МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 1 • 2000

УДК 539.376

© 2000 г. С.Е. АЛЕКСАНДРОВ, В.Л. ДАНИЛОВ, Н.Н. ЧИКАНОВА

О ЗОНЕ ТОРМОЖЕНИЯ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ПРОЦЕССОВ ОБРАБОТКИ МЕТАЛЛОВ ДАВЛЕНИЕМ В УСЛОВИЯХ ПОЛЗУЧЕСТИ

При моделировании технологических процессов обработки металлов давлением при высоких температурах обычно используется одна из теорий ползучести [1]. Важным условием, влияющим как на технологический процесс, так и на его моделирование, является условие внешнего трения. При моделировании технологических процессов в условиях пластичности обычно используются законы трения Кулона и Прандтля [2–4]. Причем, применение закона трения Кулона ограничено, что связано с существованием поверхности текучести [5–7], а применение закона трения Прандтля в случае идеальнопластического материала приводит к сингулярным полям скоростей вблизи поверхности трения, а также вблизи поверхности разрыва скорости (условия на таких поверхностях одинаковы с математической точки зрения) [6–10]. При решении задач в рамках теории ползучести также используются закон трения Кулона и предложенная в [11] модификация закона трения Прандтля. Зона, в которой действует этот закон, называется зоной торможения [1]. В связи с отмеченными особенностями поведения поля скоростей вблизи поверхности трения Прандтля в пластических задачах, интересно выяснить к каким последствиям приводит применение закона трения [11] в случае ползучести.

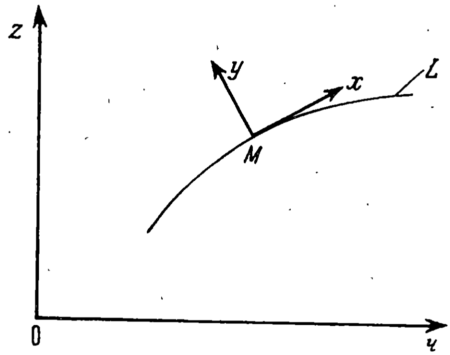
В публикуемой работе рассматривается осесимметричное течение без вращения. Показано, что при применении рассматриваемого закона трения отсутствует относительное скольжение материала по поверхности инструмента, т.е. зона торможения является и зоной прилипания. Таким образом, краевое условие в напряжениях – условие трения – может быть заменено кинематическим краевым условием. В этом проявляется существенное различие с пластической моделью материала, в рамках которой при применении закона трения Прандтля имеет место проскальзывание. С другой стороны, найденное поведение поля скорости вблизи поверхности трения может привести к появлению пограничного слоя, теория которого разработана в гидродинамике, например, [12]. Это позволит развить перспективный метод расчета технологических процессов в рамках теории ползучести. Кроме того, условие в скоростях имеет преимущества при применении численных методов и экстремальных принципов.

При использовании теории течения связь между напряжениями и скоростями деформаций определяется уравнениями [1]:

$$\xi_{ij} = (3/2)\xi_e(\sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_0)/\sigma_e, \quad \xi_e = (2\xi_{ij}\xi_{ij}/3)^{1/2}, \quad \sigma_0 = \sigma_{ii}/3 \tag{1}$$

$$\xi_e = \psi(\sigma_e, t), \quad \sigma_e = [(3/2)(\sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_0)(\sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_0)]^{1/2} \tag{2}$$

Здесь ξ_{ij} – компоненты тензора скоростей деформаций ползучести, ξ_e – интенсивность скоростей деформаций ползучести, σ_{ij} – компоненты тензора напряжений, σ_0 – среднее нормальное напряжение, σ_e – интенсивность напряжений, δ_{ij} – символ Кронекера, ψ – функция своих аргументов, определяемая из экспериментальных данных, t – время.



Фиг. 1

Закон трения, предложенный в [11], имеет вид

$$\tau_f = \tau_m \tag{3}$$

Здесь τ_f – удельные силы трения, τ_m – максимально возможное касательное напряжение при данных условиях. В пластических материалах ограничения на величину τ_m следуют из условия текучести. В рассматриваемом случае условие текучести не существует, поэтому ограничения на τ_m могут быть получены из общей теории напряжений. Максимальное главное касательное напряжение $\tau_{\max}$ подчиняется неравенствам $\sigma_e/\sqrt{3} \geqslant \tau_{\max} \geqslant \sigma_e/2$.

Таким образом, исходя из физического смысла рассматриваемого закона трения, что касательное напряжение на поверхности трения принимает максимально возможное значение, необходимо положить $\tau_m = \sigma_e/\sqrt{3}$. Тогда закон трения (3) преобразуется к виду

$$\tau_f = \sigma_e/\sqrt{3} \tag{4}$$

Пусть линия L является пересечением поверхности инструмента, который без потери общности может считаться неподвижным, с меридиональной плоскостью (фиг.). Поскольку рассматриваются осесимметричные течения без вращения, то максимальное касательное напряжение действует в этой плоскости. Выберем произвольную точку M на линии L и введем локальную систему координат xy с началом в этой точке. В этой системе координат интенсивность напряжений может быть записана в виде

$$\sigma_e = [(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{\theta\theta})^2 + (\sigma_{xx} - \sigma_{\theta\theta})^2 + \\ + 6(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{y\theta}^2 + \sigma_{x\theta}^2)]^{1/2}/\sqrt{2} \tag{5}$$

где θ – полярный угол цилиндрической системы координат. В случае осесимметричных течений без вращения $\sigma_{y\theta} = \sigma_{x\theta} = 0$. Из закона трения (4) следует, что $|\sigma_{xy}| = \sigma_e/\sqrt{3}$ в точке M. Тогда из (5) получим

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{\theta\theta} = \sigma_0 \tag{6}$$

Уравнения закона течения (1) в локальной системе координат имеют вид

$$\xi_{xx} = (3/2)(\sigma_{xx} - \sigma_0)\xi_e/\sigma_e, \quad \xi_{yy} = (3/2)(\sigma_{yy} - \sigma_0)\xi_e/\sigma_e$$

$$\xi_{\theta\theta} = (3/2)(\sigma_{\theta\theta} - \sigma_0)\xi_e/\sigma_e, \quad \xi_{xy} = (3/2)\sigma_{xy}\xi_e/\sigma_e \tag{7}$$

Тогда, поскольку функция ψ в (2) ограниченная и в точке M выполняются равенства (6), из закона течения (7) следует, что

$$\xi_{xx} = \xi_{yy} = \xi_{\theta\theta} = 0 \tag{8}$$

В случае осесимметричного течения без вращения скорость деформации $\xi_{\theta\theta} = v_r/r$ (v_r – радиальная скорость, r – полярный радиус). Тогда из (8) следует, что в точке M:

$$v_r = 0 \tag{9}$$

С другой стороны, на линии L должно выполняться условие непроникания, которое может быть записано в виде

$$v_y = 0 \tag{10}$$

Из (9) и (10) следует, что за исключением случая, когда ось r совпадает с осью y, скорость материальной частицы на поверхности инструмента будет равна нулю. Таким образом, отсутствует относительное скольжение материала по инструменту, то есть имеет место прилипание.

Отметим, что отдельные решения, в которых точно удовлетворяются все уравнения, также показывают, что при использовании закона трения (4) отсутствует скольжение материала по инструменту [1, 13]. Следовательно, для решения задач технологической ползучести вместо закона трения (4) может использоваться кинематическое граничное условие прилипания.

Существенное различие в поведении поля скоростей при применении моделей пластичности и ползучести связано с тем, что коэффициент при девиаторе напряжений в пластическом законе течения может стремиться к бесконечности. Поэтому, несмотря на то, что равенства (6) также имеют силу, нормальные скорости деформаций в локальной системе координат xy не обязательно должны быть равны нулю. Более того, некоторые компоненты тензора скоростей деформаций могут неограниченно возрастать.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Малинин Н.Н.* Ползучесть в обработке металлов. М.: Машиностроение, 1986. 216 с.
2. *Хилл Р.* Математическая теория пластичности. М.: Гостехиздат, 1956. 407 с.
3. *Avitzur B.* Metal forming: The application of limit analysis. New York, Basel: Marcel Dekker, 1980. 208 p.
4. *Hosford W.F., Caddel R.M.* Metal forming: Mechanics and metallurgy. New York: Prentice-Hall, 1983. 330 p.
5. *Ерхов М.И., Пелевин А.В.* О несущей способности идеально-пластического полупространства при действии круглого шероховатого штампа / Исследования по строительной механике. М.: 1985. С. 51–61.
6. *Александров С.Е., Друянов Б.А.* Об условиях трения пластических тел // Изв. РАН. МТТ. 1992. № 4. С. 116–122.
7. *Druyanov B., Alexandrov S.* Laws of external friction of plastic bodies // Intern. J. Plasticity. 1992. V. 8. № 7. P. 819–826.
8. *Соколовский В.В.* Об уравнениях пластического течения в пограничном слое // ПММ. 1956. Т. 20. Вып. 3. С. 328–334.
9. *Александров С.Е.* О разрывных полях скоростей при произвольной деформации идеального жесткопластического тела // Докл. РАН. 1992. Т. 324. № 4. С. 769–771.
10. *Александров С.Е.* Поле скорости вблизи поверхности их разрыва при произвольном течении идеального жесткопластического материала // Изв. РАН. МТТ. 1995. № 5. С. 116–122.
11. *Малинин Н.Н.* Приближенные решения некоторых технологических задач // Изв. ВУЗов. Машиностроение. 1977. № 12. С. 119–122.
12. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974.
13. *Durban D., Rand O.* Singular fields in plane-strain penetration // Trans. ASME. J. Appl. Mech. 1991. V. 58. № 4. P. 910–915.

Москва

Поступила в редакцию
14.05.1997