МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 6 • 2000

УДК 539.374

© 2000 г. А.Г. ГОРШКОВ, Э.И. СТАРОВОЙТОВ, А.В. ЯРОВАЯ

ГАРМОНИЧЕСКОЕ НАГРУЖЕНИЕ СЛОИСТЫХ ВЯЗКОУПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Рассматриваются свободные и вынужденные гармонические колебания слоистых вязкоупругих тел. Получено уравнение для приближенного определения амплитуды колебаний вблизи резонанса. В качестве примера приведено соответствующее решение для круговой трехслойной пластины. Представлены результаты численного счета.

Вначале рассматривается процесс одномерного циклического деформирования слоистой идеальной упругопластической среды, при котором деформация k -го слоя представима в виде

$$\varepsilon^k = A_k \cos \omega t \tag{1}$$

Диаграмма циклического деформирования приведена на фиг. 1. В угловых точках, обозначенных римскими цифрами, деформации и время будут следующими:

$$\begin{aligned}
&\mathrm{I} - \varepsilon^k = A_k, \quad \omega t_1 = 0\\
&\mathrm{II} - \varepsilon^k = A_k - \sigma_s^k / G^k, \quad \omega t_2 = \arccos(1 - \sigma_s^k / A_k G^k)\\
&\mathrm{III} - \varepsilon^k = -A_k, \quad \omega t_3 = \pi\\
&\mathrm{VI} - \varepsilon^k = -A_k - \sigma_s^k / G^k, \quad \omega t_4 = \pi + \arccos(1 - \sigma_s^k / A_k G^k)
\end{aligned} \tag{2}$$

При переходе от одной точки к другой напряжения изменяются по закону:

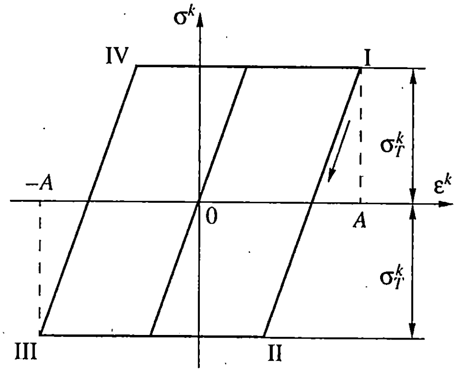
$$\begin{aligned}
&\text{I–II},\ t_1 \leqslant t \leqslant t_2,\ \sigma^k = \sigma_s^k - 2G^k(A_k - \varepsilon^k) \quad \text{или} \quad \sigma^k = 2G^k A_k \cos\omega t - 2G^k A_k + \sigma_s^k\\
&\text{II–III},\ t_2 \leqslant t \leqslant t_3, \quad \sigma^k = -\sigma_s^k\\
&\text{III–VI},\ t_3 \leqslant t \leqslant t_4, \quad \sigma^k = 2G^k A_k \cos\omega t + 2G^k A_k - \sigma_s^k\\
&\text{VI–I},\ t_4 \leqslant t \leqslant t_1, \quad \sigma^k = \sigma_s^k
\end{aligned} \tag{3}$$

Здесь значения моментов времени $t_1, t_2, \ldots$ определяются из выражений (2).

Заметим, что напряжение не будет гармонической функцией времени, но, поскольку процесс установившийся, его период будет такой же, как и у деформаций (1). В соответствии с соотношениями (3) напряжение будет кусочно-гладкой функцией, которую можно разложить в ряд Фурье. При разложении будем удерживать только первую гармонику

$$\sigma^k(t) = 2G_R^k A_k \cos\omega t - 2G_I^k A_k \sin\omega t \tag{4}$$

$$G_R^k = \frac{\omega}{2A_k\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \sigma^k(t)\cos\omega t dt, \quad G_I^k = -\frac{\omega}{2A_k\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \sigma^k(t)\sin\omega t dt$$



Фиг. 1

Подставив сюда выражения для напряжений (3), получим

$$G_R^k = G^k, \quad A_k \leqslant \sigma_s^k/(2G^k)$$

$$G_R^k = \frac{G^k}{\pi}\left[\arccos\left(1-\frac{\sigma_s^k}{G^k A_k}\right) - \left(1-\frac{\sigma_s^k}{G^k A_k}\right)\sin\arccos\left(1-\frac{\sigma_s^k}{G^k A_k}\right)\right], \quad A_k > \frac{\sigma_s^k}{2G^k}$$

$$G_I^k = 0, \quad A_k \leqslant \sigma_s^k/(2G^k)$$

$$G_I^k = \frac{2\sigma_s^k}{\pi A_k} - \frac{(\sigma_s^k)^2}{\pi A_k^2 G^k}, \quad A_k > \frac{\sigma_s^k}{2G^k} \tag{5}$$

Предположим, что поведение материалов слоев описывается соотношениями линейной вязкоупругости. При деформировании по закону (1) для напряжений получаем

$$\sigma^k = 2G^k A_k\left(\cos\omega t - \int_{-\infty}^{t}\Gamma^k(t-\tau)\cos\omega\tau d\tau\right) = 2G^k A_k\left(\cos\omega t - \int_{0}^{\infty}\Gamma^k(\tau)\cos\omega(t-\tau)d\tau\right)$$

Отсюда следует

$$\sigma^k(t) = 2G_{R0}^k A_k\cos\omega t - 2G_{I0}^k A_k\sin\omega t \tag{6}$$

$$G_{R0}^k = G^k(1-\Gamma_c^k) \equiv G^k\left(1-\int_0^{\infty}\Gamma^k(\tau)\cos\omega\tau d\tau\right)$$

$$G_{I0}^k = G^k(1-\Gamma_s^k) \equiv G^k\left(1-\int_0^{\infty}\Gamma^k(\tau)\sin\omega\tau d\tau\right)$$

где Γ_c^k, Γ_s^k – косинус- и синус-Фурье-образы ядра $\Gamma^k(t)$.

Если идеально упругопластический материал обладает реономными свойствами, описываемыми соотношениями вязкоупругости, то результирующие выражения для напряжений получим наложением формул (4)–(6):

$$\sigma^k(t) = 2G_{R\omega}^k A_k\cos\omega t - 2G_{I\omega}^k A_k\sin\omega t \tag{7}$$

$$G_{R\omega}^k = G^k(1-\Gamma_c^k), \quad A_k \leqslant \sigma_s^k/(2G^k)$$

$$G_{R\omega}^k = \frac{G^k}{\pi}\left[\arccos\left(1-\frac{\sigma_s^k}{G^k A_k}\right) - \left(1-\frac{\sigma_s^k}{G^k A_k}\right)\sin\arccos\left(1-\frac{\sigma_s^k}{G^k A_k}\right) - \pi\Gamma_c^k\right], \quad A_k > \frac{\sigma_s^k}{2G^k}$$

$$G^k_{I\omega} = G^k \Gamma^k_s, \quad A_k \leqslant \sigma^k_s /(2G^k)$$

$$G^k_{I\omega} = \frac{2\sigma^k_s}{\pi A_k} - \frac{(\sigma^k_s)^2}{\pi A_k^2 G^k}, \quad A_k > \sigma^k_s /(2G^k)$$

Следует отметить, что в соотношениях (7) составляющие модуля сдвига $G^k_{R\omega}$, $G^k_{I\omega}$ зависят от частоты установившихся колебаний ω, которая входит в выражения для Фурье-образов Γ^k_c, Γ^k_s.

При обобщении процесса одномерного деформирования на трехмерный случай, предполагается, что компоненты девиатора деформаций в k-ом слое изменяются по закону

$$э^k_{ij}(x,t) = e^k_{ij}(x) e^{-i\omega t}, \quad x \equiv \{x_1, x_2, x_3\} \tag{8}$$

В силу нелинейности физических уравнений состояния для рассматриваемого вязкоупругопластического материала, напряжения не будут изменяться в соответствии с деформациями (8). Раскладывая их в ряд Фурье и удерживая только первый член (моногармоническое приближение), получим следующие амплитудные соотношения:

$$\sigma^k = K^k \theta^k, \quad s^k_{ij} = 2\tilde{G}^k_\omega e^k_{ij} \tag{9}$$

где $\tilde{G}^k_\omega = G^k_{R\omega} + iG^k_{I\omega}$ – амплитудно-зависимый комплексный модуль сдвига материала k-го слоя, ω – действительная частота, $\sigma^k, \theta^k, s^k_{ij}, e^k_{ij}$ – постоянные во времени комплексные амплитуды.

В дальнейшем предполагаем, что соотношения (9) справедливы и в случае, когда комплексные амплитуды суть медленно меняющиеся функции времени. В частности, если ω представляет собой комплексную частоту.

Перемещения в слоистом элементе конструкций при свободных колебаниях принимаются в виде:

$$u^k_i(x,t) = AU^k_i(x,A) e^{-i(\omega_0 + \varepsilon\Delta\omega)t} + \varepsilon^2 \ldots \tag{10}$$

Здесь A – произвольная комплексная амплитуда, ω_0 – собственная частота упругой оболочки, $\Delta\omega(A, \bar{A})$ – искомая комплексная добавка, U^k_i – собственная форма колебаний, ε – малый параметр.

Соотношение (10) должно удовлетворять с невязкой порядка ε^2 принципу возможных перемещений (в амплитудах суммирование по повторяющимся индексам i, j):

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{3} \Bigg\{ & -\int_{V_k} (K^k \theta^k \delta\theta^k + 2G^k e^k_{ij} \delta e^k_{ij}) dV_k - \int_{V_k} \rho^k \frac{\partial u^k_i}{\partial t^2} \delta u^k_i dV_k - \\ & -\varepsilon \int_{V_k} 2\Delta G^k_\omega e^k_{ij} \delta e^k_{ij}) dV_k + \varepsilon^2 \ldots \Bigg\} = 0 \end{aligned} \tag{11}$$

а также нулевым граничным условиям в перемещениях.

Решение ищем в виде разложения по малому параметру

$$U^k_i(x,A) = u^{k(0)}_i(x) + \varepsilon u^{k(1)}_i(x,A) + \varepsilon^2 \ldots$$

Для нулевого приближения из (11) получаем

$$\sum_{k=1}^{3}\left\{-\int_{V_k}(K^k\theta^{k(0)}\delta\theta^k+2G^ke_{ij}^{k(0)}\delta e_{ij}^k)dV_k+\omega_0^2\int_{V_k}\rho^ku_i^{k(0)}\delta u_i^kdV_k\right\}=0$$

$$\int_{V_k}\rho^ku_i^{k(0)}u_i^{k(0)}dV_k=1 \qquad (12)$$

Уравнение (12) совпадает с задачей о собственных колебаниях упругого слоистого тела, в которой $u_i^{k(0)}$ – ортонормированная собственная функция.

Для первого приближения следует

$$\sum_{k=1}^{3}\left\{-\int_{V_k}(K^k\theta^{k(1)}\delta\theta^k+2G^ke_{ij}^{k(1)}\delta e_{ij}^k)dV_k+\omega_0^2\int_{V_k}\rho^ku_i^{k(1)}\delta u_i^kdV_k-\right.$$

$$\left.-\int_{V_k}2\Delta G_\omega^ke_{ij}^{k(0)}\delta e_{ij}^kdV_k+2\Delta\omega\int_{V_k}\rho^ku_i^{k(0)}\delta u_i^kdV_k\right\}=0,\quad \tilde{G}^k=G^k+\Delta G_\omega^k \qquad (13)$$

Уравнение (13) имеет решение при выполнении необходимого условия

$$-\sum_{k=1}^{3}\int_{V_k}\Delta G_\omega^ke_{ij}^{k(0)}\delta e_{ij}^kdV_k+\Delta\omega=0 \qquad (14)$$

Здесь $\Delta G_\omega^k=\Delta G_\omega^k(A_k,e_{ij}^ke_{ij}^k)$, поэтому соотношение (14) дает в явном виде зависимость $\Delta\omega$ от амплитуды колебаний A_k.

Далее рассмотрим вынужденные колебания неоднородного тела вблизи резонанса. Предполагаем, что материалы слоев в процессе деформирования могут проявлять вязкоупругопластические свойства. Гармонические во времени деформации изменяются по закону (8). Амплитудная связь напряжений и деформаций принимается в виде (9). Комплексный модуль сдвига будет следующим:

$$\tilde{G}^k=G^k+\varepsilon\Delta G_\omega^k,\quad \Delta G_\omega^k=\Delta G_\omega^k(\omega,|A|^2,\quad \varepsilon_{ij}^k\varepsilon_{ij}^k)$$

где G^k – упругий модуль сдвига, ΔG_ω^k – амплитудно зависимая комплексная добавка к нему, ε – малый параметр.

Предполагается, что рассматриваемое тело занимает суммарный объем V, который ограничен поверхностью $\Sigma=\Sigma_u+\Sigma_p$. На части поверхности Σ_u заданы нулевые перемещения, на остальной части (Σ_p) – нулевые нагрузки. Действующие на него гармонические во времени массовые силы ρ^kf^k имеют интенсивность

$$\rho^kf^k(x,t)=g^k(x)e^{-i\nu t} \qquad (15)$$

где ρ^k – плотность материала k-го слоя, $g^k(x)$ – известная функция координат, ν – заданная частота воздействия. Требуется определить периодическое движение тела с периодом, равным $2\pi/\nu$. Для этого используется принцип возможных перемещений

$$\sum_{k=1}^{3}\left\{-\int_{V_k}(K^k\theta^k\delta\theta^k+2\tilde{G}^ke_{ij}^k\delta e_{ij}^k)dV_k-\int_{V_k}\rho^k\frac{\partial^2u_i^k}{\partial t^2}\delta u_i^kdV_k+\int_{V_k}\rho^kf_i^k\delta u_i^kdV_k\right\}=0 \qquad (16)$$

с предварительными граничными условиями $u_i^k=0$ на Σ_u и условиями периодичности движения точек тела $u_i^k(x,0)=u_i^k(x,2\pi/\nu)$, $\dot{u}_i^k(x,0)=\dot{u}_i^k(x,2\pi/\nu)$.

Следует отметить, что нулевые граничные условия на Σ_u, Σ_p не ограничивают общность постановки проблемы. Если граничные условия не нулевые, задача может быть сведена к виду (16). Для этого достаточна замена u_i^k на сумму известной функции, удовлетворяющей нетривиальным граничным условиям, и искомой функции, удовлетворяющей нулевым условиям на границе.

В резонансном случае, когда частота возмущающей силы близка к одной из собственных частот колебаний упругого тела, принимается

$$g^k(x) = \varepsilon a u_i^{k(0)}(x), \quad \nu^2 = \omega^2 + \varepsilon\lambda \tag{17}$$

где $u_i^{k(0)}(x)$ – нормированная форма колебаний упругого тела; a, λ – известные действительные константы.

В соответствии с методом малого параметра решение задачи ищется в виде

$$u_i^k(x,t) = [A u_i^{k(0)}(x) + \varepsilon u_i^{k(1)}(x) + \varepsilon^2 \ldots] e^{-i\nu t} \tag{18}$$

Здесь A – искомая комплексная амплитуда нулевого приближения.

Подстановка выражения (18) в соотношение (16) и приравнивание нулю множителей при одинаковых степенях ε приводит к уравнению нулевого приближения

$$\sum_{k=1}^{3} \left\{ -\int_{V_k} (K^k \theta^{k(0)} \delta\theta^k + 2G^k e_{ij}^{k(0)} \delta e_{ij}^k) dV_k + \omega^2 \int_{V_k} \rho^k u_i^{k(0)} \delta u_i^k dV_k \right\} = 0$$

которое удовлетворяется тождественно, так как $u_i^{k(0)}(x)$ – собственная форма упругих колебаний.

Используя соотношения (17) получаем уравнение первого приближения

$$\sum_{k=1}^{3} \left\{ -\int_{V_k} (K^k \theta^{k(1)} \delta\theta^k + 2G^k e_{ij}^{k(1)} \delta e_{ij}^k) dV_k + \omega^2 \int_{V_k} \rho^k u_i^{k(1)} \delta u_i^k dV_k - \right.$$
$$\left. -2A \int_{V_k} \Delta G_\omega^k e_{ij}^{k(0)} \delta e_{ij}^k dV_k + \lambda A \int_{V_k} \rho^k u_i^{k(0)} \delta u_i^k dV_k + a \int_{V_k} \rho^k u_i^{k(0)} \delta u_i^k dV_k \right\} = 0 \tag{19}$$

Необходимое условие существования решения уравнения (19) имеет вид:

$$\frac{a}{A} = B(|A|^2) - \lambda, \quad B = \sum_{k=1}^{3} 2 \int_{V_k} \Delta G_\omega^k e_{ij}^{k(0)} e_{ij}^{k(0)} dV_k \tag{20}$$

Это трансцендентное уравнение относительно искомой комплексной амплитуды A нулевого приближения. Для модуля амплитуды из (20) имеем действительное уравнение

$$a^2 / |A|^2 - |B(|A|^2) - \lambda|^2 = 0 \tag{21}$$

решение которого можно получить, используя стандартные численные методы. После нахождения модуля комплексная амплитуда определяется из уравнения (20) в явном виде

$$A = \frac{a}{B(|A|^2) - \lambda} \tag{22}$$

Используя решение уравнения (21) можно построить амплитудночастотную характеристику. По решению уравнения (22) – фазочастотную характеристику первого приближения. Заметим, что в теории квазилинейных колебаний, исследования, как правило, ограничиваются построением указанных характеристик.

В качестве примера рассмотрим вынужденные колебания вблизи резонанса вязкоупругопластической круговой трехслойной пластинки. Материалы несущих слоев в процессе деформирования могут проявлять вязкоупругопластические свойства, легкий заполнитель – нелинейно вязкоупругий. Геометрия в слоях определяется гипотезой "ломаной" нормали. Принимается, что гармонические во времени деформации изменяются по закону (8). Амплитудная связь напряжений и деформаций в слоях имеет вид (9).

Комплексный модуль сдвига представляется в виде $\tilde{G}_\omega^k = G^k + \varepsilon\Delta G_\omega^k$, где ε – малый параметр, $\Delta G_\omega^k(\omega, \varepsilon_u^k)$ – добавка за счет влияния частоты колебаний и вязкоупругопластических свойств материалов слоев. В рассматриваемом случае выражение для приращения ΔG_ω^k следует из общего соотношения

$$\Delta G_\omega^k = \Delta G_{R\omega}^k + \Delta G_{\mathrm{I}\omega}^k$$

$$\Delta G_{R\omega}^k = \begin{cases} -G^k R_c^k, & e_u^k \leqslant \varepsilon_T^k \\ \dfrac{G^k}{\pi}[\arccos\alpha_T - \alpha_T \sin\arccos\alpha_T - \pi(R_c^k + 1)], & e_u^k > \varepsilon_T^k \end{cases}$$

$$\Delta G_{\mathrm{I}\omega}^k = \begin{cases} G^k R_s^k, & e_u^k \leqslant \varepsilon_T^k \\ \dfrac{4\varepsilon_s^k}{\pi A}\left(1 - \dfrac{\varepsilon_T^k}{A}\right) + G^k R_s^k, & e_u^k > \varepsilon_T^k \end{cases}$$

$$\alpha_T = 1 - 2\varepsilon_T^k / A$$

$$e_u^k = A\varepsilon_u^k, \qquad \varepsilon_u^k = \sqrt{(\varepsilon_r^k - \varepsilon_\varphi^k)^2 + (\varepsilon_r^k)^2 + (\varepsilon_\varphi^k)^2 + (3\psi^2/2)\delta_{k3}}$$

Здесь R_c^k, R_s^k – косинус- и синус-Фурье-образы ядра релаксации $R^k(t)$; A – искомая комплексная амплитуда колебаний; ε_u^k – интенсивность деформаций; δ_{k3} – символы Кронекера; ε_r^k, ε_φ^k – радиальная и тангенциальная составляющие тензора деформаций, которые можно вычислить через амплитудные значения перемещений $U(r)$, $W(r)$ и сдвига $\Psi(r)$ в заполнителе с помощью известных формул. В свою очередь $U(r)$, $W(r)$ и $\Psi(r)$ выражаются через собственные функции следующими соотношениями [1]:

$$W(r) = v_0(\beta_0 r), \qquad v_0(\beta_0 r) \equiv \frac{1}{d_0}\left[J_0(\beta_0 r) - \frac{J_0(\beta_0)}{I_0(\beta_0)} I_0(\beta_0 r)\right]$$

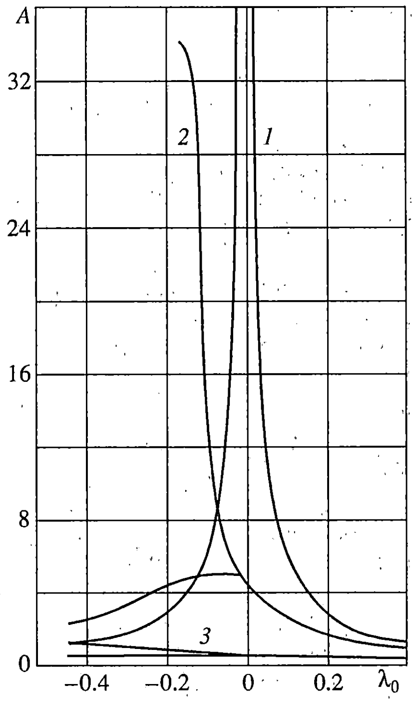
$$U(r) = b_1\varphi_0(\beta_0 r), \qquad \Psi(r) = b_2\varphi_0(\beta_0 r)$$

$$\varphi_0(\beta_0 r) = \frac{\beta_0}{d_0}\left[J_1(\beta_0 r) - J_1(\beta_0)r + \frac{J_0(\beta_0)}{I_0(\beta_0)}(I_1(\beta_0 r) - I_1(\beta_0)r)\right]$$

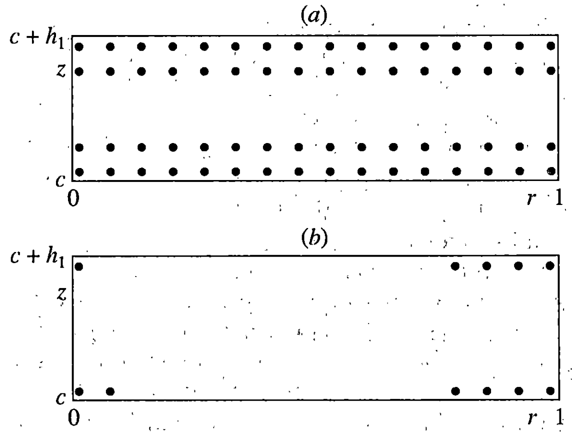
$$d_0^2 = \frac{1}{2}[J_1^2(\beta_0) - I_1^2(\beta_0)] + \frac{J_0(\beta_0)}{\beta_0}\left[J_1(\beta_0) + \frac{J_0(\beta_0)}{I_0(\beta_0)} I_1(\beta_0)\right]$$

Здесь β_0 – собственное число, соответствующее собственной частоте ω_0; J_0, J_1, I_0, I_1 – функции Бесселя.

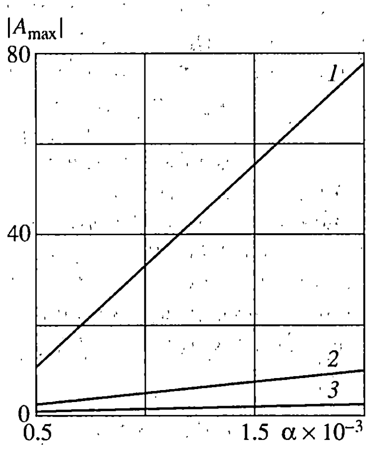
В резонансном случае принимается, что частота ν вынуждающей массовой силы близка к собственной частоте колебаний пластинки ω_0: $\nu^2 = \omega_0^2 + \varepsilon\lambda$. Тогда для модуля амплитуды колебаний $|A|$ имеем действительное уравнение (21), где a – коэф-



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

фициент в разложении амплитуды возмущающей силы по собственным функциям (V_k – объем k-го слоя),

$$B = 2\sum_{k=1}^{3} \int_{V_k} \Delta G_\omega^k (\varepsilon_u^k)^2 dV_k$$

Численное исследование поведения круговой трехслойной вязкоупругопластической пластинки вблизи резонанса было проведено на компьютере (фиг. 2–4). Счет проводился для заделанной по контуру пластинки, несущие слои которой выполнены из дюралюмина, заполнитель – фторопласт. Механические характеристики указанных материалов приведены в [2]. Было взято собственное число $\beta_0 = 3{,}19$. В рассматриваемом случае ($h_1 = h_2 = 0{,}02$, $h_3 = 0{,}04$, $r_0 = 1$) ему соответствует частота $\omega_0 = 293{,}6$. В каждом варианте счета задавалось отклонение от резонанса $\lambda_0 = \nu/\omega_0 - 1$ и амплитуда a возмущающей силы. Для отыскания корней уравнения (21) использовалась процедура типа метода половинного деления отрезка.

На фиг. 2 показаны результаты исследования влияния пластичности и вязкости материалов на модуль амплитуды гармонических колебаний вблизи резонанса (кривая *1* – упругая пластинка, *2* – упругопластическая, *3* – линейно-вязкоупругая и вязкоупругопластическая).

Учет пластических свойств материалов приводит к ограничению резонансной амплитуды, сдвигу пика влево, наклону и загибу резонансной кривой и появлению на ней неустойчивой ветви. На участке $0 > \lambda_0 \geqslant -0{,}15\%$ стабильно присутствуют три корня, двое больших из них весьма близки друг к другу.

Так как решение соответствующее A_2 неустойчиво, это приводит к физической не реализуемости верхней части резонансной кривой. В процессе колебаний модуль амплитуды будет соответствовать значению A_3, что в несколько раз меньше возможного значения A_1.

При дополнительном учете вязкоупругих свойств дуралюмина и фторопласта кривая *2* практически не изменяет своего вида и положения. Это объясняется малой вязкостью металла при комнатной температуре. Однако если рассмотреть гипотетический материал с упругими характеристиками сплава Д16Т и ядром релаксации фторопласта в качестве материала несущих слоев, то в результате получим кривую *3*, соответствующую случаю вязкоупругопластичности. Вязкость здесь приводит к уменьшению модуля амплитуды колебаний и областей пластических деформаций в слоях пластинки.

Распределение зон пластичности во внешнем несущем слое показано на фиг. 3 (*a* – упругопластическая пластинка, *b* – вязкоупругопластическая). Картина для внутреннего несущего слоя аналогичная. Отметим, что при приближении к резонансу (от $\lambda_0 = 0{,}3\%$ до $\lambda_0 = -0{,}15\%$) область пластических деформаций существенно увеличивается, однако вблизи срединной поверхности каждого слоя деформирование упругое. При учете гипотетической вязкости несущих слоев интенсивность деформаций падает и области пластических деформаций незначительны.

Зависимость модуля резонансной амплитуды колебаний от величины амплитуды внешней резонансной нагрузки показана на фиг. 4 (кривые *1*, *2* – упругопластическая пластинка, верхняя и нижняя ветки соответственно; *3* – вязкоупругопластическая пластинка). С увеличением нагрузки наблюдается нелинейный рост в верхней части резонансной кривой упругопластической пластинки. Для других резонансных кривых эта нелинейность несущественна.

Работа выполнена при финансовой поддержке Фондов фундаментальных исследований РФ и РБ (проекты 00-01-81198, Ф 99Р-045).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Старовойтов Э.И.* Осесимметричные колебания круглой трехслойной пластинки, возбужденные тепловым ударом // Изв. АН БССР. Сер. физ.-техн. наук. 1988. № 3. С. 3–10.
2. *Старовойтов Э.И.* К описанию термомеханических свойств некоторых конструкционных материалов // Пробл. прочн. 1988. № 4. С. 11–15.

Москва, Гомель

Поступила в редакцию 20.06.2000