

УДК (534.113 + 534.143) : 620.17

© 2000 г. Л.Д. АКУЛЕНКО, С.В. НЕСТЕРОВ

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПУАССОНА РЕЗОНАНСНЫМ МЕТОДОМ

Разработаны методические основы определения упругих характеристик различных материалов, базирующиеся на измерении собственных частот продольных колебаний испытуемых образцов в виде тонких прямолинейных стержней (резонансный метод). Реализована оригинальная лабораторная установка для электромагнитного возбуждения и аналого-цифрового измерения собственных частот колебаний. С помощью теоретических методик и уточняющей формулы Релея проведены расчеты коэффициента Пуассона ряда упругих образцов материалов (металлов и неметаллов) на основе полученных результатов измерений резонансных частот. Проведено сравнение с данными, полученными статическим методом нагружений и табличными (справочными) значениями. Обсуждаются преимущества изложенного подхода для целей оперативного неразрушающего контроля и диагностики жесткостных свойств элементов несущих конструкций и важных деталей современных машин и механизмов, эксплуатируемых в экстремальных условиях.

Разработка эффективных высокоточных методов экспериментального определения упругих характеристик (констант) различных материалов представляет значительный прикладной интерес. Особенно актуальной проблемой является оперативная и достаточно надежная диагностика жесткостных свойств элементов несущих конструкций и важных деталей, функционирующих в труднодоступных местах, агрессивной среде, в экстремальных условиях и т.п. Визуальные средства контроля, например с помощью аппаратуры технического зрения, зачастую не позволяют по существу оценить рабочее состояние и определить возможные внутренние дефекты звеньев несущих конструкций в условиях плохой видимости и доступности, например под морской поверхностью или в различных реакторах. Визуально также весьма проблематично установить изношенность ответственных деталей, валов и лопаток скоростных турбин, коленчатых валов двигателей внутреннего сгорания, колец подшипников и др.

Методы, основанные на измерениях продольных и поперечных скоростей упругих волн в различных материалах, весьма трудоемки для практической реализации и требуют громоздкого и дорогостоящего оборудования, использование которого в реальных условиях затруднительно. Статические методы, связанные с подготовкой, нагружением и возможным разрушением испытуемых образцов, также трудно реализуемы и непригодны в практических условиях.

В значительной мере лишенными указанных недостатков представляются подходы, основанные на резонансных методах измерений, анализа и контроля элементов конструкций и образцов различной формы (стержней, колец, многоугольников и т.п.). Эта методика связана с локальным возбуждением колебаний в ограниченной испытуемой области и определением соответствующих резонансных частот. Сравнение с теоретическими или нормативными данными позволяет судить о степени изношенности и накопления дефектов в материале данного элемента конструкции без ее демонтажа и разрушения. Ниже приводится изложение существа резонансного метода и одной из его реализаций с целью экспериментального определения модуля сдвига (коэффициента Пуассона) и результатов лабораторных испытаний образцов различных материалов, имеющих форму тонкого прямолинейного стержня кругового сечения.

1. Постановка задачи и построение математической модели. Возбуждаются и исследуются продольные колебания тонких прямолинейных стержней кругового сечения, изготовленных из различных материалов. Изгибные и крутильные колебания считаются малыми и не учитываются (см. ниже). С целью упрощения математической модели диссипативные силы аппроксимируются слагаемым, пропорциональным скорости упругих продольных смещений. Коэффициент пропорциональности считается достаточно малым и слабо зависящим от частоты колебаний в рассматриваемом диапазоне их значений.

Элементарная теория продольных колебаний свободного на обоих концах тонкого однородного стержня приводит к следующей краевой задаче

$$\rho S \ddot{u} = ESu'' - \sigma \dot{u}, \quad u = u(x, t), \quad 0 \leq x \leq l \quad (1.1)$$

$$ESu'(0, t) = -F_0 e^{i\omega t}, \quad u'(l, t) = 0, \quad i = \sqrt{-1}$$

Предполагается, что к левому концу стержня ($x = 0$) приложена вынуждающая сила с постоянной амплитудой и заданной частотой ω . В соотношениях (1.1) приняты следующие обозначения: u – упругое смещение сечения стержня с эйлеровой координатой x в момент времени t ; l – длина стержня, $S = \pi a^2$ – площадь поперечного кругового сечения, a – радиус, $a \ll l$; ρ – объемная плотность материала, предполагаемая постоянной; E – модуль Юнга материала, σ – коэффициент линейной диссипации.

Начальные условия колебаний стержня не учитываются, поскольку далее рассматриваются только установившиеся колебания стержня. Искомое установившееся периодическое решение краевой задачи (1.1) имеет вид

$$u_0(x, t) = -(U_0 / Z) (\cos(Z(1 - x / l)) / \sin Z) e^{i\omega t} \quad (1.2)$$

$$Z = Z(\omega) = (\rho \omega^2 / E - i\sigma \omega / ES)^{1/2} l, \quad U_0 = F_0 l / ES$$

В экспериментах обычно измеряется вещественная амплитуда смещений $|u_0|$ (или скоростей $|\dot{u}_0|$ или ускорений $|\ddot{u}_0|$). Исходя из решения (1.2), найдем указанные величины при $x = l$ (в точке измерений, где расположен датчик)

$$|u_0(l, t)| = U_0 \Phi^{-1}(\alpha, \theta) \Psi^{-1}(\alpha, \theta), \quad \Phi \equiv (\alpha^2 + \theta^2)^{1/2} \\ \Psi \equiv (\cos^2 \alpha \operatorname{sh}^2 \theta + \sin^2 \alpha \operatorname{ch}^2 \theta)^{1/2} = (\operatorname{ch} 2\theta - \cos 2\alpha)^{1/2} / \sqrt{2} = (\operatorname{sh}^2 \theta + \sin^2 \alpha)^{1/2} \quad (1.3)$$

$$\alpha = \alpha(\omega) = (\rho / 2E)^{1/2} l \omega (1 + (1 + \varepsilon^2)^{1/2})^{1/2}, \quad \varepsilon = \varepsilon(\omega) = -\sigma / (\rho S \omega)$$

$$\theta = \theta(\omega) = -(\sigma / S) l (\rho E)^{-1/2} (1 + (1 + \varepsilon^2)^{1/2})^{-1/2}$$

$$|\dot{u}_0(l, t)| = \omega U_0 \Phi^{-1} \Psi^{-1}, \quad |\ddot{u}_0(l, t)| = \omega^2 U_0 \Phi^{-1} \Psi^{-1}$$

Как указывалось выше, добротность Q материала стержня считается достаточно высокой ($Q \gg 1$). Это означает, что для рассматриваемых в эксперименте значений частот $\omega = \omega_n$, отвечающих максимумам по ω смещений (или скоростей или ускорений), имеют место сильные неравенства

$$Q = \rho S \omega_n / \sigma \gg 1 \quad (n = 1, 2, \dots), \quad \omega_n \approx (\pi n / l) (E / \rho)^{1/2} \quad (1.4)$$

Счетное множество экстремальных значений ω_n , отвечающих максимумам и минимумам по ω амплитуд (1.3), теоретически определяется стандартными методами ана-

лиза. Используя оценки (1.4), в квадратическом приближении по ϵ ($|\epsilon| \ll 1$), т.е. отбрасывая члены $O(\epsilon_n^4)$ для искомым значений ω_n , отвечающих максимумам амплитуд, получим выражения

$$\omega_n = (E/\rho l^2)^{1/2} \pi n [1 - \frac{3}{8} \sigma^2 l^2 / ((\pi n)^2 \rho E S^2) + O(\epsilon_n^4)], \quad \epsilon_n^2 = \sigma^2 l^2 / ((\pi n)^2 \rho E S^2) \quad (1.5)$$

Грубо, с точностью до линейных по σ членов, имеем простые представления для резонансных частот, не зависящие от σ :

$$\omega_n \approx (E/\rho l^2)^{1/2} \pi n \quad (n=1, 2, \dots) \quad (1.6)$$

Значения (1.6) часто оказываются удовлетворительными при практических расчетах. В этом приближении учет диссипации σ необходим для оценки величины амплитуды резонансных колебаний, т.е. при $\omega = \omega_n$. Согласно (1.2), (1.6) имеем эту оценку

$$|u_0|_n = 2F_0(\rho/E)^{1/2} / (\pi n \sigma) + O(\epsilon_n) \quad (1.7)$$

Таким образом, когда диссипация материала мала, наблюдается резкое возрастание амплитуды вынужденных колебаний при $\omega \approx \omega_n$, что может быть установлено экспериментально путем плавного изменения частоты ω внешнего воздействия и регистрации (измерений) величины $|u_0|$ (или $|\dot{u}_0|$, $|\ddot{u}_0|$).

Скорость c распространения продольных волн в стержне (скорость звука в материале) определяется формулой [1]:

$$c = 2f_n/n, \quad f_n = \omega_n/2\pi \quad (n=1, 2, \dots) \quad (1.8)$$

Здесь f_n — частота (Гц, кГц), n — номер моды колебаний. Согласно (1.5), (1.6) при малых ϵ_n она практически не зависит от n , а при возрастании n относительное влияние диссипации на величину c (1.8) уменьшается. Величина скорости звука c является одной из основных стабильных характеристик упругих свойств материала (см. ниже).

2. Уточнение формулы частот по Релею и следствие из нее. Из выражения (1.6) (а также (1.5)) следует, что теоретически собственные частоты f_n расположены эквидистантно с высокой точностью. Однако эксперименты показывают, что с ростом номера моды n происходит все увеличивающееся отклонение значений f_n от указанной простой зависимости. Релеем [1] была установлена причина этого обстоятельства. Показано, что кроме продольных смещений частицы стержня испытывают также поперечные смещения, вызываемые сжатием или растяжением его элементов. Данное явление приводит к увеличению инерционности и соответственно к уменьшению собственных частот колебаний, причем к тем большему, чем больше частота колебаний. Была вычислена поправка, которая приближенно учитывает указанные эффекты поперечного сдвига частиц элементов стержня. Формула Релея [1] для собственных частот колебаний тонкого стержня кругового сечения имеет вид

$$(f_n/f_1)(1 + \frac{1}{4} \pi^2 n^2 \mu^2 (a/l)^2) \approx n \quad (n=2, 3, \dots) \quad (2.1)$$

Здесь a — радиус круга поперечного сечения стержня, см. *н. 1*; μ — коэффициент Пуассона, f_n — наблюдаемые в эксперименте собственные частоты колебаний упругого стержня. Из формулы (2.1) следует, что эффект сдвига будет проявляться лишь при достаточно больших значениях n , поскольку предполагается выполнение сильного неравенства $a/l \ll 1$. Однако поправочный коэффициент не должен быть слишком большим, поскольку формула (2.1) является приближенной. Оценочные вычисления показывают, что для определения коэффициента μ с относительной методической и экспериментальной погрешностью $\delta\mu = \delta\mu/\mu$ поправочный коэффициент должен удовлетворять сильным неравенствам

$$(1/2n)\delta N/\delta\mu \ll \frac{1}{4} \pi^2 n^2 \mu^2 (a/l)^2 \ll 1 \quad (2.2)$$

Здесь $\delta N = \delta(f_n/f_1)$ – погрешность измерений отношений частот (см. ниже); погрешностью измерения величины a/l обычно можно пренебречь, а при необходимости она может быть учтена. В частности, при $\delta\chi = 10^{-2}$, $\mu \approx 0.3$, $a/l \approx 10^{-2}$ соотношение (2.2) представимо в виде двух сильных неравенств

$$\delta N \ll 1/2 (n/100)^3, \quad n^2 \ll 4 \cdot 10^4 \quad (2.3)$$

В реальных условиях обычно $n \leq 50$, $\delta N \approx 10^{-4}$; поэтому условия (2.2), (2.3) применимости уточняющей формулы Релея (2.1) оказываются хорошо выполненными, см. ниже.

Пусть произведены измерения частот f_1, f_2, \dots, f_n с удовлетворительной точностью в том числе для значений n , удовлетворяющих условиям (2.2), (2.3) применимости формулы Релея (2.1). Тогда для искомого параметра μ получим выражение

$$\mu = (2l/\pi na)(nf_1/f_n - 1)^{1/2} \quad (n = 2, 3, \dots) \quad (2.4)$$

Формула (2.4) является методической основой для определения коэффициента Пуассона μ посредством данных измерений о собственных частотах f_n продольных колебаний стержня. Поскольку поправочный коэффициент мал (см. выше), то формула (2.4) может быть модифицирована следующим образом:

$$\mu = (2l/\pi n^{3/2}a)(n - f_n/f_1)^{1/2} \quad (n = 2, 3, \dots) \quad (2.5)$$

Выражение (2.5) применялось при численных расчетах значений искомого коэффициента μ на основе данных измерений f_n , полученных в результате проведенных лабораторных экспериментов для различных образцов, см. п. 4.

Замечание. Обсудим другие методические приемы и возможности определения коэффициента Пуассона. Пусть в стержне также удастся возбудить и измерить множество крутильных колебаний с частотами f_n^* для той же последовательности значений индекса $n = 1, 2, \dots$. Тогда с помощью простейших вычислений коэффициент Пуассона выражается посредством элементарной формулы [2]:

$$\mu = 1/2(f_n/f_n^*)^2 - 1 \quad (n = 1, 2, \dots) \quad (2.6)$$

где f_n – соответствующие частоты крутильных колебаний. Отметим, однако, что несмотря на кажущуюся простоту подхода, применение формулы (2.6) оказывается весьма сложной экспериментальной задачей, поскольку возбуждение крутильных колебаний представляет значительные трудности, хотя на практике этот вид колебаний распростран весьма широко.

В стационарных условиях модуль сдвига (коэффициент Пуассона) может быть измерен с помощью метода статического нагружения посредством приложения к стержню заданных крутящих моментов и измерений угловых смещений сечений. Однако реализация такого подхода требует громоздкого оборудования, а соответствующие измерения обладают невысокой точностью.

Заметим, что резонансные методы практически не зависят от величины F_0 – амплитуды возбуждающего момента или силы. Кроме того, частотные методы обладают высокой стабильностью, точностью, независимостью от возмущающих факторов и наибольшей разработанностью (приборной и аппаратурной). Отметим, что собственные частоты изменяются в зависимости от внешних факторов (температуры, влажности, давления) и эти изменения легко обнаруживаются измерениями. Однако весьма стабильными характеристиками резонансных систем, как показывают эксперименты [1], являются отношения частот, в частности отношения высших собственных частот к основной. Это свойство используется в излагаемом подходе, см. формулы (2.4), (2.5).

3. Описание лабораторного эксперимента. Как отмечалось, в основу экспериментального метода определения упругих характеристик, в частности модуля Юнга и

коэффициента Пуассона, могут быть положены измерения резонансных (собственных) частот возбуждаемых продольных колебаний и последующие расчеты по приближенным формулам. Для вычисления коэффициента Пуассона μ была успешно применена поправочная формула Релея (2.1) в форме (2.5). Прямой и более точный в методическом отношении подход, связанный с возбуждением и измерением продольных и крутильных колебаний, как отмечалось, трудно реализуем и его удалось осуществить в случае стального стержня (образец № 1, см. п. 4). Для этого образца удалось сравнительно легко возбудить и измерить несколько низших резонансных частот крутильных колебаний.

Установлено, что успешное проведение экспериментальных исследований обусловлено необходимостью выполнения ряда условий. Перечислим и прокомментируем основные требования к испытуемым образцам и измерительной аппаратуре.

1. Стержни должны быть достаточно тонкими, однородными и прямолинейными. Нарушение этих условий легко обнаруживается при проведении экспериментов, что выражается в потере строгой последовательности резонансов и возбуждении паразитных колебаний других типов, например поперечно-крутильных.

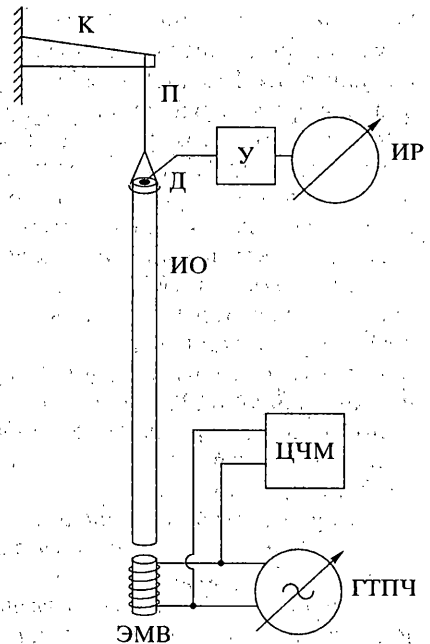
2. Материалы, из которых изготовлены образцы, должны обладать достаточно высокой добротностью и весьма малым затуханием, чтобы обеспечить точную настройку на резонансную частоту. Нарушение этого условия затрудняет практические измерения собственных частот.

3. Крепление стержня, т.е. выполнение граничного условия (1.1) при $x = l$, и связь с измерительной аппаратурой должны вносить возможно наименьшие искажения в систему измеряемых резонансных частот.

4. Условия силового возбуждения при $x = 0$ должны быть также достаточно точно выполненными.

Указанные требования в значительной мере были удовлетворены при проведении экспериментов. Приведем краткое описание лабораторной установки и измерительной аппаратуры; ее схема приведена на фигуре. Исследуемый образец (ИО) – длинный тонкий прямолинейный стержень – подвешивался вертикально посредством нити (подвес П) к жесткому кронштейну (К) за верхний конец ($x = l$). Тонкая нить обладает весьма малой жесткостью и практически не препятствует продольным смещениям элементов стержня при $x = l$. К торцу стержня жестко прикреплялся пьезоэлектрический элемент (датчик Д), который преобразовывал смещения стержня в точке $x = l$ в измеряемый электрический сигнал. После усиления этого сигнала в усилителе (У) он подавался на индикатор резонанса (ИР) – осциллограф или аналоговый вольтметр переменного напряжения.

Колебания стержня (ИО) возбуждаются электромагнитным вибратором (ЭМВ), намотанным на ферритовый стержень, связанный магнитопроводом с постоянным магнитом. Вибратор располагается строго под нижним торцом стержня ($x = 0$) и осуществляет вертикальные силовые воздействия синусоидального вида с заданной регулируемой частотой. По обмотке вибратора пропускается переменный электрический ток от генератора тока переменной частоты (ГТПЧ), допускающего плавное изме-



нение частоты f в пределах от 20 Гц до 200 кГц. Одновременно частота колебаний тока контролируется цифровым частотомером (ЦЧМ). Вибратор воздействует на нижний торец ИО посредством синусоидального электромагнитного поля таким образом, что при колебаниях механический контакт между ЭМВ и стержнем отсутствует.

Следует отметить, что в зависимости от магнитных свойств материала ИО применяются различные способы электромагнитного воздействия. Если материал обладает ферромагнитными свойствами, то возбуждение колебаний осуществляется непосредственно без значительных потерь. В случае неферромагнитного металла также удастся возбудить продольные колебания конца стержня вследствие возникновения токов Фуко (конец ИО при этом незначительно нагревается). Для возбуждения колебаний стержней, изготовленных из диэлектрических материалов, необходимо весьма тщательно приклеить к торцу тонкую железную пластинку либо намотать и жестко приклеить к концу ИО дополнительную обмотку, через которую пропускается постоянный ток. Эти дополнительные элементы должны обладать пренебрежимо малой массой и практически не влиять на частотные характеристики образца. Проведенные эксперименты показывают, что предпочтительнее использовать дополнительную обмотку.

Возбуждающий, приемный и измерительный тракты установки позволяют проводить устойчивые высокочастотные исследования колебаний ИО в указанном интервале частот от 20 Гц до 200 кГц.

Опишем кратко последовательность работы и некоторые приемы измерений. Вначале при выключенной установке производится тщательное размещение испытуемого образца в рабочем пространстве, где он подвергается электромагнитному воздействию без механических контактов с другими предметами. Затем приборы включаются, прогреваются и тестируются. Изменением частоты ГТПЧ производится настройка сперва на низшую собственную частоту колебаний ИО, а затем на последующие. Явление резонанса определяется визуально по максимальному показателю ИР (осциллографа или вольтметра). После настройки на резонансное значение частоты производится его отсчет по ЦЧМ, который дает экспериментальное измеренное значение собственной частоты ИО. С учетом нестабильности работы ГТПЧ относительная погрешность измерений резонансных значений частот составляет величину порядка 10^{-4} . Для улучшения точности измерений они повторяются до 10 раз и производится статистическая обработка данных измерений методом наименьших квадратов. В приведенных ниже таблицах даны средние значения резонансных частот.

4. Экспериментальные результаты. Приведем кратко результаты измерений и вычислений согласно методике п. 2, полученных посредством многочисленных лабораторных экспериментов на основе резонансного подхода. Были испытаны 7 образцов резко различающимися свойствами материала (магнитными и упругими); марки материалов ИО по ГОСТу неизвестны.

Образец № 1. Материал ИО – мягкая сталь, длина $l = 80.5$ см, радиус $a = 0.5$ см. Устойчиво наблюдалась последовательность первых 50 резонансов ($n = 1, 2, \dots, 50$) в частотном диапазоне от 3 до 160 кГц; значения резонансных частот приведены в таблице 1.

Добротность материала стержня для главной частоты f_1 составляла величину $Q \approx 3200$, см. (1.4). Измеренная и вычисленная согласно (1.8) скорость c продольных волн равна $c_* \approx 5.17 \cdot 10^5$ см/с; справочное значение совпадает с полученной экспериментально величиной скорости звука $c = 5.17 \cdot 10^5$ см/с [3].

Расчет коэффициента Пуассона μ по формуле (2.5) проведен для значений f_n , $30 \leq n \leq 50$; данные содержатся в таблице 2.

Проводя статистическую обработку данных в таблице 2, получим искомое среднее значение: $\mu = 0.304 \pm 0.008$.

Для данного образца, как отмечалось, удается изменением положения ЭМВ возбудить крутильные колебания низших мод. Их измеренные значения f_n^* [кГц] и расчеты

Таблица 1

n	1	2	3	4	5
f_n	3.210	6.420	9.629	12.830	16.040
n	6	7	8	9	10
f_n	19.246	22.455	25.660	28.860	32.056
n	11	12	13	14	15
f_n	35.265	38.451	41.645	44.840	48.031
n	16	17	18	19	20
f_n	51.219	54.400	57.610	60.764	63.952
n	21	22	23	24	25
f_n	67.124	70.300	73.420	76.592	79.786
n	26	27	28	29	30
f_n	82.940	86.150	89.280	92.440	95.560
n	31	32	33	34	35
f_n	98.704	101.84	105.10	108.10	111.06
n	36	37	38	39	40
f_n	114.26	117.36	120.46	123.56	126.61
n	41	42	43	44	45
f_n	129.66	132.73	135.77	138.79	141.78
n	46	47	48	49	50
f_n	144.80	147.85	150.85	153.85	156.78

Таблица 2

n	30	31	32	33	34	35	36
μ	0.300	0.298	0.296	0.278	0.297	0.315	0.302
n	37	38	39	40	41	42	43
μ	0.302	0.301	0.300	0.303	0.305	0.301	0.305
n	44	45	46	47	48	49	50
μ	0.309	0.310	0.309	0.308	0.309	0.310	0.312

Таблица 3

n	1	2	3	4	5	6	7
f_n^*	2.000	3.995	–	8.021	9.979	12.015	14.000
μ	0.2880	0.2912	–	0.2793	0.2918	0.2827	0.2861

коэффициента Пуассона μ по формуле (2.6) приведены в табл. 3 (при $n = 3$ резонанс не обнаружен). Статистическая обработка данных измерений таблицы 3 приводит к значению $\mu = 0.287 \pm 0.005$. Если взять среднее по обоим способам измерений и вычислений, то получится величина $\mu = 0.296 \pm 0.007$. Табличное (справочное) значение коэффициента Пуассона для различных сортов стали $\mu = 0.28-0.31$ [3]. Таким образом, определение величины μ на основе измерений продольных и крутильных колебаний приводит к хорошему соответствию справочным значениям.

Результаты измерений и вычислений для образцов №№ 2–7 дадим в конспективном изложении.

Образец № 2. Материал ИО – латунь (немагнитный материал); длина стержня $l = 20$ см, радиус $a = 0.305$ см, добротность на основной частоте $Q \approx 1000$. Удалось

возбудить и провести измерения для первых 15 мод колебаний. Измеренное значение скорости продольных волн оказалось равным $c_* = 3.6 \cdot 10^5$ см/с; табличное значение $c = 3.46 \cdot 10^5$ см/с [3]. Определение коэффициента μ проводилось на основе измеренных частот f_n ($n = 6, \dots, 15$) в результате получено значение $\mu = 0.317 \pm 0.045$; табличное значение $\mu = 0.3$ [3]. Крутильные колебания возбудить не удалось.

Образец № 3. Материал ИО – мрамор (диэлектрик), длина стержня $l = 5$ см, радиус $a = 0.52$ см, отношение $a/l \approx 0.1$, см. оценки (2.2), (2.3). Удалось возбудить и измерить 3 низшие частоты собственных колебаний. Оценка скорости продольных волн привела к величине $c_* \approx 5.1 \cdot 10^5$ см/с; табличное значение $c = 4.95 \cdot 10^5$ см/с [4]. В результате вычислений и обработки данных измерений получено значение коэффициента Пуассона для мрамора $\mu = 0.224 \pm 0.06$; табличное значение $\mu = 0.34-0.4$ [4]. Прокомментируем полученные результаты для образца № 3. Их нельзя считать надежными из-за небольшого числа проведенных измерений; кроме того, ИО нельзя считать достаточно тонким стержнем, см. п. 2. Отметим, что статические испытания этого образца привели к значению $\mu = 0.309$.

Образец № 4. Материал ИО – мягкая сталь, длина стержня $l = 49$ см, радиус $a = 0.91$ см. Наблюдалась и измерялась последовательность около 20 резонансных частот; добротность материала на основной частоте $Q = 3000$. Обработка данных измерений проводилась по значениям f_n для мод от $n = 6$ до $n = 15$; она привела к следующему значению $\mu = 0.274 \pm 0.050$ (сравни с результатами для образца № 1); табличное значение $\mu = 0.28 - 0.31$ [3].

Образец № 5. Материал ИО – чугун, длина стержня $l = 66.5$ см, радиус $a = 0.81$ см. Удалось возбудить и измерить последовательность 30 собственных частот. Установлено, что они образуют совершенно нерегулярную последовательность, радикально отличающуюся от "идеальной", определяемой формулами (1.5), (1.6), (2.1). Это не позволяет надежно оценить значение коэффициента μ . По-видимому такие свойства образца № 5 связаны с внутренними дефектами структуры материала.

Образец № 6. Материал ИО – дуралюминий, длина стержня $l = 96.5$ см, радиус $a = 0.6$ см, отношение $a/l = 6.2 \cdot 10^{-3}$ (см. оценки (2.2), (2.3)). Удалось наблюдать около 40 значений резонансных частот продольных колебаний. Установлено, что материал образца имеет весьма низкую добротность $Q \approx 200-300$, а система резонансов резко отличается от регулярной согласно (1.5), (1.6); (2.1). Это не позволяет надежно определить величину μ . Отметим, что посредством статических испытаний ИО обнаружено, что он обладает значительным гистерезисом, который проявился в указанной выше малой добротности. Как и в случае образца № 5, такое поведение частотных характеристик ИО можно объяснить внутренними дефектами структуры.

Образец № 7. Материал ИО – титан, длина стержня $l = 80$ см, радиус $a = 0.71$ см. Удалось возбудить и измерить значения для последовательности f_n , $1 \leq n \leq 30$, резонансных частот; величина добротности на основной частоте оказалась равной $Q \approx 3000$. Вычисление скорости продольных волн привело к значению $c_* = 5.03 \cdot 10^5$ см/с; табличное значение $c = 5.04 \cdot 10^5$ см/с [3]. Вычисления по изложенной методике коэффициента Пуассона дают величину $\mu = 0.332 \pm 0.020$; табличное значение $\mu = 0.33 - 0.34$ [3]. Высокое качество ИО № 7 привело практически к тому же значению $\mu = 0.33$ на основе метода статических испытаний. Возбудить крутильные колебания титанового стержня не удалось.

5. Выводы. На основе результатов проведенных многочисленных экспериментов можно сделать ряд утверждений относительно разработанного резонансного метода определения упругих характеристик различных материалов.

1. Экспериментальные исследования показали принципиальную возможность определения не только модуля Юнга, но и других упругих констант различных материалов с помощью методики измерения резонансных частот продольных колебаний ИО в виде тонких стержней. В частности, коэффициент Пуассона надежно и высокоточно

определяется для качественных образцов резонансным методом на основе уточняющей формулы Релея (образцы №№ 1, 2, 4, 7).

2. Соответствие результатов измерений коэффициента Пуассона резонансным методом с измерениями другими методами и со справочными данными можно признать удовлетворительным.

3. Совершенствование аппаратуры (ГТПЧ, ЭМВ, преобразователей и др.) и более тщательная подготовка образцов позволяет существенно улучшить экспериментальные возможности резонансного метода определения упругих характеристик испытываемых материалов. Как отмечалось, этот метод может быть успешно использован для обнаружения скрытых дефектов в материале ИО (образцы №№ 3, 5, 6).

4. Возможны другие реализации схемы резонансного метода, более адекватные исследуемым задачам. Так в случае аномально малых значений коэффициента Пуассона изложенная выше методика эксперимента может приводить к значительным погрешностям.

5. Различные методики измерений на основе резонансного подхода являются существенным дополнением к имеющимся инженерным методам исследований.

Авторы благодарны Ю.В. Кулиничу и В.В. Викторову за проведение статических испытаний образцов №№ 3, 6, 7 на испытательной машине INSTRON.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Стрэтт Дж.В. (Лорд Релей). Теория звука. Т. 1. М.; Л.: Гостехиздат, 1940. 500 с.
2. Zemanek J., Rudnick I. Attenuation and dispersion of elastic waves in cylindrical bar // JASA. 1961. V. 10. № 3. P. 1283–1288.
3. Физические величины / Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. М.: Энергоатомиздат, 1991. 1232 с.
4. Физические свойства горных пород и полезных ископаемых / Под ред. Н.Б. Дортмана. М.: Недра, 1984. 456 с.

Москва

Поступила в редакцию
28.01.1999