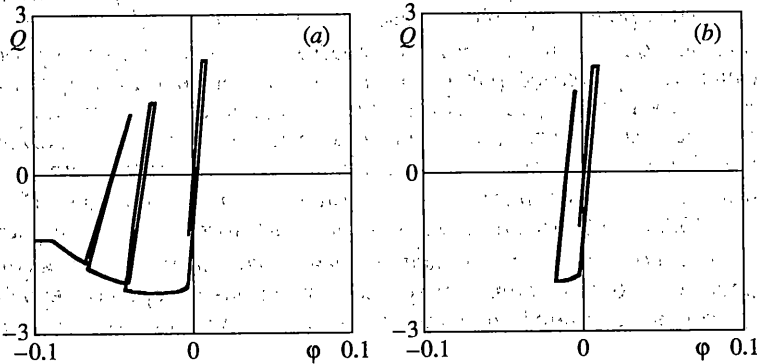
где параметр A_0 характеризует пиковые ускорения, параметр t_0 – продолжительность интенсивной фазы, функция $(t/t_0) \exp(-t/t_0)$ определяет профиль "псевдоогibaющей", $\psi(t)$ – реализация стационарного эргодического случайного процесса со спектральной плотностью

$$S_\psi(f) = \frac{2}{\pi} \frac{f_1 f_0^2}{(f^2 - f_0^2)^2 + 4 f_1^2 f^2} \quad (3.2)$$

где f, f_0, f_1 – частоты, измеряемые в Гц. Параметр f_0 представляет собой доминантную частоту движения на площадке, параметр f_1 характеризует ширину спектра.



Фиг. 4



Фиг. 5

Численное моделирование реализаций стационарного гауссовского процесса $\psi(t)$ с заданной спектральной плотностью осуществлялось одним из стандартных методов. Использованы следующие значения параметров в формулах (3.1) и (3.2): доминантная частота воздействия $f_0 = 2$ Гц, относительный параметр широкополосности $f_1/f_0 = 0.5$, параметры псевдоогibaющей $t_0 = 5$ с, $A = 4$ м/с². Принятые значения параметров позволяют получить реализации процесса, соответствующие акселерограммам, полученным при 9-балльных землетрясениях. Продолжительность интенсивной фазы можно оценить как $2t_0 = 10$ с, а общую продолжительность воздействия как $(8-10)t_0$.

При численном моделировании были приняты следующие значения параметров. Число этажей здания $n = 8$, масса этажей $m_k = 1 \cdot 10^5$ кг, высота этажей $h_k = 3$ м. Значения параметров жесткости приняты переменными по высоте здания в соответствии с зависимостью $c_{Ek}^0 = c_{E1}^0 [\zeta(k-1) + n - k] / (N-1)$ ($k = 1, \dots, n$), $c_{E1}^0 = 1.1 \cdot 10^9$ Н·м/рад, $\zeta = 0.5$. Неупругие свойства определяются зависимостями $c_{Hk}^0 = 0.05 c_{Ek}^0$, $\varphi_{Yk} = 0.06$ рад. Значения коэффициентов демпфирования приняты одинаковыми для всех этажей здания и соответствуют 10% от критического демпфирования для системы, показанной на фиг. 2, а. В формулах (2.5) – (2.8), описывающих деградацию несущей способности конструкции, приняты следующие значения параметров: $\eta_E = \eta_H = 0.95$, $\eta_Q = 0.5$, $\Delta\varphi_* = 0.5$ рад, $\varphi_* = 0.1$ рад, $\eta = 0.5$.

Фиг. 4, 5 иллюстрируют динамическую реакцию полной модели при реализации 9-балльного сейсмического воздействия. На фиг. 4, а показан процесс накопления повреждений в несущих конструкциях 1–4 этажей (кривые 1–4 соответственно). Наи-

более интенсивно повреждение конструкций происходит на первом этаже, что приводит к полному обрушению здания при $t_* = 7.13$ с. На фиг. 4, *b* показана история изменения средних углов сдвига φ , [рад], для тех же этажей. Максимальный угол на втором этаже достигает 0.02 рад, что соответствует междуэтажному сдвигу 6 см. На фиг. 5, *a* и *b* приводятся зависимости суммарных сил междуэтажного сдвига Q , [МН], от среднего угла сдвига φ , [рад], для первого и второго этажей. Разрушение, как правило, происходит в результате значительных деформаций одного знака.

Как видно из фиг. 4, *a*, наиболее существенные повреждения ограничиваются первым и вторым этажами. В этом случае естественно принять в качестве упрощенной модели конструкции схему, показанную на фиг. 2, *b*. Сохраним все принятые ранее параметры без изменений. Результаты расчета показаны на фиг. 6. На фиг. 6, *a* приводится зависимость междуэтажной силы сдвига Q_1 [МН] от φ_1 [рад] для первого этажа. Аналогичная зависимость для второго этажа показана на фиг. 6, *b*. Сравнивая полученные результаты с фиг. 5, отметим, что основные особенности реакции полной модели сохранились и для упрощенной расчетной схемы. Время до обрушения $t_* = 7.51$ с является хорошим приближением для полной модели.

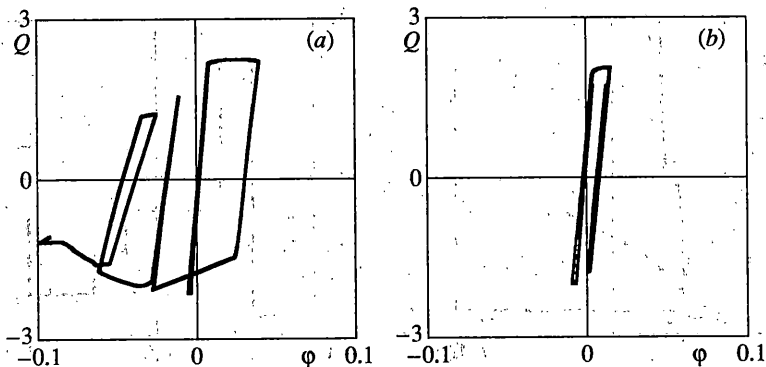
Рассмотрим также модель с возможным срезом по первому и четвертому этажам. Результаты расчета проиллюстрированы на фиг. 7. Здесь также произошло обрушение по форме среза на первом этаже. Однако характер реакции конструкции существенно отличается от фиг. 5, 6. На зависимости для силы междуэтажного сдвига на первом этаже, показанной на фиг. 7, *a*, можно выделить несколько циклов нагружения, сопровождающихся накоплением циклических повреждений. Время до обрушения $t_* = 15.5$ с существенно больше t_* , полученного для полной расчетной схемы. Поскольку во всех трех случаях использована одна и та же реализация сейсмического воздействия, то полученные результаты в какой-то мере подтверждают предположение, что для "истинной" формы коллапса критическое состояние наступает раньше.

4. В условиях случайного воздействия анализ отдельных реализаций не позволяет делать общие выводы о свойствах моделей. Для оценки вероятностей редких событий по методу Монте-Карло требуется использовать выборки большого объема, что ограничивает применение даже относительно несложных нелинейных моделей [5, 8]. Поэтому вопрос о возможности использования упрощенных расчетных схем представляет интерес.

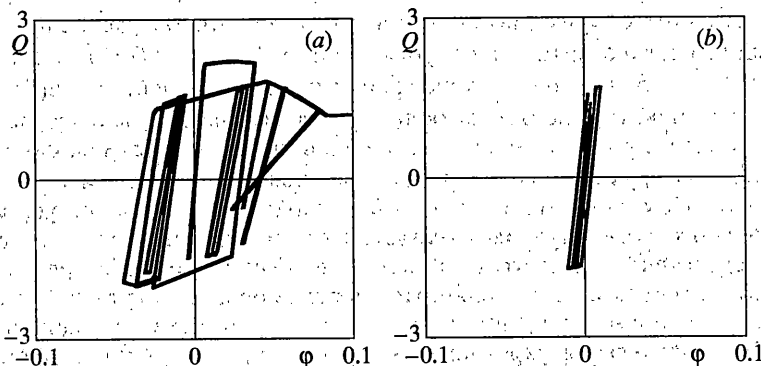
Рассмотрим результаты моделирования для выборки объемом $N = 50$ реализаций воздействия в случае использования трех рассмотренных выше расчетных схем. Параметры упрощенных расчетных схем соответствуют параметрам полной расчетной схемы. Оценим общее число случаев обрушения N_f , число случаев обрушения за счет повреждений на этажах с первого по четвертый N_1, \dots, N_4 и соответствующее среднее время в секундах до обрушения по каждой форме t_1, \dots, t_4 . Результаты расчета для полной расчетной схемы, схемы 1 + 2 с возможным срезом по первому и второму этажам и схемы 1 + 4 с возможностью среза по первому и четвертому этажам представлены ниже.

модель	N_f	N_1	t_1	N_2	t_2
полная	11	8	9.28	3	14.1
1 + 2	19	19	9.77	—	—
1 + 4	23	23	9.54	—	—

Наиболее вероятная форма предельного состояния — существенное повреждение первого этажа здания. Это отражают расчеты по всем трем расчетным схемам. Однако упрощенные расчетные схемы не позволяют оценить вероятность обрушения с достаточной точностью. Отметим, что эмпирическая частота обрушения, оцененная по схемам 1 + 2 и 1 + 4, значительно превышает "истинные" значения, т.е. расчет по



Фиг. 6

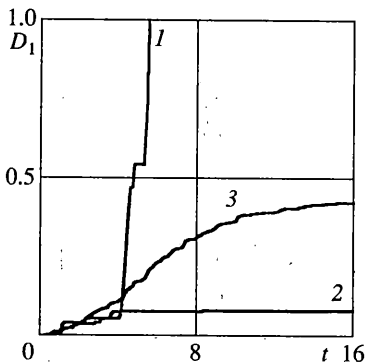


Фиг. 7

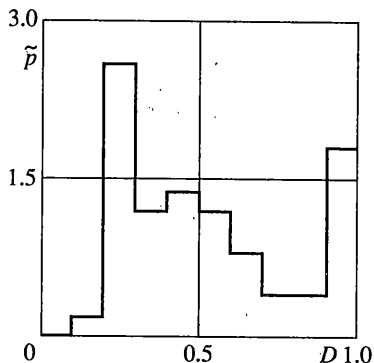
упрощенным схемам дает оценку показателей надежности снизу. Этот на первый взгляд парадоксальный результат допускает физическое истолкование. Во-первых, замена части деформируемой конструкции абсолютно жесткими блоками занижает значения энергии, которая рассеивается в пределах этих блоков. Во-вторых, предположение о жесткости отдельных блоков завышает значения опрокидывающих моментов, которые в конечном счете являются причиной коллапса (см. фиг. 2). Вместе с тем, необходимо отметить, что среднее время до возникновения предельного состояния по упрощенным схемам близко к результату, полученному по полной расчетной схеме.

Дополнительная информация приводится на фиг. 8, 9. На фиг. 8 показаны зависимости меры повреждений первого этажа D_1 от времени t [с] для полной расчетной схемы. Кривые 1, 2 и 3 соответствуют самой "плохой", самой "хорошей" реализациям и зависимости, полученной усреднением 50 реализаций процесса. Несмотря на то, что параметры воздействия одинаковы для всех реализаций процесса, разброс в реакции конструкции весьма существенный. Самая повреждающая реализация воздействия среди $N = 50$ реализаций приводит к обрушению здания при $t_* = 5.4$ с. При самой падающей реализации мера повреждений после окончания воздействия имеет значение $D_1 = 0.1$. Такой значительный разброс результатов можно объяснить существенно нелинейным поведением конструкции при воздействии высокой интенсивности. Существенным фактором является накопление повреждений, снижающее общую устойчивость конструкции по отношению к горизонтальным воздействиям.

На фиг. 9 приводится гистограмма распределения максимальной меры повреждений по всем этажам здания $D = \max_k D_k$ для полной расчетной схемы. Значение меры



Фиг. 8



Фиг. 9

$D = 1$ соответствует обрушению конструкции. Выборочное распределение имеет бимодальный характер с двумя максимумами около $D = 0.25$ и $D = 1$. Можно сказать, что величина $D = 0.25$ является критической; если в ходе воздействия превышен этот уровень повреждений, то вероятность общего коллапса значительно возрастает.

5. Таким образом, в работе проанализированы расчетные схемы, основанные на представлении конструкции в виде сочетания повреждаемых элементов и абсолютно жестких блоков. Показано, что такие схемы позволяют существенно упростить анализ динамического поведения многоэтажных зданий при сейсмических и внешних взрывных воздействиях и сократить объем вычислений, особенно применительно к вероятностно-статистическим моделям. Полученные оценки могут существенно отличаться от результатов вычислений по полным расчетным схемам, однако они отражают общий характер деформирования конструкции при ее приближении к коллапсу. На численных примерах показано, что упрощенный подход дает осторожную оценку для показателей надежности многоэтажных зданий при интенсивных сейсмических воздействиях.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 99-01-00252).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. The Seismic Design Handbook / Rd. F. Naeim. N-Y: Van Nostrand Reinhold, 1989. 450 p.
2. Болотин В.В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций. М.: Машиностроение, 1984. 315 с.
3. Болотин В.В., Радин В.П., Трифонов О.В., Чирков В.П. Влияние спектрального состава сейсмического воздействия на динамическую реакцию конструкций // Изв. РАН. МТТ. 1999. № 3. С. 150-158.
4. Earthquake resistant engineering structures / Eds. G. Oliveto, C.A. Brebbia Southampton: WIT Press, 1999. 848 p.
5. Bolotin V.V. Seismic risk assessment for structures with the Monte Carlo simulation // Probabilistic Engineering Mechanics. 1993. V. 8. P. 169-177.
6. Болотин В.В. Нелинейные эффекты в расчетах на сейсмостойкость // Вест. отд. строительных наук РААСН. 1998. С. 88-92.
7. Болотин В.В. Статистическая теория сейсмостойкости сооружений // Изв. АН СССР. ОТН. Механика и машиностроение. 1959. № 4. С. 123-129.
8. Синащек М.Н., Чирков В.П. Устойчивость агрегатов башенного типа при сильных землетрясениях // Машиноведение. 1981. № 6. С. 24-27.