

УДК 539.375

© 2000 г. В.В. БОЛОТИН, О.В. ТРИФОНОВ

ПОРОГОВЫЕ И РОДСТВЕННЫЕ ЭФФЕКТЫ В МЕХАНИКЕ РОСТА УСТАЛОСТНЫХ ТРЕЩИН

В рамках теории роста усталостных трещин, основанной на синтезе механики разрушения и механики накопления рассеянных повреждений, предложена модель для описания пороговых и родственных эффектов при прогнозировании долговечности. Рассмотрен собственно пороговый эффект, т.е. наличие порога нагружения, при котором начинается рост трещины, эффект экранирования фронта трещины микротрещинами, накопленными в концевой зоне, эффект закрытия трещины, наблюдаемый при сжимающих (отчасти и растягивающих) приложенных напряжениях. Каждый из этих эффектов связан с перераспределением напряжений, деформаций и повреждений в концевой зоне. Методом численного моделирования изучен вклад перечисленных эффектов в скорость распространения усталостных трещин. Изучено изменение условий у фронта трещин в процессе их роста, а также изменение параметров, характеризующих условия в концевой зоне.

1. Для прогнозирования роста усталостных трещин в материалах и элементах конструкций, как правило, применяют полуэмпирические уравнения. Эти уравнения связывают скорость роста трещины с экстремальными значениями параметров нагружения. В качестве параметров нагружения используют коэффициент интенсивности напряжений K , значение J -интеграла или родственные энергетические параметры. Скорость роста трещины da/dN , где $a(N)$ – характерный размер трещины, трактуемый как дифференцируемая функция числа циклов N , обычно выражают через размах $\Delta K = K_{\max} - K_{\min}$, $\Delta J = J_{\max} - J_{\min}$ параметров нагружения. Здесь K_{\max} , K_{\min} , J_{\max} , J_{\min} – экстремальные в пределах цикла значения параметров. В качестве дополнительных характеристик используют отношения типа $R = K_{\min}/K_{\max}$ или $R = J_{\min}/J_{\max}$.

Распространение усталостных трещин осложнено рядом механизмов. В окрестности фронта трещины возникает пластическая зона, в пределах которой деформирование имеет необратимый характер с возникновением поля остаточных напряжений и деформаций. Этот эффект имеет существенное значение при малоциклового усталости. Если уровень приложенных напряжений не слишком высок, что типично для большинства конструкций, рассчитанных на длительную эксплуатацию, то пластическим эффектом можно пренебречь. Так поступают при изучении трещин классической (многоциклового) усталости, где пластические эффекты учитывают лишь неявно, при выборе параметров материала. Однако некоторые эффекты наблюдаются и при многоциклового усталости. Среди них – пороговый эффект, т.е. явление нераспространения трещины при достаточно низких значениях приложенных напряжений. Возникновение системы микротрещин и микропор в концевой зоне может привести к замедлению роста трещины. Это явление носит название эффекта экранирования (shielding effect). Широко известен также эффект закрытия трещин. При действии сжимающих напряжений берега трещины приходят в контакт, трещина закрывается. Это приводит к тому, что отрезок цикла, соответствующий сжимающим напряжениям, либо вообще исключается из механизма разрушения, либо влияние

этого отрезка на продвижение фронта разрушения оказывается сниженным. Эффект закрытия может проявляться и на части фазы растяжения. Это объясняют либо остаточными пластическими деформациями, возникающими в следе растущей трещины, либо рассогласованием неровных поверхностей у противоположных берегов трещины и/или попаданием твердых частиц внутрь трещины.

Перечисленные эффекты, как правило, проявляются совместно и во взаимодействии. Их учитывают введением в полуэмпирические уравнения эффективных значений ΔK_{eff} или ΔJ_{eff} для размахов параметров нагружения. Так, эффект закрытия трещины обычно вводят в полуэмпирические уравнения заменой размаха ΔK на эффективный размах $\Delta K_{\text{eff}} = \Delta K - \Delta K_{\text{op}}$. Здесь ΔK_{op} – значение размаха, соответствующее открытию трещины. Обычно полагают, что таким способом можно учесть все виды порогового эффекта. Обзор экспериментальных результатов по определению ΔK_{op} , а также других способов введения ΔK_{eff} , приведен в [1]. Там же можно найти диаграммы роста усталостных трещин, т.е. графические представления скорости da/dN в функции от ΔK_{eff} при различных способах вычисления ΔK_{eff} . Для определенного материала и определенной методики испытаний удается получить диаграмму, объединяющую экспериментальные результаты при различных уровнях нагружения. Тем не менее экспериментальные данные о пороговых и родственных эффектах не являются полными; зачастую они противоречивы из-за различий в методике испытаний и интерпретации результатов. В значительной степени это можно объяснить тем, что рост усталостных трещин сопровождается рядом механизмов, большинство из которых проявляется во взаимодействии. Так, в эксперименте и полуэмпирических моделях трудно отделить вклад порогового эффекта, имеющего внутреннее происхождение, от эффекта закрытия трещины, а последний от эффекта экранирования, в котором значительную роль играет закрытие микротрещин и микропор в концевой зоне.

Цель работы состоит в том, чтобы в рамках единого подхода предложить модели для описания порогового эффекта и родственных эффектов, изучить каждый из них как в отдельности, так и во взаимодействии. Модели развиваются в рамках теории роста усталостных трещин В.В. Болотина [2–4], основанной на синтезе механики разрушения и механики накопления рассеянных повреждений. Для простоты рассматривается однопараметрическая, т.е. заданная одним параметром длины a , трещина отрыва (моды I) при циклическом нагружении с заданным "на бесконечности" напряжением $\sigma_{\infty}(t)$.

Следуя [4–6], будем трактовать систему тело с трещиной – циклическая нагрузка как механическую систему с односторонней связью, наложенной на размер трещины в виде $\delta a \geq 0$. Рассматривая смежные квазистатические состояния, удовлетворяющие условиям равновесия в обычном смысле, применим к системе принцип виртуальных перемещений для систем с односторонними идеальными связями. Условие (не)распространения трещины в пределах N -го цикла имеет вид

$$G(N) \geq \Gamma(N) \quad (1.1)$$

В левой части соотношения (1.1) стоит обобщенная сила, продвигающая трещину. В рамках линейной механики разрушения эта обобщенная сила совпадает с интенсивностью высвобождения энергии по Ирвину или со значением J -интеграла. В парвой части стоит обобщенная сила сопротивления, которая при тех же условиях может быть истолкована как критическое значение интенсивности высвобождения энергии. Значение $G(N)$ берется в момент достижения максимума в пределах цикла. Значение $\Gamma(N)$ учитывает повреждения, накопленные на фронте трещины за всю предысторию нагружения и роста трещины. Трещина не растет при $G(N) < \Gamma(N)$, продвигается скачком (возможно, до финального разрушения) при $G(N) > \Gamma(N)$ и растет устойчиво, если выполнены условия

$$G(N) = \Gamma(N), \quad \partial G(N)/\partial a < \partial \Gamma(N)/\partial a \quad (1.2)$$

В отличие от классической механики разрушения, соотношения (1.1) и (1.2) содержат внутренние параметры, которые характеризуют уровень повреждений у фронта трещины. Обзор моделей механики накопления повреждений можно найти в [7, 8]. В простейшем случае необходимо ввести хотя бы два параметра: скалярную меру повреждений Качанова–Работнова ω , принимающую значения из отрезка $[0, 1]$, и эффективный радиус кривизны ρ . Последняя величина необходима для того, чтобы получить конечное напряжение отрыва σ_f на фронте. Если материал линейно упругий, то напряжение σ_f может быть определено по формуле Нейбера

$$\sigma_f = \sigma_\infty [1 + 2Z(a/\rho)]^{1/2} \quad (1.3)$$

с параметром Z . Для трещины, представленной в виде эллиптической щели, $Z = 1$. Таким образом, соотношения (1.1) и (1.2) должны быть дополнены уравнениями, которые описывают эволюцию меры повреждений $\omega(x, N)$ и эффективного радиуса кривизны на фронте $\rho(N)$. Начальные данные формулируем путем задания $\omega(x, N)$ и $\rho(N)$ при $N = N_0$, например, при $N = 0$. Поэтому естественно ожидать, что эволюция параметров $\omega(x, N)$ и $\rho(N)$ может быть описана при помощи дифференциальных уравнений первого порядка

$$\partial\omega / \partial N = f(\sigma_{\max}, \sigma_{\min}, \omega, \rho) \quad (1.4)$$

$$d\rho / dN = g(\psi, \rho, d\psi / dN, da / dN)$$

Правая часть в первом уравнении зависит от напряжений, действующих на продолжении фронта, а также от текущих значений меры повреждений $\omega(x, N)$ и радиуса кривизны $\rho(N)$. Правая часть второго уравнения зависит от меры повреждений на фронте

$$\psi(N) = \omega[a(N), N] \quad (1.5)$$

и ее производной $d\psi/dN$, а также от скорости роста трещины da/dN . Введение во второе уравнение (1.4) производных $d\psi/dN$ и da/dN позволяет описать заострения и затупления фронта трещины в процессе ее роста. Таким образом, прогнозирование роста усталостной трещины сводится к интегрированию уравнений (1.4), вычислению обобщенных сил, входящих в соотношения (1.1) и (1.2), проверке этих соотношений и вычислению приращений Δa размера трещины при переходе к следующему циклу или блоку циклов.

2. В качестве первого уравнения (1.4) возьмем порогово-степенной закон накопления повреждений

$$\frac{\partial\omega}{\partial N} = \begin{cases} \left(\frac{\Delta\sigma - \Delta\sigma_{th}}{\sigma_f} \right)^m, & \Delta\sigma \geq \Delta\sigma_{th} \\ 0, & \Delta\sigma < \Delta\sigma_{th} \end{cases} \quad (2.1)$$

Здесь $\Delta\sigma$ – размах напряжений отрыва на продолжении трещины $|x| \geq a$; σ_f , $\Delta\sigma_{th}$ и m – параметры материала. При этом напряжение σ_f характеризует сопротивление материала накоплению повреждений при циклическом нагружении, напряжение $\Delta\sigma_{th}$ – порог этого сопротивления. Показатель $m > 1$ аналогичен показателю m_F кривых усталости в уравнении

$$N = N_0 + N_C (\sigma_F / \sigma_\infty^{\max})^{m_F} \quad (2.2)$$

с эмпирическими параметрами N_0 , N_C и σ_F , а также показателю m_F в уравнении Пэриса–Эрдогана

$$da / dN = c(\Delta K)^{m_P} \quad (2.3)$$

с эмпирическим параметром c . При некоторых упрощающих предположениях показатель m оказывается близок к m_F или m_p (или к обоим показателям).

Второе уравнение (1.4) возьмем в виде

$$\frac{d\rho}{dN} = \frac{\rho_s - \rho}{\lambda_p} \frac{da}{dN} + (\rho_b - \rho) \frac{d\psi}{dN} \quad (2.4)$$

с правой частью, зависящей от производных da/dN и $d\psi/dN$. Напомним, что согласно (1.5) переменная $\psi(N)$ характеризует уровень повреждений на движущемся фронте трещины. В уравнение (2.4) входят два характерных радиуса кривизны: "острый" радиус ρ_s и "тупой" радиус ρ_b . В него также входит параметр длины λ_p , который имеет смысл расстояния, на которое должен продвинуться фронт трещины для того, чтобы достигнуть существенного заострения. Таким образом, уравнение (2.4) позволяет включить в модель как процесс заострения трещины (при доминирующем первом члене в правой части), так и процесс затупления (при доминирующем втором члене). Как видно из формул (1.3) и (1.5), уравнения (2.1) и (2.4) взаимосвязаны через меру повреждений на фронте $\psi(N)$ и эффективный радиус кривизны $\rho(N)$. Последний влияет на напряжения на фронте, а также на продолжении трещины. В частности, упругие напряжения на фронте связаны с номинальным напряжением σ_∞ , размером трещины a и радиусом ρ при помощи соотношения (1.3).

Уравнение (2.1) в принципе позволяет описать все перечисленные выше эффекты. Так, собственно пороговый эффект явно входит в уравнение (2.1) в виде порогового напряжения $\Delta\sigma_{th}$. В статьях [2–4] это напряжение рассматривалось как постоянная материала. Однако пороговое напряжение должно зависеть как от коэффициента асимметрии цикла $R = \sigma_\infty^{\min} / \sigma_\infty^{\max} = K_{\min} / K_{\max}$, так и от меры повреждений ω . Зависимость от R позволяет учесть "внутренний эффект закрытия", т.е. возрастание порога сопротивления из-за частичного закрытия микротрещин и микропор в концевой зоне. Зависимость от ω дает возможность включить как снижение порога накопления повреждений с ростом трещины, так и возможное повышение этого порога. Последний эффект является в сущности феноменологической моделью экранирования фронта трещины ансамблем микротрещин и/или микропор. Экранирование можно также описать предполагая, что напряжение σ_f в уравнении (2.1) зависит от ω .

Макроскопический эффект закрытия трещины должен описываться в терминах действующих напряжений. Для трещины, затупленной на фронте, эффект закрытия означает снижение размаха действующих напряжений из-за наложения противоположных берегов трещины, рассогласования неровностей у этих берегов, а также из-за попадания частиц в полость трещины. Решающим фактором (наряду с раскрытием трещины на фронте и значениями приложенных напряжений) считается длина трещины. Эффект закрытия может отсутствовать у коротких трещин и появиться по мере углубления трещины. В рамках теории упругости задача о закрытии трещины – своеобразная контактная задача с искомой областью контакта [9, 10]. Чтобы применить результаты решения таких задач к усталостным трещинам, необходимо знать остаточные пластические деформации приповерхностного слоя в следу трещины. К тому же, как показывают эксперименты, рассогласование неровных поверхностей служит для реальных трещин не менее существенной причиной эффекта закрытия, чем собственно смыкание гладких поверхностей [1].

Оставаясь в рамках определяющих уравнений (1.1), (1.2), (1.4), (2.1), (2.4), можно учесть макроскопический эффект закрытия, вводя зависимость действующих напряжений $\sigma(x, N)$ от длины трещины $a(N)$ и эффективного радиуса кривизны на фронте $\rho(N)$. Такая зависимость, очевидно, является феноменологической. Однако она более продвинута, чем полуэмпирические модели, основанные на замене размаха напряжений $\Delta\sigma$ в формуле (2.2) и размаха коэффициента интенсивности ΔK в формуле (2.3) некоторыми эффективными значениями $\Delta\sigma_{eff}$ и ΔK_{eff} .

3. Рассмотрим трещину отрыва в неограниченной однородной изотропной линейно упругой среде под действием приложенных "на бесконечности" напряжений $\sigma_\infty(t)$, изменяющихся во времени циклически. Трещина лежит в плоскости Oxy при $-a(N) \leq x \leq a(N)$, т.е. длина трещины равна $2a(N)$. Обобщенная продвигающая сила $G(N)$ в формулах (1.1) и (1.2) совпадает с интенсивностью высвобождения энергии. При плоском деформированном состоянии

$$G = K^2(1-\nu^2)/E \quad (3.1)$$

где E – модуль упругости, ν – коэффициент Пуассона, K – коэффициент интенсивности напряжений. В данном случае

$$K = \sigma_\infty(\pi a)^{1/2} \quad (3.2)$$

Обобщенная сила сопротивления $\Gamma(N)$ совпадает с удельной работой разрушения на фронте трещины $|x| = a(N)$. В любой точке на продолжении трещины $\gamma = \gamma_0 F(\omega)$, где γ_0 – удельная работа разрушения для неповрежденного материала, $F(\omega)$ – некоторая функция меры повреждений ω . Тогда обобщенная сила сопротивления определяется как

$$\Gamma = \gamma_0 F(\psi) \quad (3.3)$$

В типичной ситуации $F'(\psi) \leq 0$, т.е. с накоплением повреждений происходит снижение трещиностойкости. В сущности, в этом состоит основной механизм роста усталостных трещин, описываемый теорией Болотина [2–6]. Чтобы включить эффект экранирования, достаточно допустить, что по крайней мере на начальной стадии накопления повреждений $F'(\psi) > 0$. Значение функции $F(\omega)$ можно оценить, подвергая образцы циклическому нагружению и измеряя удельную работу разрушения поврежденных образцов. Если же вид функции задан, то из тех же экспериментов можно оценить текущие значения меры повреждений ω , а по ним оценить значения параметров, входящих в уравнение (2.1). В дальнейших вычислениях, если не оговорено, будем полагать

$$\gamma = \gamma_0 [1 - (\omega/\omega_*)^\alpha], \quad 0 < \omega_* \leq 1, \alpha > 0 \quad (3.4)$$

Величина ω_* характеризует остаточную трещиностойкость циклически поврежденного материала $\gamma = \gamma_0(1 - \omega_*^\alpha)$. Если эта трещиностойкость мала, то в формуле (3.4) можно положить $\omega_* = 1$.

Пороговый эффект явно учитывается в уравнении (2.1). Этому уравнению отвечает обобщение уравнения (2.3):

$$\frac{da}{dN} \approx \lambda \left(\frac{\Delta K - \Delta K_{th}}{K_f} \right)^m \quad (3.5)$$

пригодное для описания среднего участка диаграммы роста трещины, т.е. стадии Пэриса. При этом λ – параметр длины, K_f и ΔK_{th} – параметры материала

$$K_f = (\sigma_f/2)(\pi\lambda)^{1/2} \quad \Delta K_{th} = (\Delta\sigma_{th}/2)(\pi\lambda)^{1/2} \quad (3.6)$$

а показатель m совпадает с показателем m в уравнении (2.1). При надлежащем выборе исходных параметров длины λ удовлетворяет условию $\rho_s \leq \lambda \leq \rho_b$, будучи ближе к верхнему пределу. Некоторые другие приближенные оценки нетрудно получить, используя "квазистационарное приближение" [2, 3].

В пределах инкубационной стадии, пока трещина не растет, идет накопление повреждений на фронте. Тогда из уравнения (2.4) следует, что

$$d\rho/dN = (\rho_b - \rho)d\psi/dN$$

т.е. происходит затупление фронта трещины до значения ρ_b . После страгивания мера повреждений на движущемся фронте начинает убывать. При этом

$$\frac{d\psi}{dN} = -\frac{\omega_*}{\alpha a_{cr}} \frac{da}{dN} \left(1 - \frac{a}{a_{cr}}\right)^{(1-\alpha)/\alpha}$$

где a_{cr} — критический размер трещины при монотонном нагружении. Подстановка в (2.4) дает

$$\frac{d\rho}{dN} = \left[\frac{\rho_s - \rho}{\lambda_\rho} - \frac{(\rho_b - \rho) \omega_*}{a_{cr} \alpha} \left(1 - \frac{a}{a_{cr}}\right)^{(1-\alpha)/\alpha} \right] \frac{da}{dN}$$

Из этого уравнения следует, что при монотонном росте трещины эффективный радиус кривизны на фронте может как возрастать, так и убывать. В типичной ситуации преобладает влияние первого члена в квадратных скобках. Тогда

$$\frac{d\rho}{dN} \approx \left(\frac{\rho_s - \rho}{\lambda_\rho} \right) \frac{da}{dN} \quad (3.7)$$

т.е. происходит монотонное заострение фронта до достижения равенства $\rho = \rho_s$.

4. Формулы (3.5)–(3.7) имеют оценочный характер. Чтобы изучить влияние параметров нагрузки и свойств материала на рост трещины и изменение внутренних параметров, необходимо перейти к численному моделированию. Поскольку соотношения (1.1), (1.2), (2.1), (2.4), (3.1) и (3.4) взаимосвязаны, то алгоритм вычислений довольно сложен. Он включает решение системы нелинейных дифференциальных и алгебраических уравнений и ряд приемов, обеспечивающих устойчивость вычислительной схемы. На инкубационной стадии дискретизация проводилась по числу циклов N , на стадии роста по размеру трещины a с надлежащими мерами для оптимизации шагов Δa и ΔN .

Вычисления выполнены для следующих данных: $E = 200$ ГПа, $\nu = 0,3$, $\gamma_0 = 20$ кДж/м², $\sigma_f = 10$ ГПа, $m = 4$, $\alpha = 1$, $\omega_* = 1$, $\rho_s = 10$ мкм, $\rho_b = \lambda_\rho = 100$ мкм. Для порогового напряжения в уравнении (2.1) взято выражение:

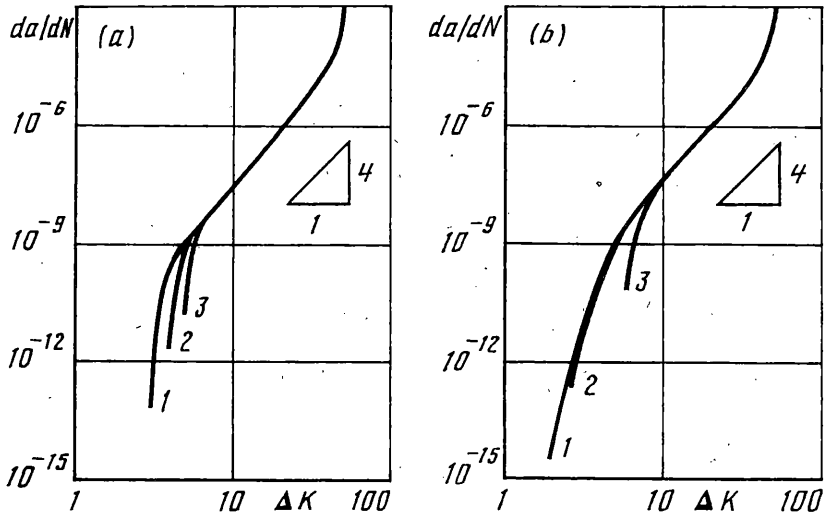
$$\Delta\sigma_{th} = \Delta\sigma_{th}^0 (1 - R) \quad (4.1)$$

при $\Delta\sigma_{th}^0 = 400$ МПа. Напряжения отрыва при $|x| \geq a$ вычислялись как для эллиптической щели по известным формулам

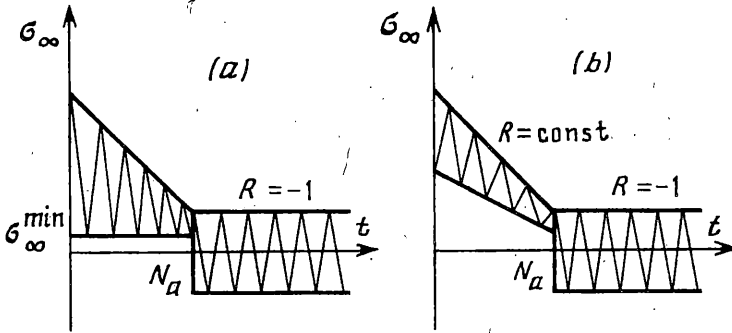
$$\frac{\sigma(x)}{\sigma_\infty} = \frac{\xi^2 + \varepsilon}{\xi^2 - \varepsilon} + \frac{(1 - \varepsilon)^2 [\xi^4 + 3\xi^2 + \varepsilon(\xi^2 - 1)]}{2(\xi^2 - \varepsilon)^3} \quad (4.2)$$

$$\xi = \frac{(x/a) + [(x/a)^2 + (\rho/a) - 1]^{1/2}}{1 + (\rho/a)^{1/2}}, \quad \varepsilon = \frac{a - b}{a + b}$$

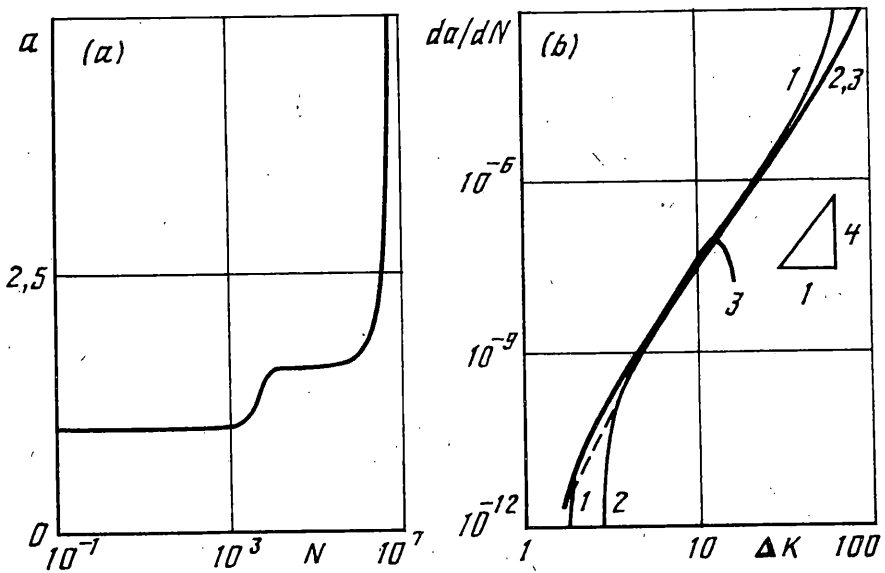
При $|x| = a$ формула (4.2) дает напряжение на фронте σ_f , совпадающее с (1.3) при $Z = 1$. На фиг. 1, a показаны диаграммы роста трещин, т.е. зависимости скорости da/dN , выраженной в м/цикл, в функции от размаха ΔK коэффициента интенсивности напряжений, измеряемого в МПа \cdot м^{1/2}. Диаграммы построены для случая $a_0 = 0,5$ мм, $\rho_0 = 50$ мкм и трех уровней нагрузки: $\Delta\sigma_\infty = 75, 100$ и 125 МПа (кривые 1–3 соответственно). Во всех случаях принято, что $R = 0,2$. Если $\Delta\sigma_\infty = 75$ МПа, то трещина начинает расти при размахе коэффициента интенсивности напряжений порядка не-



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

скольких единиц МПа · м^{1/2}. При более низких нагрузках, например, при $\Delta\sigma_\infty = 60$ МПа трещина вообще не растет. В окрестности порога роста трещин долговечность, измеряемая в числах циклов, изменяется на два порядка. Так, при $\Delta\sigma_\infty = 75$ МПа страгивание трещины происходит при числе циклов $N_* = 1,9 \cdot 10^7$, а финальное разрушение при $N_{**} = 2,6 \cdot 10^8$. Если $\Delta\sigma_\infty = 125$ МПа, то числа циклов составляют соответственно $N_* = 2,0 \cdot 10^5$ и $N_{**} = 2,1 \cdot 10^6$.

Чтобы точнее оценить пороговое значение ΔK , нужно рассмотреть более малые начальные размеры трещин. На фиг. 1, *b* показан случай $\Delta\sigma_\infty = 150$ МПа, $R = 0,2$ при начальных размерах $a_0 = 0,05; 0,1$ и $0,5$ мм (кривые 1, 2 и 3). Число циклов до страгивания трещины изменяется в пределах от $N_* = 2,5 \cdot 10^8$ до $6,1 \cdot 10^4$ при изменении от $a_0 = 0,05$ мм до $0,5$ мм. Число циклов до финального разрушения изменялось при этом в пределах от $N_{**} = 2,0 \cdot 10^9$ до $6,5 \cdot 10^5$.

Пороговое значение коэффициента интенсивности ΔK_{th} , определяемое по второй формуле (3.6), зависит от значения параметра длины λ . Полагая $\lambda = \rho_s$, находим, что для принятых численных данных $\Delta K_{th} \approx 0,89$ МПа · м^{1/2}. При $\lambda = \rho_b$ соответственно находим $\Delta K_{th} \approx 2,84$ МПа · м^{1/2}. Сравнивая вычисленные значения с порогами на фиг. 1, можно заметить, что λ близко к ρ_b . Это объясняется просто: на инкубационной стадии происходит затупление фронта, так что трещина начинает расти при значениях ρ , близких к ρ_b .

В [11, 12] можно найти сведения о том, что часть цикла, соответствующая сжатию, также может вызывать микроповреждения и, следовательно, ускорять рост трещин. Пороговое напряжение обычно находят из испытаний при монотонно уменьшающемся уровне напряжений. При этом $R \geq 0$. Максимальное напряжение σ_∞^{\max} уменьшают либо при $\sigma_\infty^{\min} = \text{const}$ (фиг. 2, *a*), либо при $R = \text{const}$ (фиг. 2, *б*). Рост трещин считают остановленным, когда скорость уменьшается до достаточно малого значения, например, $da/dN = 10^{-12}$ м/цикл. Соответствующее число циклов N_a ассоциируют с остановкой трещины. Однако, если после этой "остановки" изменить режим нагружения, например, перейти к симметричному циклу с размахом $\Delta\sigma_\infty = 2\sigma_\infty^{\max}(N_a)$, то рост трещины может восстановиться. Так, если определение порога производилось при $\sigma_\infty^{\min} = 0$ и уменьшающемся σ_∞^{\max} , то переход к нагружению при $R = -1$ приводит к двукратному увеличению размаха за счет появления сжимающей фазы цикла (фиг. 2, *a*). Если вместо формулы (4.1) взять для порогового сопротивления зависимость

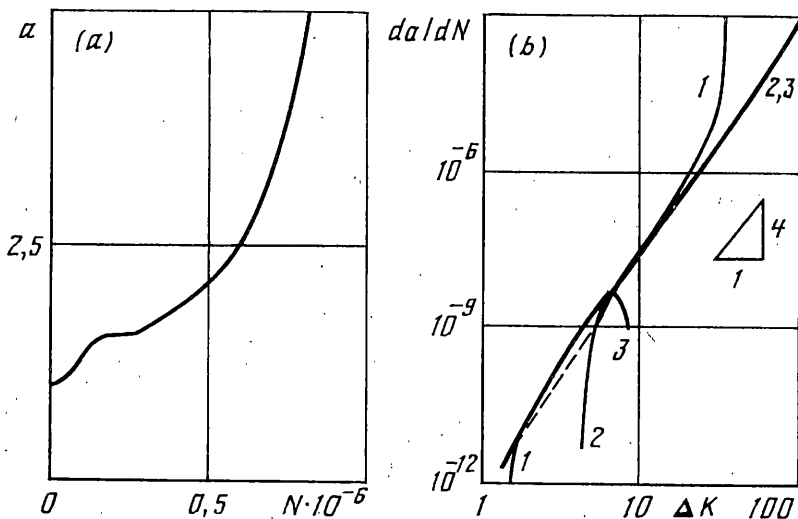
$$\Delta\sigma_{th} = \Delta\sigma_{th}^0(1 - 0,5R) \quad (4.3)$$

то замена $R = 0$ на $R = -1$ приводит к увеличению $\Delta\sigma_{th}$ в полтора раза. При этом предположении рост трещины должен возобновиться.

Результаты моделирования для случая (4.3) показаны на фиг. 3, 4. Используются следующие числовые данные: $E = 200$ ГПа, $\nu = 0,3$, $\gamma_0 = 20$ кДж/м², $\sigma_f = 10$ ГПа, $\Delta\sigma_{th}^0 = 200$ МПа, $m = 4$, $\alpha = \omega_* = 1$, $\rho_s = 10$ мкм, $\rho_b = \lambda_\rho = 100$ мкм, $a_0 = 1$ мм, $\rho_0 = 50$ мкм. Фиг. 3 соответствует оценке порогового напряжения по схеме, показанной на фиг. 2, *a* при $\sigma_\infty^{\min} = 0$ и

$$\sigma_\infty^{\max}(N) = \sigma_\infty^{\max}(0)[1 - (N/N_0)] \quad (4.4)$$

Пусть в формуле (4.4) $\sigma_\infty^{\max}(0) = 300$ МПа, $N_0 = 1,5 \cdot 10^4$. Зависимость размера трещины в мм от числа циклов показана на фиг. 3. Трещина страгивается при



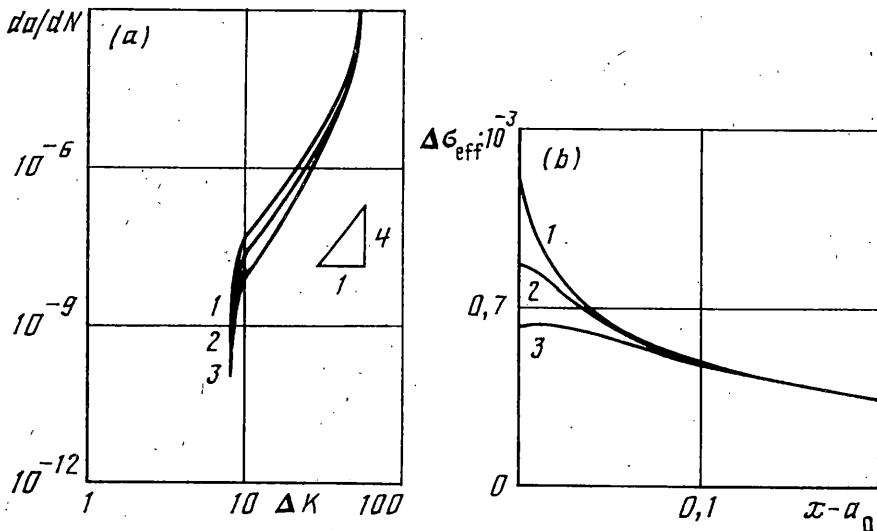
Фиг. 4

$N_* = 3,2 \cdot 10^2$, а скорость ее роста достигает значения 10^{-12} м/цикл при $N_a = 1,38 \cdot 10^4$. При этом пороговое напряжение составляет $\sigma_\infty^{\max}(N_a) = 24,0$ МПа. Это состояние, как обычно делают, рассматривается как остановка трещины. Однако после перехода к режиму при $R = -1$, $\sigma_\infty^{\max} = -\sigma_\infty^{\min} = 24,0$ МПа рост трещины возобновляется, заканчиваясь финальным разрушением (фиг 3, а).

Соответствующая диаграмма роста трещины представлена на фиг. 3, в. Как и на фиг. 1, значения da/dN отложены в м/цикл, а ΔK в МПа \cdot м $^{1/2}$. Чтобы провести сравнение со случаем регулярного нагружения, на фиг. 3, в нанесены диаграммы роста при $R = 0$ и $R = -1$ (кривые 1 и 2). Кривая 3 построена для нестационарного режима нагружения. Начало нагружения соответствует точке 3 на диаграмме. В процессе нагружения до остановки трещины изображающая точка перемещается по нисходящей ветви кривой 3. Точка возврата может быть интерпретирована как остановка трещины, поскольку скорость роста при этом оказывается порядка 10^{-12} м/цикл. При переходе к режиму при $R = -1$ изображающая точка движется по восходящей ветви кривой 3.

Аналогичные графики для схемы нагружения, показанной на фиг. 2, в, приведены на фиг. 4. При этом принято, что $\sigma_\infty^{\max}(0) = 300$ МПа, $N_0 = 3,0 \cdot 10^5$, причем на первой стадии $R = 0,5$. График зависимости $a(N)$ представлен на фиг. 4, а. Стративание трещины происходит при $N_* = 5,7 \cdot 10^3$, а остановка при $N_a = 2,61 \cdot 10^5$. Максимальное напряжение при остановке $\sigma_\infty^{\max}(N_a) = 38,6$ МПа. При переходе к симметричному циклу рост трещины возобновляется. Соответствующая диаграмма роста приведена на фиг. 4, в, где кривые 1 и 2 построены для регулярного режима при $R = 0,5$ и $R = -1$. Кривая 3 построена для нестационарного режима. Выводы аналогичны сделанным в отношении фиг. 3.

5. Эффект экранирования вызван взаимодействием макроскопической трещины с ансамблем микроскопических трещин. Наличие таких ансамблей снижает эффективные модули упругости, что вызывает снижение напряжений у фронта трещины. Решая соответствующую задачу в рамках теории упругости, обычно ограничиваются определением коэффициента интенсивности напряжений. Для прогнозирования роста усталостных трещин необходимо рассматривать затупленный кончик трещины, опре-



Фиг. 5

деляя напряжения как в концевой зоне, так и на ее продолжении. Анализ влияния снижения жесткости материала в концевой зоне на рост усталостных трещин выполнен в [13], где использован метод конечных элементов. Ниже покажем, что аналогичный эффект может быть введен в рамках рассматриваемой модели.

Будем описывать влияние микрповреждений в концевой зоне путем введения эффективного размаха напряжений, зависящего от меры повреждений и коэффициента асимметрии R :

$$\Delta\sigma_{\text{eff}} = \Delta\sigma g(\omega, R) \quad (5.1)$$

Здесь $\Delta\sigma$ – размах напряжений при $|x| \geq a$, $y = 0$, вычисленный для неповрежденного материала, $g(\omega, R)$ – некоторая функция от ω и R , причем $g(0, R) = 1$, $\partial g / \partial \omega \leq 0$. Таким образом, эффект экранирования учитывается путем снижения размаха действующих напряжений.

Некоторые численные результаты приведены на фиг. 5. Принято, что $\Delta\sigma_{\infty} = 150$ МПа, $R = 0,2$, а формула (5.1) имеет вид

$$g(\omega) = (1 - c\omega)^q, \quad c > 0, \quad q > 0 \quad (5.2)$$

Графики построены для трех значений показателя в формуле (5.2): $q = 0; 0,5$ и 1 (кривые 1–3). Значение $q = 0$ соответствует отсутствию экранирования, значение $q = 1$ существенному экранированию. Число циклов до страгивания трещины изменяется от $N_* = 6,9 \cdot 10^3$ до $N_* = 6,1 \cdot 10^4$, когда показатель в (5.2) изменялся от $q = 0$ до $q = 1$. Соответствующее число циклов до финального разрушения изменялось от $N_{**} = 9,1 \cdot 10^4$ до $N_{**} = 6,4 \cdot 10^5$. На фиг. 5, а показаны диаграммы роста в тех же переменных, что и на фиг. 1, 3 и 4. На фиг. 5, в приведена зависимость эффективного размаха $\Delta\sigma_{\text{eff}}$, вычисленного с учетом формул (5.1) и (5.2). Значения $\Delta\sigma_{\text{eff}}$ в МПа отложены в функции расстояния $x - a_0$, измеряемого в мм. Графики соответствуют моментам страгивания трещины N_* . Если эффект экранирования отсутствует (кривая 1), то на фронте трещины к моменту страгивания имеет место существенная концентрация напряжений. Этот эффект релаксирует при умеренном экранировании (кривая 2) и практически исчезает при $q = 1$ (кривая 3). Отметим, что кривые на фиг. 5, в отвечают различным значениям числа циклов N_* .

6. Рассмотрим макроскопический эффект закрытия трещины, т.е. замедление роста трещины вследствие контакта ее берегов при сжимающих напряжениях (при наличии остаточных пластических деформаций в следу трещины – и при незначительных растягивающих напряжениях). Применяя теорию роста усталостных трещин Болотина [2–5], нужно вводить этот эффект в уравнение накопления повреждений, например, в уравнение (2.1). Закрытие трещины приводит к снижению размаха действующих напряжений. Чтобы учесть это снижение, нужно размах $\Delta\sigma_\infty$ приложенных напряжений заменить некоторым эффективным значением $\Delta\sigma_\infty^{\text{eff}}$. По аналогии с известным полуэмпирическим подходом в терминах коэффициентов интенсивности напряжений [1], примем следующее представление для эффективного размаха напряжений:

$$\Delta\sigma_{\text{eff}} = \begin{cases} \sigma_\infty^{\text{max}} - \sigma_{\text{cl}}, & \sigma_\infty^{\text{min}} < \sigma_{\text{cl}} \\ \sigma_\infty^{\text{max}} - \sigma_\infty^{\text{min}}, & \sigma_\infty^{\text{min}} \geq \sigma_{\text{cl}} \end{cases} \quad (6.1)$$

Здесь σ_{cl} – напряжение закрытия трещины, которое может быть положительным, отрицательным или равным нулю. Напряжение σ_{cl} и его аналог – напряжение открытия трещины σ_{op} связаны с соответствующими коэффициентами интенсивности K_{cl} и K_{op} соотношениями типа (3.2). Таким образом, значения σ_{cl} могут быть оценены по данным усталостных испытаний.

Очевидно, что напряжение σ_{cl} зависит от свойств материала, а также от условий нагружения и текущего размера трещины. Например, зависимость

$$\sigma_{\text{cl}} = \sigma_{\text{cl}}^0 (1 - b_1 R)^{p_1} \exp(-\rho/\rho_\infty) + \sigma_{\text{cl}}^\infty [1 - \exp(-a/a_\infty)] \quad (6.2)$$

связывает σ_{cl} с параметрами материала (напряжением закрытия для очень коротких трещин σ_{cl}^0 и аналогичным напряжением для длинных трещин $\sigma_{\text{cl}}^\infty$). Здесь ρ_∞ – характерное раскрытие трещины, a_∞ – характерный размер "длинной" трещины. В формулу (6.2) входят также параметры материала $b_1 > 0$ и $p_1 > 0$. При $a \ll a_\infty$ второй член становится пренебрежимо малым. Первый член описывает эффект закрытия коротких трещин. При $\rho \ll \rho_\infty$ этот эффект аналогичен "внутреннему" пороговому эффекту. Если $\rho \geq \rho_\infty$, то напряжение закрытия становится близким к нулю.

В терминах коэффициентов интенсивности напряжений соотношение (6.1) и (6.2) можно заменить на

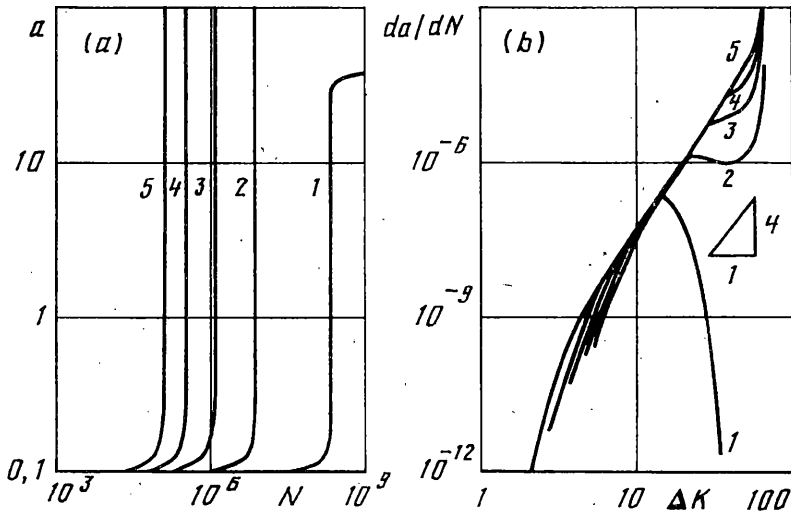
$$\Delta K_{\text{eff}} = \begin{cases} K_{\text{max}} - K_{\text{cl}}, & K_{\text{min}} < K_{\text{cl}} \\ K_{\text{max}} - K_{\text{min}}, & K_{\text{min}} \geq K_{\text{cl}} \end{cases} \quad (6.3)$$

$$K_{\text{cl}} = K_{\text{cl}}^0 (1 - b_1 R)^{p_1} \exp(-\rho/\rho_\infty) + K_{\text{cl}}^\infty [1 - \exp(-a/a_\infty)]$$

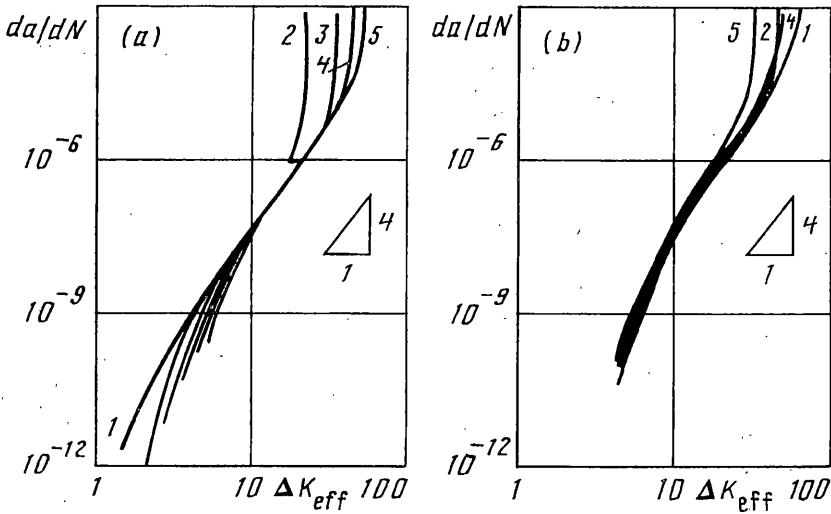
с параметрами материала K_{cl}^0 и K_{cl}^∞ . Соотношения (6.3) родственны обычному эмпирическому подходу к эффекту закрытия [1].

Для численного моделирования примем данные, использованные для фиг. 1. В дополнение примем, что в формуле (6.3) $\sigma_{\text{cl}}^0 = -100$ МПа (короткие трещины закрываются только при достаточно больших сжимающих напряжениях), $\sigma_{\text{cl}}^\infty = 200$ МПа (длинные трещины закрываются даже при растягивающих напряжениях). Кроме того, положим $\rho_\infty \geq \rho_b$, $a_\infty = 10$ мм, $b_1 = p_1 = 1$. "Внутренний" пороговый эффект введем согласно формуле (4.3) при $\Delta\sigma_{\text{th}}^0 = 200$ МПа. Начальные условия возьмем в виде: $a_0 = 0,1$ мм, $\rho_0 = 50$ мкм при нулевых начальных повреждениях у фронта трещины и на всем ее продолжении.

Фиг. 6 построена при $R = 0$ и различных уровнях нагружения: $\Delta\sigma_\infty = 100, 150, 200, 250$ и 300 МПа (кривые 1–5 соответственно). На фиг. 6, a размер трещины a в мм



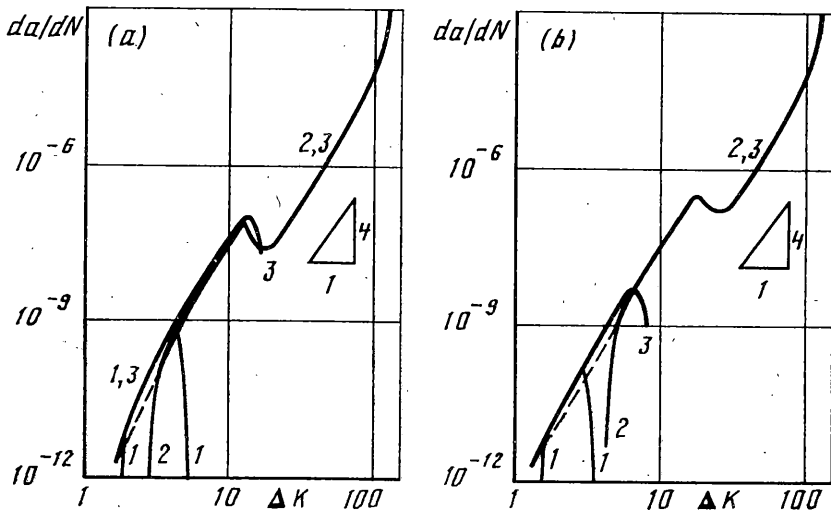
Фиг. 6



Фиг. 7

отложен в функции от N . На фиг. 6, б приведены диаграммы роста трещины в тех же переменных, что и на фиг. 1. Если уровень приложенных напряжений низок, то после начальной стадии роста трещина останавливается (кривая 1). При более высоких приложенных напряжениях эффект закрытия не столь существенен, если рассматривать кривые роста $a(N)$. На диаграммах скорости роста (фиг. 6, в) заметно замедление в окрестности длины $a = a_{\infty}$.

При вычислениях учтен как эффект закрытия, так и "внутренний" пороговый эффект. Влияние последнего более существенно на ранней стадии роста. Число циклов N_* до страгивания трещины менялось от $0,28 \cdot 10^7$ при $\Delta\sigma_{\infty} = 150$ МПа до $0,24 \cdot 10^5$ при $\Delta\sigma_{\infty} = 300$. Различие на два порядка величин объясняется именно внутренним пороговым эффектом. Число циклов N_{**} до разрушения изменялось на один порядок, от $0,75 \cdot 10^7$ до $0,13 \cdot 10^6$. Для достаточно длинных трещин кривые da/dN от ΔK располагаются достаточно близко. На фиг. 7 эти кривые перестроены в функ-



Фиг. 8

ции от эффективного коэффициента интенсивности ΔK_{eff} , заданного в форме (6.3). Кривые на фиг. 7, *a* получены при тех же данных, что и на фиг. 6. При построении фиг. 7, *b* принято, что $\Delta\sigma_{\infty} = 250$ МПа, а коэффициент асимметрии менялся как $R = -1; -0,5; 0; 0,25; 0,5$ (кривые 1–5 соответственно). Как видно из фиг. 7, применение эффективного коэффициента интенсивности позволяет приблизить кривые в средней части диаграмм. В частности, становятся менее заметными отличия от закона Пэриса вследствие закрытия трещины. Расхождение на начальной стадии объясняется внутренним пороговым эффектом, а на заключительной стадии – приближением к квазихрупкому разрушению.

На фиг. 8 представлены результаты моделирования роста трещин при нестационарном нагружении по схемам, показанным на фиг. 2. Для фиг. 8, *a* взяты численные данные, использованные при построении фиг. 3, а для фиг. 8, *b* – данные, соответствующие фиг. 4. Кривые 1 и 2 на фиг. 8, *a* построены для стационарных режимов нагружения при $R = 0$ и $R = -1$, кривая 3 – для процесса нагружения по схеме фиг. 2, *a*. Страгиванию трещины при $N_* = 0,32 \cdot 10^3$ соответствует начало кривой, обозначенное цифрой 3. Далее изображающая точка движется в окрестности кривой 1 до остановки при $N_a = 1,38 \cdot 10^4$. При переходе на новый режим точка приближается к кривой 2, следуя этой кривой вплоть до финального разрушения при $N_{**} = 0,94 \cdot 10^7$. Аналогичный характер имеют зависимости при нагружении по схеме 2, *b* (фиг. 8, *b*). Сравнивая фиг. 3, 4 и фиг. 8, наблюдаем качественные различия из-за закрытия трещины, а именно, наличие участка немонотонной зависимости между da/dN и ΔK . Это явление устраняется, если откладывать da/dN в функции от ΔK_{eff} . Результаты детального исследования влияния пороговых и родственных эффектов на рост усталостных трещин при нестационарном нагружении приведены в [6].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 99-01-00282).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Handbook of Fatigue Crack Propagation in Metallic Structures / Ed. A. Carpinteri. Amsterdam: Elsevier, 1994. 1765 p.
2. Болотин В.В. Уравнения роста усталостных трещин // Изв. АН СССР. МТТ. 1983. № 4. С. 153–160.

3. *Bolotin V.V.* A unified approach to damage accumulation and fatigue crack growth // Eng. Fract. Mech. 1985. V. 22. № 3. P. 387–398.
4. *Болотин В.В.* Устойчивость и рост усталостных трещин // Изв. АН СССР. МТТ. 1988. № 4. С. 133–140.
5. *Bolotin V.V.* Stability Problems in Fracture Mechanics. New York: Wiley, 1996. 188 p.
6. *Bolotin V.V.* Mechanics of fatigue. Boca Raton: CRC Press, 1998. 480 p.
7. *Работнов Ю.Н.* Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1979. 744 с.
8. *Krajcinovic D.* Continuum damage mechanics: when and how // Intern. J. Damage Mechanics. 1995. V. 4. № 2. P. 217–229.
9. *Budiansky B., Hutchinson J.W.* Analysis of closure in fatigue crack growth // Trans. ASME. J. Appl. Mech. 1978. V. 45. № 2. P. 267–276.
10. *Гольдштейн Р.В., Житников Ю.В.* Равновесие полостей и трещин-разрезов с областями налегания и раскрытия в упругой среде // ПИММ. 1986. Т. 50. Вып. 5. С. 826–834.
11. *Chen D.L., Weiss B., Stickler R.* The effective fatigue threshold: significance of the loading cycle below the crack opening load // Fatigue and Fract. Eng. Mater. and Struct. 1994. V. 17. № 4. P. 459–467.
12. Mechanics of fatigue crack closure. ASTM STP 982 / Eds. *J.C. Newman, W. Elber*. Philadelphia: ASTM Press, 1988. 650 p.
13. *Болотин В.В., Ковех В.М.* Численное моделирование роста усталостных трещин в среде с микроповреждениями // Изв. РАН. МТТ. 1993. № 2. С. 132–142.

Москва

Поступила в редакцию
21.09.1998