

© 1999 г. Л.И. ДОМОЖИРОВ, Н.А. МАХУТОВ

ИЕРАРХИЯ ТРЕЩИН В МЕХАНИКЕ ЦИКЛИЧЕСКОГО РАЗРУШЕНИЯ

Усталостное разрушение материалов в общем случае состоит из трех основных стадий: стадий зарождения и развития усталостной трещины и стадии окончательного разрушения. При наличии исходных дефектов усталостное разрушение определяется в основном процессом развития трещины.

Протяженность начальных трещин в зависимости от природы дефектов может составлять от тысячных и сотых долей миллиметра (структурные дефекты) до десятков миллиметров (технологические дефекты и эксплуатационные повреждения). В зависимости от уровня напряжений номинальных или местных в зоне концентраторов, а также размеров трещин усталостное разрушение может происходить при ограниченной (маломасштабной) или развитой пластичности в вершине трещины [1–3].

Роль пластической деформации в разрушении металлических материалов чрезвычайно велика. С одной стороны, пластическая деформация приводит к существенному снижению пика локальных напряжений в вершине трещины, а, с другой стороны, приводит к микроповреждениям материала в локальной зоне, тем самым способствуя разрушению. Однако, если при статическом нагружении эффекты пластичности являются сопутствующим фактором хрупкого разрушения, то при циклическом нагружении локальные знакопеременные пластические деформации следует считать основным фактором, определяющим процесс стабильного развития усталостных трещин.

Различный масштаб протяженности как исходных трещин, так и пластических зон приводят к необходимости привлечения микро и макромоделей для описания различных аспектов усталостного разрушения. Различные представления о процессах, протекающих на микро и макроуровнях, а также различные подходы и методы, используемые для описания этих процессов, обуславливают определенное иерархическое построение трещин, которое конкретизирует и в определенной мере упрощает анализ развития трещин в каждом звене иерархии.

Первым параметром I_1 построения предлагаемой иерархии трещин является протяженность трещины l по отношению к размерам структурных составляющих d_s и деталей D . По параметру I_1 трещины можно разделить на три группы

$$I_1 = f \left\{ \left(\frac{l}{d_s} \right), \left(\frac{l}{q_f} \right), \left(\frac{l}{D} \right) \right\} \quad (1)$$

Первая группа (l/d_s) – микроструктурно короткие трещины. Протяженность их не превышает размера характерного структурного элемента d_s и составляют обычно 10^{-4} – 10^{-2} мм. Микроструктурно короткие трещины наблюдаются лишь в отдельных ослабленных локальных зонах (структурных элементах), в которых из-за пониженных механических свойств происходит накопление односторонних пластических деформаций растяжения или сжатия [4]. В связи с малыми размерами таких трещин их развитие определяется пластическим деформированием структурного элемента (зерна). При приближении таких трещин к границам зерен их скорость снижается. Если трещина достигает соседнего зерна, которое не охвачено пластическим течением, то она может остановиться.

Вторая группа (l/d_f) – физически короткие трещины. Протяженность их больше характерного элемента микроструктуры, но заметно ниже размеров детали D или ее характерных частей. Размеры физически коротких трещин обычно составляют 10^{-2} – 10^0 мм. Такие трещины образуются в результате развития и объединения нескольких микроструктурно коротких трещин или инициируются небольшими технологическими дефектами. Развитие физически коротких трещин уже не связано с накоплением пластических деформаций отдельными ослабленными структурными элементами, а определяется локальными процессами, протекающими в вершине трещины. Роль таких трещин чрезвычайно важна при усталостном разрушении гладких образцов. Например, протяженность неразвивающихся усталостных трещин в гладких образцах, нагружаемых изгибом, составляет для ряда металлических материалов 0,02–0,07 мм [2]. Следовательно, предел выносливости гладких образцов можно рассматривать как предельный уровень напряжений, при котором имеющиеся или появляющиеся при циклическом нагружении в отдельных ослабленных локальных зонах физически короткие трещины не будут развиваться самостоятельно.

Третья группа (l/D) – макротрещины. Протяженность с размерами характерных зон деталей или деталей в целом и обычно составляет 10^0 – 10^3 мм. К этой группе трещин следует отнести многие технологические дефекты и эксплуатационные повреждения типа трещин. В инженерной практике начало усталостного разрушения обычно связывается с появлением трещины размером 0,5–1 мм. Поэтому при инженерных решениях проблем усталости в рамках иерархии I_1 обычно ограничиваются анализом поведения макротрещин.

При наличии трещин, протяженность которых заметно выше по сравнению с размерами характерных элементов микроструктуры, материал рассматривают как сплошную среду, а для описания развития таких трещин используют аппарат механики сплошной среды. Основная задача, которая здесь ставится, состоит в разработке моделей и соотношений для количественного описания кинетики роста усталостных трещин в макромасштабе. При решении таких задач используют идеализированные осредненные характеристики материала, а полученные соотношения обычно являются полуэмпирическими и содержат постоянные, которые не связаны в явном виде с основными характеристиками материала и определяют экспериментально.

Кинетику роста трещин, протяженность которых сопоставима с размерами характерных элементов микроструктуры, необходимо рассматривать в макромасштабе. Развитие трещин в таком масштабе является дискретным и зависит от свойств отдельных фрагментов микроструктуры, а статистическая природа усталостного разрушения проявляется особенно ярко. В этих условиях понятия сплошности среды и ее однородности, а также аппарат механики сплошной среды могут оказаться неприемлемыми. Для описания кинетики таких трещин привлекают микромоделли усталостного разрушения, развиваемые на основе подходов структурной механики. Однако из-за значительных сложностей явлений усталости, протекающих на микроструктурном уровне, микроскопические модели разрушения (например, вакансионные и дислокационные подходы к формированию и развитию несплошностей) дают лишь качественную картину усталостного разрушения, хотя необходимость таких подходов очевидна как для изучения природы усталости, так и для определения металлургических методов повышения характеристик сопротивления усталостному разрушению.

При нагружении тела с трещиной в ее вершине образуется пластическая зона, протяженность которой будет определяться уровнем номинальных или местных напряжений, протяженностью трещины, пластическими свойствами материала и рядом других факторов. Размер пластической зоны по отношению к длине трещины и характерным размерам тела имеет важное значение в механике разрушения, определяя методы анализа напряженного состояния и степень развитости пластических деформаций в вершине трещины, а, следовательно, и характер разрушения (хрупкий или вязкий).

В связи со сказанным в качестве второго параметра I_2 построения иерархии трещин

выбрана протяженность пластической зоны в вершине трещины d_p по отношению к длине трещины l и характерному размеру детали D . По параметру I_2 трещины можно разделить на три группы

$$I_2 = f \left\{ \left(\frac{d_p}{l} \right)_l, \left(\frac{d_p}{l} \right)_{nl}, \left(\frac{d_p}{D} \right)_p \right\} \quad (2)$$

Первая группа $(d_p/l)_l$ – трещины, развитие которых происходит при маломасштабной пластичности ($d_p \ll l$ и $d_p \ll D$). На практике такая ситуация наблюдается, когда имеются макродефекты, а уровень напряжений (местных или номинальных) не превышает 0,5–0,6 от предела текучести материала. В зависимости от протяженности начальной трещины и уровня напряжений долговечность здесь может составлять от 10^4 до 10^7 циклов и выше. Развитие трещин в этом случае описывается подходами линейной механики разрушения (ЛМР), которые формулируются на основе представлений об упругом распределении напряжений и деформаций в вершине трещины. При необходимости эффекты пластичности в вершине трещины учитывают путем увеличения протяженности трещины l на радиус пластической зоны r_p . В этом случае расхождение между напряжениями за пределом пластической зоны, определяемыми упругим решением для трещины размером $(l + r_p)$ и упругопластическим решением для трещины размером l , не превышает 1% при номинальных напряжениях, составляющих 0,78 от предела текучести [5].

Вторая группа $(d_p/l)_{nl}$ – трещины, протяженность которых сопоставима с размером пластической зоны, но существенно меньше размеров детали ($d_p \approx l$ и $d_p \ll D$). Такая ситуация наблюдается, если уровень местных напряжений в зоне концентратора напряжений превышает предел текучести материала или при высоких, но упругих номинальных напряжениях и коротких трещинах. В зависимости от протяженности начальной трещины и уровня напряжений долговечность здесь может составлять от 10^3 до 10^6 циклов. Для описания развития усталостных трещин в указанных условиях используются подходы нелинейной механики разрушения (НМР), развиваемые на основании решений задач об упругопластическом деформировании материала в зоне трещины. В качестве критериев разрушения здесь принято использовать раскрытие вершины трещины δ и J -интеграл [3]. Однако корректных решений задач НМР для элементов машин и конструкций с учетом пластических деформаций в зонах концентраторов напряжений из-за больших математических трудностей в настоящее время не получено. Поэтому указанные критерии разрушения в основном применяются для определения характеристик циклической трещиностойкости пластичных материалов при испытании лабораторных образцов.

В качестве критерия разрушения при повышенной пластичности в зоне трещины предложен коэффициент интенсивности деформаций K_{Ie} [1], который учитывает перераспределение деформаций у вершины трещины, вызванное пластическим течением материала. При номинальных упругих напряжениях [1]:

$$\bar{K}_{Ie} = \bar{K}_1^{p_{ke}} \quad (3)$$

где $\bar{K}_1 = k_1 / \sigma_T$ – относительный коэффициент интенсивности напряжений, p_{ke} – показатель степени

$$p_{ke} = \frac{2 - n(1 - m)(1 - \bar{\sigma})}{1 + m} \quad (4)$$

значения которого зависят от относительного уровня номинальных напряжений $\bar{\sigma}_n = \sigma_n / \sigma_m$ показателя упрочнения материала m и постоянной n , определяемой расчетом или экспериментально. Параметр \bar{K}_{Ie} позволяет проводить расчеты на циклическую

прочность деталей машин и конструкций с учетом развития усталостных трещин в зонах концентраторов напряжений.

Третья группа $(d_p/D)_p$ охватывает случаи, когда пластическая зона в вершине трещины занимает все сечение детали ($d_p \approx D$). Разрушения в этом случае носят малоцикловый характер, а живучесть составляет от 10^0 до 10^3 циклов. Базовые уравнения для описания разрушения устанавливаются в этом случае на основе подходов механики пластического разрушения.

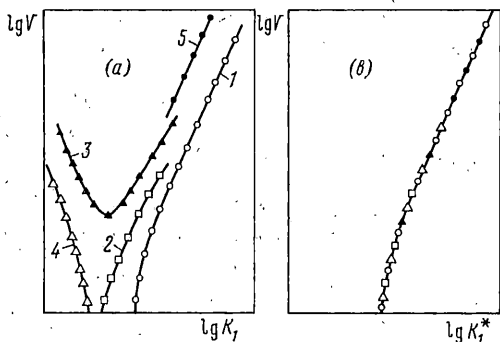
Размер пластической зоны зависит также от вида напряженного состояния в вершине трещины, которое в свою очередь определяется размером этой зоны по отношению к толщине образца (детали). Протяженность пластической зоны максимальна при плосконапряженном состоянии и минимальна при плоскодеформированном состоянии. Усталостное разрушение в большинстве случаев (за исключением тонколистовых элементов из пластичных материалов) происходит при плоскодеформированном состоянии в вершине трещины.

В настоящее время для описания развития усталостных трещин при упругом деформировании тела и расчетах на прочность деталей машин и конструкций с учетом трещин широко используются подходы ЛМР. В ЛМР принимается сингулярное распределение упругих напряжений и деформаций около вершины трещины. В этом случае величина напряжений и деформаций в точках с заданными координатами не зависит от протяженности трещины и схемы приложения нагрузки, а определяется только одним параметром — коэффициентом интенсивности напряжений (КИН). Поэтому разрушение тела при его упругом деформировании и маломасштабной пластичности в вершине трещины можно связать лишь с одним КИН, что лежит в основе методов и критериев ЛМР. Широкое практическое использование подходов ЛМР при исследовании закономерностей развития усталостных трещин и расчетах на циклическую прочность деталей машин и конструкций обусловлено адекватным описанием развития усталостных трещин и достаточной развитыми численными решениями для определения КИН в опасных зонах деталей машин и конструкций.

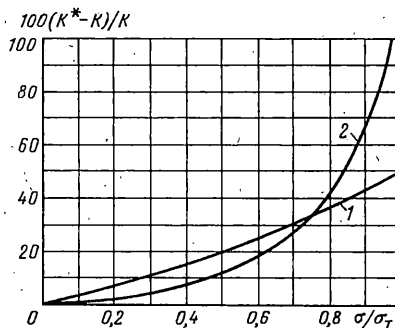
Информация о развитии усталостных трещин в ЛМР обычно представляется в виде кинетической диаграммы усталостного разрушения. Основными характеристиками циклической трещиностойкости материалов, вытекающими из кинетической диаграммы разрушения, являются пороговый K_{th} и критический K_{fc} КИН, а также коэффициенты m и C степенного уравнения Париса, описывающего линейный участок указанной диаграммы.

К настоящему времени накоплен большой экспериментальный материал о кинетике роста усталостных трещин с учетом условий нагружения (асимметрии цикла нагружения, температуры, окружающей среды и т.д.) для различных материалов. Предложено большое число различных соотношений для описания как отдельных участков кинетической диаграммы разрушения, так и ее в целом. Подходы ЛМР привлекаются для исследования микромеханизмов разрушения и микроструктурных аспектов развития усталостных трещин. Установлено в частности [3], что структурно-чувствительный характер роста трещин, наблюдаемый на первом участке кинетической диаграммы разрушения, имеет место, если протяженность циклической пластической зоны меньше среднего размера зерна. Если же протяженность этой зоны больше среднего размера зерна, то чувствительность скорости роста трещины к структурным факторам заметно снижается, что наблюдается на втором участке кинетической диаграммы разрушения.

Однако из-за ограничений, связанных с учетом лишь главного сингулярного члена точного решения краевой задачи о напряженном и деформированном состоянии около вершины трещины, подходы ЛМР оказываются корректными для трещин, протяженность которых существенно больше пластической зоны в вершине трещины. Для пластичных сталей это условие выполняется для трещин протяженностью больше 0,2–2 мм и, следовательно, подходы ЛМР неприемлемы для многих технологических дефектов.



Фиг. 1



Фиг. 2

Исследования кинетики роста коротких трещин свидетельствуют о следующем. Короткие трещины, как показано на фиг. 1,а, могут развиваться при $K_I < K_{th}$, а при одинаковых значениях K_I скорость роста коротких трещин выше, чем длинных (кривая 2). При развитии трещины от острого концентратора напряжений ее скорость вначале уменьшается, достигая минимального значения, а затем начинает увеличиваться (кривая 3). При более низком уровне напряжений развитие трещины может прекратиться (кривая 4). Имеются также экспериментальные данные, свидетельствующие о том, что КИН не описывает однозначно развитие и длинных трещин [6, 7]. При одинаковых значениях K_I скорость роста трещины увеличивается с ростом уровня напряжений (кривая 5).

Если о характере развития коротких трещин уже сложились определенные представления, то относительно причин, приводящих к аномальному развитию таких трещин с позиций ЛМР, к настоящему времени еще нет единого мнения. В качестве таких причин рассматриваются, например, изменение микромеханизма разрушения, закрытие трещины, изменение субструктуры материала или формы пластической зоны в вершине трещины. Однако, принимая во внимание большой диапазон значений протяженности трещин (от 0,01 до 2 мм), соответствующих границе раздела длинных и коротких трещин для сталей различного уровня прочности, и ряд других обстоятельств, можно полагать, что перечисленные факторы являются частными причинами.

Подходы ЛМР, как отмечалось выше, перестают адекватно описывать развитие коротких трещин. Однако в тех случаях, когда протяженность пластической зоны в вершине трещины остается существенно меньше размеров тела, пластические аспекты разрушения в макроскопических моделях разрушения можно корректно учесть на базе упругих решений с учетом несингулярных членов¹.

Оценка протяженности пластической зоны в вершине трещины d_p при упругом представлении распределения напряжений и деформаций около трещины с учетом несингулярных членов показывает, что величина d_p для заданного материала зависит не только от K_I , как принимается в ЛМР, но и от уровня относительного напряжения σ/σ_T [8]

$$d_p = f(K_I \sigma / \sigma_T) \quad (5)$$

Вид функции f в соотношении (5) зависит от выбираемого критерия текучести (рассматривались критерии текучести Треска и Мизеса) и от вида напряженного

¹ См.: Доможиров Л.И. Определение характеристик сопротивления многоциклового усталости металлов с позиций уточненных подходов линейной механики разрушения: Автореф. дисс. докт. техн. наук: 01.02.06. М., ЦНИИТМАШ, 1998. 39 с.

состояния. Поскольку величина σ/σ_T является безразмерной, то протяженность пластической зоны можно однозначно связать с параметром, имеющим размерность КИН

$$d_p = f(K_1^*) \quad (6)$$

где K_1^* – приведенный коэффициент интенсивности напряжений.

Выражения для K_1^* , определенные через оценку протяженности пластической зоны в вершине трещины с учетом несингулярных членов, при плоскодеформированном состоянии принимают вид [8]:

для критерия текучести Треска

$$K_1^* = \frac{K_1}{1 - \mu(\sigma/\sigma_T)} \quad (7)$$

для критерия текучести Мизеса

$$K_1^* = \frac{K_1}{\sqrt{1 - (1 - \mu + \mu^2)(\sigma/\sigma_T)^2}} \quad (8)$$

где μ – коэффициент Пуассона.

Из соотношений (7) и (8) следует, что K_1^* больше K_1 . Различие между ними не связано с размерами трещин, а зависит только от уровня относительного напряжения σ/σ_T и выбираемого критерия текучести. С повышением σ/σ_T различие между K_1^* и K_1 возрастает (фиг. 2). Однако при $\sigma/\sigma_T < 0,3-0,4$ это различие незначительно и им на практике можно пренебречь. Лишь при высоких значениях σ/σ_T различие между K_1^* и K_1 становится существенным (кривая 1 соответствует критерию текучести Треска, а 2 – Мизеса). Например, при $\sigma/\sigma_T = 0,8$ оно составляет 35–40%. Заметное влияние выбираемого критерия текучести на величину K_1^* в рассматриваемом примере наблюдается лишь при $\sigma/\sigma_T > 0,9$.

Параметр K_1^* , отражая через K_1 силовые условия нагружения, по своему физическому содержанию является деформационным критерием разрушения. При использовании K_1^* снимаются ограничения на протяженность трещины по отношению к размерам пластической зоны в ее вершине.

Оценка протяженности пластической зоны в вершине трещины с учетом несингулярных членов приводит к следующим соотношениям, описывающим развитие усталостных трещин на среднем участке кинетической диаграммы разрушения [7]:

для критерия текучести Треска

$$dl/dN = C \left[\frac{K_1}{1 - \mu(\sigma/\sigma_{cm})} \right]^m \quad (9)$$

для критерия текучести Мизеса

$$dl/dN = \left[\frac{K_1}{\sqrt{1 - (1 - \mu + \mu^2)(\sigma/\sigma_{cm})^2}} \right]^m \quad (10)$$

где σ_{cm} – циклический предел текучести.

В соответствии с выражениями (9) и (10) увеличение уровня напряжений при фиксированных значениях K_1 должно приводить к повышению скорости распространения трещин, которое будет тем сильнее, чем выше нагрузка и показатель степени m . При этом кривые скорости роста трещин, соответствующие различным уровням

напряжений, на кинетической диаграмме разрушения должны располагаться эквидистантно. Более коротким трещинам при одинаковых значениях K_1 соответствует более высокие уровни K_1^* из-за повышенных напряжений и, следовательно, скорость их должна быть выше по сравнению с более длинными трещинами. При достаточно низких напряжениях соотношения (9) и (10) принимают вид степенного уравнения Париса

$$dl/dN = CK_1^m$$

Влияние уровня напряжений на скорость развития усталостной трещины в стали 06Х12НЗДЛ [7] показано на фиг. 3 (светлые точки соответствуют $\sigma = 100$ МПа, темные – $\sigma = 200$ МПа, косые кресты – $\sigma = 300$ МПа и прямые кресты – $\sigma = 420$ МПа). Видно, что при использовании параметра K_1 скорость развития усталостных трещин при различных уровнях напряжений не описывается единой кривой (фиг. 3, а). Повышение напряжений приводит к эквидистантному смещению вверх экспериментальных результатов на кинетической диаграмме (dl/dN [М/цикл] – K [МПа м^{1/2}]). Из этого следует, что влияние уровня напряжений на скорость роста трещин при фиксированных значениях K_1 не зависит от размеров трещин. При использовании параметра K_1^* , рассчитываемого по уравнению (7), экспериментальные результаты для разных уровней напряжений укладываются на единую линию (фиг. 3, б). Это свидетельствует о хорошем отражении уравнением (9) характера влияния уровня напряжений на скорость распространения усталостной трещины в стали 06Х12НЗДЛ.

Уравнения типа (9) и (10) позволяют описать особенности развития усталостных трещин в поверхностном слое тела и около концентраторов напряжений. Показано², что наблюдаемое в данных случаях ускоренное развитие трещин связано с повышением относительного напряжения σ/σ_T . В первом случае повышенный уровень σ/σ_T обусловлен снижением предела текучести материала в поверхностном слое тела, а во втором – высокими местными напряжениями. Высокий градиент местных напряжений в вершине концентратора может привести к снижению K_1^* при продвижении трещины в результате интенсивного уменьшения σ/σ_T , то приведет к уменьшению скорости роста трещины на начальном этапе усталостного разрушения. Примеры развития усталостных трещин от концентраторов напряжений приведены на фиг. 4. Примеры развития усталостных трещин в образцах из стали G40-11 с центральной трещиной (светлые точки) и с круговым отверстием (темные точки) по данным [11] приведены на фиг. 4 (а – $\Delta\sigma = 269$ МПа, радиус отверстия – 4,75 мм, в – $\Delta\sigma = 483$ МПа, радиус отверстия – 0,2 мм). Видно, что расчеты скорости роста усталостных трещин через приведенный коэффициент интенсивности напряжений K_1^* (сплошные линии) хорошо описывают экспериментальные результаты (темные точки).

На основании теоретического анализа влияния трещин произвольной длины на предел выносливости σ_R , проведенного с учетом несингулярных членов, получено следующее соотношение для определения σ_R [9]:

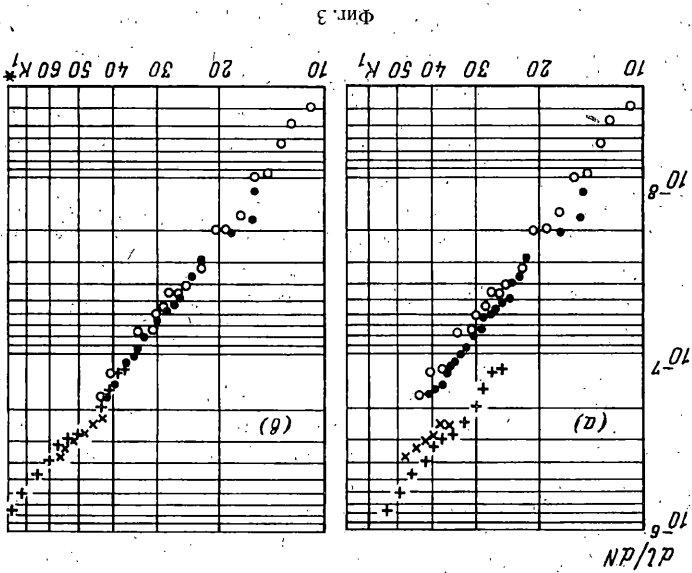
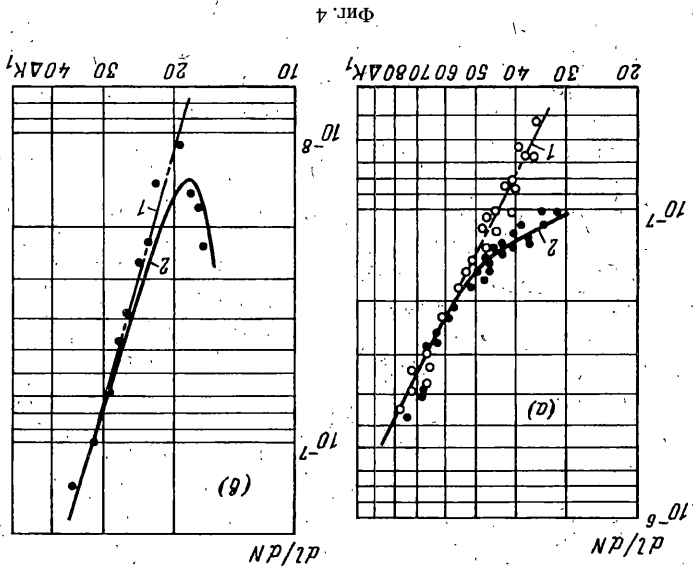
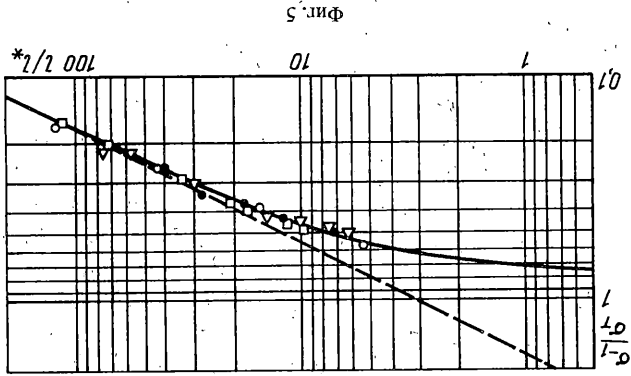
$$\sigma_R = \sigma_{cm} [\pi l \gamma^2 (\sigma_{cm} / K_{th})^2 + (1 - \mu + \mu^2)]^{-0.5} \quad (11)$$

В соответствии с уравнением (11) предел выносливости зависит от протяженности трещины l и следующих характеристик материала: циклического предела текучести σ_{cm} , порогового КИН K_{th} и коэффициента Пуассона μ .

Трещины протяженностью (принимая $\sigma_{cm} = 0,7 \sigma_T$; $\mu = 0,3$ и $\gamma = 1$):

$$l < 0,1 (K_{th} / \sigma_T)^2 \quad (12)$$

² См. ссылку литературы на стр. 21.



практически не влияют на предел выносливости и соотношение (11) приводится к виду

$$\sigma_R = 0,79 \sigma_T \quad (13)$$

и, следовательно, предел выносливости при наличии трещин, определяемых условием (12), зависит только от предела текучести материала.

Для трещин протяженностью

$$l > 2,5(K_{th} / \sigma_T)^2 \quad (14)$$

выражение (11) переходит в известное соотношение ЛМР

$$\sigma_R = K_{th} / \sqrt{\pi l} \gamma \quad (15)$$

и, следовательно, предел выносливости при наличии трещин, определяемых условием (14), не зависит от предела текучести материала и прямо пропорционален отношению K_{th} / \sqrt{l} .

Уравнение (11), приведенное к виду

$$\sigma_{-1} / \sigma_T = 0,79(1 + 0,2l/l_*)^{-0,5} \quad (16)$$

в безразмерных координатах $\sigma_{-1} / \sigma_T - l/l_*$, где $l_* = 0,1 (K_{th} / \sigma_T)^2$, описывает единой кривой влияние трещин на предел выносливости различных материалов и хорошо согласуется с экспериментальными результатами в области больших и малых трещин (фиг. 5) [10] (светлые точки соответствуют стали SM41, темные – эвтектоидной стали; треугольники – стали 20X13, квадраты – сплаву Амг-61). Уравнение (16) имеет те же особенности, что и выражение (11). Так, трещины $l/l_* \leq 1$ практически не влияют на предел выносливости, а для трещин протяженностью $l/l_* > 20$ применимы известные подходы ЛМР (штриховая линия на фиг. 5).

Вернемся к кинетической диаграмме усталостного разрушения (фиг. 1). Как отмечалось выше, в ряде случаев КИН не является параметром, адекватно описывающим развитие усталостных трещин (фиг. 1, а). Если же при анализе развития усталостных трещин использовать приведенный коэффициент интенсивности напряжений K_1^* , то, как видно из фиг. 1 в результаты испытаний, относящиеся к разным условиям: трещины большие и малые; трещины, развивающиеся из концентратора напряжений, укладываются на общую кривую. Эту кривую можно определять экспериментально на образцах с большими трещинами, используя известные подходы ЛМР.

Таким образом, характеристики циклической трещиностойкости, определяемые с использованием параметра K_1^* , инвариантны по отношению к размерам трещин и при заданных условиях испытаний являются постоянными материала. Это позволяет через параметр K_1^* корректно описать развитие физически коротких трещин и трещин, возникающих в вершине концентратора напряжений, по характеристикам циклической трещиностойкости, определяемым на образцах с большими трещинами.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 98-01-00-650).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Махутов Н.А. Деформационные критерии разрушения и расчет элементов конструкций на прочность. М.: Машиностроение, 1981. 272 с.
2. Троценко В.Т., Покровский В.В., Прокопенко А.В. Трещиностойкость металлов при циклическом нагружении. Киев: Наук. думка, 1987. 252 с.
3. Херицберг Р.В. Деформация и механика разрушения конструкционных материалов. М.: Металлургия, 1989. 576 с.

4. Гурьев А.В., Митин В.Я. Особенности развития локальных микронеоднородных деформаций и накопления усталостных повреждений в углеродистых сталях // Проблемы прочности. 1978. № 11. С. 19–23.
5. Ирвин Дж.Р. Линейная механика разрушения, переход от вязкого разрушения к хрупкому и методы контроля разрушения // Испытания высокопрочных металлических материалов на вязкость разрушения при плоской деформации. М.: Мир, 1970. С. 225–244.
6. Мазепа А.Г., Гринь Е.А., Морозова Т.И. Исследование кинетики роста трещин в условиях симметричного и пульсирующего нагружения // Проблемы прочности. 1981. № 11. С. 23–27.
7. Доможиров Л.И. О применении линейной механики разрушения для описания скорости роста усталостной трещины при повышенных уровнях нагрузки // Проблемы прочности. 1986. № 4. С. 10–15.
8. Махутов Н.А., Доможиров Л.И. Двухпараметрический критерий разрушения в связи с уточненными размерами пластической зоны // Заводская лаборатория. 1989. № 1. С. 54–59.
9. Доможиров Л.И. Теоретический анализ влияния коротких трещин на предел выносливости материалов // Проблемы прочности. 1983. № 7. С. 35–40.
10. Доможиров Л.И. Обобщенное уравнение для оценки влияния трещин на предел выносливости материалов // Заводская лаборатория. 1995. № 10. С. 27–32.
11. El Haddad M.H., Dowling N.E., Topper T.H., Smith K.N. J-integral applications for short fatigue cracks at notches // Intern. J. Fracture. 1980. V. 160. № 1. P. 15–30.

Москва

Поступила в редакцию
12.02.1999