

УДК 539.374

© 2000 г. В.Л. ДИЛЬМАН, А.А. ОТСЕМИН

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПЛАСТИЧЕСКОГО СЛОЯ С ПЕРЕМЕННОЙ ПРОЧНОСТЬЮ ПО ТОЛЩИНЕ

Разработан метод определения напряженного состояния пластического слоя с переменной прочностью по его толщине, основанный на замене уравнения пластичности близким к нему условием. Показано, что касательные напряжения τ_{xy} в случае постоянной прочности линейно зависят от расстояния от продольной оси симметрии слоя; когда прочность шва минимальна в среднем сечении, касательные напряжения пропорциональны гиперболическому синусу, а когда максимальна — тригонометрическому синусу от этого расстояния. Изменение касательных напряжений по длине сечения слоя, вычисленных предлагаемым методом, хорошо соответствует известным экспериментальным данным. Получены формулы для вычисления тензора напряжения, когда прочность минимальна в среднем сечении шва. Результаты могут быть использованы для определения напряженного состояния и несущей способности стыковых сварных швов различных конструкций, машин, трубопроводов, а также при решении задач, связанных с осадкой полосы между двумя плоскопараллельными плитами в кузнечно-штамповочном производстве.

При изучении прочностных свойств пластического слоя (например, при исследовании напряженного состояния и несущей способности сварных соединений [1], в которых пластическим слоем может быть сварной шов или прослойка в зоне термического влияния) различают три случая распределения прочности по толщине слоя (фиг. 1, а, в и с): (1) прочность постоянна; (2) прочность минимальна на среднем сечении слоя; (3) прочность максимальна на среднем сечении слоя.

Первый случай подробно исследован [2–4]. Второй случай рассматривался [2, с. 56–59] на основе формул Л. Прандтля [5], которые не дают систематическую ошибку только для очень тонких прослоек. В данной работе разрабатывается подход к исследованию напряженного состояния пластического слоя с распределением прочности второго и третьего типов, в некоторой степени опирающийся на метод статьи [4], свободный от указанного выше недостатка. Хорошо известно, что исследование конкретных задач механики деформируемого твердого тела часто сопряжено с математическими затруднениями, обусловленными нелинейностью и большим числом переменных в уравнениях математических моделей. Предлагаемый в этой статье метод решения задачи Л. Прандтля [5, 6] является оригинальным. Он основан на замене одного из уравнений, а именно условия пластичности Мизеса, на некоторое "близкое" к нему, к тому же "управляемое" уравнение, что позволяет свести задачу к решению некоторого обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. На этом пути получено новое приближенное решение важной для механики деформируемого твердого тела задачи Л. Прандтля как в ситуации, когда прочность постоянна, так и в случае с переменной прочностью пластического слоя. Цель работы — получение приближенных формул для вычисления компонент тензора напряжений внутри и на контактной границе пластического слоя в указанных выше случаях (заметьте, что точные решения для описанной ситуации отсутствуют [6]). Результаты можно использовать для получения расчетной оценки несущей способности продольных сварных швов труб большого диаметра, а также в задачах, связанных с осадкой полосы между

плоскими параллельными плитами в кузнечно-штамповочном производстве при обработке металлов давлением.

В работе принимаются обычные допущения и упрощающие условия [2]. В частности, материал слоя предполагается идеальной жесткопластической средой, прочность которого характеризуется единственным параметром – пределом текучести на сдвиг $k_T = k_T(y)$ (фиг. 1). Полученные результаты распространяются на случай упрочняемых материалов с заменой параметра k_T на k_B – временное сопротивление. Методика определения предела текучести для сварного соединения изложена в [7].

1. Математическая постановка задачи. Классическая задача Л. Прандтля является в математической постановке недоопределенной краевой задачей для системы уравнений в частных производных гиперболического типа относительно неизвестных компонент тензора напряжений. Эта система состоит из уравнений равновесия и условия пластичности

$$\partial \sigma_x / \partial x + \partial \tau_{xy} / \partial y = 0 \quad (1.1)$$

$$\partial \sigma_y / \partial y + \partial \tau_{xy} / \partial x = 0 \quad (1.2)$$

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 = 4k_T^2 \quad (1.3)$$

Здесь σ_x , σ_y и τ_{xy} – компоненты тензора напряжения (функции двух безразмерных переменных x и y каждая). Носителем этих уравнений предполагается (фиг. 2) прямоугольник $M = \{(x; y) : x \in [-1; 1]; y \in [-\kappa; \kappa]\}$, где κ – относительная толщина слоя, т.е. отношение толщины слоя h к его длине L .

Краевыми условиями рассматриваемой задачи являются (из соображений симметрии функции $\sigma_x(x, y)$, $\sigma_y(x, y)$ и $\tau_{xy}(x, y)$ можно рассматривать на четверти области M , т.е. считать $(x, y) \in [0; 1] \times [0; \kappa]$):

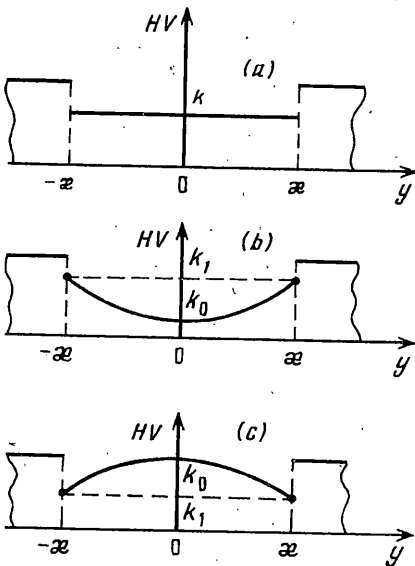
$$\sigma_x(1, y) = 0 \quad (1.4)$$

$$\tau_{xy}(0, y) = 0 \quad (1.5)$$

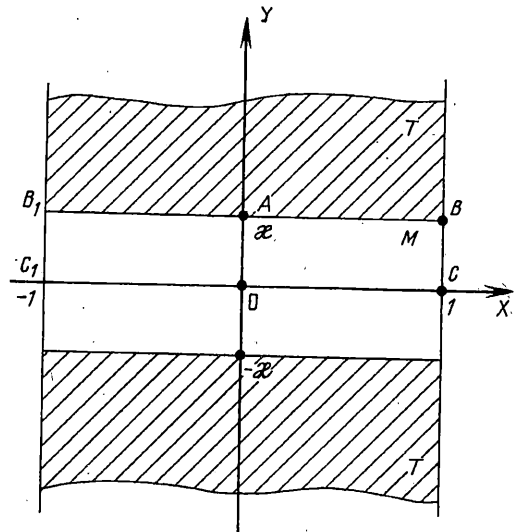
$$\tau_{xy}(x, 0) = 0 \quad (1.6)$$

$$\max |\tau_{xy}(x, \kappa)| = \alpha k_T(\kappa), \quad x \in [0; 1] \quad (1.7)$$

Условия (1.4)–(1.6) свидетельствуют об отсутствии соответствующих напряжений на



Фиг. 1



Фиг. 2

свободном крае области и на линиях раздела течения (осях симметрии M). Условие (1.7) означает, что для точек контактной поверхности, как правило, близких к свободному краю, касательные напряжения достигают своего наибольшего значения, которое обозначено $\alpha k(x)$, где α – параметр, зависящий от ряда физических характеристик конкретной задачи: механической неоднородности соединения, наличия и величины нагрузки, действующей ортогонально плоскости сечения слоя, относительной толщины слоя x , наличия и характера трения между слоем и твердой частью соединения (случай осадки полосы) и других параметров. Всегда $0 < \alpha \leq 1$. Для сварных соединений некоторые приближенные формулы для вычисления α , основанные на экспериментальных данных, предложены в [2, 4]; для осадки (сжатия) слоя аналогичные коэффициенты имеются, например, в [3].

Отсутствие других условий оставляет краевую задачу (1.1)–(1.7) недоопределенной.

Основной идеей приближенного решения системы (1.1)–(1.3) является замена уравнения полной пластичности (1.3) на близкое к нему условие

$$|\sigma_y - \sigma_x| = 2k_T(1 - \mu\tau_{xy}^2 k_T^{-2}) \quad (1.8)$$

Параметр μ удовлетворяет ограничениям $0,5 \leq \mu \leq 1$ и может быть использован как своеобразное управление уравнением (1.8) таким образом, чтобы различие условий (1.8) и (1.3) было сведено к минимуму для любых значений параметра α из условия (1.7). Если положить

$$\mu = (1 - (1 - \alpha^2)^{-1/2})\alpha^{-2} \quad (1.9)$$

то из условия (1.8) следует выполнимость неравенства текучести $(\sigma_y - \sigma_x)^2 + 4\tau_{xy}^2 \leq 4k_T^2$, а вблизи контактной границы $y = x$ условия (1.8) и (1.3) совпадают, мало различаясь при остальных значениях y , $0 \leq y \leq x$ (кривые зависимости $|\sigma_y - \sigma_x|$ от $|\tau_{xy}|$, полученные по формулам (1.3)–(1.8) – соответственно дуги эллипса и параболы – совпадая на концах, отличаются друг от друга в остальных точках на несколько процентов по отношению к расстоянию до начала координат). Разумеется, возможны отличные от (1.9) зависимости μ от α , если иначе трактовать понятие близости уравнений (1.3) и (1.8).

Недоопределенность краевой задачи (1.1)–(1.7) приводит к необходимости частичного предугадывания внутреннего состояния среды – пластического слоя. В данной работе это осуществляется путем сужения класса функций, в котором ищется решение. Здесь принимается гипотеза, что функция $\tau_{xy}(x, y)$ является произведением двух функций, каждая из которых зависит только от одной переменной:

$$\tau_{xy}(x, y) = k_0 X(x) Y(y) \quad (1.10)$$

где $k_0 = k_T(0)$, $X(x)$ и $Y(y)$ – безразмерные функции двух переменных. Заметим, что условие (1.10) не противоречит известным результатам [2–4], полученным различными методами, и является их существенным обобщением.

Как было отмечено, предел текучести на сдвиг k_T принимается переменной величиной, зависящей от расстояния от точки до продольной оси симметрии сечения слоя, т.е. прямой C_1C области M (фиг. 2). Поэтому можно положить (фиг. 1):

$$k_T(y) = k_0 Z(y) \quad (1.11)$$

где $k_0 = k_T(0)$ – значение (постоянное) величины k_T на продольной оси симметрии C_1C сечения пластического слоя, $Z(y)$ – безразмерная функция. Теперь краевые условия (1.5)–(1.7) можно записать в виде:

$$X(0) = 0 \quad (1.12)$$

$$Y(0) = 0 \quad (1.13)$$

$$\max|X(x)| = \alpha Z(x) Y^{-1}(x) \quad x \in [0; 1] \quad (1.14)$$

Кроме того

$$Z(0) = 1 \quad (1.15)$$

2. Решение уравнения, определяющего касательные напряжения. Дифференцированием из уравнений (1.1) и (1.2) получается

$$\frac{\partial^2(\sigma_y - \sigma_x)}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial y^2} = 0$$

Условие (1.8) позволяет исключить отсюда неизвестные функции σ_x и σ_y . Тогда

$$\pm 2\mu \frac{\partial^2(\tau_{xy}^2 / k_T)}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial y^2} = 0$$

Это уравнение определяет касательные напряжения. Решим его, используя предположения (1.10) и (1.11). После подстановки соответствующих выражений для τ_{xy} и k_T и деления обеих частей получившегося равенства на функцию $X Y$, возникает уравнение

$$\pm 4\mu X'(x)(2Z^{-1}(y)Y'(y) - Z^{-2}(y)Y(y)Z'(y)) + X^{-1}(x)X''(x) - Y^{-1}(y)Y''(y) = 0 \quad (2.1)$$

Для выполнения этого равенства необходимо, чтобы первое слагаемое левой части фактически зависело не более чем от одной переменной. В случае, когда оно не зависит от x , функция $X(x)$, а с ней и τ_{xy} , линейно зависят от x . Эта ситуация является частной и не рассматривается в работе. Поэтому предполагается, что выражение в скобках (2.1) равно постоянной (обозначим ее временно через γ). Для выполнения (2.1) дополнительно необходимо и достаточно, чтобы имели место для некоторой постоянной β еще два записанных ниже уравнения (2.3) и (2.4). Получается система уравнений

$$Y(y)Z^{-2}(y)Z'(y) - 2Y'(y)Z^{-1}(y) + \gamma = 0 \quad (2.2)$$

$$-Y''(y)Y^{-1}(y) = \beta \quad (2.3)$$

$$X''(x)X^{-1}(x) \pm 4\mu \gamma X'(x) + \beta = 0 \quad (2.4)$$

которую следует решать при краевых условиях (1.12)–(1.15). При изучении системы (2.2)–(2.4) естественно возникают три случая, в зависимости от знака числа β . Если $\beta = 0$, $Y = cy$ (без ограничения общности можно считать $c = 1$). Из уравнения (2.2) с учетом краевого условия (1.15) следует, что $Z = Z(y) = 1$ – постоянна, а $\gamma = \pm 1$. Уравнение (2.4) теперь вместе с условием (1.12) приводит к двум вариантам решения: $|X(x)| = c \operatorname{th}(4\mu cx)$ или $|X(x)| = c \operatorname{tg}(4\mu cx)$:

$$|\tau_{xy}| = k_0 cy \operatorname{th}(4\mu cx) \quad (2.5)$$

или

$$|\tau_{xy}| = k_0 cy \operatorname{tg}(4\mu cx) \quad (2.6)$$

Поскольку из условия (1.14) в данном случае следует $|X(1)| = \alpha/\kappa$, то постоянная c в формулах (2.5) и (2.6) может быть найдена из трансцендентных уравнений $c \operatorname{th}(4\mu c) = \alpha\kappa^{-1}$ или $c \operatorname{tg}(4\mu c) = \alpha\kappa^{-1}$.

Формула (2.5) была установлена в [4] (в [4] предполагалось на основании некоторых опытных данных, что функция τ_{xy} линейна по y ; здесь этот факт является следствием более общей гипотезы (1.10)). Дальнейшие результаты, относящиеся к этой формуле, совпадают с результатами [4] и здесь не приводятся. Аналогично рассматривается решение, основанное на второй формуле (2.6). Оба эти варианта соответствуют постоянному пределу текучести на сдвиг (фиг. 1, а).

Рассмотрим второй случай. Пусть в (2.3) $\beta < 0$. Положим $\beta = -\lambda^2$, $\lambda > 0$. Тогда из (2.3) $Y(y) = \text{sh}(\lambda y)$ (при этом учитывается, что $Y(0) = 0$ и что постоянный произвольный множитель перед $\text{sh}(\lambda y)$ можно, не ограничивая общности рассуждений, опустить). Уравнение (2.2) приобретает вид $\text{sh}(\lambda y) Z'(y) - 2 \text{ch}(\lambda y) Z(y) = -2\lambda Z^2(y)$; оно интегрируется в явном виде: $Z(y) = \text{sh}^2(\lambda y) / (2\text{ch}(\lambda y) + c)$. Применение условия $Z(0) = 1$ дает $c = -2$, т.е.

$$Z(y) = 0,5(\text{ch}(\lambda y) + 1), \quad y \in [0; \kappa] \quad (2.7)$$

Полученная функция характеризует с точностью до постоянной k_0 предел текучести на сдвиг (1.11), соответствующий случаю (2), когда прочность минимальна на продольной оси симметрии слоя (фиг. 1, в). Уравнение (2.4) запишется

$$X''(x) \pm 8\mu\lambda X'(x)X(x) - \lambda^2 X(x) = 0 \quad (2.8)$$

Чтобы найти функцию X , это уравнение следует решать вместе с краевыми условиями (1.12) и (1.14), имеющими здесь вид

$$X(0) = 0, \quad |X(1)| = b, \quad b = 0,5\alpha \text{cth}(0,5\lambda\kappa) \quad (2.9)$$

В третьем, последнем случае, когда $\beta > 0$, положим $\beta = \lambda^2$, $\lambda > 0$. Тогда из (2.3) следует $Y(y) = \sin(\lambda y)$. Вид уравнения (2.2) теперь такой: $\sin(\lambda y)Z'(y) - 2\lambda \cos(\lambda y)Z(y) = -2\lambda Z^2(y)$. Проинтегрировав его при начальном условии $Z(0) = 1$, можно получить аналогично предыдущему

$$Z(y) = 0,5(\cos(\lambda y) + 1), \quad y \in [0; \kappa] \quad (2.10)$$

т.е. ситуацию, когда прочность максимальна на продольной оси симметрии слоя (фиг. 1, с). Уравнение (2.4) имеет вид

$$X''(x) \pm 8\mu\lambda X'(x)X(x) + \lambda^2 X(x) = 0 \quad (2.11)$$

а краевые условия (1.12) и (1.14) будут

$$X(0) = 0, \quad |X(1)| = b, \quad b = 0,5\alpha \text{ctg}(0,5\lambda\kappa) \quad (2.12)$$

Таким образом, когда прочность минимальна на продольной оси симметрии слоя,

$$\tau_{xy} = k_0 \text{sh}(\lambda y)X(x) \quad (2.13)$$

а когда максимальна

$$\tau_{xy} = k_0 \sin(\lambda y)X(x) \quad (2.14)$$

где функция $X(x)$ – решение краевой задачи (2.8), (2.9) или, соответственно, (2.11), (2.12).

3. Зависимость коэффициентов от внешних параметров задачи. Задачу по нахождению напряженного состояния пластического слоя переменной прочности определяют следующие параметры: κ – относительная толщина пластического слоя; k_T (функция от y) – предел текучести на сдвиг; в частности, $k_T(0) = k_0$, $k_T(\kappa) = k_1$ – предел текучести на продольной (по отношению к слою) оси симметрии и, соответственно, около контактной поверхности; k^T – предел текучести на сдвиг твердой части соединения; $K_T = k^T/k_1$ – величина, характеризующая механическую неоднородность соединения.

Для вычисления значений функции τ_{xy} необходимо знать значение параметров α , μ , λ и b (напомним, что $X(1) = b$ – граничное условие для решения уравнений (2.8) или (2.11)). Параметр μ можно вычислять по формуле (1.9). Чтобы выразить значения λ и b через внешние параметры, рассмотрим сначала второй случай (прочность минимальна на среднем сечении слоя). Так как $k_T(\kappa) = k_1$, из (1.11) получается $Z(\kappa) = k_1/k_0$. Отсюда и из (2.7) тогда вытекает, что $\lambda = \kappa^{-1} \text{arcch}(2k_1/k_0 - 1)$, а из (2.9) и (2.7):

$$b = 0,5\alpha k_1^{1/2} (k_1 - k_0)^{-1/2} \quad (3.1)$$

Совершенно аналогично из (2.10) и (2.12) выводятся формулы для параметров решения краевой задачи через внешние параметры в третьем случае: $\lambda = \kappa^{-1} \arccos(2k_1/k_0 - 1)$, а значение b совпадает с (3.1). Напомним, что второй случай характеризуется условием $0 < k_0 < k_1$, а третий – условием $0 < k_1 < k_0$.

4. О решениях уравнений $X''(x) + 8\mu\lambda X'(x) X(x) \pm \lambda^2 X(x) = 0$. Эти уравнения интегрируются в квадратурах, однако решения, которые можно записать лишь в параметрической форме, как интегралы от некоторых, и имеющих сложный вид выражений, непригодны для получения решения краевой задачи (2.8), (2.9) или (2.11), (2.12). Качественный характер решений для некоторых диапазонов коэффициентов можно представить, используя методы асимптотических разложений, малого параметра и т.п. [8], однако такие представления решений не всегда удобны для вычисления их приближенных значений с заранее заданной точностью. Другой подход основан на численном решении некоторого "модельного" уравнения изучаемого типа и сведению решений аналогичных уравнений к полученному заменой переменных. В качестве "модельных" для рассматриваемых уравнений (2.8) и (2.11) можно принять уравнения

$$T'' + TT - T = 0 \quad (4.1)$$

$$T'' + TT + T = 0, \quad T = T(t) \quad (4.2)$$

Если в краевой задаче

$$X'' \pm 8\mu\lambda X'(x)X(x) \pm \lambda^2 X(x) = 0 \quad (4.3)$$

$$X(0) = 0, \quad X(1) = b \quad (4.4)$$

сделать замену переменных, изменяющую их масштаб, $X = \varepsilon T$, $x = \delta t$, где δ и ε – постоянные, то уравнения (4.3) приобретают вид (4.1) и (4.2), если положить $\delta = \lambda^{-2}$, $\varepsilon = \pm(8\mu)^{-1}$, а краевые условия (4.4) – вид

$$T(0) = 0, \quad T(\lambda) = \pm 8\mu b \quad (4.5)$$

Остается численно решить краевую задачу для уравнения (4.1) или (4.2) на отрезке $[0; \lambda]$ при условиях (4.5), и найти искомую функцию X по формуле

$$X(x) = \pm(8\mu)^{-1}T(\lambda x), \quad x \in [0; 1] \quad (4.6)$$

В некоторых случаях удастся найти приближенную формулу решения краевой задачи (4.3), (4.4), основанную на методах [8]. Далее рассматривается, в основном, второй случай распределения прочности по толщине слоя. Не останавливаясь на выводе, приведем результаты для краевой задачи (2.8), (2.9), когда перед вторым слагаемым в уравнении (4.3) стоит знак "минус" – в этом случае $x(1) = b < 0$ – и когда $X'(0) < -\lambda(8\mu)^{-1}$, т.е. $8\mu b + \lambda < 0$. Тогда

$$X(x) \approx -(\lambda(8\mu)^{-1} + b)\text{th}(0,5\lambda(8\mu b + \lambda)x) - \lambda(8\mu)^{-1}x \quad (4.7)$$

Если $X'(0) = -\lambda(8\mu)^{-1}$, то задача имеет очевидное решение

$$X(x) = -\lambda(8\mu)^{-1}x \quad (4.8)$$

которое согласуется с формулой (4.7). Численные решения задачи (2.8), (2.9) в случае $0 > X'(0) > -\lambda(8\mu)^{-1}$, т.е. если $b < 0$ и $8\mu b + \lambda > 0$, свидетельствуют, что интегральные кривые при $x \in [0; 1]$ имеют конечную кривизну, "не успевают" выйти на "прямолинейный" участок. Поэтому использование асимптотической формулы типа (4.7) может дать существенную ошибку. С другой стороны, отсюда следует, что в указанном случае решение можно искать в виде степенного ряда, ограничиваясь его начальным отрезком. Положив $X(x) = \sum a_i x^i$ ($i = 1, 2, \dots$), подстановкой в уравнение (2.8) можно получить: $a_i = 0$, если i – четное число, $a_1 = a = x'(0)$, $a_3 = 1/6 \lambda a(8\mu a + \lambda)$, $a_5 = 1/20 \lambda a_3(32\mu a_1 + \lambda), \dots$. Ограничиваясь двумя слагаемыми этого разложения функции

$X(x)$, и исходя из краевого условия $X(1) = b$, можно вычислить

$$X(x) \approx ax + 1/6 \lambda a (8\mu a + \lambda) x^3 \quad (4.9)$$

$$a = 12b(6 + \lambda^2 + ((6 + \lambda^2)^2 - 192\mu\lambda b)^{1/2})^{-1}$$

В пограничном случае $a = X'(0) = -\lambda = -\lambda(8\mu)^{-1}$. Формула (4.9) снова сводится к (4.8).

5. Напряженное состояние пластического слоя, прочность которого минимальна на продольной оси симметрии. Интегрированием уравнений (1.1) и (1.2) можно, с точностью до постоянного слагаемого c , выразить нормальные напряжения σ_x и σ_y через касательные τ_{xy} . Тогда формула (2.13) дает

$$\sigma_x = k_0(\pm(1 + \operatorname{ch}(\lambda y)) - \lambda^{-1}X(x) \mp 4\mu X^2(x) + c)$$

$$\sigma_y = k_0((\lambda)^{-1}X'(x)\operatorname{ch}(\lambda y) \mp \mu X^2(x) + c)$$

Для определения постоянной c ограничимся простейшим (но не самым точным) методом интегрального осреднения функции $\sigma_x(x, y)$ на свободном краю $x = 1$, т.е. вместо краевого условия (1.4) используем условие Сен-Венана [9]. Тогда $c = \pm \lambda^{-1} \operatorname{sh}(\lambda x) \times (4\mu\lambda^{-1}X^2(1) - 1) \mp 1 + \lambda^{-2}X'(1)$. Функция $X(x)$ является решением краевой задачи (2.8), (2.9), и приближенно может быть найдена по формулам: (4.7), если $8\mu b + \lambda \leq 0$, и (4.9), если $8\mu b + \lambda \geq 0$, $b < 0$; численно ее можно найти по формуле (4.6). Заметим, что верхним знакам в формулах для σ_x , σ_y и c соответствует случай растяжения, а нижним — сжатия.

6. Выводы. 1. Разработан метод определения напряженного состояния пластического слоя с переменной прочностью по толщине слоя, основанный на замене уравнения пластичности близким к нему условием, "управляемым" в зависимости от физических и геометрических параметров слоя.

2. Показано, что касательные напряжения τ_{xy} в случае постоянной прочности линейно зависят от расстояния от продольной оси симметрии слоя: $\tau_{xy} \sim y$; когда прочность минимальна на среднем сечении, $\tau_{xy} \sim \operatorname{sh} y$; когда максимальна, $\tau_{xy} \sim \sin y$ (формулы (2.5), (2.6), (2.13) и (2.14)).

3. Изменение касательных напряжений по длине сечения слоя, вычисленных указанным методом, хорошо соответствует экспериментальным данным [1; 2], относящимся к сварным соединениям. Показано, что для относительно тонкого слоя τ_{xy} стабилизируется по x для слоя постоянной прочности (формула (2.5)) и монотонно возрастает для слоя с наименьшей прочностью на среднем сечении (формулы (4.7) и (4.9)).

4. Применительно к сварным соединениям полученные формулы и метод в целом можно использовать как для высокой, так и для низкой механической неоднородности сварного соединения, наличия двухосной нагрузки, для швов с относительно толстыми мягкими прослойками.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Анучкин М.П., Горицкий В.Н., Мирошниченко Б.И. Трубы для магистральных трубопроводов. М.: Недра, 1986. 228 с.
2. Козут Н.С., Шахматов М.В., Ерофеев В.В. Несущая способность сварных соединений. Львов: Свит, 1991. 183 с.
3. Колмогоров В.Л. Напряжения, деформации, разрушение. М.: Металлургия, 1970. 230 с.
4. Остемин А.А., Дильман В.Л. О сжатии пластического слоя двумя шероховатыми плитами // Пробл. прочности. 1990. № 7. С. 107–113.

5. *Прандтль Л.* Примеры применения теории Генки к равновесию пластических тел // Теория пластичности / Под ред. Ю.Н. Работнова. М.: Изд-во иностр. лит., 1948. С. 102–113.
6. *Аннин Б.Д., Бытев В.О., Сенашов С.И.* Групповые свойства уравнений упругости и пластичности. Новосибирск: Наука, 1985. 142 с.
7. *Остемин А.А.* Определение предела текучести сварного соединения при кручении // Сварочное производство. 1987. № 6. С. 42–43.
8. *Найфе А.Х.* Методы возмущений. М.: Мир, 1976. 455 с.
9. *Качанов Л.М.* Основы теории пластичности. М.: Наука, 1969. 420 с.

Челябинск

Поступила в редакцию
19.12.1997