

УДК 539.4

© 1999 г. Р.В. ГОЛЬДШТЕЙН, Н.М. ОСИПЕНКО

СТРУКТУРЫ В ПРОЦЕССАХ РАЗРУШЕНИЯ

Разрушение материалов, конструкций и природных объектов часто сопровождается возникновением упорядоченных систем нарушений, названных ранее [1] структурами разрушения. Структуры разрушения могут образовывать иерархические системы.

Известны эксперименты и натурные наблюдения структур при квазихрупком разрушении полимеров и горных пород, в процессах локализации пластических деформаций [2, 3, 4], реализации плоскостей скольжения в сыпучих средах [5], развитии структур при диссипации энергии на фронте волн деформаций [6], при откольном разрушении [7] и т.д. В телах, подвергаемых преимущественно сжимающим нагрузкам (горные массивы при тектонических воздействиях), иерархии структур разрушения содержат ряд самоподобных систем блоков вещества, вложенных одна в другую, что дает основание говорить об избирательности или квантованности разрушения тел в определенных пропорциях [8–10]. Развитие структур разрушения является вместе с тем реализацией фиксированных в каждом случае механизмов разрушения материалов при достижении состояния предельного равновесия.

Экспериментальные наблюдения структур разрушения и их иерархических систем связаны с необходимостью слежения за реализацией механических процессов в нескольких сопряженных геометрических масштабах, значительно различающихся по размерам в соответствии с рангом структур в иерархии. Кроме того, развитие структур разрушения представляет собой явление пограничного характера, протекающее при малых вариациях параметров вблизи условий предельного равновесия исследуемых сред.

В механике разрушения можно выделить несколько подходов, применяющихся при анализе развития структур разрушения. Упомянем здесь подходы, опирающиеся на описание деформируемых сред (тел) как континуумов. Появление структур разрушения трактуется как неустойчивость деформирования в масштабе тела в целом [3, 11]. При таком подходе в условиях однородного воздействия на деформируемый объем развитие структуры разрушения есть совокупная (одновременная) реакция материала на воздействие. Другой подход, опирающийся на анализ последовательности событий развития механизма разрушения, приводящей к формированию отдельных элементов структуры и построению из них (в том числе последовательно) совокупности элементов, предложен авторами ранее [1, 12, 13]. Исследование развития элементов структуры производится в масштабе этих элементов (внутренний масштаб задачи) при выполнении граничных условий внешней задачи (т.е. в масштабе всего нагружаемого объема) на границе срачивания решений внутренней и внешней задач. Это позволяет ввести в анализ конкретные механизмы разрушения и рассматривать многоуровневые сценарии последовательного развития иерархии структур, что, в частности, удобно, если масштабы внутренней и внешней задач значительно различаются. Ниже в рамках этого подхода проведен анализ некоторых задач, возникающих при построении иерархии структур разрушения.

1. Условия повышения ранга структуры. Напомним необходимые и достаточные условия повышения ранга структуры, т.е. образования посредством активности элементов структуры некоторого базового размера новой структуры, элементы которой имеют большие размеры [1, 12].

Предполагается, что среда обладает активной по отношению к некоторому внешнему воздействию структурой (структура i -го ранга). Реакцию среды можно описать некоторым распределением (полем) совокупности характеристик на уровне структурного элемента (СЭ) i -го ранга или совокупности таких элементов. Структурный элемент при определенных комбинациях значений его характеристик может переходить в предельное состояние. Свяжем зарождение элемента $(i + 1)$ -го ранга с локализацией процессов реакции среды на уровне i -го ранга, т.е. проявлением неустойчивости СЭ i -го ранга.

Необходимыми условиями образования структуры $(i + 1)$ -го ранга являются наличие локальной неустойчивости СЭ i -го ранга (оно обеспечивает инициирование процесса последовательной локальной перестройки структуры i -го ранга) и торможение неустойчивости – завершение формирования элемента $(i + 1)$ -го ранга. Возможны ситуации, когда образование одного элемента $(i + 1)$ -го ранга не приводит к появлению системы таких элементов, т.е. повышению ранга структуры в целом. Поэтому нужны и достаточные условия изменения ранга структуры. Для начала образования структуры $(i + 1)$ ранга достаточно, чтобы возмущение, вызванное появлением предыдущего СЭ $(i + 1)$ ранга, было способно инициировать неустойчивость, необходимую для образования следующего СЭ $(i + 1)$ ранга.

Конкретный вид пространственной организации элемента новой структуры зависит от вида начальной структуры и расположения очага зарождения локальной неустойчивости типичного элемента начальной структуры. Поскольку оно задается комбинацией поля внешнего воздействия и его возмущением со стороны элемента, проявляющего неустойчивость, в модели процесса важно рассматривать конкретные механизмы реакции, определяющие пространственную неоднородность соответствующих полей. Основными механизмами при структурной перестройке служат механизм возбуждения локальной неустойчивости на уровне СЭ i -го ранга и механизмы ограничения неустойчивости элемента структуры СЭ $(i + 1)$ ранга. Заметим, что среди механизмов торможения неустойчивости можно выделить такие, в которых пространственная неоднородность полей напряжений приводит к разрушению отдельных СЭ i -го ранга, т.е. к возможности понижения ранга структуры, сопряженному с его повышением (связанное образование элементов $(i + 1)$ и $(i - 1)$ рангов). Темп нарастания интенсивности воздействия также является структурообразующим фактором при разрушении [14].

2. Определение граничных условий. Существование структуры разрушения вносит некоторые трудности при определении граничных условий, заданных на внешних границах нагруженной области, и характеристик деформирования локальных объемов в масштабе элемента структуры (граничных условий внутренней задачи), необходимых для рассматриваемого механизма эволюции, основанного на взаимодействии отдельных элементов структуры.

Представляется очевидным, что с точки зрения внешней задачи, можно учитывать влияние внутреннего масштаба (структуры) обобщенно, считая, например, деформируемую среду во внешней задаче неоднородной, содержащей включения с эффективными деформационными характеристиками. В таком подходе определение взаимосвязи внутренних и внешних граничных условий близко к нахождению эффективных характеристик неоднородной среды, имеющей несколько характерных масштабов. Следуя [15] для упругой среды с различными типами включений можно считать, что задача об эффективных характеристиках для такой неоднородной среды заключается в отыскании определяющих соотношений

$$\varepsilon_{ik}^{(e)} = s_{iklm}^{(e)} \sigma_{lm}^{(0)} \quad (2.1)$$

где $\varepsilon_{ik}^{(e)}$ – эффективные поля деформаций в нагружаемой области Ω , $s_{iklm}^{(e)}$ – матрица податливости упругой среды с включениями, $\sigma_{lm}^{(0)}$ – напряжения, заданные на границе области Ω .

Если неоднородность среды обусловлена существованием в ней структуры различных масштабов, для каждого масштаба неоднородности можно выбрать масштабы осреднения. При этом нахождение эффективных характеристик на некотором масштабе осреднения включает процесс осреднения на каждом из меньших масштабов. Заметим, что если H – характерный масштаб неоднородности среды (размер структурного элемента), то масштаб осреднения L , допускающий введение понятия эффективных характеристик, выбирается из условий $L \gg H$ и $L \ll L_0$, где L_0 – характерное расстояние, на котором изменяются макроэкономические поля деформаций и напряжений.

3. Разрушение пористого тела. Рассмотрим несколько характерных примеров структур разрушения. В [1] в качестве примера повышения ранга структура пористого упругого тела прослежен процесс образования структуры близкодествующих элементов-трещин в эшелоне трещин нормального разрыва как структуры $(i + 1)$ ранга. Аналогичные построения могут быть выполнены и для других видов исходных концентраторов напряжений, таких как включения, микротрещины и т.п. Коротко остановимся на плоской модели процесса [1, 12]. Пусть тело содержит круглые достаточно редко равномерно расположенные поры радиуса R , расстояние между центрами которых $\sim 2L$ (фиг. 1, а.) Трещины, образующиеся под действием внешнего сжатия, выходят на границу пор в диаметральном направлении, имеют равную длину (l) и ориентированы вдоль главных сжимающих напряжений. Иницирование магистральной трещины происходит при слиянии микротрещин, растущих у типичных пор, т.е. при условии $l \sim L$. Магистральная трещина при одноосном нагружении тела развивается неустойчиво, т.е. коэффициент интенсивности в ее вершинах больше, чем у одиночной микротрещины длины ($l \sim L$).

Для магистральной трещины, объединяющей несколько пор, величину эффективного коэффициента интенсивности напряжений при одноосном сжатии можно представить как

$$K_{Ia} = \sigma_1 \sqrt{R} f\left(\frac{R}{a}, n\right) \quad (3.1)$$

где a – полудлина магистральной трещины, n – пористость.

Представляя магистральную трещину узким эллипсом с постоянным радиусом кривизны в вершине (R), можно записать по результатам численного анализа [16] соотношение

$$f\left(\frac{R_0}{a}, n\right) \approx \frac{0,24n^{1/3}}{1 - n^{1/3}(3R/a - 1)}, \quad a/R > 3 \quad (3.2)$$

Здесь принято $l = L$ и $L/R \approx n^{1/3}$.

Аналогичным образом для коэффициента интенсивности напряжений у одиночных трещин при достижении ими размеров, обеспечивающих их слияние

$$K_{IR} = \sigma_1 \sqrt{R} f_1(n), \quad f_1(n) \approx \frac{(8n^{1/3} - 1)}{80(1 - n^{1/3})} \quad (3.3)$$

Сравнивая (3.2) и (3.3), можно видеть, что при одноосном сжатии материал, содержащий поры, разрушается магистральными трещинами, пересекающими весь нагружаемый объем вдоль главных сжимающих напряжений, так как $K_{Ia} > K_{IR}$ при всех значениях $a > 3R$: Это утверждение справедливо для механизмов хрупкого разрушения гетерогенных материалов с иными видами концентраторов напряжений [12]¹ и

¹ Осипенко Н.М. Исследование механизма хрупкого разрушения трещиноватых горных пород. Автореф. канд. дисс. СФТИПИ. ИФЗ АН СССР. 1972. 26 с.

хорошо согласуется с экспериментальными данными о характере хрупкого разрушения горных пород [17]. Магистральные разрывы при сжатии представляют одну из главных форм хрупкого разрушения гетерогенных материалов.

Если действует дополнительное боковое сжатие σ_2 , коэффициент интенсивности напряжений может быть представлен в виде суммы

$$K_I = K_I(\sigma_1) + K_I(\sigma_2) \quad (3.4)$$

Для упомянутого вытянутого эллипса

$$K_I(\sigma_2) = \sigma_2 \sqrt{a} f_2\left(\frac{R}{a}, n\right) \quad (3.5)$$

где $f_2(R/a, n)$ по результатам численного анализа [16] имеет вид

$$f_2\left(\frac{R}{a}, n\right) \approx \left[\frac{1}{\sqrt{2}} + \left(0,32 \sqrt{\frac{R}{a} - 0,05} \frac{0,95n^{2/3} - 2n^{1/3} + 1}{n^{1/3}(1-n^{1/3})} \right) \right] \quad (3.6)$$

Размеры подвижно-равновесной трещины определяются условием

$$K_I = K_{Ic} \quad (3.7)$$

При двухосном сжатии пористого тела магистральные трещины оказываются ограниченными по длине. Присутствие неустойчивой фазы развития магистрального разрыва, объединяющего цепочку пор, означает выполнение необходимого условия зарождения структуры старшего ранга. Для удовлетворения достаточных условий нужно, чтобы возмущение поля напряжений в окрестности магистральной трещины на некотором фиксированном расстоянии от нее инициировало неустойчивое развитие следующей магистральной трещины. В зависимости от параметров исходной структуры (например от величины пористости) и условий нагружения возмущение поля напряжений может инициировать очаг разрушения в ближней или дальней окрестности магистральной трещины. Условия зарождения очага вблизи вершины остановившегося разрыва наиболее сильно облегчаются в области концентрации напряжений в окрестности нормального разрыва на расстоянии порядка $(2L)$ от вершины разрыва [18]. На этом расстоянии область сдвиговых возмущений охватывает две взаимодействующие поры (фиг. 1, в). Условие их слияния обеспечивает выполнение достаточных условий повышения ранга структуры

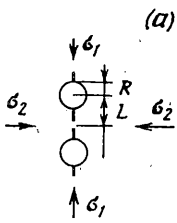
$$K_{Ic} = K_{IR}(\sigma_1 + \Delta\sigma_1) + K_{IR}(\sigma_2 - \Delta\sigma_2); \quad \Delta\sigma_{1,2} \approx \pm K_{Ia} / \sqrt{2L} \quad (3.7)$$

$$K_{IR}(\sigma_1 + \Delta\sigma_1) = (\sigma_1 + \Delta\sigma_1) \sqrt{R} f_2(n)$$

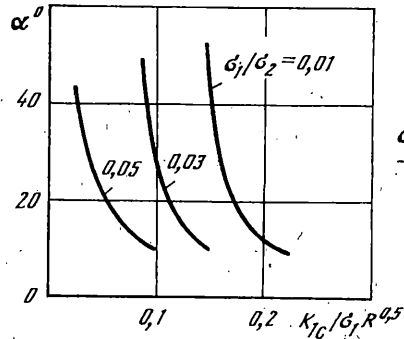
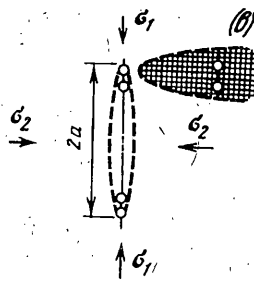
$$K_{IR}(\sigma_2 - \Delta\sigma_2) = (\sigma_2 - \Delta\sigma_2) \sqrt{R} f_3(n), \quad f_3(n) \approx \frac{(5 + 8,4n^{1/3} - 13,4n^{2/3})}{n^{1/3}(22 - 21n^{1/3})}$$

При постоянстве граничных условий, заданных в напряжениях (σ_1, σ_2) , приведенные соотношения определяют в нагружаемом объеме основные параметры эшелона трещин – длину отдельных магистральных трещин в эшелоне и расстояние между параллельными магистральными трещинами. Конфигурация эшелона (взаимное расположение магистральных трещин) зависит от условий взаимодействия соседних трещин в эшелоне. В рассматриваемом варианте распространение трещины наиболее вероятно в ненарушенную область материала вне зоны влияния предыдущей трещины, так как в ней материал частично разгружен от внешних напряжений. Ориентация оси эшелона по отношению к напряжению (σ_1) в таком случае выглядит как

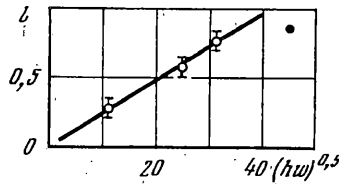
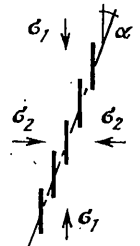
$$\sin \alpha \approx \frac{L}{l(\sigma_1, \sigma_2) - L} \quad (3.8)$$



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

На фиг. 2 приведен пример расчета ориентации эшелона трещин. Он иллюстрирует характер влияния бокового давления на картину хрупкого разрушения горных пород при статических испытаниях [12]. Заметим, что положение очага разрушения в окрестности магистрального разрушения и направление развития следующего магистрального нарушения могут быть иными, в частности определяться полями напряжений в дальней зоне.

4. Базовые структуры. Имеющиеся наблюдения [8–10] создают впечатление о сквозном квантовании структур от субатомного размера до (по крайней мере) геологических объектов, что маловероятно из-за невозможности детерминированного взаимодействия очень удаленных по геометрическим и силовым параметрам структур через посредство многих промежуточных структур, каждая из которых влияет на структуры соседних рангов либо избирательно (при понижении ранга), либо обобщенно (при повышении ранга), так что развитие иерархии, содержащей более 3-х рангов, сопровождается дифференциацией неоднородности структурного состояния. Кроме того существует разброс параметров структуры внутри ранга, что затрудняет интерпретацию наблюдаемой системы рангов.

Представляется поэтому, что в наблюдаемых фрагментах иерархии структуры разрушения имеют островной характер в пределах влияния некоторых базовых структур в ограниченном диапазоне масштабов. При этом исчезает необходимость сквозного квантования элементов структур всех рангов. В такой схеме множественного разрушения особое значение приобретают базовые структуры, формирующие механизмы разрушения на начальном этапе деформирования среды. Базовыми могут быть генетические структуры материалов (пористость, зернистость), либо структуры разрушения (локализации деформаций), первые возникающие в процессе нагружения как реакция нагружаемого блока на изменение граничных условий.

Примеры с исходной пористой структурой в упругой или упруго-пластичной матрице были рассмотрены нами ранее [1, 13].

Остановимся на одной из возможных схем появления базовой структуры как реакции материала нагружаемого объема. Воспользуемся результатами ряда экспериментов по разрушению в тесненных условиях при жестком квазистатическом нагру-

жении модельного материала и некоторых горных пород [19, 20, 23], придерживаясь при этом следующей качественной модели.

Возникновение первой (базовой) структуры в некотором квазиоднородном теле представляет собой сложный самосогласованный процесс взаимодействия тела и нагружающей системы, в котором имеют влияние малые возмущения физических полей. Эти малые возмущения в совокупности с откликами на них нагружаемого тела определяют начальные параметры зарождающейся структуры. Можно ожидать, что в таком случае взаимодействие между элементами структуры происходит в рамках дальнедействующих возмущений полей напряжений.

Такого рода процессы возможны при малых скоростях деформаций в условиях жесткого нагружения. В природных явлениях им отвечают, например, медленные тектонические движения горных массивов. Заметим также, что учет конкретного механизма разрушения предполагает участие в модели его основных элементов на всех этапах анализа процесса. При квазиупругом нагружении некоторого объема вблизи предельно-равновесного состояния инициирование разрушения (например, появление отрезка полосы скольжения) может произойти на слабо выраженной неоднородности материала (примем для определенности, что это неоднородность по параметру прочности). Влияние неоднородностей на эффективные свойства материала при разрушении исследовано, например, в [15]. В вершинах линии скольжения создаются при этом концентраторы напряжений, а сама она разгружает некоторый объем в своей окрестности. Поскольку нагружение в масштабе всего объема близко к однородному, такой же характер нагрузки предполагаем и в масштабе рассматриваемой неоднородности. В силу этого развитие одиночного (первичного) дефекта включает в себя неустойчивую фазу. Остановка дефекта может быть связана с рядом причин. Кроме известного эффекта торможения трещин на границах зерен, отметим возможность торможения дефектов типа полос скольжения за счет упрочнения (затруднения скольжения берегов дефекта при росте деформации) и за счет изменения свойств прочности окружающего материала при выходе дефекта за пределы неоднородности. Важным обстоятельством в последних двух случаях является взаимосвязь между размером дефекта при его остановке и граничными условиями-характеристиками системы нагружения, а при жестком нагружении – с размерами нагружаемого объема.

Строго говоря, при этом происходит переход от неустойчивой фазы роста к устойчивой, но при малых скоростях деформации этот переход от динамического проскока к устойчивому подрастанию равносильен остановке. В самом деле, при однородном нагружении условия предельного равновесия трещиноподобного дефекта выглядят как

$$K_{1c} \sim \bar{\sigma} \sqrt{l} \quad (4.1)$$

где K_{1c} – критическое значение коэффициента интенсивности напряжений для данного вида дефекта, $\bar{\sigma}$ – внешнее напряжение, l – размер предельно-равновесного дефекта.

В рассматриваемом варианте $K_{1c} = K_{1c}(l)$ – возрастающая функция размера дефекта, $\bar{\sigma}$ при жестком нагружении убывающая функция размера дефекта. Пусть, например $K_{1c} \sim K_{0c} (l/l_0)^n$ ($n \sim 0,5$) закон изменения свойств, отражающий масштабный эффект, $\bar{\sigma} \sim \sigma_0(1 - l^2/H^2)$ (для плоской модели процесса), где σ_0 – критический уровень внешнего напряжения, задаваемый смещением на границе первоначально ненарушенного объема с характерным размером (H). Перепишем (4.1) для этого варианта

$$K_{0c} \left(\frac{l}{l_0} \right)^n \sim \sigma_0 \left(1 - \frac{l^2}{H^2} \right) \sqrt{l} \quad (4.2)$$

$$l \sim H \left(1 - \frac{K_{0c}}{\sigma_0} \frac{l^{n-0,5}}{l_0} \right)^{0,5} \quad (4.3)$$

или при $n \sim 0,5$:

$$l \sim H \left(1 - \frac{K_{0c} l}{\sigma_0 l_0} \right)^{0,5} \quad (4.4)$$

Приведенная оценка показывает возможность возникновения дефекта конечных размеров в слабо неоднородной среде, причем зависимость размеров такого дефекта от размеров образца близка к линейной. Таким образом, в рассматриваемой системе выполняются необходимые условия создания структуры разрушения – одиночный дефект развивается в неустойчивом режиме и затем затормаживается, образуя тем самым элемент структуры.

Заметим, что при заданных смещениях на границе объема в описываемом механизме появление следующего дефекта (отрезка линии скольжения) возможно только при дальнейшем деформировании среды, так как предыдущий дефект своим появлением уменьшает среднее напряжение. Сопоставляя это замечание с фактом быстрого неустойчивого проскока дефекта до своего характерного размера, можно видеть, что макроскопически пластическое деформирование выделенного объема тела при детальном рассмотрении представляется серией небольших (пилообразных) колебаний эффективной нагрузки относительно некоторого уровня.

Иницирование дефекта в условиях существования удаленных друг от друга неоднородностей можно связать с дальними полями напряжений, интенсивность которых уменьшается как $(r/l)^{-3}$, где r/l – расстояние от центра дефекта (имеется в виду степень главного члена разложения по степеням r/l [18]). Как показано в [18] наибольшая интенсивность возмущений полей касательных напряжений наблюдается на нормали к плоскости начального сдвига. В силу быстрого затухания возмущений с расстоянием следующий дефект-трещина должен появиться вблизи предыдущего, но не ближе, чем средний размер области разгрузки непосредственно примыкающей к средней части трещины. Если разрушение захватывает типичную слабую неоднородность в теле, то в результате нескольких актов разрушения образуется система параллельных сдвигов, отстоящих друг от друга на одинаковое расстояние, близкое к размерам единичного элемента сдвига. Если граничные условия задаются в виде нормального смещения поверхности, сдвиговые нарушения двух ортогональных систем равнозначны, поэтому возможно возникновение сетки взаимно ортогональных дефектов примерно одного размера, разбивающих объем на блоки. Таким образом выполняется достаточное условие возникновения структуры, т.е. передача возмущения поля напряжений от предыдущего элемента структуры в область зарождения последующего.

Появление в системе фиксированного размера (l) приводит к появлению характерного времени (время прохождения упругим импульсом расстояния (l)). Это время можно оценить как

$$t^* \sim l/c \quad (4.5)$$

где c – скорость распространения упругого импульса.

Существование в динамической системе характерного размера обуславливает резонансные явления, поэтому динамический характер развития отдельных дефектов (проскок трещин) на фоне квазистатического изменения граничных условий влияет на выбор мест зарождения следующих дефектов, а динамическая добавка напряжений влияет на условия их страгивания.

Полный анализ такой системы встречает большие трудности. Поэтому можно предложить приближенную схему, в которой нагружение в квазистатическом режиме деформирования, осложненное присутствием локальных динамических эффектов, заменяется квазидинамическим режимом нагружения в предположении о существовании в системе характерного структурного времени t^* как времени передачи импульса нагружения от одного элемента структуры (l) другому.

Пусть такая система имеет (для определенности) свойства упругопластической среды, т.е. описывается размерными константами E и k , где E – модуль упругости, k – константа пластичности. При нагружении некоторого объема такой среды с характерным размером (L) при постоянной скорости деформирования ($\dot{\epsilon}$) можно получить следующую безразмерную комбинацию параметров, связывающих размер структуры разрушения с другими параметрами

$$l/L \sim f(\dot{\epsilon}t^*; E/k) \quad (4.6)$$

где t^* – характерное время передачи импульса в структуре.

Эти соображения близки к развиваемым в [14], посвященной задержке разрушения при импульсных нагрузках. В ней, в частности, показано, что при разрушении импульсными нагрузками соблюдается условие типа постоянства импульса при локальном разрушении ($p^* \sim \text{const}$). Разрушение в этом случае происходит только за счет энергии импульса, воспринимаемого элементом структуры.

Проведем следующий мысленный эксперимент по разрушению упругопластического тела в импульсном режиме. Сначала приведем нагружаемый объем в предельное состояние действием квазистатической нагрузки. Затем в импульсном режиме переведем некоторую часть объема в запредельное состояние, в котором развивается структура разрушения. Заметим, что в этом случае не нужен мощный импульс, т.к. материал находится в состоянии близком к критическому. Предположим, что реакция системы на малые импульсные нагрузки аналогична реакции на импульсное разрушение и соблюдается критерий постоянства импульса. Для единичного импульса, вызывающего порцию разрушения

$$p^* \sim \sigma_c t^* \quad (4.7)$$

где σ_c, t^* – относятся к структуре объема.

Приращение энергии деформации для однородной нагрузки в единице объема

$$\Delta U_0 \approx \frac{1}{2} (\Delta \sigma \Delta \epsilon) = \frac{1}{2} (\dot{\epsilon} \Delta t)^2 E$$

$$(\Delta U_0 \approx \frac{1}{2} p^* \dot{\epsilon}); (\dot{\epsilon} \Delta t)^2 \approx \sigma_c t^* \dot{\epsilon} / (4E) \quad (4.8)$$

$$\Delta V_0 \approx (\sigma_c t^* \dot{\epsilon}) / 8$$

Укажем на существование двух асимптотик диссипации энергии, запасенной при импульсном деформировании.

В случае образования трещин хрупкого разрушения в их окрестности происходит почти полная разгрузка объема, пропорционального кубу полуразмера трещины, что дает возможность записать известное энергетическое соотношение Гриффитса–Ирвина. Обратим внимание на возможность иной асимптотики. Одиночную полосу скольжения можно рассматривать в масштабе ее длины как стабилизатор напряжений в нагружаемом объеме. Существенное различие с трещиной той же длины заключается в том, что разгрузка в окрестности полосы скольжения происходит только до уровня близкого к напряжениям текучести. Поэтому вся энергия, сообщенная материалу после достижения площадки текучести расходуется на появление новых отрезков полос скольжения, число которых близко к количеству импульсов нагружения.

Полосы скольжения в плоской модели будем моделировать трещинами поперечного сдвига при условии постоянства касательных напряжений на их берегах. Условие предельного равновесия для них запишем как

$$2l\gamma^* = \Delta U_0 V \quad (4.9)$$

где γ^* – эффективная поверхностная энергия, V – объем тела (в плоской модели площадь сечения). Используя (4.8) получим далее

$$l \sim \frac{\sigma_c t^* \dot{\epsilon}}{16\gamma} V \quad (4.10)$$

Для плоской модели $V = hw$, где h – высота, w – ширина нагружаемой части плоскости.

Учтем также, что

$$\gamma^* \sim \tau_* r / (2G) \quad (4.11)$$

где r – характерный размер в концевой области трещин, G – модуль сдвига, τ_* – характерное напряжение ($\tau_* \sim k$).

Состояние предельного равновесия эффективной трещины поддерживается, если размер r меняется пропорционально размеру трещины l . Объединяя (4.10) и (4.11), получим структуру формулы для оценки размера одиночного сдвигового нарушения, отвечающего эффективному импульсу нагружения на площадке текучести

$$l \sim \frac{1}{4} \left(\frac{\sigma_c t^* \epsilon E h w}{2k^2(1+\mu)} \right)^{1/2} \quad (4.12)$$

Если положить характерное напряжение в структуре (σ_c) порядка (k), то с точностью до постоянного множителя получим формулу, совпадающую с выведенной ранее из анализа размерностей

$$l \sim \frac{1}{4} \left(\frac{h w}{(1+\mu)} \frac{t^* \epsilon E}{2k} \right)^{1/2} \quad (4.13)$$

Одиночный отрезок линии скольжения длиной (l) разгружает от превышающих предел текучести напряжений область, имеющую площадь $\sim l^2$. Поэтому минимальный размер ячейки системы полос скольжения при таком механизме их образования порядка $l\sqrt{2}$.

Линейная взаимосвязь размера получающейся таким образом базовой структуры и размера нагружаемого образца (\sqrt{hw}) в (4.13) была сравнена с экспериментальными наблюдениями в [21]. На фиг. 3 можно видеть линейность такой взаимосвязи (l [мм] – $(hw)^{0.5}$ [мм]) для образцов исследованного модельного полимерного материала. Светлые точки соответствуют экспериментальным данным. Сплошная линия на фигуре соответствует значению

$$\left(\frac{t^* \epsilon}{2(1+\mu)} \right)^{1/2} \frac{m}{4} \sim 5 \cdot 10^{-3}$$

(темная точка на фиг. 3 относится к мрамору).

Отметим, что в случае разрушения пластин (слоев) поперечными нагрузками в функции (4.13) сохраняется зависимость только от толщины слоя, т.е. $l \sim \sqrt{h}$. В [24] натурные измерения размеров блоков в слоистых горных породах показали корреляцию вида

$$l \sim \alpha H^n \quad (4.14)$$

где H – толщина слоя, $n \sim 0,5-0,8$.

Отметим, что поскольку система элементарных сдвигов на начальном этапе формируется как структура дальнего действия, т.е. структура слабо взаимодействующих удаленных концентраторов напряжений, можно ожидать значительного влияния на характерные размеры структуры статистического разброса свойств среды по объему. Это сказывается, например, на вариациях наблюдаемых размеров элементов структуры разрушения [19, 23].

5. Сопряженное иницирование структур ($i \pm 1$) ранга. Трансформация базовой структуры в структуру старшего ранга не единственная возможность реакции среды

на воздействие. При квазистатическом деформировании геоматериалов и модельных сред [19, 20] экспериментально наблюдается процесс сопряженного изменения ранга по отношению к исходной блочной структуре – образование более крупных конгломератов (структура $(i + 1)$ ранга) и измельчение отдельных блоков (структура $(i - 1)$ ранга).

Одним из механизмов, обеспечивающих такое сопряженное инициирование структур $(i \pm 1)$ рангов может быть механизм торможения СЭ $(i + 1)$ ранга, объединяющего несколько элементов i -го ранга в эффективной среде, создаваемой присутствием базовой структуры i -го ранга. Дополнительные напряжения (концентрация напряжений) в окрестностях растущего СЭ $(i + 1)$ ранга способны перевести в критическое состояние некоторые элементы i -го ранга, в результате чего в них происходит локальное (в пределах этих выделенных элементов) разрушение-понижение ранга структуры, что, в свою очередь, видоизменяет граничные условия в масштабе растущего СЭ $(i + 1)$ ранга, вызывая, в частности, его остановку и возбуждение развития соседнего СЭ $(i + 1)$ ранга. Структурная трансформация такого типа наблюдалась в экспериментах, описанных в [19,20]. Заметим, что в таком сценарии развития структур структура $(i - 1)$ ранга распространяется не на все элементы i -го ранга, т.е. не является глобальной для нагружаемой среды. Это обстоятельство представляется важным для выделения в наблюдаемых структурах базовой (базовая структура будет наименьшая из глобальных структур). Такая схема развития структур охватывает три ступени иерархии. Дальнейшее расширение иерархической системы структур разрушения (т.е. системы структур, все ранги которой взаимно обусловлены) можно представить как повторение цикла трехзвенной процедуры образования иерархических блоков, в каждом из которых базовыми при повышении ранга (т.е. образовании структур $(i + 2)$, $(i + 3)$ и т.д. рангов) являются каждый раз структуры на 1 ранг меньше, в то время как при понижении ранга локальные процессы разрушения будут охватывать все меньшие объемы. Очевидно, что при этом развитие процесса предполагает нарастающую дифференциацию полей напряжений и геометрических параметров структур в иерархии. Последнее происходит в силу избирательности процессов понижения ранга в пространстве, а также из-за того, что при повышении ранга сверх $(i + 1)$ -го уровня в качестве структур низших рангов в трехзвенных иерархических блоках повторно выступают избранные участки структуры уже существующей иерархии, подвергающиеся при этом дополнительным воздействиям локальных полей напряжений.

Вблизи состояния предельного равновесия при развитии структуры разрушения высвобождаемая в окрестностях дефектов энергии затрачивается на образование новых дефектов, т.е. выполняется известное энергетическое соотношение Гриффитса. Такого же вида соотношение должно выполняться при структурной трансформации в среде, содержащей базовую структуру. Во внешней задаче это условие имеет вид

$$(\partial w / \partial \varepsilon) \leq 0 \quad (5.1)$$

где w – энергия упругих деформаций.

Рассмотрим эту ситуацию для структурированной среды на примере одноосного нагружения. Величину w сопоставим с изменением энергии при упругой разгрузке $w \sim w_p$. Представим Δw_p как

$$\Delta w_p = \frac{1}{2} \sigma \varepsilon^* \quad (5.2)$$

где ε^* – деформация при линейной разгрузке. Тогда

$$\frac{\partial w}{\partial \varepsilon} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} \varepsilon^* + \sigma \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial \varepsilon} \right)$$

или при равенстве модуля упругости при нагрузке и разгрузке для интересующего диапазона деформации

$$\frac{\partial w}{\partial \bar{\epsilon}} = \frac{\sigma}{E_p} \frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon} \quad (5.3)$$

Представим в (5.3)

$$\frac{\partial w}{\partial \bar{\epsilon}} = \frac{\partial \sigma_1}{\partial \bar{\epsilon}} + \frac{\partial \sigma_0}{\partial \bar{\epsilon}} \quad (5.4)$$

где $(\partial \sigma_0 / \partial \bar{\epsilon})$ – параметр жесткости нагружения, $(\partial \sigma_1 / \partial \bar{\epsilon})$ – изменение напряжений при разгрузке за счет изменения структуры. Влияние структуры на деформационные характеристики будем считать малым.

Воспользуемся далее моделью сдвиговой структуры, рассмотренной в предыдущем разделе. В среде, разбитой базовой структурой на блоки (модули) отрезками полос скольжения при сосредоточении деформаций в полосах скольжения можно выделить для каждого акта подвижки $\Delta \epsilon_i$ – среднюю деформацию при сдвиге, $\Delta \tau$ – величину сбрасываемых на площадке скольжения напряжений. Если n – число активных площадок на выделенной площади S (плоская модель), то изменение средних напряжений, вызванное активностью площадок скольжения

$$\frac{\Delta \sigma}{\Delta \epsilon_i} \sim - \frac{\Delta \tau L^2 n}{\Delta \epsilon_i S} \quad (5.5)$$

где L – размер площадки скольжения.

Для малых подвижек запишем

$$\frac{\Delta \sigma_1}{\Delta \bar{\epsilon}} \sim \frac{\Delta \sigma}{\Delta \epsilon_i} \sim - \frac{\Delta \tau L^2 n}{\Delta \epsilon_i S} \quad (5.6)$$

Отсюда с учетом (5.1)–(5.4) условие локализации для системы n отдельных сдвигов будет

$$\frac{\Delta \sigma_0}{\Delta \bar{\epsilon}} - \frac{\Delta \tau L^2 n}{\Delta \epsilon_i S} \leq 0 \quad (5.7)$$

Проделав аналогичную процедуру для объединенного сдвига (сдвига длиной nL), получим

$$\frac{\Delta \sigma_1}{\Delta \bar{\epsilon}} \sim - \frac{\Delta \tau L^2 n^2}{\Delta \epsilon_i S}$$

и, соответственно, условие (5.6) в виде

$$\frac{\Delta \sigma_0}{\Delta \bar{\epsilon}} - \frac{\Delta \tau L^2 n^2}{\Delta \epsilon_i S} \leq 0 \quad (5.8)$$

Сравнивая (5.6) и (5.7), можно заключить, что при прочих равных условиях объединенный сдвиг обеспечивает более быструю разгрузку, так как второе слагаемое при $n > 1$ всегда больше в (5.7).

Возможность объединения сдвигов кроме энергетической выгоды включает необходимость их близкого соседства в начальной системе сдвигов (т.е. разбиение среды на модули размером (L) или создание базовой структуры этого размера). Следовательно, как только образование модульной системы (базовой структуры) заканчивается, начинается объединение отдельных модулей в систему с общей кине-

матикой. Обратим внимание на изменение напряженного состояния в системе модулей при их общей подвижке. В случае квазипластического развития полос скольжений в окрестностях объединенного сдвига соседние полосы скольжения разгружаются (упруго), а в вершине растущего сдвига отдельные модули (частицы Нейбера) получают дополнительную нагрузку. Поскольку весь материал до этой кинематической перестройки находился в состоянии близком к предельному равновесию, дополнительная нагрузка вызывает появление новых полос скольжения в нагружаемом блоке (модуле). Если приращение нагрузки в местах концентрации напряжений расходуется на создание новых полос скольжения, а разгрузка происходит упруго, должно существовать соответствие между высвобождаемой при разгрузке упругой энергией и энергией вновь образуемых поверхностей полос скольжения (аналог соотношения Гриффитса).

Полагая размер частицы Нейбера равным размеру модуля (L), получим энергию, необходимую для образования (N) поверхностей размера L :

$$\Delta w_1 \sim 2\gamma N / L \quad (5.9)$$

где γ – эффективная энергия образования новой поверхности.

Такая же упругая энергия должна высвободиться при объединении подвижек модулей. Считая $(\partial \sigma_0 / \partial \epsilon) = 0$, получим

$$\Delta w_2 \sim \Delta \epsilon_i \int_0^{\Delta \epsilon_i} \left(\frac{\partial \sigma_1}{\partial \epsilon} \right) d\epsilon \quad (5.10)$$

Полагая $\Delta w_1 = \Delta w_2$ и используя (5.8), в предположении о постоянстве γ найдем

$$N = \frac{\Delta \epsilon_i \Delta \tau L^3}{2\gamma S} n^2 \quad (5.11)$$

т.е. число новых поверхностей пропорционально квадрату числа модулей в объединенном сдвиге.

Таким образом, перегруженный блок в вершине объединенного сдвига должен быть разбит на несколько более мелких таким образом, чтобы суммарная длина новых границ (в плоской модели) в объединенном сдвиге (L_e) была равна

$$L_e = NL \quad (5.12)$$

Полагая образующиеся фрагменты близкими к изометрическим (из условий минимума поверхностной энергии при их образовании) получим соотношение размеров блока базовой структуры и фрагмента

$$\frac{L_i}{L_{(i-1)}} \approx 1 + \frac{N}{4} = 1 + \frac{\Delta \epsilon_i \Delta \tau L^3}{8\gamma S} n^2 \quad (5.13)$$

Если в масштабе блока базовой структуры затраты энергии на образование поверхности и энергия, высвобождаемая при единичной подвижке, сопоставимы (например при одинаковом – пластическом – механизме реализации движений), то $\Delta \epsilon_i \Delta \tau L^3 / (2\gamma S) \sim 1$. Тогда

$$L_i / L_{(i-1)} \sim 1 + n^2 / 4 \quad (5.14)$$

В приведенном выше примере эксперимента элемент структуры ($i + 1$) ранга (блок, объединяющий несколько элементов базовой структуры) обычно имел в сечении форму квадрата со стороной $\sim 3L_i$, т.е. $n \sim 3$. Подставляя ($n \sim 3$) в (5.14), получим $L_i / L_{(i-1)} \sim 1 + 9/4 \sim 3$, что соответствует наблюдаемой фрагментации блока базовой структуры в [19, 20].

Заметим, что инициирование трансформации структуры i -го ранга в сопряженном процессе может быть вызвано не только началом скольжения группы блоков (т.е. объединением блоков в элемент структуры $(i + 1)$ ранга, но и разрушением блока i -го ранга (т.е. образованием СЭ $(i - 1)$ ранга), так как в последнем случае ослабленный объем разрушенного блока i -го ранга как эффективный дефект жесткости вызывает концентрацию напряжений сдвига в своих окрестностях, что может вызвать совместную подвижку блоков i -го ранга и объединение их в элемент $(i + 1)$ ранга. Схема построения механизма разрушения в таком варианте аналогична применявшейся для анализа развития эшелона трещин в пористой среде.

Рассмотрим далее некоторые примеры развития структур разрушения и изменения геометрического ранга процесса для различных механизмов основных фаз структурообразования.

6. Множественное разрушение при наводороживании. Большое практическое значение имеет проблема множественного растрескивания трубопроводной стали при наводороживании в условиях транспортировки по трубопроводу сероводородсодержащей среды (газового конденсата, нефти и т.п.). Основной причиной механического разрушения в этом случае служит давление водорода в микродефектах металла в условиях изотермической диффузии атомарного водорода, образующегося на внутренней поверхности стенки трубы в результате химического взаимодействия H_2S с металлом трубы [25]. В ряде наблюдаемых сценариев разрушения [26] развитие трещин имеет множественный характер, морфологически сходный с образованием эшелоноподобной структуры.

Для построения модели напомним некоторые сведения о структуре и характере разрушения малоуглеродистых трубных сталей низкой и средней прочности. Стали этого класса по технологическим причинам, как правило, содержат вытянутые при прокатке плоские неметаллические включения слабо сцепленные с окружающими структурными элементами основного металла, (эффективная адгезионная трещиностойкость на 2 порядка меньше, чем у основного металла [27]). Размер неметаллических включений по направлению прокатки порядка 10^{-3} – 10^{-1} мм [29]. Показано, что при давлении насыщения водорода $p(c_0) \sim 10^3$ МПа [27] и трещиностойкости включений $K_I^* \sim K_c \sim 2,5$ МПа $\sqrt{м}$ [27] размер опасного дефекта при однородном растяжении порядка 10^{-2} мм, что соответствует типичному размеру включения. Включения сосредоточены в основном в средней части по толщине стального листа (в зоне ликвации).

При водородном растрескивании поверхность разрушения имеет характерный рельеф. Плоские терраски хрупкого разрушения разделены ступеньками высотой $\sim 10^{-3}$ – 10^{-2} мм, пластически деформированных границ террасок. Ближе к внутренней поверхности трубы наблюдаются специфические конусовидные выемки, обращенные вершинами внутрь трубы и образованные эшелонированными террасками. До момента полного разделения поверхностей разрушения отдельные трещинки-терраски не всегда соединяются друг с другом. Представляется, что отдельные терраски можно сопоставить с вскрытыми неметаллическими включениями. Их границы вследствие перехода от хрупкого разрушения к пластическому (вне границ включения) заданы контуром включения, т.е. размер отдельной трещины в эшелоне задан морфологически размерами включения.

В соответствии с рассматриваемой моделью можно выделить следующие основные этапы развития структуры разрушения [26]: (1) инициирование очага; (2) развитие в его окрестностях начальной трещины-разрыва; (3) передача возбуждения (развитие новых очагов), формирование цепочки (эшелона) трещин; (4) прорыв газа между взаимодействующими трещинами в цепочке; (5) нарушение механического сцепления между берегами разрыва.

Рассмотрим условия инициирования очага разрушения на некотором начальном дефекте. Если давление водорода много меньше давления насыщения, его расход (δ) в

полощадь дефекта-трещины пропорционален локальной концентрации [26]

$$\delta \sim C_0 / R, C_0 \sim C^* (1 - (a/2h)) \quad (6.1)$$

где R – радиус круговой трещины, a – расстояние от внутренней стенки трубы, $2h$ – толщина трубы, C^* – концентрация водорода на внутренней стенке трубы.

Давление водорода внутри трещины до начала ее роста

$$p \sim \frac{1}{v} \int_0^t \pi R^2 \delta dt, v = \frac{16(1-v^2)}{3E} (p + \sigma_\infty) R^3 \quad (6.2)$$

где σ_∞ – внешнее напряжение по нормали к плоскости трещины; v – объем дискообразной трещины радиуса R .

Условия страгивания трещины, как обычно, запишем в виде

$$K_I = K_{th} \quad (6.3)$$

где K_{th} – пороговый коэффициент интенсивности напряжений.

Для дискообразной трещины [23]

$$K_I = 2p\sqrt{R/\pi} \quad (6.4)$$

Из (6.2) (6.4) получим при постоянном по толщине трубы градиенте концентрации время инкубации исходного дефекта размера (R_0):

$$t \sim \frac{\pi(K_{th})^2(1-v^2)R_0}{4EC^*(1-(a/2h))} \quad (6.5)$$

Время инкубации растет с ростом размеров начального дефекта. Заметим, что если давление в очаге разрушения близко к давлению насыщения, время инкубации может уменьшаться с ростом размеров дефекта.

По достижении давления страгивания, определяемого условием (6.3) трещина отрыва распространяется с постоянной скоростью

$$\frac{dR}{dt} \sim \frac{2EC_0}{\pi(1-v^2)(K_{th})^2} \quad (6.6)$$

В соответствии с морфологией разрушения свяжем появление первичного очага разрушения с развитием отслоения на одном включении. Такой очаг может стать источником магистрального разрыва или системы (эшелона) разрывов, если на его контуре достигнуты условия предельного равновесия, обеспечивающие передачу возмущения через перемычку между первичным очагом и соседними включениями. Удобно представить эти условия в форме условия страгивания трещины (6.3), где в роли порогового эффективного коэффициента интенсивности напряжений используется величина, характеризующая пластическую деформацию перемычки (K_{th}^*). Очевидно, что в этом случае эффективная трещиностойкость (K_{th}^*) зависит от плотности распределения включений в плоскости разрыва. Считая по [23], что

$$K_{th}^* \sim \sigma^* \sqrt{r} \quad (6.7)$$

где $\sigma^* = \text{const}$ – характерное напряжение (прочность металла), r – размер концевой зоны, свяжем (r) с плотностью включений

$$r \sim N^{-1/2} \quad (6.8)$$

где N – средняя плотность включений в плоскости разрыва.

Положим

$$N \sim N_0(a/h)^\alpha \quad (\alpha \sim 2) \quad (6.9)$$

где a – расстояние от внутренней поверхности трубы до зоны ликвации, N_0 – плотность дефектов в зоне ликвации.

Получим с учетом (6.4) условие предельного равновесия

$$\frac{\sigma^*}{(N_0(a/h)^\alpha)^{1/4}} \sim 2p \sqrt{\frac{R}{\pi}} \quad (6.10)$$

или, при постоянном градиенте концентрации водорода по толщине трубы

$$\frac{\sigma^*}{(N_0^{1/2}(a/h))^{1/2}} \sim \left(\frac{4tEC_0}{(1-v^2)\pi R} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{a}{h} \right)^{1/2} \quad (6.11)$$

Из выражения (6.11) следует, что страгивание очага наиболее вероятно при его расположении на четверти толщины трубы с внутренней стороны ($a/h \sim 0,5$). Если же концентрация водорода по толщине листа постоянна, получаем тривиальный результат о локализации очага в зоне ликвации. Эти результаты позволяют отождествить плоские вершины конических выемок поверхности разрушения с первичными очагами разрушения. Эволюция очага разрушения и образование эшелонированных разрывов начинается с инициирования в окрестностях очага новых очагов разрушения на соседних включениях под действием диффузии водорода и концентрации растягивающих напряжений на контуре первичного очага. Уместно ожидать появления нового очага в окрестности вершины разрыва с одной стороны, в области максимума растягивающих напряжений, с другой – вне области влияния разрыва на концентрацию водорода (на границе области питания). Согласно асимптотике концентрации водорода для малого расстояния r от вершины разрыва

$$C \sim \sqrt{r/R} \quad (6.12)$$

С ростом размеров разрыва контур постоянной концентрации отодвигается от вершины разрыва.

Область возмущения напряженно-деформированного состояния (при постоянной эффективной трещиностойкости) имеет характер автономной [22]. Поэтому область возможного инициирования нового очага мигрирует от оси разрыва в направлении, составляющем (для σ_{\max}) угол $\sim 60^\circ$ к продолжению разрыва. Начиная с некоторой длины разрыва, возбуждение нового очага происходит не на продолжении разрыва, а в соседних слоях. Для оценки условий зарождения нового разрыва воспользуемся взаимосвязью эффективной трещиностойкости и размера перемычки между включениями (6.7). Учтем также, что расстояние до включения должно быть достаточно для обеспечения постоянства концентрации водорода. Поэтому согласно (6.7), (6.12):

$$r/R \approx \text{const} \quad (6.13)$$

При этом напряжение в области будущего очага разрушения и давление в первичном очаге становятся не зависящими от размеров первичного очага:

$$\sigma \sim \frac{K_{II}^*}{\sqrt{2\pi r}} \sim \frac{\sigma^* \sqrt{r}}{\sqrt{2\pi r}} \sim \frac{\sigma^*}{\sqrt{2\pi}} \quad (6.14)$$

Из условий равновесия дискообразной трещины получим для момента предельного равновесия первичного очага

$$\sigma \sqrt{r} \approx 2p \sqrt{\frac{R}{\pi}}; \quad \frac{\sigma}{p} \sim \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{R}{d}} \quad (6.15)$$

В эксперименте [26] отношение размеров ширины террасок к высоте пластически деформированных уступов $R/r \sim 10-20$. Отсюда и из (6.10) получаем, что напряжения в области будущего очага в 3–5 раз больше давления в начальном разрыве. Оценивая

последнее при $K_{th} \sim 3 \text{ МПа} \sqrt{\text{м}}$ и $R \sim 10^{-3} \text{ м}$ как $p \sim 80 \text{ МПа}$, получим величину напряжений в области зарождения очага разрушения $\sigma \sim (3-5) 80 \text{ МПа}$. Если давление насыщения водорода порядка $0,5 \cdot 10^3 \text{ МПа}$ [25], приложенные таким образом механические напряжения эквивалентны возрастанию давления водорода в 1,5–2 раза. При тех же условиях инициирования размер зародыша следующего очага разрушения, оцениваемый по (6.15), порядка 0,01 мм.

Пластический прорыв перемычек может произойти значительно позже зарождения следующего очага разрушения при накоплении водорода в полостях разрывов. Необходимый прирост объема полости при разрыве определяется относительным удлинением материала трубы при разрыве $\bar{\delta}$:

$$\Delta v \sim \pi R_1^2 \bar{\delta} r \quad (6.16)$$

Сравнивая его с объемом трещины в состоянии предельного равновесия, получим по порядку величины

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{3\pi \bar{\delta} E}{16(1-\nu^2) p R} \quad (6.17)$$

или

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{3\sqrt{\pi} \bar{\delta} r E}{8K_{th}(1-\nu^2)\sqrt{R}}$$

Если согласно (6.7) и (6.13) $(R/r) \sim \text{const}$ и $K_{th} = f(R)$, то

$$\frac{\Delta v}{v} \sim \beta \frac{E \bar{\delta}}{(1-\nu^2)}, \quad \beta - \text{const} \quad (6.18)$$

При реалистических значениях параметров ($\bar{\delta} \sim 3\%$, $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, $\nu \sim 0,3$, $R/r \sim 10-20$) величина $(\Delta v/v) \sim 10$. Это означает, что прежде чем происходит разрыв первой перемычки, успевают вырасти и инициировать новые очаги несколько разрывов в цепочке. Эшелон разрывов, не объединенных в одну макротрещину – типичная структура разрушения под действием водорода. Как составной элемент она может входить в структуры иного масштаба, например в концевую область магистрального расслоения большой протяженности. Чем чаще в материале расположены включения ($\beta \downarrow$), тем более он склонен к разрушению без образования цепочки разрывов. В трубных сталях наибольшая плотность включений в области ликвации. Там действительно наблюдаются на поверхности разрушения обширные участки квазихрупкого разрушения в одной плоскости. Наоборот, вдали от зоны ликвации более характерны эшелонные структуры разрушения. Объяснение получают конусовидные образования на поверхности разрушения. Их вершины, обращенные к внутренней поверхности трубы, находятся в области наиболее вероятного зарождения первичных очагов. Затем образуются цепочки слабо связанных разрывов, причем каждый последующий акт зарождения очага с большей вероятностью происходит в направлении к центральной поверхности листа (к области ликвации), так как в этом направлении возрастает плотность дефектов, а эффективная трещиностойкость падает.

7. Структуры разрушения при подготовке динамических явлений в горных выработках. Развитие структуры разрушения в некотором объеме среды меняет свойства этой среды в пределах выделенного объема, что обособляет этот объем в конструкции рассматриваемого тела как элемент старшего ранга по сравнению с исходными (или базовыми) элементами структуры тела.

Характерной особенностью структурообразующих процессов по сравнению с развитием отдельных нарушений является возможность их развития при меньших интенсивностях воздействий. Поэтому в условиях близких к предельным структуриро-

вание наступает раньше и может стать ведущим процессом, в частности, при подготовке природных катастроф, землетрясений, горных ударов и выбросов в шахтах.

В качестве иллюстрации рассмотрим развитие структур разрушения-эшелонов близкодействующих трещин нормального разрыва в хрупкой пористой среде при подготовке горных ударов и выбросов в шахтах [12]. Известно, что эти явления связаны с хрупким разрушением в напряженных зонах горных пород, прилегающих к выработкам [29]. Их сопровождает упорядоченное разрушение в виде образования характерных пластинчатых отдельностей, ориентированных вдоль контура выработки [17, 31]. Развитие эшелонированного разрушения, рассмотренное в разделе 3, может быть моделью образования пластинчатых отдельностей в очаге удара. Условие реализации удара как условия трансформации структуры представляется состоящим из двух частей:

(а) условие зарождения и развития очага упорядоченного разрушения вблизи контура выработки;

(б) условие неустойчивости очага разрушения – прорыва очага в выработку.

Будем рассматривать разрушение в окрестностях одиночной горной выработки квадратного сечения со скругленными углами в однородно нагруженном массиве пористой горной породы в поле действия напряжений ($\sigma_1 = \sigma_0$; $\sigma_2 = \lambda\sigma_0$), приложенных на бесконечности. Качественная модель разрушения при горном ударе представляется следующей.

Вследствие возмущения поля напряжений в окрестностях выработки в зоне будущего очага инициируется и развивается структура эшелонов трещин. Будем считать, что в ближайшей окрестности выработки существует слой породы, в котором произошла релаксация напряжений, а в остальной части массива распределение напряжений такое же, как в окрестностях квадратного выреза в изотропной упругой плоскости [12, 30]. Не рассматривая специально зону релаксации напряжений, положим, что в ней не происходит хрупкого разрушения, а ее роль в исследуемом процессе заключается в создании слоя, отделяющего границу очага разрушения от контура выработки. В статической плоской модели процесса будем считать размер слоя породы, охваченного релаксацией, заданным и проследим его влияние на параметры процесса разрушения. В соответствии с принятой моделью внутренняя (ближайшая к выработке) граница очага совпадает с границей отрелаксировавшей породы, а внешняя определяется границей области напряженного состояния в окрестностях выработки, где выполняются условия развития структуры разрушения, при котором магистральные трещины в эшелоне имеют минимальные размеры (соответствующие слиянию двух пор).

Дальнейшие оценки выполнены по формулам (3.1)–(3.8) п. 3 для примера хрупкой пористой горной породы при пористости $n = 10\%$. На фиг. 4 внешняя граница очага разрушения построена для окрестностей боковой стороны квадратного выреза в упругой плоскости, подверженной действию однородных внешних напряжений (σ_1 и $\sigma_2 = 0,3 \sigma_1$). На этом же рисунке показан пример области (заштриховано), на границе которой выполняются условия гарантированного разрушения (исчерпывается прочность материала). Таким образом, очаг разрушения как область трансформации структуры пористого тела и элемент конструкции более высокого ранга представляет собой в рассматриваемом примере линзовидное тело, размеры которого по протяженности значительно больше размеров отдельных элементов начальной структуры тела. Ближняя к выработке граница очага (x^*) определяется границей зоны релаксации, которая (в зависимости от условий и времени релаксации) может занимать различное положение, так что область напряжений, превышающих предел прочности материала, может оказаться вне очага, либо внутри него. В первом случае возможность формирования очага зависит от случайного воздействия и не является обязательной. Она может быть спровоцирована.

Устойчивость полости очага, находящегося вблизи поверхности, определяется условиями разрушения перемычки, отделяющей его от выработки. Размер очага

вдоль контура выработки значительно превосходит размер в поперечном направлении. Поэтому очаг можно моделировать вытянутой в направлении максимального сжатия узкой неоднородностью несколько меньшей жесткости, чем окружающие породы. Наступление неустойчивости очага в этом приближении соответствует предельному равновесию трещины такой же длины. Для нашей оценки будем считать, что эквивалентная трещина нагружена равномерным давлением, интенсивность которого равна разнице между напряжением σ_2^* равновесного структурообразования на внешнем контуре очага и упругим напряжением σ_2 на внутреннем контуре в среднем сечении. Условие предельного равновесия трещины вблизи границы полуплоскости определяется соотношением

$$K_I = (\sigma_2 - \sigma_2^*) \sqrt{L^*} f(x^*/L^*), \quad K_{Ic} = K_{Ic}^* \quad (7.1)$$

где L^* – полудлина трещиноподобного дефекта, x^* – расстояние до границы полуплоскости (здесь – толщина отрелаксировавшего слоя на границе выработки), $f(x^*/L^*)$ – функция влияния [22], K_{Ic}^* – эффективная трещиностойкость в масштабе очага.

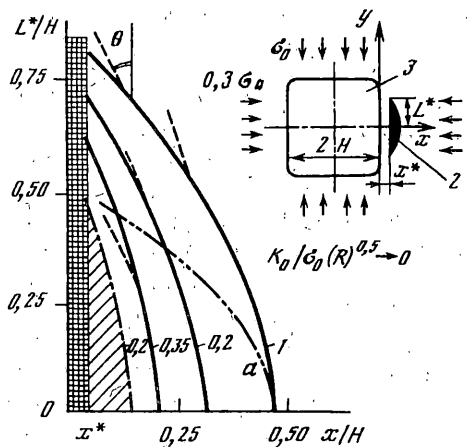
Введем переменную (x/H) , где H – полуразмер стороны выработки. Для каждого значения $K_{Ic}/\sigma_1 \sqrt{R}$ условие реализации хрупкого разрушения при горном ударе запишется в виде

$$\frac{K_{Ic}^*}{\sigma_1 \sqrt{H}} = f\left(\frac{x}{H}\right) \quad (7.2)$$

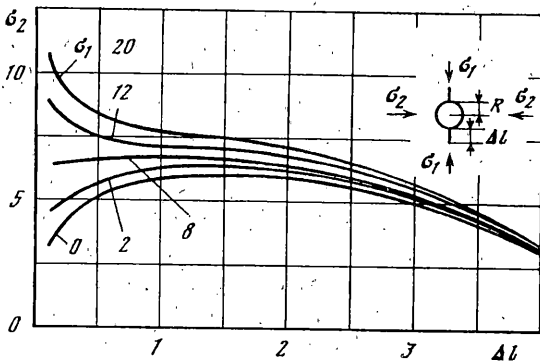
Вариант функции (7.2) продемонстрирован на фиг. 4 (кривая *a*). Отметим, что в общем случае $K_{Ic} \neq K_{Ic}^*$, например, вследствие разницы масштабов разрушения. Для фиксированных значений $K_{Ic} \sqrt{R}$ и $K_{Ic}^* \sqrt{H}$ существует единая кривая, ограничивающая область значений параметра нагружения, внутри которой может проявиться упорядоченное разрушение и образоваться неустойчивый очаг горного удара. Если теперь потребовать, чтобы разрушение в очаге начиналось, когда в пределах очага реализуется обязательное разрушение, то можно очертить область значений параметра нагружения, внутри которой обязательно произойдет горный удар. Для реализации ударов с провоцируемым разрушением необходимо, чтобы элементарное разрушение (слияние пор) и развитие очага произошло по какой-либо внешней причине. Очаги этого типа, следовательно, могут существовать в "ждушем" режиме, когда обнаружить их можно только на основе анализа напряженного состояния в зоне очага. Приведенные оценки показывают большую роль структурообразования в механике катастрофических явлений и, в частности, в осуществлении специфической, присущей этому режиму разрушения латентной (скрытой) формы подготовки, проявляющейся только при случайной провокации.

Влияние упорядоченной раздробленности материала при развитии структур разрушения на интегральные характеристики занимаемого ими объема в нагружаемой системе можно показать на примере разрушения газонасыщенной непроницаемой пористой среды (модель внезапного выброса угля и газа).

Рассмотрим процесс развития трещин нормального разрыва в пористой среде, в которой, в отличие от модели, приведенной ранее, изолированные круглые цилиндрические поры содержат газ под избыточным давлением. Будем придерживаться схемы процесса внезапного выброса в соответствии с моделью С.А. Христиановича [32]. Исследование развития трещины, содержащей газ под избыточным давлением в модели выброса содержится, например, в [33]. Запишем некоторые соотношения для системы трещина-пора, находящейся под действием внешних сжимающих напряжений σ_1 ; σ_2 , причем $|\sigma_1| > |\sigma_2|$, а трещина ориентирована вдоль σ_1 (плоская модель). Пора



Фиг. 4



Фиг. 5

содержит газ под давлением P_g . Изменение объема растущей трещины запишем как

$$\Delta V \approx (2\pi/E)P(1-\mu^2)l^2, \quad P = P_g - \sigma_2 \quad (7.3)$$

Изменением объема самой поры при росте трещины будем пренебрегать. Условие предельного равновесия трещины представим в обычном виде (3.7). Расширение газа в узкой щели трещины будем считать изотермическим.

Уравнение, связывающее предельное равновесие трещины с параметрами напряженного состояния и давлением газа, запишется следующим образом:

$$\sigma_1 = [K_{Ic} + \sigma_2 \sqrt{a} f_2 - (\sqrt{a} f_2 - \sqrt{R} f) P] / \sqrt{R} f \quad (7.4)$$

$$P = -0,5 \left(\frac{V_0}{b} - \sigma_2 \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{V_0}{b} + \sigma_2 \right)^2 + \frac{2P_g V_0}{b}}$$

$$b = (2\pi/E)(1-\mu^2)(a + \Delta l)^2, \quad V_0 = \pi R^2 m \quad (7.5)$$

m – количество пор, объединенных трещиной; Δl – длина отрезка трещины от границы ближайшей поры; f, f_2 – определены формулами (3.2) и (3.6) соответственно.

Как и ранее (п. 3) объединение нескольких пор эквивалентно эллиптическому отверстию с постоянным радиусом кривизны (R) в вершине большой оси.

Уравнение (7.4) определяет критические условия развития трещин в пределах применимости приближенных соотношений f . Если $\Delta l \gg R$ (среда с редко расположенными порами) влияние геометрии начальной поры мало при больших размерах трещины. Для таких трещин можно записать условия предельного равновесия

$$\sigma_2 = -\frac{K_{Ic} \sqrt{2}}{\Delta l} + P_0 \left(1 + \frac{2\sqrt{2}(1-\mu^2)\Delta l^{1/2} K_{Ic}}{R^2 E} \right)^{-1} \quad (7.6)$$

Режим развития трещин и их слияния в магистральный разрыв зависит от соотношения параметров внешних нагрузок и давления газа. Исследуя поведение функций (7.4)–(7.6), описывающих развитие трещин, выделим два основных режима. На фиг. 5 представлен пример расчета предельного равновесия трещин в окрестностях одиноч-

ной поры для следующих типичных для угля [34] параметров системы: $n = 1\%$, $R = 1$ мм, $K_{Ic} = 1$ МПа $\sqrt{м}$, $E = 10^3$ МПа, $\mu = 0,3$, $P_g = 4$ МПа, $(\sigma[\text{МПа}] - \Delta l[\text{мм}])$.

I режим ($\sigma_1 > \sigma_1^*$). По мере снижения бокового давления (σ_2) равновесная длина трещины увеличивается вплоть до слияния с соседней порой. Модель развития магистральной трещины и объединения трещин в эшелон близкодействующей структуры качественно идентична модели эшелонированного разрушения пористой среды, не содержащей газ (раздел 3). Отличие состоит в расширении под действием давления газа диапазона значений σ_2/σ_1 , в котором возможно построение эшелона трещин, так что для газонасыщенных пород упорядоченное разрушение еще более типично, чем в отсутствии влияния давления газа.

II режим. Если напряжение σ_2 близко к величине давления газа P_g , создаваемые ими напряжения в значительной степени взаимно компенсируются. Поэтому развивающиеся магистральные трещины имеют большую длину и могут пересекать весь нагружаемый объем, так что условия объединения таких трещин в упорядоченную систему зависят от граничных условий.

Рассмотрим приложение описанного механизма хрупкого разрушения газонасыщенной пористой среды к описанию разрушения угольного пласта при подготовке внезапного выброса. Заметим, что существуют прямые доказательства развития трещин-разрывов в плоскостях, параллельных фронту выработки, при подготовке и реализации внезапного выброса, проходящих на фоне пластического деформирования призабойной части угольного пласта [32].

Будем считать, что призабойная часть угольного пласта деформируется в квазистатическом режиме интегрально как пластический материал, имеющий константу пластичности (k), что соответствует известным представленным об этом процессе [32]. Влияние давления газа в первоначально изолированных круглых (цилиндрических) порах будем считать главной частью влияния газового состояния угля, пренебрегая при относительно быстрых процессах хрупкого разрушения десорбцией газа из межпорового пространства.

Воспользуемся для оценки напряженно-деформированного состояния призабойной части пласта мощностью (h) решением задачи Прандтля. Для главных напряжений имеем

$$\sigma_{1,2} = -k \left(\frac{2}{\pi} + \frac{x}{b} - \sqrt{1 - \frac{y^2}{b^2}} \pm 1 \right), \quad b = \frac{h}{2} \quad (7.7)$$

Для траекторий главных напряжений получим

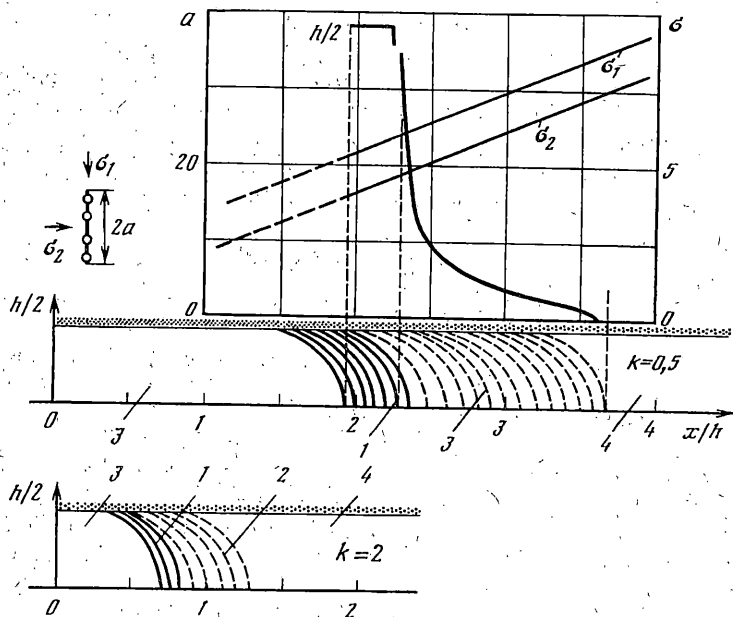
$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{y}{b\sqrt{1 - y^2/b^2}} \quad (7.8)$$

Уравнение изолинии главных напряжений имеет вид

$$\left(\frac{2}{\pi} \pm 1 \right) + \frac{x}{b} - \sqrt{1 - \frac{y^2}{b^2}} = \text{const} \quad (7.9)$$

Поскольку именно напряжения (σ_1) определяют ориентацию магистральных трещин в упорядоченных системах при разрушении под действием сжатия, результаты анализа соотнесены с траекториями главных напряжений (σ_1).

Ниже рассмотрены два примера, в которых пластическая константа имеет относительно малую величину $k \approx 0,5$ МПа и относительно большую для угольного пласта величину $k \approx 2$ МПа. В силу пластического поведения материала в деформируемой полосе при движении некоторой точки к забою главные напряжения



Фиг. 6

уменьшаются по линейному закону, а траектория напряженного состояния представляет собой прямую линию

$$\sigma_1 = \sigma_2 + 2k \quad (7.10)$$

Пусть далее давление газа в порах $P_g = 4$ МПа.

Наложим теперь на напряженное состояние призабойной части пласта схему разрушения пористой среды угля, рассмотренную выше. На фиг. 6 приведены результаты оценки областей действия различных вариантов разрушения и траектории ориентации магистральных трещин.

Непосредственно вблизи забоя напряжения σ_1 слишком малы, чтобы вызвать разрушение угля. Оно может развиваться только под действием давления газа, что вероятно только в специфических вариантах (быстрое обнажение ненарушенного угля), так как релаксация давления газа в непосредственной близости забоя происходит быстро. Поэтому весьма вероятно, что эта наиболее пластически деформированная часть пласта играет роль отрелаксировавшей перегородки. Разрушение начинается на некотором расстоянии от забоя. Для слабого угля это ~ 2 калибра, для более прочного порядка 0,5 калибра полосы. На большем расстоянии от забоя последовательно располагаются зона, где возможно развитие трещин на всю толщину пласта, затем зона возможного эшелонированного развития трещин. Общая протяженность областей, захваченных процессами хрупкого разрушения для прочного угля около $\sim 0,75 h$, а для слабого $\sim 1,75 h$. В области развития сквозных магистральных трещин образуются плоские пластинообразные отдельности большой длины, а в области эшелонирования наряду с блоками, оконтуриваемыми эшелонами трещин, и имеющими форму изометрических отдельностей присутствуют тонкие вытянутые пластинки, толщина которых порядка расстояния между магистральными трещинами в эшелоне (т.е. порядка $2L$), а длина – порядка длины трещин в эшелоне. Такое изменение фракционного состава пласта при его разрушении по мере удаления от забоя информативно для оценки состояния массива угля (на фиг. 6 цифрой 3 обозначена разрушенная область вблизи забоя, а цифрой 4 – ненарушенная область; a [мм], σ [МПа], k [МПа]). Приведенные примеры показывают существенное влияние структуро-

образующих процессов на геометрию разрушения и критические нагрузки. Наибольшее влияние эти процессы имеют в ситуациях близких к предельному равновесию нагружаемых объектов. В этом случае возможно, в частности, появление провоцируемых очагов разрушения, как источников динамических режимов разрушения. Продемонстрированный подход к проблемам развития структур разрушения и их иерархии позволяет производить оценку параметров структур посредством учета конкретных механизмов разрушения, реализующихся на каждом масштабном уровне.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гольдштейн Р.В., Осипенко Н.М. Разрушение и формирование структуры // Докл. АН СССР. 1978. Т. 240. № 4. С. 829–832.
2. Рыжак Е.И. Об эшелонной структуре как форме потери устойчивости горной породы // Изв. АН СССР. МТТ. 1983. № 5. С. 127–136.
3. Никитин Л.В., Рыжак Е.И. Разрушение горной породы с внутренним трением и дилатансией // Докл. АН СССР. 1976. Т. 230. № 5. С. 1203–1206.
4. Николаевский В.Н. Механика геоматериалов и землетрясения // Итоги науки и техники. Механика деформируемого твердого тела. М.: ВИНТИ. 1983. Т. 15. С. 149–230.
5. Ревуженко А.Ф., Писаренко С.Б., Шемякин Е.И. О механике деформирования сыпучего материала при больших сдвигах // Физ.-техн. пробл. разработки полез. ископаемых. 1974. Т. 3. № 3. С. 130–133.
6. Никифоровский В.С., Шемякин Е.И. Динамическое разрушение твердых тел. Новосибирск: Наука, 1979. 271 с.
7. Морозов Н.Ф., Петров Ю.В., Уткин А.А. Об анализе откола с позиций структурной механики разрушения // Докл. АН СССР. 1990. Т. 313. № 2. С. 276–279.
8. Садовский М.А., Писаренко В.Ф. Случайность и неустойчивость в геофизических процессах // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1989. № 2. С. 3–12.
9. Садовский М.А. Иерархическое распределение отдельностей твердых материалов. Препринт, АН СССР. ИФЗ. М.: 1984. 20 с.
10. Садовский М.А. Естественная кусковатость горной породы // Докл. АН СССР. 1979. Т. 247. № 4. С. 829–831.
11. Райс Дж. Механика очага землетрясения. М.: Мир, 1982. 217 с.
12. Гольдштейн Р.В., Осипенко Н.М. Структуры разрушения (Условия формирования: Эшелоны трещин): Препринт № 110. М.: ИПМ АН СССР. 1978. 59 с.
13. Гольдштейн Р.В., Осипенко Н.М. Иерархия структур при разрушении // Докл. РАН. 1992. Т. 325. № 4. С. 735–739.
14. Морозов Н.Ф., Петров Ю.В. Проблемы динамики разрушения твердых тел. СПб.: Изд-во СПб. ун-та, 1997. 129 с.
15. Гольдштейн Р.В., Житников Ю.В. Деформация многослойной трещиноватой среды // Изв. РАН. МТТ. 1998. № 6. С. 38–49.
16. Гольдштейн Р.В., Ладыгин В.М., Осипенко Н.М. Модель разрушения слабо пористого материала при сжатии и растяжении // Физ.-техн. пробл. разработки полез. ископаемых. 1974. № 1. С. 3–13.
17. Одищев В.Н. Отрывное разрушение массива скальных горных пород. М.: ИПКОН РАН, 1996. 167 с.
18. Гольдштейн Р.В., Капцов А.В. Взаимодействие удаленных трещин и формирование структур разрушения. Препринт № 179. М.: ИПМ АН СССР, 1981. 66 с.
19. Асатрян Х.О., Соболев Г.А. Образование иерархической структуры разрывов при деформировании высокопластичного материала // Физика горных пород при высоких давлениях. М.: Наука. 1991. С. 138–142.
20. Асатрян Х.О., Соболев Г.А., Мансуров В.А. Развитие иерархии блоков и акустической эмиссии в образцах горной породы при всестороннем сжатии // Построение моделей развития сейсмического процесса и предвестников землетрясений. М.: ИФЗ РАН, 1993. С. 17–20.
21. Гольдштейн Р.В., Осипенко Н.М. Структуры и процессы разрушения горных пород // Построение моделей развития сейсмического процесса и предвестников землетрясений. М.: ИФЗ РАН, 1993. С. 21–37.

22. Черепанов Г.П. Механика хрупкого разрушения. М.: Наука, 1974. 640 с.
23. Соболев Г.А., Асатрян Х.О. Развитие иерархии разрывов при деформировании высокопластического материала // Докл. АН СССР. 1990. Т. 315. № 2. С. 345–348.
24. Рац М.В., Чернышев С.Н. Трещиноватость и свойства трещиноватых горных пород. М.: Недра, 1970. 160 с.
25. Гольдштейн Р.В., Ентов В.М., Павловский Б.Р. Модель развития водородных трещин в металле // Докл. АН СССР. 1977. Т. 237. С. 828–831.
26. Гольдштейн Р.В., Осипенко Н.М. Модель разрушения трубопроводной стали при наводороживании // Физ.-хим. механика материалов. 1996. Т. 32. С. 25–33.
27. Гольдштейн Р.В., Овсянников Б.М., Суровова В.Н., Осипенко Н.М., Волгина Н.И., Иванов А.И., Капцов А.В., Минашин А.В. Температурная зависимость трещиностойкости стали 15 X СНД и некоторые особенности ее разрушения. Сообщ. 2 // Проблемы прочности. 1985. № 8. С. 42–48.
28. Гольдштейн Р.В., Морозова Т.М., Павловский Б.Р. Некоторые закономерности формирования структур разрушения в сталях невысокой прочности // Физ.-хим. механика материалов. 1991. Т. 27. № 1. С. 13–17.
29. Петухов И.М., Линьков А.М. Механика горных ударов и выбросов. М.: Недра, 1983. 280 с.
30. Авершин С.Г., Груздев В.Н., Балалаева С.А. Распределение напряжений вокруг горных выработок. Фрунзе: Илим, 1971. 130 с.
31. Николин В.И., Меликсетов С.С., Беркович И.М. Выбросы породы и газа. М.: Недра, 1967. 81 с.
32. Христианович С.А., Салганик Р.Л. Внезапные выбросы угля (породы) и газа. Препринт № 153. М.: ИПМ АН СССР, 1980. 87 с.
33. Христианович С.А., Коваленко Ю.Ф. Об измерении давления газа в угольных пластах // Физ.-техн. пробл. разработки полез. ископаемых. 1988. № 3. С. 3–24.

Москва

Поступила в редакцию
12.02.1999