

УДК 539.3

© 1999 г. В.В. БУРНАЕВА, Л.Г. РОМАНЕНКО

## ПЕРИОДИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА О ВДАВЛИВАНИИ СИСТЕМЫ УПРУГИХ ПОЛУПОЛОС В ПОЛОСУ

Задача об упругом контакте системы полуполос и полосы сведена к решению системы сингулярных интегральных уравнений. Сингулярные части ядер интегральных уравнений выделены в явном виде. Получено уравнение для порядка особенности решения. Численные результаты проиллюстрированы графически.

**1. Введение.** Задачи об упругом контакте полуполосы с полосой или полуплоскостью рассматривались в работах [1–4]. В [1–3] решение контактной задачи сведено к системе сингулярных интегральных уравнений, причем решение для полуполосы получено суперпозицией решений для полосы и полуплоскости. В [4] задача сведена к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений. В данной работе использован метод сингулярных интегральных уравнений, полученных путем разложения решения для полуполосы в ряды по однородным решениям [5]. Замена суммирования рядов вычислением контурного интеграла в комплексной плоскости позволила выделить сингулярные части ядер интегральных уравнений, включая подвижную и неподвижную особенности, в явном виде.

В предположении, что вблизи границ зоны контакта решение имеет степенную особенность, получено уравнение для порядка особенности, которое подтверждается результатами, приведенными в [1]. Численное решение системы интегральных уравнений использует метод, основанный на квадратурной формуле наивысшей алгебраической точности Гаусса – Якоби. Производится сравнение данного численного метода с методом, предложенным в [1]. Приводятся графики, иллюстрирующие распределение нормальных напряжений в зоне контакта.

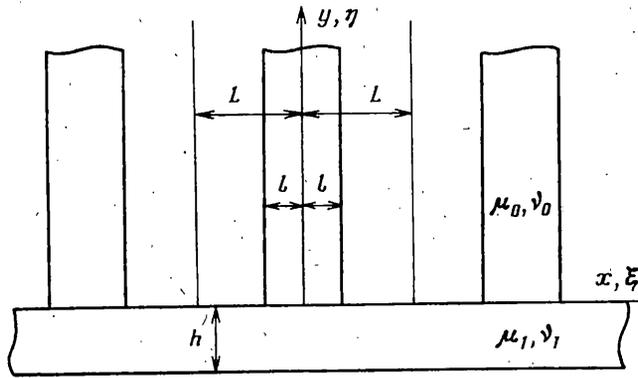
**2. Постановка задачи.** Система упругих полуполос вдавливается без трения в полосу толщиной  $h$  (фиг. 1). Полуполосы шириной  $2l$  каждая расположены регулярно, так что задача имеет период  $2L$  по координате  $x$ . Поэтому в дальнейшем будет рассматриваться только область  $|x| < L$ . Величины, относящиеся к полуполосе и полосе, обозначим 0 и 1 соответственно.

Перемещения и напряжения в контактирующих телах удовлетворяют стандартным уравнениям теории упругости в случае плоского деформирования состояния. Боковые поверхности полуполос и участки полосы между полуполосами свободны от напряжений

$$\sigma_x^0 = \tau^0 = 0, \quad |x| = l, \quad y > 0 \tag{2.1}$$

$$\sigma_y^1 = \tau^1 = 0, \quad l < |x| < L, \quad y = 0$$

где  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau$  – компоненты тензора напряжений.



Фиг. 1

Контакт тел происходит благодаря сжимающим напряжениям

$$\tau^0 \rightarrow 0, \quad \sigma_y^0 \rightarrow -\frac{P}{2l}, \quad |x| < l, \quad y \rightarrow \infty$$

$$\tau^1 = 0, \quad \sigma_y^1 = -\frac{P}{2L}, \quad |x| < L, \quad y = -h$$

Условия контакта имеют вид  $\tau^0 = \tau^1 = 0$ ,  $w^0 = w^1$ ,  $\sigma_y^0 = \sigma_y^1$ ,  $|x| < l$ ,  $y = 0$ , где  $u$ ,  $w$  — проекции вектора перемещения на оси  $x$  и  $y$  соответственно. Требуется найти распределение нормальных напряжений в зоне контакта.

**3. Получение интегрального уравнения для полосы.** Обозначим через  $g(x)$  нормальные контактные перемещения, а  $\psi(x)$  — нормальные контактные напряжения. Тогда перемещения и напряжения в полосе являются решениями задачи о равновесии с граничными условиями

$$\tau^1 = 0, \quad w^1 = g(x), \quad \sigma_y^1 = \psi(x), \quad |x| < l, \quad y = 0$$

$$\tau^1 = \sigma_y^1 = 0, \quad l < |x| < L, \quad y = 0$$

$$\tau^1 = 0, \quad \sigma_y^1 = -P/2L, \quad |x| < L, \quad y = -h$$

где зависимость функций  $g(x)$  и  $\psi(x)$  выражается интегральным уравнением. Кратко опишем схему его получения. Поскольку нагрузка, действующая на полосу, есть  $2L$ -периодическая функция, она может быть разложена в ряд Фурье

$$\begin{cases} \sigma_y^1 = -\frac{P}{2L}, & |x| < L, \quad y = -h \\ \sigma_y^1 \sim -\frac{P}{2L} + \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}} C_k e^{-\alpha_k i x} & |x| < L, \quad y = 0 \end{cases}$$

$$\alpha_k = \frac{\pi k}{L}, \quad C_k = \frac{1}{2L} \int_{-l}^l \psi(t) e^{-\alpha_k i t} dt$$

При разложении учтено требование

$$\int_{-l}^l \psi(x) dx = -P$$

необходимое для того, чтобы нагрузка была уравновешенной. Определяется нормальное перемещение  $w_k^1(x, y)$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ), которое вызывает в полосе каждая из гар-

моник – равномерно сжимающая нагрузка и периодическая нагрузка вида  $e^{\alpha_k i x}$ . Тогда полное нормальное перемещение  $w^1(x, y)$  может быть получено как суперпозиция перемещений  $w_k^1(x, y)$  с коэффициентами  $C_k$ , приведенными выше. Подчиняя его условию контакта  $w^1(x, 0) = g(x), |x| < l$ , приходим к интегральному уравнению, связывающему нормальные напряжения  $\psi(x)$  и перемещения  $g(x)$  в зоне контакта. В дальнейшем рассматривается интегральное уравнение, связывающее производную контактных перемещений  $g'(x)$  и нормальные напряжения  $\psi(x)$ .

Ядро интегрального уравнения для полосы представляет собой ряд Фурье с медленно убывающими коэффициентами. Для улучшения сходимости из текущего члена ряда вычитается его асимптотика на бесконечности. Ряд, соответствующий асимптотике, считается аналитически. Он дает сингулярную часть ядра, содержащую подвижную особенность. Интегральное уравнение для полосы имеет вид

$$\int_{-1}^1 \psi(\xi) W(\xi, \eta) d\xi + \frac{2L\mu_1}{l^2(1-\nu_1)} g'(\xi) = 0 \quad (3.1)$$

где ядро  $W(\xi, \eta)$  представимо следующим образом:

$$W(\xi, \eta) = \text{ctg} \frac{\pi\delta(\xi - \eta)}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin \pi\delta k(\xi - \eta)}{k \text{sh}^2(\pi kd) - (\pi kd)^2} \left\{ -e^{-2\pi kd} + 1 + 2\pi kd + 2(\pi kd)^2 \right\}$$

$$d = h/L, \quad \delta = l/L, \quad \xi = x/l, \quad \eta = y/l$$

Регулярная часть ядра есть ряд Фурье, коэффициенты которого при  $k \rightarrow \infty$  ведут себя как  $k^2 e^{-2\pi kd}$ . Данный ряд суммируется численно.

**4. Получение интегрального уравнения для полуполосы.** Для получения аналогичного интегрального уравнения для полуполосы используются однородные решения для симметричной задачи, которые удовлетворяют уравнениям равновесия и однородным граничным условиям на боковых поверхностях полосы, выражаемым первой из формул (2.1):

$$u_s^0 = I U_s e^{-\beta_s \eta}, \quad w_s^0 = I V_s e^{-\beta_s \eta}, \quad \sigma_{ys}^0 = -2\mu_0 S_s e^{-\beta_s \eta}, \quad \tau_s^0 = 2\mu_0 T_s e^{-\beta_s \eta}$$

$$U_s(\xi) = -\frac{2(1-\nu_0) + \cos^2 \beta_s}{\beta_s} \sin \beta_s \xi + \xi \cos \beta_s \xi$$

$$V_s(\xi) = -\frac{1-2\nu_0 + \cos^2 \beta_s}{\beta_s} \cos \beta_s \xi - \xi \sin \beta_s \xi$$

$$S_s(\xi) = (1 + \cos^2 \beta_s) \cos \beta_s \xi - \beta_s \xi \sin \beta_s \xi$$

$$T_s(\xi) = -\cos^2 \beta_s \sin \beta_s \xi - \beta_s \xi \cos \beta_s \xi$$

В случае симметричной задачи параметр  $\beta_s$  ищется из трансцендентного уравнения, имеющего счетное множество корней

$$\sin 2\beta_s + 2\beta_s = 0, \quad \text{Re} \beta_s > 0 \quad (4.1)$$

Напряжения и перемещения в полуполосе ищутся в виде рядов по однородным решениям с такими коэффициентами, чтобы удовлетворялись граничные условия

$$\tau^0 = 0, \quad w^0 = g(\xi), \quad \sigma_y^0 = \psi(\xi), \quad |\xi| < 1, \quad \eta = 0 \quad (4.2)$$

Используя два первые условия (4.2), а также условие обобщенной ортогональности

$$\int_{-1}^1 (S_p V_s + T_s U_p) d\xi = \begin{cases} 0 & (s \neq p) \\ \frac{4(1-\nu_0) \cos^2 \beta_s}{\beta_s} & (s = p) \end{cases}$$

получаем выражение для коэффициентов разложения в ряды

$$A_s = \frac{\beta_s}{4l(1-v_0)\cos^2\beta_s} \int_{-1}^1 g(\xi) S_s(\xi) d\xi$$

Третье условие (4.2) позволяет получить интегральное уравнение для полуполосы, которое после интегрирования по частям для улучшения сходимости ядра имеет вид

$$\int_{-1}^1 g'(\xi) G(\xi, \zeta) d\xi - \frac{2l(1-v_0)}{\mu_0} \psi(\xi) = \frac{P(1-v_0)}{\mu_0} \quad (4.3)$$

$$G(\xi, \zeta) = \sum_s \frac{\beta_s}{\cos^2\beta_s} S_s(\xi) I_s(\zeta), \quad I_s(\zeta) = \frac{\cos^2\beta_s}{\beta_s} \sin\beta_s\zeta + \zeta \cos\beta_s\zeta$$

Поскольку  $\beta_s$  есть корни уравнения (4.1), то возможна тождественная замена

$$\cos^2\beta_s = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} - \beta_s^2}$$

Проверка подтверждает справедливость этой формулы для всех  $\beta_s$ , кроме  $\beta = 0$ . Для вычисления ядра и выделения особенности в явном виде используются методы ТФКП. Если ввести функцию

$$J = \frac{4 \left[ \left( 1, 5 - \sqrt{\frac{1}{4} - \beta^2} \right) \cos\beta\xi - \beta\xi \sin\beta\xi \right] \left[ \left( 0, 5 - \sqrt{\frac{1}{4} - \beta^2} \right) \sin\beta\zeta + \beta\zeta \cos\beta\zeta \right]}{\sin 2\beta + 2\beta}$$

то видно, что ядро  $G(\xi, \zeta)$  представляет собой сумму вычетов этой функции в ее простых полюсах  $\beta_s$ , лежащих в правой полуплоскости. Применяв теорию вычетов, переходим к контурному интегралу

$$G(\xi, \zeta) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma_\infty} J(\beta, \xi, \zeta) d\beta \quad (4.4)$$

где  $\Gamma_\infty$  – прямоугольный контур, охватывающий правую полуплоскость, получается как предел последовательности контуров  $\Gamma_k$  при  $R_k \rightarrow \infty$  (фиг. 2). Разрез вдоль действительной оси от 0,5 до  $\infty$  сделан, чтобы в области, ограниченной контуром, зафиксировать однозначную ветвь функции  $(\frac{1}{4} - \beta^2)^{1/2}$ . Параметр  $\epsilon$  выбран настолько малым, что внутри  $\epsilon$ -окрестности нуля не содержится других корней уравнения (4.1), кроме  $\beta = 0$ . Для этих корней получена асимптотическая формула, верная при больших  $k$  ( $k \in N$ ):

$$\beta_s \sim \pi k - \frac{\pi}{4} - \frac{\ln(4\pi k - \pi)}{4\pi k - \pi} \pm \frac{i}{2} \left[ \ln(4\pi k - \pi) - \frac{4 \ln(4\pi k - \pi)}{(4\pi k - \pi)^2} \right]$$

Последовательность контуров  $\Gamma_k$  строим, выбирая  $R_k$  следующим образом:  $R_k = \pi/4 + \pi k$ ,  $k \in N$ . При таком выборе корни  $\beta_s$  не будут попадать на контур. В пределе при  $k \rightarrow \infty$  ненулевой вклад в формуле (4.4) дают только интегралы по мнимой оси и по разрезу вдоль действительности, причем первый дает неподвижную особенность, а второй – как неподвижную, так и подвижную.

При вычислении бесконечных интегралов из подынтегральной функции выделяется ее асимптотика на бесконечности, и интеграл от последней вычисляется аналитически. Оставшиеся интегралы представляют собой регулярные функции и считаются чис-

ленно. После выделения особенностей ядро можно представить в виде

$$G(\xi, \zeta) = \frac{1}{\pi}(-f_1 + f_2) + f^*(\xi, \zeta)$$

$$f_1(\xi, \zeta) = e^{-\alpha_1} \left[ \frac{4r_1 r_2}{\alpha_1^3} - \frac{3r_2 + r_1}{\alpha_1^2} + \frac{1,5}{\alpha_1} \right] - e^{-\alpha_2} \left[ \frac{4r_1 s_2}{\alpha_2^3} - \frac{3s_2 + r_1}{\alpha_2^2} + \frac{1,5}{\alpha_2} \right] +$$

$$+ e^{-\alpha_3} \left[ \frac{4s_1 r_2}{\alpha_3^3} - \frac{3r_2 + s_1}{\alpha_3^2} + \frac{1,5}{\alpha_3} \right] - e^{-\alpha_4} \left[ \frac{4s_1 s_2}{\alpha_4^3} - \frac{3s_2 + s_1}{\alpha_4^2} + \frac{1,5}{\alpha_4} \right] +$$

$$+ \frac{1}{2} \text{Ei}(-\alpha_1) - \frac{1}{2} \text{Ei}(-\alpha_2) + \frac{1}{2} \text{Ei}(-\alpha_3) - \frac{1}{2} \text{Ei}(-\alpha_4)$$

$$f_2(\xi, \zeta) = \frac{1}{2} \left[ \frac{\cos a}{a} + \text{Ci} |1-a| - \text{Ci} |1+a| \right] + \frac{1}{4} \left[ \frac{\cos(1+a)}{1+a} - \frac{\cos(1-a)}{1-a} \right] +$$

$$+ \frac{1}{2} \left[ \frac{\cos b}{b} + \text{Ci} |1-b| - \text{Ci} |1+b| \right] + \frac{1}{4} \left[ \frac{\cos(1+b)}{1+b} - \frac{\cos(1-b)}{1-b} \right]$$

$$r_1 = 1 - \xi, \quad r_2 = 1 - \zeta, \quad s_1 = 1 + \xi, \quad s_2 = 1 + \zeta$$

$$\alpha_1 = 2 - \xi - \zeta, \quad \alpha_2 = 2 - \xi + \zeta, \quad \alpha_3 = 2 + \xi - \zeta, \quad \alpha_4 = 2 + \xi + \zeta$$

$$a = \frac{\xi + \zeta}{2}, \quad b = \frac{\xi - \zeta}{2} \quad (-1 \leq \xi, \zeta \leq 1)$$

где  $f^*(\xi, \zeta)$  – регулярная функция. Ядро  $G(\xi, \zeta)$  имеет подвижную особенность при  $|\xi| = |\zeta|$  и неподвижную при  $|\xi| = |\zeta| = 1$ . В частном случае при  $\xi > 0, \zeta > 0$  сингулярная часть ядра представляется в более обозримом виде

$$G(\xi, \zeta) = \frac{1}{\pi(\zeta - \xi)} + \frac{\xi - \zeta}{\pi(2 - \xi - \zeta)^2} - \frac{4(1 - \xi)(1 - \zeta)}{\pi(2 - \xi - \zeta)^3} + f^{**}(\xi, \zeta)$$

где  $f^{**}(\xi, \zeta)$  – регулярная функция.

**5. Получение уравнения для порядка особенности решения.** Предполагается, что контактные напряжения и производные от перемещений имеют одинаковую интегрируемую особенность

$$g'(\xi) = \bar{g}'(\xi)(1 - \xi^2)^\alpha = A(1 - \xi^2)^\alpha + g^*(\xi)$$

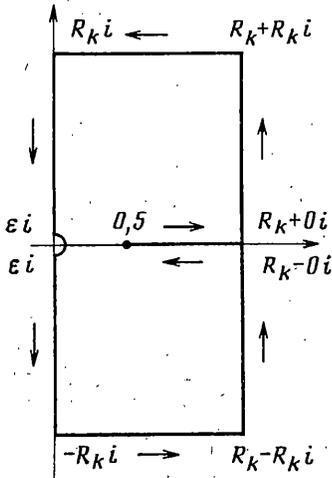
$$\psi(\xi) = \bar{\psi}(\xi)(1 - \xi^2)^\alpha = B(1 - \xi^2)^\alpha + \psi^*(\xi)$$

(5.1)

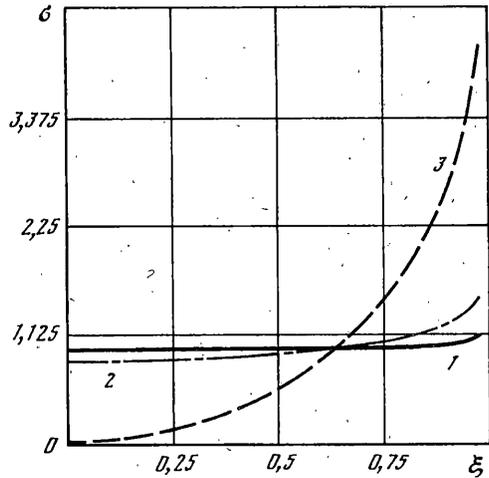
где  $-1 < \alpha < 0$ ,  $\bar{g}'(\xi)$ ,  $g^*(\xi)$ ,  $\bar{\psi}(\xi)$ ,  $\psi^*(\xi)$  – регулярные функции. Подставляя данные выражения в интегральные уравнения (3.1) и (4.3) и удерживая главные члены, содержащие особенность, получаем систему линейных однородных уравнений второго порядка относительно констант  $A$  и  $B$ . Равенство нулю определителя матрицы этой системы, обеспечивающее существование нетривиального решения, позволяет получить уравнение для определения степени особенности  $\alpha$ :

$$\frac{2\omega \cos \pi\alpha \left( (\alpha + 1)^2 - \cos^2 \frac{1}{2}(\pi\alpha) \right)}{\sin^2 \pi\alpha} + 1 = 0, \quad \omega = \frac{(1 - \nu_1)\mu_0}{(1 - \nu_0)\mu_1}$$

Данное уравнение получается в случае гладкого контакта из уравнения для степени особенности, произведенного в [1], и совпадает с аналогичным уравнением в [4].



Фиг. 2



Фиг. 3

**6. Численное решение системы интегральных уравнений.** Решается система сингулярных интегральных уравнений (3.1) и (4.3), причем контактные напряжения удовлетворяют условию

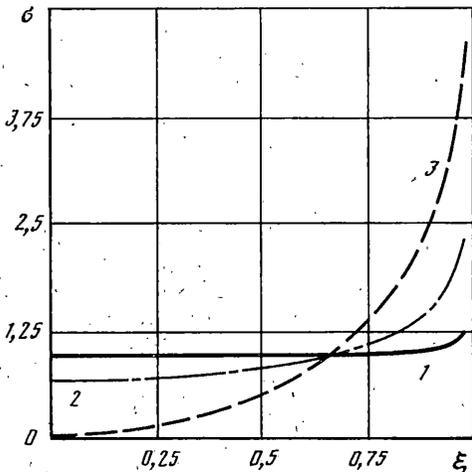
$$\int_{-1}^1 \Psi(\zeta) d\zeta = -\frac{P}{l}$$

Была произведена попытка решить поставленную задачу методом, предложенным в [1]. Согласно данному методу интегралы заменяются конечными суммами по квадратной формуле Гаусса-Якоби с весовой функцией  $p(\zeta) = (1 - \zeta)^\alpha (1 + \zeta)^\alpha$ . Точки интегрирования – нули полинома Якоби  $P_N^{(\alpha, \alpha)}(\xi)$ , точки коллокации – нули полинома Якоби  $P_{N-1}^{(1+\alpha, 1+\alpha)}(\xi)$ . Искомые функции представлялись в виде

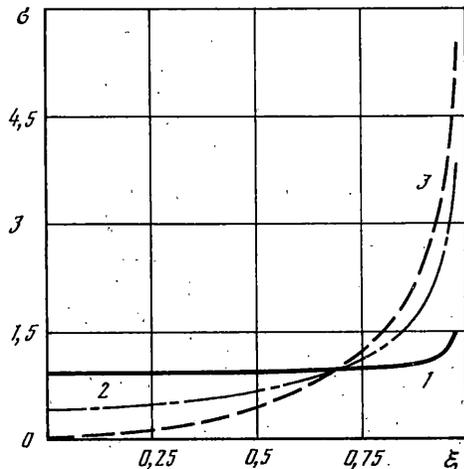
$$f_i(\tau) = (1 - \tau^2)^\alpha \sum_{j=0}^{N-1} G_{ij} P_j^{(\alpha, \alpha)}(\tau)$$

и тем самым система интегральных уравнений сводилась к системе линейных алгебраических уравнений относительно констант  $G_{ij}$ . Попытка применения описанного метода показала, что с его помощью можно получить решение задачи, быстро сходящееся к точному решению, лишь в том случае, когда одно из контактирующих тел можно считать абсолютно жестким по сравнению с другим. Например, если полуплоскость – штамп. Этому случаю соответствует значение степени особенности  $\alpha = -0,5$ . В случае контакта упругих тел ( $-0,5 < \alpha < 0$ ) увеличение количества членов в разложении по полиномам Якоби приводит к ухудшению сходимости ряда и осцилляции решения уже при  $N \geq 5$ . Описанный метод весьма удобен для решения задач о контакте штампа (системы штампов) с полуплоскостью или полосой, так как при  $\alpha = -0,5$  упомянутые полиномы Якоби превращаются в полиномы Чебышева первого и второго родов, в результате чего сингулярные интегралы в указанных точках коллокации вычисляются по указанным квадратурным формулам точно. В настоящей работе используется иной способ вычисления интегралов, не требующий согласованности точек интегрирования и коллокации. Регулярные части искомых функций в формуле (5.1) представляются в виде разложений по полиномам Якоби с учетом симметрии задачи

$$\bar{\Psi}(\xi) = \sum_{i=0}^{N-1} M_i P_{2i}^{(\alpha, \alpha)}(\xi), \quad \bar{g}'(\xi) = \sum_{i=0}^{N-1} Q_i P_{2i+1}^{(\alpha, \alpha)}(\xi)$$



Фиг. 4



Фиг. 5

В качестве точек коллокации выбираются узлы равномерного разбиения отрезка  $[0; 1]$ , и система интегральных уравнений заменяется системой  $2N$  линейных алгебраических уравнений относительно  $2N$  неизвестных констант  $M_i, Q_i$ :

$$\sum_{i=0}^{N-1} M_i \int_{-1}^1 (1-\zeta^2)^\alpha P_{2i}^{(\alpha,\alpha)}(\zeta) W(\xi_k, \zeta) d\zeta + \frac{2L\mu_1}{l^2(1-\nu_1)} (1-\xi_k^2)^\alpha \sum_{i=0}^{N-1} Q_i P_{2i+1}^{(\alpha,\alpha)}(\xi_k) = 0$$

$$\xi_k = k/N \quad (k = \overline{1, N-1})$$

$$\sum_{i=0}^{N-1} Q_i \int_{-1}^1 (1-\zeta^2)^\alpha P_{2i+1}^{(\alpha,\alpha)}(\zeta) G(\tau_j, \zeta) d\zeta - \frac{2l(1-\nu_0)}{\mu_0} (1-\tau_j^2)^\alpha \sum_{i=0}^{N-1} M_i P_{2i}^{(\alpha,\alpha)}(\tau_j) = \frac{P(1-\nu_0)}{\mu_0}$$

$$\tau_j = j/N \quad (j = \overline{0, N-1})$$

$$\sum_{i=0}^{N-1} M_i \int_{-1}^1 (1-\zeta^2)^\alpha P_{2i}^{(\alpha,\alpha)}(\zeta) d\zeta = -\frac{P}{l}$$

Выбор нулей полинома Якоби в качестве точек коллокации согласно [1] имеет тот недостаток, что с увеличением количества членов в разложении искомых функций происходит сгущение точек коллокации к точкам  $\pm 1$ . Это обстоятельство имеет существенное значение для вычисления интеграла от неподвижной особенности ядра  $G(\xi, \zeta)$ . Неподвижная особенность проявляется, если  $|\xi| = |\zeta| = 1$ . Данное условие не выполняется, поскольку точки коллокации лежат строго внутри отрезка интегрирования, но при их приближении к точкам  $\pm 1$  интегралы вида

$$\int_{-1}^1 (1-\zeta^2)^\alpha \frac{f(\xi, \zeta) d\zeta}{(2 \pm \xi \pm \zeta)^m} \quad (m = 1, 2, 3)$$

где  $f(\xi, \zeta)$  – регулярная функция, вычисляются с большой погрешностью. Выбор узлов равномерного разбиения в качестве точек коллокации позволяет избежать этой проблемы. Интегралы от регулярных частей ядер и частей, содержащих неподвижную особенность, вычисляются по квадратурной формуле Гаусса – Якоби с весовой функцией  $p(\zeta) = (1-\zeta)^\alpha(1+\zeta)^\alpha$ . Интегралы от частей ядер, содержащих подвижную особенность, вычисляются следующим образом: отрезок интегрирования разбивается на три части для отсечения крайних точек, в которых имеет особенность функция  $(1-\zeta^2)^\alpha$ . Затем на каждом подотрезке из подынтегральной функции вычитается ее особенность.

Интеграл от особенности вычисляется аналитически, а интеграл от разности, которая не содержит особенностей в области интегрирования, считается по квадратурной формуле Гаусса – Якоби с весовой функцией  $p(\xi) = 1$ .

**7. Численные результаты и их обсуждение.** Полученные контактные напряжения проиллюстрированы графически. При расчетах принято  $\nu_0 = \nu_1 = 0,3$ ,  $2l = h$ , т.е. ширина полуполосы и полосы одинаковы. На фиг. 3 изображено распределение модуля безразмерного контактного движения  $\psi 2l/P$  при отношении жесткостей контактирующих тел, соответствующих степени особенности  $\alpha = -0,1$ . Значение параметра  $L/l$  варьируется (кривые 1–3 соответствуют  $L/l = 1,1; 5,0; 40,0$ ). Взаимодействию одинаковых материалов соответствует степень особенности  $\alpha = -0,225987$  (фиг. 4). Здесь кривые 1–3 соответствуют  $L/l = 1,1; 5,0; 17,0$ . Фиг. 5 иллюстрирует распределение контактного давления при  $\alpha = -0,4$  (кривые 1–3 соответствуют  $L/l = 1,1; 5,0; 9,1$ ). Расчеты показывают, что с ростом  $L$ , т.е. с увеличением периода задачи, в центре области контакта возникают зоны растягивающих напряжений, что при условии одностороннего контакта тел указывает на наличие отрыва. Задача о прерывистом взаимодействии с неизвестной заранее областью контакта может быть решена на базе рассмотренной задачи о сплошном контакте итерационным методом.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Adams G.G., Bogy D.B. The plane solution for the elastic contact problem at a semiinfinite strip and half plane // Trans. ASME. J. Appl. Mech. 1976. V. 43. № 4. P. 603–607.
2. Лобода В.В. Решение плоской задачи упругого контакта полосы и полуполосы // Изв. АН СССР. МТГ. 1987. № 1. С. 65–74.
3. Лобода В.В. Об особенностях напряженного состояния ортотропной полуполосы // ПММ. 1986. Т. 50. Вып. 2. С. 263–270.
4. Романенко Л.Г. Задача о давлении упругих полуполос на полуплоскость // Прикл. механика. 1987. Т. 23. № 5. С. 71–77.
5. Прокопов В.К. Однородные решения теории упругости и их приложение к теории тонких пластинок // Тр. 2-го Всесоюз. съезда по теорет. и прикл. механике. Вып. 3. Механика твердого тела. М.: Наука, 1966. С. 253–259.

Харьков

Поступила в редакцию  
9.07.1997