МЕХАНИКА
ТВЁРДОГО ТЕЛА
№ 1 • 2001

УДК 539.434

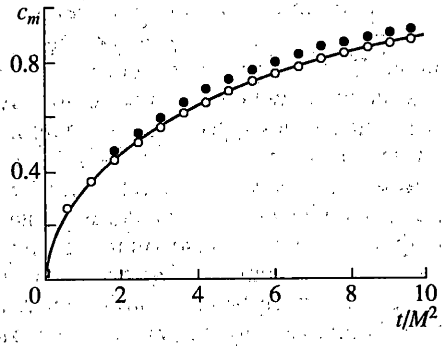
© 2001 г. Д.А. КУЛАГИН, А.М. ЛОКОЩЕНКО

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ НА ДЛИТЕЛЬНУЮ ПРОЧНОСТЬ С ПОМОЩЬЮ ВЕРОЯТНОСТНОГО ПОДХОДА

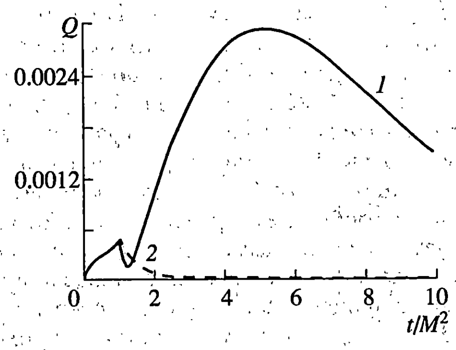
Проведено моделирование длительного разрушения металлов при совместном действии механических нагрузок и агрессивной окружающей среды. При применении кинетической теории Ю.Н. Работнова принимаются во внимание два параметра: поврежденность материала и концентрация в материале химических элементов окружающей среды. Длительная прочность рассматриваемого в качестве примера растягиваемого стержня исследуется с помощью предложенной вероятностной модели. Согласно этой модели тонкий стержень представляется состоящим из большого количества плотно уложенных пластин. Принята гипотеза о вероятности разрушения этих пластин, эта вероятность зависит от напряженного состояния и концентрации в материале стержня элементов окружающей среды. Предложено приближенное решение уравнения диффузии, которое основано на разделении поперечного сечения на невозмущенную и возмущенную части и на определении движения границы между этими частями. Показана высокая точность рассмотренного приближения. Полученная система кинетических уравнений применяется при анализе масштабного эффекта длительной прочности. Дополнительно предложен вариант кинетической модели Ю.Н. Работнова, в котором учитывается воздействие окружающей среды на длительную прочность металлов; приведен пример использования этого подхода.

1. Введение. Многочисленные исследования влияния агрессивной окружающей среды на ползучесть и длительную прочность металлов показывают, что это влияние в основном характеризуется протекающими в металле диффузионным и коррозионным процессами. В [1] приведен аналитический обзор основных феноменологических подходов, используемых при моделировании этого явления. В качестве основного параметра, используемого при анализе этих процессов, обычно принимается концентрация C в материале некоторых химических элементов среды, ослабляющих сопротивление материала действию внешних нагрузок. При исследовании длительной прочности элементов конструкций в указанных условиях наиболее оправданным следует считать применение кинетической теории Ю.Н. Работнова [2] с двумя параметрами: концентрацией c и рассеянной поврежденностью ω, которые зависят от времени t и пространственных координат.

2. Приближенный метод решения уравнения диффузии. В качестве примера рассматривается задача о разрушении растягиваемого постоянной силой P стержня прямоугольного поперечного сечения aH. Принимается, что ширина сечения a значительно превосходит его толщину H, так что влиянием диффузии со стороны узких сторон прямоугольника на длительную прочность можно пренебречь. Принимается также, что длина стержня L во много раз превосходит поперечный размер a, так что влияние продольной координаты стержня на процесс разрушения поперечного сечения можно не учитывать. В поперечном сечении вдоль направления толщины стержня вводится координата x таким образом, что значения $x = 0$ и $x = H$ соответствуют



Фиг. 1



Фиг. 2

широким боковым сторонам стержня, из условия симметрии рассматривается одна половина стержня $0 \leqslant x \leqslant 0{,}5H$.

Для простоты рассматривается нулевое начальное условие для концентрации C, в качестве граничного условия на поверхностях широких боковых сторон стержня принимается равенство концентрации C постоянному значению C_0. Вводятся характерные значения толщины H_0 и номинального напряжения σ_{00}. В дальнейшем используются безразмерные переменные $c = C/C_0$, $\sigma_0 = P/(aH\sigma_{00})$, $M = H/H_0$. Ниже под безразмерными параметрами x и t понимаются координата вдоль направления толщины стержня и реальное время, отнесенные соответственно к $0{,}5H_0$ и $H_0^2/(48D)$, где D – коэффициент диффузии химических элементов окружающей среды в материал стержня. В этих безразмерных переменных уравнение диффузии, начальные и граничные условия принимают вид:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{1}{12}\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}, \quad c(x,0)=0, \quad c(0,t)=1, \quad \frac{\partial c}{\partial x}(M,t)=0 \tag{2.1}$$

Точное решение этого уравнения может быть представлено в виде ряда:

$$c(x,t) = 1 - \frac{4}{\pi}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{(2k+1)}\exp\left[-\frac{(2k+1)^2\pi^2 t}{48M^2}\right]\sin\frac{(2k+1)\pi x}{2M} \tag{2.2}$$

Полезно также рассмотреть среднюю в поперечном сечении концентрацию $c_m(t)$:

$$c_m(t) = \frac{1}{M}\int_0^M c(x,t)\,dx \tag{2.3}$$

При учете (2.2) решение для средней концентрации примет вид:

$$c_m(t) = 1 - \frac{8}{\pi^2}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{(2k+1)^2}\exp\left[-\frac{(2k+1)^2\pi^2 t}{48M^2}\right] \tag{2.4}$$

На фиг. 1 сплошной линией нанесена зависящая от времени средняя концентрация c_m, соответствующая (2.4). Следует отметить, что использование решения (2.2) существенно затрудняет аналитическое исследование задачи. Кроме того, при малых временах t можно получить качественно неверную картину диффузионного процесса. В этом случае (при малом t) надо пользоваться другим решением, что делает всю схему еще более громоздкой. В связи с этим возникает проблема построения приближенного решения уравнения диффузии и оценки получаемой погрешности.

Из уравнения диффузии (2.1) следует, что заметное изменение концентрации c в каждой точке стержня наступает по истечении некоторого времени, зависящего от расстояния данной точки до поверхности стержня. В связи с этим естественно разделить всю область поперечного сечения стержня на невозмущенную и возмущенную части и исследовать движение границы между этими частями – фронта возмущения.

Метод приближенного решения уравнения в частных производных параболического типа в такой постановке впервые по-видимому был рассмотрен в [3], затем он получил обобщение и развитие в работах [4–7]. В [5] для задач с различными видами геометрической симметрии задавалась искомая функция в виде многочленов достаточно высоких степеней. Для определения зависящих от времени коэффициентов в [5] вводится фиксированное количество условий на границе рассматриваемой области и на фронте возмущения, а также необходимое количество последовательных моментных интегральных соотношений. В [6, 7] получено приближенное решение рассматриваемого уравнения для трехмерного тела без предположения какой-либо симметрии. При этом вводится система ортогональных координат, искомая функция представляется в виде ряда по базисным функциям и определяются интегральные условия для вычисления зависящих от времени коэффициентов ряда. В [1] при решении осесимметричной задачи зависимость концентрации c от радиуса задается в виде параболы k-ой степени с зависящими от t коэффициентами, значение $k = 1{,}5$ получено из сопоставления зависимостей концентрации в центре стержня от времени, полученных точным и приближенным методами. Следует отметить, что введение фронта возмущения приводит к тому, что при малых временах (а в некоторых задачах и при любом значении t) координата фронта возмущения перемещается пропорционально квадратному корню из значения времени t.

В данной работе приближенное решение уравнения диффузии рассматривается в виде последовательности двух стадий: первая стадия характеризуется движением диффузионных фронтов $l(t)$ от боковых поверхностей стержня к его середине, вторая стадия начинается от момента соединения этих двух фронтов ($t = t^0$), она характеризуется ненулевыми значениями $c(x, t)$ при любом x и возрастанием уровня $c(x, t)$ с ростом времени t. Зависимость концентрации c от поперечной координаты стержня x на каждой стадии диффузионного процесса задается в виде многочлена третьей степени. В результате приближенное решение уравнения (2.1) на первой стадии ($0 \leq t \leq t^0$) может быть представлено в следующем виде:

$$c(x,t) = \begin{cases} A_0 + A_1\left(\dfrac{x}{l(t)}\right) + A_2\left(\dfrac{x}{l(t)}\right)^2 + A_3\left(\dfrac{x}{l(t)}\right)^3 & (0 \leq x \leq l(t)) \\ 0 & (l(t) < x \leq M) \end{cases} \qquad (2.5)$$

Для определения четырех коэффициентов A_i ($i = 0,\ldots,3$) используются два граничных условия (2.1), а также два интегральных условия:

$$\int_0^M \left(\frac{\partial c}{\partial t} - \frac{1}{12}\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}\right)dx = 0, \qquad \int_0^M \left(\frac{\partial c}{\partial t} - \frac{1}{12}\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}\right)x\,dx = 0 \qquad (2.6)$$

В результате получаются выражение для диффузионного фронта $l(t)$, значения t^0 и коэффициентов A_i: $l(t) = \sqrt{t}$, $t^0 = M^2$, $A_0 = 1$, $A_1 = -2$, $A_2 = 1$, $A_3 = 0$. Аналогично (2.5) представляется решение $c(x, t)$ на второй стадии процесса в следующем виде:

$$c(x,t) = A_0 + A_1(t)(x/M) + A_2(t)(x/M)^2 + A_3(t)(x/M)^3 \qquad (2.7)$$

Для получения зависимостей входящих в (2.7) коэффициентов A_i ($i = 0,\ldots,3$) от времени t следует подставить (2.7) в граничные условия (2.1) и уравнения (2.6), начальные значения для полученных обыкновенных дифференциальных уравнений определяются с учетом (2.5) при $t = t^0$; тогда

$$A_0 = 1,\quad A_1(t) = -2{,}015F_1(t) - 5{,}148F_2(t)$$

$$A_2(t) = 0{,}174F_1(t) + 12{,}556F_2(t),\qquad A_3(t) = 0{,}556F_1(t) - 6{,}655F_2(t)$$

$$F_1(t) = \exp(-0{,}204\,t/M^2),\qquad F_2(t) = \exp(-2{,}683\,t/M^2)$$

При подстановке (2.5) и (2.7) в (2.3) соотношение для средней в сечении концентрации принимает вид

$$c_m(t) = \begin{cases} \sqrt{t}/(3M), & 0 \leqslant t \leqslant t^0 \\ 1 - 0{,}811F_1(t) - 0{,}055F_2(t), & t > t^0 \end{cases} \qquad (2.8)$$

Если в (2.5), (2.7) ограничить представление $c(x, t)$ многочленом второй степени, то вместо (2.5), (2.7), (2.8) получаются следующие выражения для $c(x, t)$ и $c_m(t)$:

$$c(x,t) = \begin{cases} \left\{\begin{matrix} \left[1 - \dfrac{x}{\sqrt{t}}\right] & (0 \leqslant x \leqslant \sqrt{t}) \\ 0 & (\sqrt{t} < x \leqslant M) \end{matrix}\right\} & (0 \leqslant t \leqslant t^0 = M^2) \\ \dfrac{1 - x(2M - x)}{M^2}\exp\left(-\dfrac{1 - M^2}{4M^2}\right) & (t > t^0) \end{cases} \qquad (2.9)$$

$$c_m(t) = \begin{cases} \sqrt{t}/(3M) & (0 \leqslant t \leqslant M^2) \\ 1 - \dfrac{2}{3}\exp\left(-\dfrac{t - M^2}{4M^2}\right) & (t > M^2) \end{cases} \qquad (2.10)$$

На фиг. 1 наряду с интегрально средней концентрацией $c_m(t)$, соответствующей точному решению (сплошная линия), приведены зависимости $c_m(t)$, соответствующие квадратичной (темные точки) и кубической (светлые точки) аппроксимациям. Для сравнения полученных приближенных решений уравнения диффузии с точным решением можно воспользоваться интегральной мерой $Q(t)$:

$$Q(t) = \frac{1}{M}\int_0^M (c - c_0)^2\,dx$$

где $c(x, t)$ – сравниваемое приближенное решение, а $c_0(x, t)$ – точное решение (2.2). На фиг. 2 приведены зависимости $Q(t/M^2)$ для квадратичного (кривая *1*) и кубического (кривая *2*) приближений. Очевидно, что представление приближенного решения уравнения диффузии в виде многочлена третьей степени с зависящими от времени коэффициентами приводит к решению задачи с достаточно высокой степенью точности.

3. Вероятностная модель длительной прочности. В научной литературе рассматриваются различные подходы при исследовании длительной прочности материалов ([2, 8, 9, 10] и другие). В отличие от них в данном параграфе предложена вероятностная модель длительной прочности. В этой модели рассматриваемый стержень представляется состоящим из большого количества тонких плотно уложенных пластин длины L, ширины a и очень малой безразмерной толщины δ. Вводится функция $N(x_1, x_2, t)$ – количество пластин на интервале $[x_1, x_2)$ в момент времени t; очевидно, имеет место равенство $N(0, M, 0) = M/\delta$. Относительно свойств пластин принимаются следующие предположения:

1) напряжение σ_1 в каждой пластине не зависит от ее положения и зависит только от времени: $\sigma_1 = \sigma_1(t)$;

2) вероятность $q(t, t + \Delta t, x)$ того, что пластина с координатой x разрушится в ин-

тервале времени $[t, t+\Delta t)$, удовлетворяет уравнению

$$q(t, t+\Delta t, x) = g\Delta t + o(\Delta t), \quad g = g(\sigma_1(t), c(x, t)) \equiv g(\sigma_1, c) \tag{3.1}$$

3) итоговое разрушение стержня (разделение его на две части) определяется из условия достижения напряжением к каждой неразрушенной пластине $\sigma_1(t)$ предела кратковременной прочности материала σ_{b0} при соответствующей температуре.

Предлагаемая модель длительной прочности имеет вероятностный характер. Ее можно рассматривать как обобщение структурной модели накопления повреждений [11] на учет влияния окружающей среды. В начальный момент времени растягиваемый постоянной силой стержень прямоугольного сечения состоит из большого количества плотно уложенных пластин с одинаковыми напряжениями $\sigma_1(t)$, которые возрастают во времени. Так как рассматриваемый стержень находится под влиянием агрессивной окружающей среды, то концентрация химических элементов $c(x, t)$ является возрастающей функцией времени и убывающей функцией поперечной координаты x. Основная особенность рассматриваемой модели заключается во введении вероятности разрушения отдельных пластин, которая является возрастающей функцией напряжения в пластинах $\sigma_1(t)$ и концентрации $c(x, t)$. Эта гипотеза приводит к тому, что с течением времени отдельные пластины разрушаются, причем плотность разрушенных пластин убывает по направлению от боковой поверхности стержня к его середине. Это обстоятельство приводит к появлению неоднородного поля осевых напряжений (с максимумом вдоль оси стержня). Уменьшение количества неразрушенных пластин с ростом времени приводит к увеличению напряжения в каждой пластине, при достижении этим напряжением предела кратковременной прочности σ_{b0} наступает полное разрушение стержня (разделение его на две части). Отсюда следует, что при записи условия длительного разрушения стержня равенство напряжений во всех пластинах пределу длительной прочности материала заменяется выделением в сечении стержня разрушенных и неразрушенных пластин и выполнением условий для осевых напряжений в них соответственно $\sigma_1 = 0$ и $\sigma_1 = \sigma_{b0}$.

Согласно первому предположению напряжение на пластине не зависит от координаты x и может быть вычислено по формуле:

$$\sigma_1(t) = \sigma_0 M/(N(0, M, t)\delta) \tag{3.2}$$

Напряжения в стержне распределены вдоль оси x неравномерно. Согласно предлагаемой модели при $\delta \ll dx$ соотношение для $\sigma(x, t)$ примет следующий вид

$$\sigma(x, t) = N(x, x+dx, t)\sigma_1\delta/dx \tag{3.3}$$

Функция плотности неразрушенных пластин $\psi(x, t)$ определяется соотношением

$$\psi(x, t) = N(x, x+dx, t)/N(x, x+dx, 0) \tag{3.4}$$

Так как в начальный момент времени пластины распределены вдоль оси x равномерно, то

$$N(x, x+dx, 0) = dx/\delta \tag{3.5}$$

При подстановке (3.5) в (3.4) количество неразрушенных пластин $N(x, x+dx, t)$ записывается в виде

$$N(x, x+dx, t) = \psi(x, t)dx/\delta \tag{3.6}$$

Используя (3.6), можно найти $N(0, M, t)$ – общее количество неразрушенных пластин в стержне

$$N(0, M, t) = \int_0^M N(x, x+dx, t)\,dx = \frac{1}{\delta}\int_0^M \psi(x, t)\,dx \equiv \frac{M}{\delta}\Psi(t) \tag{3.7}$$

Здесь через $\Psi(t)$ обозначено среднее значение $\psi(x, t)$ в сечении. Напряжения $\sigma_1(t)$ и $\sigma(x, t)$ можно выразить через плотность $\psi(x, t)$ и среднюю плотность $\Psi(t)$, используя (3.2), (3.3), (3.6) и (3.7):

$$\sigma_1(t) = \sigma_0/\Psi(t), \quad \sigma(x, t) = \sigma_1(t)\psi(x, t) \tag{3.8}$$

Для получения дифференциального уравнения относительно плотности $\psi(x, t)$ можно воспользоваться выражением (3.1) и составить уравнение для $N(x, x + dx, t)$:

$$N(x, x + dx, t + \Delta t) - N(x, x + dx, t) = -N(x, x + dx, t)(g\Delta t + o(\Delta t))$$

При $\Delta t \to 0$ уравнение принимает вид

$$\frac{\partial N(x, x+dx, t)}{\partial t} = -N(x, x+dx, t)g(\sigma_1(t), c(x, t)) \tag{3.9}$$

Уравнение для плотности пластин можно получить, подставив (3.4) в (3.9):

$$\partial\psi(x, t)/\partial t = -\psi(x, t)g(\sigma_1(t), c(x, t)) \tag{3.10}$$

Из третьего предположения и выражения (3.8) следует уравнение для времени полного разрушения t^*:

$$\Psi(t^*) = \sigma_0/\sigma_{b0} \tag{3.11}$$

Для функции $g(\sigma_1, c)$ можно принять простейшую форму

$$g(\sigma_1, c) = A\sigma_1^n(1 + bc) \tag{3.12}$$

В этом уравнении коэффициенты A и n описывают процесс ползучести при отсутствии агрессивной окружающей среды (например, в вакууме), и они определяются только свойствами самого материала. Параметр b характеризует степень влияния концентрации элементов среды в материале стержня, он зависит как от свойств самого материала, так и от свойств той агрессивной среды, в которой находится. Таким образом, в рассматриваемой модели при использовании зависимости (3.12) влияние агрессивной окружающей среды на длительную прочность учитывается введением всего одного параметра b.

Полученные соотношения легко интегрируются в случае отсутствия влияния окружающей среды ($b = 0$). В рассматриваемом случае плотность пластин ψ зависит только от времени, и, следовательно, имеют место следующие равенства:

$$\psi \equiv \psi(t) = \Psi(t), \quad g \equiv g(t) = A\sigma_1^n(t), \quad \sigma_1(t) = \sigma_0/\psi(t) \tag{3.13}$$

Кинетическое уравнение (3.10) для плотности пластин ψ записывается в этом случае в следующем виде:

$$d\psi(t)/dt = -A\sigma_0^n/[\psi(t)]^{n-1} \tag{3.14}$$

Данное уравнение легко интегрируется, и искомая функция ψ принимает вид:

$$\psi^n(t) = 1 - An\sigma_0^n t \tag{3.15}$$

Если рассмотреть стандартный параметр поврежденности в виде $\omega(t) = 1 - \psi(t)$, то предельное значение параметра поврежденности $\omega(t^*)$ монотонно убывает при увеличении σ_0: $\omega(t^*) = 1 - \sigma_0/\sigma_{b0}$. Этот результат качественно согласуется с известными экспериментальными данными, в которых предельное значение поврежденности, определяющее разрушение материала, является убывающей функцией номинального напряжения (см., например [12, 13]). Используя (3.11) и (3.15), можно записать зависимость времени разрушения стержня при отсутствии агрессивной окружающей среды t_0^* от номинального напряжения σ_0:

$$t_0^* = \frac{1-(\sigma_0/\sigma_{b0})^n}{An\sigma_0^n} \tag{3.16}$$

Это уравнение описывает две особенности, присущие кривым длительной прочности в логарифмических координатах $\lg\sigma_0 - \lg t_0^*$: наличие наклонной асимптоты при $\sigma_0 \ll \sigma_{b0}$ и горизонтальной асимптоты при $\sigma_0 \to \sigma_{b0}$.

4. Применение вероятностной модели для анализа масштабного эффекта длительной прочности. Испытания на длительную прочность металлических образцов, находящихся в агрессивных средах при высоких температурах, показывают, что для тонкостенных элементов конструкций пренебрегать влиянием среды на материал нельзя. Если в качестве агрессивной среды выступает атмосферный воздух, то в большинстве случаев времена разрушения при уменьшении толщины уменьшаются в несколько раз [14–16]. Трудность в изучении вопросов влияния воздуха на длительную прочность связана с недостатком систематических экспериментальных исследований. Технические трудности в экспериментальном установлении степени влияния поперечных размеров образцов на длительную прочность обусловливают необходимость построения математических моделей, позволяющих качественно и количественно описывать масштабный эффект. Данные о длительной прочности тонкостенных конструкционных элементов особенно важны. В случае использования плоских образцов согласно действующим стандартам их толщина определяется толщиной проката, которая обычно составляет 5–10 мм, иногда 2–3 мм. Однако реально на практике нередко применяются элементы конструкций толщиной 1 мм и менее. В случае наличия масштабного эффекта длительной прочности необходим метод для экстраполяции результатов испытаний стандартных образцов на характеристики длительной прочности тонкостенных элементов.

В качестве примера можно рассмотреть применение вероятностной модели для описания результатов испытаний [14] плоских образцов из отожженной мягкой углеродистой стали при температуре 450°C и номинальных напряжениях 220–270 МПа. Толщина образцов изменялась от 0,15 мм до 2,0 мм, при этом масштабный эффект наблюдался лишь при толщинах менее 1,0 мм. На фиг. 3 символами ×, ● и ○ нанесены экспериментально-определенные времена разрушения (в часах) соответственно для толщин $H = 0{,}15$; 0,2 и 0,3 мм. В качестве суммарной характеристики расхождения экспериментальных и расчетных значений времени разрушения можно ввести сумму

$$S = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{t_*^* - t^*}{t_*^* + t^*} \right)_i^2 \tag{4.1}$$

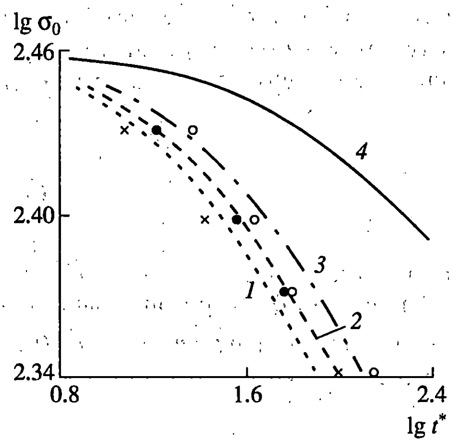
где t_*^* – экспериментальные значения для времени разрушения образцов толщиной 0,15–0,30 мм, а t^* – времена разрушения образцов соответствующей толщины, рассчитанные согласно модели (2.1), (3.10), $N = 10$ – количество испытаний. Для анализа результатов испытаний были использованы следующие константы: $D = 10^{-5}$ мм²/час, $H_0 = 0{,}15$ мм, $\sigma_{00} = 200$ МПа, предел кратковременной прочности $\sigma_{b0} = 290$ МПа.

При аналитическом описании опытных данных зависимость $\tau^*(\sigma_0)$ сначала представляется в виде стандартной степенной функции

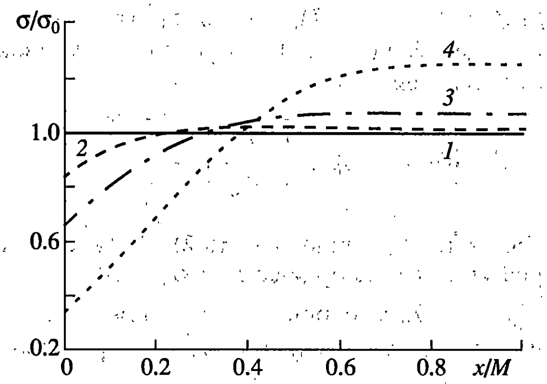
$$t^* = B_0\sigma_0^{-n} \tag{4.2}$$

Вычисления приводят к следующим значениям констант: $B_0 = 8$, $n = 10{,}8$. При этом параметр разброса составил $S = 0{,}118$.

В модели подлежат определению три константы: A, n, b. Так как при толщинах образцов 1,0 мм и 2,0 мм масштабный эффект не наблюдается, то соответствующие



Фиг. 3



Фиг. 4

экспериментальные данные можно использовать для определения констант A и n, при этом следует использовать соотношение (3.16). Константа b была подобрана из условия минимума величины разброса S на основе результатов испытаний образцов толщиной 0,15–0,30 мм.

В результате получены следующие значения констант: $A = 5{,}29 \cdot 10^{-5}$, $n = 8{,}5$, $b = 28$. При этом параметр разброса составил $S = 0{,}060$. На фиг. 3 сплошной линией 4 показана кривая длительной прочности в отсутствии влияния среды, линиями 1–3 показаны кривые длительной прочности для различных толщин образцов (0,15; 0,20 и 0,30 мм соответственно). Вычисления показали, что значения t^*, полученные при использовании точного и приближенного решений уравнения диффузии, как правило различаются между собой не более, чем на 1%. На фиг. 4 приведены эпюры относительного растягивающего напряжения σ/σ_0 для номинального напряжения 220 МПа и толщины $H = 0{,}3$ мм при различных значениях времени t. Кривые 1–4 представляют собой зависимости σ/σ_0 от x при значениях $t = 0$, $t^*/3$, $2t^*/3$, t^* соответственно. Из фиг. 4 следует, что в результате действия агрессивной окружающей среды при $t = t^*$ возникает значительная неоднородность напряженного состояния, растягивающее напряжение вблизи боковой поверхности уменьшается относительно значения исходного номинального напряжения на 65%, а в центре сечения – возрастает на 26%.

С помощью предложенной модели было осуществлено прогнозирование времен разрушения тонких образцов ($H = 0{,}15$ мм) на основе информации о длительной прочности образцов большей толщины ($H = 0{,}2$–$0{,}3$ мм). Вычисления показали, что суммарный разброс S экспериментальных и теоретических значений времен разрушения при $H = 0{,}15$ мм, полученный с помощью вероятностной модели, в 4 раза меньше, чем разброс, подсчитанный с помощью применения стандартной модели.

5. Обобщение модели [2] на учет влияния окружающей среды. Ниже рассмотрено обобщение обычной модели длительной прочности Ю.Н. Работнова [2] на учет влияния агрессивной окружающей среды

$$\frac{d\omega(t)}{dt} = G\left[\frac{\sigma_0}{1-\omega(t)}\right]^m \left[1-\left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{b0}}\right)^{\alpha}\right]^{-m/\alpha} f(c_m(t)) \tag{5.1}$$

Здесь накопление поврежденности зависит от среднего уровня концентрации $c_m(t)$, в качестве функции $f(c_m(t))$ используется выражение с единственной характеристикой влияния окружающей среды на длительную прочность – константой b: $f(c_m(t)) = 1 + bc_m(t)$. При интегрировании (5.1) в случае отсутствия агрессивной окружающей среды ($f(c_m) \equiv 1$) уравнение кривой длительной прочности записывается в следующей форме:

$$t_0^* = \left[(m+1)G\sigma_{b0}^m\right]^{-1}\left[\left(\frac{\sigma_{b0}}{\sigma_0}\right)^{\alpha} - 1\right]^{m/\alpha} \tag{5.2}$$

Как и (3.16), уравнение (5.2) характеризуется наличием двух асимптот в логарифмических координатах $\lg\sigma_0 - \lg t^*$: наклонной при $\sigma_0 \to 0$ и горизонтальной при $\sigma_{b0} \to 0$. Интегрирование (5.1) приводит к связи времен разрушения t^* и t_0^* (при наличии и отсутствии агрессивной окружающей среды):

$$t_0^* = \int_0^{t^*} f(c_m(t))\,dt \tag{5.3}$$

Анализ экспериментальных данных при $H = 1$ мм и $H = 2$ мм проводился с помощью уравнения (5.2), при этом материальные константы принимают следующие значения: $m = 11$, $\alpha = 19$, $G = 2{,}85 \cdot 10^{-5}$.

Анализ результатов испытаний образцов толщины 0,15–0,30 мм с помощью уравнения (5.3) показывает, что при $b = 28$ суммарный разброс S принимает значение $S = 0{,}050$, т.е. применение модели (5.1) приводит к уменьшению суммарного разброса в 2,3 раза. Из решения задачи следует, что согласно данной модели образцы при разрушении интенсивно насыщены агрессивной окружающей средой: средняя концентрация $c_m(t^*)$ химических элементов окружающей среды в объеме образцов при их разрушении в зависимости от их толщины и осевого напряжения составляют от 11 до 45% от уровня концентрации этих элементов в окружающем пространстве.

При прогнозировании данных длительной прочности образцов толщины 0,15 мм, проведенном с помощью рассмотренной модели (аналогично п. 4), суммарный разброс S составил величину, которая в 4 раза меньше разброса, подсчитанного с применением стандартной модели.

Следует отметить, что предложенные модели могут описывать как разупрочняющее действие окружающей среды, так и упрочняющее действие; в этом случае меняется только знак коэффициента b.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 99-01-00093).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Локощенко А.М., Шестериков С.А.* Моделирование влияния окружающей среды на ползучесть и длительную прочность // Изв. РАН. МТТ. 1998. № 6. С. 122–131.
2. *Работнов Ю.Н.* Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966. 752 с.
3. *Лембке К.Э.* Движение грунтовых вод и теория водосборных сооружений // Ж. Министерства путей сообщения. 1886. № 2. С. 507–539; 1887. № 17. С. 122–140; 1887. № 18. С. 141–154; 1887. № 19. С. 155–166.
4. *Чарный И.А.* Основы подземной гидравлики. М.: Гостоптехиздат, 1956. 260 с.
5. *Баренблатт Г.И.* О некоторых приближенных методах в теории одномерной неустановившейся фильтрации жидкости при упругом режиме // Изв. АН СССР. ОТН. 1954. № 9. С. 35–49.
6. *Шестериков С.А., Юмашева М.А.* Приближенный метод оценки температурных полей // Тр. Ин-та механики МГУ. 1973. № 23. С. 63–68.
7. *Шестериков С.А., Юмашева М.А.* К проблеме терморазрушения при быстром нагреве // Изв. АН СССР. МТТ. 1983. № 1. С. 128–135.

8. *Ильюшин А.А.* Об одной теории длительной прочности // Изв. АН СССР. МТТ. 1967. № 3. С. 21–25.
9. *Ильюшин А.А., Победря Б.Е.* Основы математической теории термовязкоупругости // М.: Наука. 1970. 280 с.
10. *Шестериков С.А., Локощенко А.М.* Ползучесть и длительная прочность металлов // Итоги науки и техники. Сер. Мех. деформ. тверд. тела. Т. 13. ВИНИТИ. 1980. С. 3–104.
11. *Болотин В.В.* Ресурс машин и конструкций. М.: Машиностроение, 1990. 448 с.
12. *Локощенко А.М.* Исследование поврежденности материала при ползучести и длительной прочности // ПМТФ. 1982. № 6. С. 129–133.
13. *Lokoshtchenko A.M.* The investigation of the metal damage at the creep by the method of electrical resistance measuring // Creep in Structures: 6-th IUTAM Symp., Cracow, (1990). Berein: Springer, 1991. P. 379–383.
14. *Одинг И.А., Фридман Э.Г.* Роль поверхностных слоев при длительном разрушении металлов в условиях ползучести // Заводская лаборатория. 1959. Т. 25. № 3. С. 329–332.
15. *Никитин В.И., Таубина М.Г.* Масштабный эффект при высокой температуре и статической нагрузке // Теплоэнергетика. 1965. № 4. С. 52–57.
16. *Куров В.Д., Мельников Г.П., Токарев В.Д.* Влияние масштабного фактора на время разрушения в условиях ползучести труб из стали Х18Н10Т при температуре 1123 К // Машиноведение. 1967. № 6. С. 107–109.

Москва

Поступила в редакцию
12.07.1999