

УДК 539.374

© 2000 г. А.В. КОНОВАЛОВ

ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ УПРУГОВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЙ СРЕДЫ ПРИ БОЛЬШИХ ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЯХ

Получены определяющие соотношения для упруговязкопластической среды при больших пластических деформациях. Данная модель среды описывает реологию металлов, деформируемых при высоких температурах, что соответствует процессам обработки металлов давлением.

1. Исходные предположения и допущения. Полагается, что деформация раскладывается на упругую и пластическую составляющие [1] $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p$, где ε_{ij} , ε_{ij}^e , ε_{ij}^p – соответственно ковариантные компоненты тензоров полных, упругих и пластических деформаций в контравариантном базисе e^i ($i = 1, 2, 3$) текущей лагранжевой системы координат.

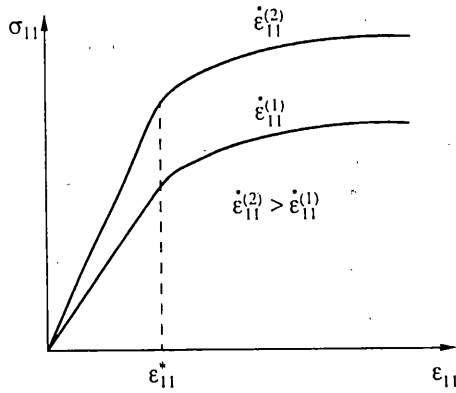
Упругие деформации конечные, но малые, пластические деформации большие. Связь между упругими деформациями и напряжениями описывается законом Гука [2]. Металл пластически несжимаемый (изменение объема чисто упругое); скорость пластической деформации подчиняется ассоциированному закону пластического течения [1] с гладкой поверхностью нагружения.

Вязкие свойства материал проявляет только при сдвиговых деформациях – как при упругих, так и при упругопластических. Типичная зависимость между компонентами тензоров деформаций ε_{11} и напряжений σ_{11} при постоянной скорости деформации $\dot{\varepsilon}_{11}^{(i)}$, наблюдаемая в опытах ($i = 1, 2$ – номер опыта) на однородное одноосное растяжение (или сжатие) образца [3], приведена на фиг. 1. Здесь ε_{11}^* – предельное значение упругой деформации, после которого появляются пластические деформации. Основываясь на этих данных, будем полагать, что напряжения складываются из упругих и вязких напряжений. Вязкие напряжения зависят от скорости деформации. При чисто упругих деформациях вязкие напряжения дополнительно пропорциональны величине самой деформации, и при стремлении последней к нулю также стремятся к нулю. Разные по структуре модели упруговязкопластических сред рассматриваются в работах [4, 5]. Принятая здесь модель соответствует по структуре модели, предложенной в работе [5]. В упругой области модель отличается от классической вязкоупругой модели Фойхта тем, что вязкость пропорциональна величине упругих деформаций.

При деформации металлов с высокой температурой имеет место как его упрочнение, так и разупрочнение. Последнее происходит за счет изменения структуры металла при протекании процессов диффузии, возврата, полигонизации и рекристаллизации [6]. В связи с этим напряжение текучести в ассоциированном законе течения существенно зависит от истории изменения параметра упрочнения.

2. Определяющие соотношения. Согласно принятой структуре реологической модели среды можно записать

$$\sigma = \sigma^{ep} + S^v \quad (2.1)$$



Фиг. 1

где σ – тензор напряжений Коши; σ^{ep} – тензор напряжений, учитывающий упруго-пластические свойства; S^v – тензор вязких напряжений.

Будем считать, что для тензора σ^{ep} справедливо определяющее соотношение, полученное в [7] для упругопластической среды, обладающей свойствами упрочнения и разупрочнения при больших пластических деформациях, которое имеет вид

$$\dot{\sigma}^{ep} = \lambda \dot{\Theta} + 2(\lambda \Theta + \mu) D - \nabla v \cdot \sigma^{ep} - \sigma^{ep} \cdot \nabla v^T - J b \frac{\partial f}{\partial S} \quad (2.2)$$

$$b = \left(b_1 - \frac{\partial f}{\partial k} \dot{r} \right) / b_2, \quad b_2 = \frac{\rho u}{\mu} \left| \frac{\partial f}{\partial k} \right| + \frac{\partial f}{\partial S} \dots \frac{\partial f}{\partial S}$$

$$b_1 = 2\mu \left(1 - \frac{2}{3} \Theta \right) \frac{\partial f}{\partial S} \dots D - \left(S \cdot \frac{\partial f}{\partial S} \right) \cdot \nabla v - \left(\frac{\partial f}{\partial S} \cdot S \right) \cdot \nabla v^T - \frac{2}{3} \mu \dot{\Theta} \left(\frac{\partial f}{\partial S} \dots I \right)$$

$$\rho = \sqrt{0,5 \frac{\partial f}{\partial S^{ij}} \tilde{S}^{ij}}, \quad \tilde{S}^{ij} = \tilde{g}^{jk} \tilde{g}^{in} \frac{\partial f}{\partial S^{nk}}, \quad \tilde{g}^{in} \tilde{g}_{nj} = \delta_j^i$$

Здесь λ, μ – коэффициенты Ламе; $I = g_{ij} e^i e^j$ ($i, j = 1, 2, 3$) – ^{метрический} единичный тензор, $g_{ij} = e_i \cdot e_j$, e_i – ковариантный базис текущей лагранжевой системы координат; точкой и двумя точками обозначено соответственно скалярное и двойное скалярное произведение тензоров; точкой сверху обозначена полная производная по времени; $\Theta = (V - V_0)/V_0$ – относительное изменение индивидуального объема бесконечно малой частицы среды, V_0, V – соответственно индивидуальный объем бесконечно малой частицы среды до деформации и после деформации; ∇v – градиент скорости перемещений, значок T означает транспонирование; $D = 0,5(\nabla v + \nabla v^T)$ – тензор скоростей деформаций, f – скалярная гладкая функция нагружения, удовлетворяющая уравнению

$$f = f(S, k) = 0, \quad S = \sigma^{ep} - \sigma_0 I, \quad \sigma_0 = K \Theta \quad (2.3)$$

$$K = \lambda + \frac{2}{3} \mu$$

в частности, условию текучести Мизеса

$$f = 0,5 S \cdot S - k^2 = 0 \quad (2.4)$$

$$\dot{k} = u \dot{\chi} - \dot{r}, \quad \dot{\chi} = \sqrt{2 \dot{\epsilon}_{ij}^p \dot{\epsilon}^{p ij}}, \quad \dot{\epsilon}^{p ij} = \tilde{g}^{jk} \tilde{g}^{in} \dot{\epsilon}_{nk}^p \quad (2.5)$$

где σ_0 – среднее нормальное напряжение, K – объемный модуль упругости; k – напряжение текучести; χ – параметр упрочнения, $\chi > 0$; $u > 0$ – некоторая функция,

характеризующая скорость упрочнения материала; $\dot{r} > 0$ – скорость разупрочнения; $J = 0$ при $f < 0$ и при $f = 0, f' \leq 0$, $f' = (\partial f / \partial S) \cdot \dot{S} - (\partial f / \partial k) \dot{r}$; $J = 1$ при $f = 0, f' > 0$; δ_j^i – символ Кронекера; $\tilde{g}_{ij} = g_{ij}^0 + 2(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^e)$ согласно [1], $g_{ij}^0 = g_{ij}(t_0)$, t_0 – момент начала деформирования.

В записи определяющего соотношения (2.2) в отличие от исходного [7] производная Коттер и Ривлина $(\sigma^{ep})^{cr}$ тензора σ^{ep} заменена производной этого тензора по времени $\dot{\sigma}^{ep}$ в соответствии с формулой [8] $(\sigma^{ep})^{cr} = \dot{\sigma}_{ij}^{ep} e^i e^j = \dot{\sigma}^{ep} + \nabla v \cdot \sigma^{ep} + \sigma^{ep} \cdot \nabla v^T$.

Примем в соответствии с [1, 4], что тензор вязких напряжений S^v подобен дивергенции тензора скоростей деформаций B :

$$S^v = \nu B, \quad B = D - \frac{1}{3} \Theta I \quad (2.6)$$

$$\nu = c q(H, \vartheta) / H \quad (2.7)$$

где ν – коэффициент вязкости; $H = \sqrt{2B \cdot B}$ – интенсивность скоростей деформаций сдвига; ϑ – температура среды; $q(H, \vartheta)$ – нелинейная скалярная функция, описывающая вязкие свойства среды; c – коэффициент, учитывающий различное проявление вязких свойств при упругих и упругопластических деформациях.

Вид кривых на фиг. 1 свидетельствует о том, что при чисто упругих деформациях вязкость проявляется в меньшей степени, чем при упругопластических деформациях. Поскольку все кривые выходят из начала координат, и при переходе деформаций от упругих к упругопластическим вязкие свойства среды изменяются непрерывно, то для упругих деформаций положим $0 < c < 1$, а для упругопластических деформаций $c = 1$.

Примем, что при упругих деформациях коэффициент c пропорционален отношению интенсивности упругих деформаций сдвига к предельной ее величине, по достижении которой появляются пластические деформации. Это отношение в свою очередь пропорционально отношению интенсивности напряжений в процессе чисто упругой деформации частицы среды к значению напряжения текучести k в функции нагружения.

Выразим напряжение текучести k из (2.3) в явном виде $k = \Psi(S)$. Отсюда представим

$$c = \Psi(S) / k \quad (2.8)$$

При упругих деформациях $0 < \Psi(S) < k$ и $0 < c < 1$. При упругопластических деформациях $\Psi(S) = k$ и $c = 1$. В частности, для условия текучести Мизеса имеем $\Psi(S) = \sqrt{0,5S \cdot S}$.

Так как упругие деформации малые, то в определяющем соотношении (2.2) принят закон Гука [2]: $\sigma^{ep} = \lambda \Theta I + 2\mu A^e$, $A^e = \varepsilon_{ij}^e e^i e^j$. Исходя из этого закона и определения тензора S в формуле (2.3), имеем $S = 2\mu(A^e - \frac{1}{3}\Theta I)$. Подставляя данное выражение для тензора S в качестве аргумента функции $\Psi(S)$, получим скалярную функцию

$$\varphi(A^e) = \Psi(2\mu(A^e - \frac{1}{3}\Theta I)) \quad (2.9)$$

Формула для коэффициента вязкости (2.7) с учетом зависимостей (2.8) и (2.9) имеет вид

$$\nu = \frac{\varphi(A^e)}{k} \frac{q(H, \vartheta)}{H} \quad (2.10)$$

При чисто упругих деформациях $0 < \varphi/k < 1$, при упругопластических деформациях $\varphi/k = 1$.

Дифференцируя равенство (2.1) по времени и учитывая формулу (2.6), получим

$$\dot{\sigma} = \dot{\sigma}^{ep} + \dot{\nu} B + \nu \dot{B} \quad (2.11)$$

Равенства (2.11), (2.2), (2.3), (2.5), (2.10), (2.9) являются определяющими соотношениями при больших пластических деформациях для упруговязкопластической среды, обладающей свойствами упрочнения и разупрочнения. Величины λ и μ определяют упругие, u и $\dot{\epsilon}$ – пластические, а q – вязкие свойства среды и в общем случае зависят от температуры.

3. Идентификация определяющих соотношений. Полученные определяющие соотношения зависят от характеристик упругости (коэффициенты Ламе λ , μ или модуль Юнга E и коэффициент Пуассона ω), скалярной функции q и напряжения текучести k . Будем считать характеристики упругости постоянными при неизменной температуре.

При деформации металлов с высокой температурой скалярная величина k в определяющих соотношениях существенно зависит от истории изменения параметра упрочнения χ , температуры ϑ и является тем самым динамическим объектом [9]. Математической моделью динамического объекта служит функционал, зависящий от функций $\dot{\chi}(\tau)$, $\vartheta(\tau)$ (τ – время) и параметров a_1, \dots, a_n :

$$k = k(\dot{\chi}(\tau), \vartheta(\tau), a_1, \dots, a_n), \quad t_* \leq \tau \leq t$$

где t_* – момент начала пластической деформации, $k(t_*) = k_0$. Скалярную функцию $q(H(t), \vartheta(t))$ также можно задать с точностью до параметров a_{n+1}, \dots, a_m .

Функционал k представляют в интегральной или в дифференциальной формах. В работах [3, 10] приведен обзор таких функционалов.

Заметим, что дифференциальная форма модели по отношению к интегральной имеет ряд преимуществ. Системой дифференциальных уравнений намного легче описать структуру модели, качественно отражающую поведение объекта, так как описать зависимость скорости процесса от влияющих на него факторов, как правило, проще, чем описать зависимость самого процесса от истории изменения этих факторов. Отсюда можно обойтись меньшим числом параметров. Алгоритмы оценки параметров для дифференциальных моделей хорошо разработаны, не сложные и достаточно быстродействующие.

Значение вектора параметров $a = (a_1, \dots, a_m)$ можно оценить по данным экспериментов, например, на растяжение или сжатие цилиндрических образцов используя методы теории идентификации динамических объектов [9]. Подход использования аппарата теории идентификации для построения определяющих соотношений, описывающих деформацию металлов при высоких температурах был изложен в работах [11, 12].

Построим структуру дифференциальной математической модели функционала k и функции $q(H, \vartheta)$, которая учитывает упрочнение, разупрочнение и вязкие свойства среды. Для упрощения выкладок допустим, что деформирование происходит в условиях, близких к изотермическим, и влиянием изменения температуры можно пренебречь. Согласно современным представлениям о механизмах протекания процессов упрочнения и разупрочнения при горячей пластической деформации [6], величину u в формуле (2.5) возьмем в виде

$$u = a_1 - a_2 \beta, \quad \beta = k - k_0 \tag{3.1}$$

Здесь β характеризует величину упрочнения среды за счет пластической деформации, а функция u уменьшается с ростом величины упрочнения.

Примем, что скорость разупрочнения $\dot{\epsilon}$ определяется рекристаллизацией деформированных зерен [6]. Разупрочнением за счет возврата, полигонизации и диффузии пренебрежем, так как скорость протекания этих процессов при больших высокотемпературных деформациях на два порядка меньше скорости рекристаллизации [11].

Будем считать, что скорость рекристаллизации в единице индивидуального объема бесконечно малой частицы среды в момент времени t пропорциональна скорости приращения плотности зародышей рекристаллизации и суммарной в данном объеме ско-

рости роста рекристаллизованных зерен, образованных до момента времени t и имеющих форму шара

$$\dot{r}(t) = a_3 \dot{y}(t) + a_4 \int_{t_*}^t \dot{y}(\tau) \frac{\partial R(t, \tau)}{\partial t} R^2(t, \tau) dt \quad (3.2)$$

Здесь \dot{y} – скорость приращения плотности зародышей рекристаллизованных зерен; $R(t, \tau)$ – радиус рекристаллизованных зерен, образованных в момент времени τ , к моменту времени t , $t_* \leq \tau \leq t$; величина $(\partial R(t, \tau) / \partial t) R^2(t, \tau)$ определяет скорость увеличения объема этих рекристаллизованных зерен. Относительный размер радиуса зародыша рекристаллизации в момент его образования примем в качестве неизвестного параметра модели a_5 .

К моменту времени t нерекристаллизованная часть среды накопит искажения, величина которых пропорциональна величине упрочнения $\eta(t, t_*)$ на промежутке времени $[t_*, t]$. В свою очередь рекристаллизованное в момент времени τ зерно также получит искажения, пропорционально величине упрочнения $\eta(t, \tau)$ на промежутке времени $[\tau, t]$. В момент времени t скорость увеличения радиуса $R(t, \tau)$ рекристаллизованного зерна определяется разностью между накопленными искажениями в нерекристаллизованной части среды, окружающей это зерно, и искажениями в самом рекристаллизованном зерне [6]:

$$\frac{\partial R(t, \tau)}{\partial t} = a_6 (\eta(t, t_*) - \eta(t, \tau)), \quad t \geq \tau \geq t_*, \quad R(\tau, \tau) = a_5 \quad (3.3)$$

Примем по аналогии с зависимостями (2.5) и (3.1), что

$$\frac{\partial \eta(t, \tau)}{\partial t} = [a_1 - a_2 \eta(t, \tau)] \frac{d\chi(t)}{dt}, \quad t \geq \tau \geq t_*, \quad \eta(\tau, \tau) = 0 \quad (3.4)$$

Так как зародышей рекристаллизованных зерен в единицу времени возникает тем больше, чем больше достигнутая к этому моменту времени величина упрочнения и интенсивность пластической деформации, то положим

$$\dot{y} = \chi \beta \quad (3.5)$$

Из структуры формулы (3.2) и уравнений (3.3)–(3.5) видно, что скорость рекристаллизации $\dot{r}(t)$ в частице среды в момент времени t зависит от всей истории изменения параметра упрочнения χ до этого момента времени. Поэтому скорость рекристаллизации является динамическим объектом, а ее математическая модель представляет собой систему интегрально-дифференциальных уравнений (3.2)–(3.5). Данная система уравнений является структурно-феноменологической моделью процесса рекристаллизации.

Система уравнений (2.5), (3.1)–(3.5) и число k_0 описывают функционал k .

Функцию q возьмем в соответствии опытными данным [3] в виде

$$q = a_7 \ln(1 + a_8 H) \quad (3.6)$$

В выражениях (3.1)–(3.4), (3.6) параметры принимают положительные значения.

Если величины λ, μ, k_0 , а также параметры a_1, \dots, a_8 функций u, q и функционала \dot{r} являются числами, то полученные определяющие соотношения описывают изотермический процесс деформирования при высокой температуре. При этом процессы упрочнения и рекристаллизации рассматриваются как изотермические, а значения параметров в определяющих соотношениях будут различными для разных температур.

Если процесс деформации рассматривать как неизотермический, то величины $\lambda, \mu, k_0, a_1, \dots, a_8$ в определяющих соотношениях следует записать в виде функций от температуры ϑ со своим набором параметров и добавить к системе уравнений (3.1)–(3.6) уравнение, описывающее переход энергии пластической деформации в тепло:

$\dot{\Theta} = \gamma(c_m \rho)^{-1}(k + q)\dot{\chi}$, где γ – коэффициент выхода тепла, равный 0,9–0,95 [6]; c_m – теплоемкость деформируемого металла; ρ – его плотность.

Полученная система уравнений является достаточно простой и в то же время учитывает различные механизмы, протекающие при деформировании металла при высокой температуре.

4. Пример идентификации. Рассмотрим процедуру оценки параметров $\lambda, \mu, k_0, a_1, \dots, a_8$ для упруговязкопластической среды на базе опытных данных по однородному одноосному сжатию цилиндрических образцов. Компоненты тензоров ∇v и D при этом совпадают и в ортонормированной декартовой системе координат наблюдателя (у которой первая ось направлена по высоте образца, а остальные вдоль его радиусов) равны

$$(D_{ij}) = (\nabla_i v_j) = \begin{vmatrix} w & 0 & 0 \\ 0 & 0,5(-w + \dot{\Theta}) & 0 \\ 0 & 0 & 0,5(-w + \dot{\Theta}) \end{vmatrix}, \quad w = \frac{\dot{h}}{h}$$

где h – текущая высота образца, \dot{h} – скорость перемещения деформирующего инструмента. Процесс деформирования полагаем изотермическим.

В экспериментах на сжатие измеряются перемещение деформирующего инструмента и усилие деформирования в функции от времени. Изменение объема при этом не регистрируется. Поэтому, чтобы рассчитать компоненты тензора деформации, необходимо априори задать один из параметров упругости. Зададим коэффициент Пуассона $\omega = 0,3$. Параметр λ определяется по значениям μ и ω по формуле $\lambda = 2\mu\omega/(1 - 2\omega)$. Пусть функция нагружения f удовлетворяет условию текучести Мизеса (2.4).

С учетом сказанного, основываясь на условии однородности осадки и представленных выше определяющих соотношениях, можно записать

$$\sigma_{11} = \sigma_{11}^{ep} + S_{11}^v \quad (4.1)$$

$$\dot{\sigma}_{11}^{ep} = \lambda \dot{\Theta} + 2(\lambda \Theta + \mu)w - 2\sigma_{11}^{ep}w - JbS_{11}$$

$$S_{11}^v = v(w - \frac{1}{3}\dot{\Theta})$$

$$b = \frac{[\mu(1 - \frac{2}{3}\Theta)S - \dot{S} \cdot S] \cdot D - \frac{1}{3}\mu \dot{\Theta} S \cdot I + k\dot{r}}{k^2 + k\rho v / \mu}$$

Скорость относительного изменения объема $\dot{\Theta}$ определяется интегрированием соотношения $d\dot{\Theta}/dt = \ddot{\Theta}$ при начальных условиях $\Theta(t_0) = 0, \dot{\Theta}(t_0) = 0$. Вторая производная $\ddot{\Theta}$ вычисляется в каждый момент времени из решения уравнения, полученного из условия отсутствия напряжений на боковой цилиндрической поверхности образца:

$$\dot{\sigma}_{22} = \dot{\sigma}_{22}^{ep} + \dot{S}_{22}^v = 0 \quad (4.2)$$

$$\dot{\sigma}_{22}^{ep} = \lambda \dot{\Theta} + (\lambda \Theta + \mu)(\dot{\Theta} - w) - JbS_{22}$$

$$\dot{S}_{22}^v = -\frac{1}{2} \frac{d[v(w - \dot{\Theta}/3)]}{dt}$$

Система уравнений (4.1), (4.2), (2.5), (2.10), (3.1)–(3.6) позволяет по заданной относительной скорости сжатия цилиндрического образца $w(t)$ и величине коэффициента Пуассона ω рассчитать напряжение сжатия образца σ_{11} , если известны параметры $\mu, k_0, a_1, \dots, a_8$. Значения этих параметров определяются из условия минимума функционала

$$L = L(\mu, k_0, a_1, \dots, a_8) = \left(\frac{1}{t_k - t_0} \int_{t_k}^{t_0} (\sigma_{11} - z)^2 dt \right)^{1/2} \quad (4.3)$$

N	μ	k_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	L
(4.4)	261	15,3	138	0,0036	3,10	0,032	2,53	1,62	4,41	4,95	1,07
(4.5)	261	15,0	139	0,0038	3,34	0,032	3,27	1,16	5,90	4,34	1,08

где $z(t)$ – напряжение сжатия образца, измеренное в эксперименте на промежутке времени $[t_0, t_k]$. Функционал (4.3) является функцией параметров $\mu, k_0, a_1, \dots, a_8$. Значение его равно среднему на данном промежутке времени отклонению расчетных значений напряжения сжатия от измеренных в эксперименте.

Рассмотрим пример оценки параметров определяющих соотношений на основе экспериментальных данных работы [12]. Деформированию сжатием на кулачковом пластометре подвергались цилиндрические образцы высотой и диаметром равными 15 мм, нагретыми до 1100°C. Использовались два кулачка, позволяющие сжимать образцы с переменной скоростью деформации. Первый кулачок обеспечивал рост скорости деформации, второй – ее падение в процессе сжатия. При этом закон изменения высоты образца во времени (h [мм], t [с]) в первом случае был

$$h(t) = 15 - 257t \quad (4.4)$$

во втором

$$h(t) = 9,43 + 0,0189/(t + 0,0034) \quad (4.5)$$

а диапазоны изменения интенсивности скорости деформации сдвига H для длительности осадки 0,04 с составляли соответственно 29–94 с⁻¹ и 188–1,7 с⁻¹.

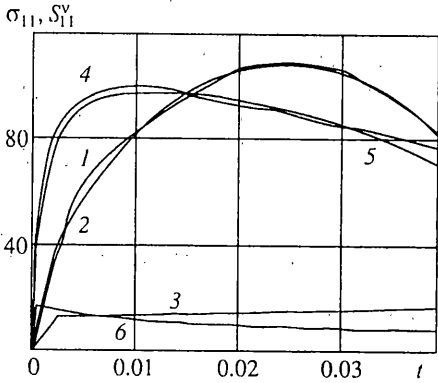
На фиг. 2, 3 представлены опытные значения напряжения σ_{11} [МПа] при сжатии образцов по законам деформирования (4.4) (кривая 1) и (4.5) (кривая 4). Идентификация параметров модели выполнялась отдельно по каждой из этих кривых. Значения параметров определяющих соотношений и функционала (4.3) приведены в таблице (N – закон изменения высоты образца).

На фиг. 2 представлены напряжения σ_{11} (кривая 2) и S_{11}^V (кривая 3), рассчитанные по формуле (4.1) для закона деформирования (4.4) с параметрами из первой строки таблицы. Знак всех напряжений для удобства взят положительным. Расположение кривых 1 и 2 и величина функционала L указывает на достаточно хорошее совпадение экспериментальных и расчетных значений напряжения σ_{11} при идентификации параметров определяющих соотношений по данным опыта (4.4).

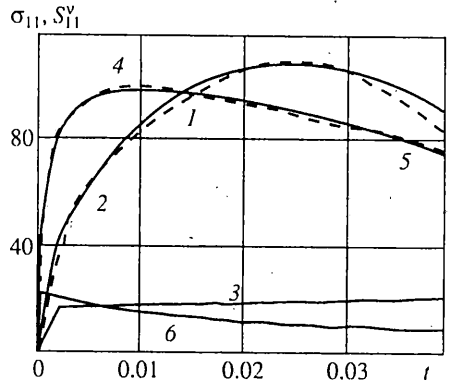
Для тех же значений параметров выполнили расчет напряжений σ_{11} (кривая 5) и S_{11}^V (кривая 6), но для закона деформирования (4.5). В этом случае $L = 2,47$, и отклонения кривых 4 и 5 больше, чем кривых 1 и 2, так как идентификация параметров модели осуществлялась по экспериментальной кривой 1 и закону деформирования (4.4). Однако кривые 4 и 5 не намного отклоняются друг от друга.

На фиг. 3 представлены напряжения σ_{11} (кривая 5) и S_{11}^V (кривая 6), рассчитанные по формуле (4.1) для закона деформирования (4.5) с параметрами из второй строки таблицы. Расположение кривых 4 и 5 и величина функционала L также указывают на достаточно хорошее совпадение экспериментальных и расчетных значений напряжения σ_{11} при идентификации параметров определяющих соотношений по данным опыта (4.5).

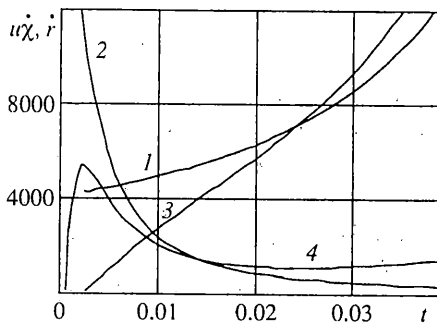
Для значений параметров из второй строки таблицы выполнили расчет напряжений σ_{11} (кривая 2) и S_{11}^V (кривая 3) для закона деформирования (4.4). При этом $L = 2,78$, и отклонения кривых 1 и 2 больше, чем кривых 4 и 5, так как в данном случае идентификация параметров модели осуществлялась по экспериментальной



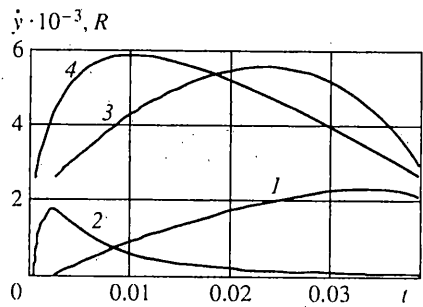
Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

кривой 4 и закону деформирования (4.5). Видно, что кривые 1 и 2 также не намного отклоняются друг от друга.

Значения параметров определяющих соотношений (см. табл.), полученные по данным двух экспериментов с существенно разными законами деформирования, достаточно близки. То, что влияние имеющегося расхождения значений некоторых параметров не велико, можно видеть из сравнения кривых 2 (или 5) соответственно на фиг. 2, 3.

Все вышесказанное свидетельствует о том, что принятая структурно-феноменологическая модель функционала k и функции q в определяющих соотношениях достаточно хорошо учитывает механизмы упрочнения и разупрочнения металла и его вязкие свойства при высокотемпературной деформации.

Значения вязкой составляющей напряжений S_{11}^V (кривые 3 и 6 на фиг. 2 и 3) свидетельствуют о существенном проявлении металлом вязких свойств при рассматриваемой температуре и скоростях деформации.

На фиг. 4 представлены рассчитанные по полученной модели значения скоростей упрочнения $u\dot{\chi}$ (кривые 1, 2) и разупрочнения $v\dot{\chi}$ (кривые 3, 4), а на фиг. 5 – значения скорости приращения плотности зародышей рекристаллизованных зерен $\dot{\gamma}$ (кривые 1, 2) и относительной величины их радиуса R в конце деформации (кривые 3, 4) при деформировании по двум законам: кривые с нечетными номерами согласно (4.4), с четными – согласно (4.5).

При деформировании по закону (4.4) падение напряжения σ_{11} (кривая 1 на фиг. 2) происходит, несмотря на возрастание скорости деформации и рост вязкой составляющей S_{11}^V (кривая 3 на фиг. 2), за счет интенсивного роста скорости разупрочнения,

что приводит к превышению последней скорости упрочнения (ср. кривые 1 и 3 на фиг. 4).

При деформировании по закону (4.5) падение напряжения σ_{11} (кривая 4 на фиг. 2) объясняется существенным уменьшением скорости деформации, что приводит к уменьшению величины вязкой составляющей S_{11}^V (кривая 6 на фиг. 2) и значительному снижению скорости упрочнения (кривая 2 на фиг. 4). В этом случае скорость разупрочнения мала, но после момента времени $t = 0,015$ с она превышает скорость упрочнения (ср. кривые 2 и 4 на фиг. 4).

В случае деформирования по закону (4.4) рекристаллизация проходит полнее, чем по закону (4.5), так как при этом образуется больше зародышей рекристаллизованных зерен и они более интенсивно растут (ср. кривые 1, 2 и 3, 4 на фиг. 5).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 2. М.: Наука, 1984. 560 с.
2. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 1. М.: Наука, 1983. 528 с.
3. Полухин П.И., Гун Г.Я., Галкин А.М. Сопротивление пластической деформации металлов и сплавов: Справочник. М.: Металлургия, 1983. 351 с.
4. Пэжина П. Основные вопросы вязкопластичности. М.: Мир, 1968. 176 с.
5. Hart E.W. Constitutive relations for the nonelastic deformation of metals // Trans. ASME. J. Eng. Mater. Technol. 1976. V. 98. № 3. P. 193–202.
6. Полухин П.И., Горелик С.С., Воронцов В.К. Физические основы пластической деформации. М.: Металлургия, 1982. 584 с.
7. Коновалов А.В. Определяющие соотношения для упругопластической среды при больших пластических деформациях // Изв. РАН. МТТ. 1997. № 5. С. 139–147.
8. Поздеев А.А., Трусов П.В., Няшин Ю.И. Большие упругопластические деформации. М.: Наука, 1986. 232 с.
9. Эйххофф П. Основы идентификации систем управления. М.: Мир, 1975. 683 с.
10. Поздеев А.А., Тарновский В.И., Еремеев В.И., Баакашвили В.С. Применение теории ползучести при обработке металлов давлением. М.: Металлургия, 1973. 192 с.
11. Коновалов А.В. Построение динамических моделей сопротивления металлов пластической деформации методами теории идентификации // Изв. АН СССР. Металлы. 1984. № 6. С. 178–184.
12. Коновалов А.В., Селиванов Г.С., Антошечкин Б.М. О динамической модели сопротивления металла пластической деформации // Изв. АН СССР. Металлы. 1987. № 4. С. 122–127.

Екатеринбург

Поступила в редакцию
30.01.1998